BIBLIOTHÈQUE PRATIQUE
DE L'ENSEIGNANT

Roger Caratini

Physique
Chimie

3

Bordas

Collaboratrice principale : Françoise Caratini
Édition : Jacqueline N'Guyen-Tien
Documentation rédactionnelle : Jean Gerber
Dessins et schémas : Gilles Alkan, Bernard Brotons, Denis Horwath
Mise en pages : Isabelle Arnstam
Couverture : Jean Castel

ISBN 2-04-012207-9

Ce volume est une édition remaniée de : *Les lois de la nature;* il a été publié pour la première fois aux Éditions Bordas en 1970, dans la collection « Bordas-Encyclopédie ».

Avant-propos

Le mot grec φύσις *(phusis)* signifie « nature » et c'est le philosophe grec Aristote qui a nommé φυσιχη *(phusikē)* l'étude des choses de la nature ; de là, par l'intermédiaire du latin *physica,* le terme de *physique* qui désigne, en français, la science des phénomènes naturels. Pendant des siècles — pratiquement de l'époque d'Aristote, au IVe siècle av. J.-C., jusqu'à la fin du XVIe siècle, c'est-à-dire jusqu'à Galilée — cette science se réduisit, pour l'essentiel, à des considérations spéculatives, s'appuyant sur des observations superficielles. Si l'on excepte l'astronomie, qui est la « physique céleste », la physique a ignoré, pendant vingt siècles, l'expérimentation et la mesure. Son essor date de la grande révolution galiléenne, à la fin du XVIe siècle, prolongée, au XVIIe siècle, par le rationalisme de Descartes.

Depuis environ quatre siècles, le processus de pensée du *physicien* — qu'on nommait encore « philosophe naturel » au XVIIIe siècle, par opposition au « philosophe moral » — a conservé la même ligne directrice : observation des faits, mesure des phénomènes observés, expérimentation, traduction en équations des résultats de l'expérimentation, équations qui expriment les *lois de la nature,* tentative pour réunir les nombreuses équations particulières en un système déductif, à partir de quelques équations très générales traduisant les *principes* de la physique, eux-mêmes regroupés en quelques *grandes théories unitaires.*

Voici quelques informations sur la méthode que nous avons adoptée ici pour exposer les « lois de la nature », c'est-à-dire la *physique* telle qu'on la conçoit aujourd'hui.

1. Nous avons renoncé aux compartimentations scolaires, qui séparent l'étude de la mécanique, de l'acoustique, de l'optique, etc. D'emblée nous avons introduit les idées générales de la physique moderne, notamment le rôle capital des constantes c (vitesse de propagation de la lumière dans le vide) et h (constante de Planck) et nous avons souligné le caractère *approximatif* et statistique des lois classiques.

2. De ce point de vue, les chapitres sur la physique statistique et sur les phénomènes périodiques ont été conçus en allant du général au particulier, c'est-à-dire dans l'ordre inverse de l'histoire de la physique. Cela nous a conduit à traiter les lois de la thermodynamique comme des conséquences particulières des lois relatives au nombre d'états possibles d'un système et de relier l'optique à la physique quantique. Cet exposé est un peu inhabituel, du moins eu égard aux traditions scolaires, mais il souligne le caractère remarquablement cohérent et la logique de la physique moderne.

3. Il n'était pas question de se limiter à une présentation « vulgarisée », au mauvais sens du terme, de la physique. L'appareil mathématique, aussi rébarbatif qu'il apparaisse peut-être au lecteur, est inévitable. Pour simplifier la lecture, nous avons isolé typographiquement (sur trame grise) les développements trop techniques (pratiquement, ceux qui font intervenir le calcul différentiel et intégral). Le lecteur brouillé avec les signes « ∫ », $\partial^{x'}$ I^{x}, etc., pourra sauter ces passages. Quant aux calculs plus développés, ils sont proposés en *Annexe.* Pour ceux que le langage mathématique n'effraye pas, un petit résumé des notions essentielles est fourni au début de ce livre.

4. Toutes les grandeurs physiques sont exprimées en unités SI (initiales de *Système International*). L'écriture des nombres et des unités respecte les règles internationales qui sont publiées par l'*Association française de normalisation* (normes AFNOR). En particulier, les vecteurs sont notés en ***italique grasse : v, F,*** etc., et les grandeurs scalaires (non vectorielles) en *italique : m, W,* etc. Sauf indication contraire, les mesures sont faites dans les conditions standard de température et de pression (conditions dites STC), c'est-à-dire à 0 °C et à la pression atmosphérique normale.

5. Les équations sont numérotées à partir de (1) dans chaque paragraphe.

6. Nous n'avons pas mentionné, en général, les dates et les nationalités des savants cités. Ces informations figurent dans l'*Index,* sous le nom des personnages en cause. Un tableau des prix Nobel de physique et de chimie est proposé à la fin de l'*Annexe.*

7. Il est bon de rappeler l'*alphabet grec,* utilisé pour les notations et symboles (précisons que le « d rond » ∂, est utilisé pour les différentielles partielles).

Minuscule	Majuscule	Nom de la lettre	Translittération romaine (ISO)
α	A	alpha	a, A
β	B	bêta	b, B
γ	Γ	gamma	g, G
δ	Δ	delta	d, D
ε	E	epsilon	e, E
ζ	Z	dzéta	z, Z
η	H	êta	e, E
θ	Θ	aspiré : thêta	th, Th
ι	I	iota	i, I
κ	K	kappa	k, K
λ	Λ	lambda	l, L
μ	M	mu	m, M
ν	N	nu	n, N
ξ	Ξ	ksi	x, X
ο	O	omicron	o, O
π	Π	pi	p, P
ϱ	P	rô	r, R
σ	Σ	sigma	s, S
τ	T	tau	t, T
υ	Υ	upsilon	u, U
φ	Φ	phi	f, F (2)
χ	X	hi (1)	h, H
ψ	Ψ	psi	ps, Ps
ω	Ω	oméga	ō, Ō

(1) Prononcer « khi ».
(2) « ph » dans la translittération usuelle française.

Sommaire

PHYSIQUE

CHIMIE

PHYSIQUE



Ph. © P. Breese-Gamma/T.

Statue d'A. Einstein, érigée par Robert Burks, à Washington, en l'honneur du centenaire de la naissance du grand physicien, 14-3-1879.



Ph. © Luisa Ricciarini. T.

Au commencement étaient le feu et le sacrifice...

GÉNÉRALITÉS. MÉCANIQUE

DE L'OBSERVATION AUX CONCEPTS GÉNÉRAUX DE LA PHYSIQUE.

La « leçon de choses ».

Premières approches de la « nature ».

● *Le vécu.* La première approche de ce qu'on nomme la « nature », en y incluant, bien entendu, l'homme lui-même, est une expérience vécue, utilitaire et affective. Toute une série d'impressions sensibles — neutres, agréables ou désagréables — permettent au nouveau-né, puis au jeune enfant, de se constituer une certaine vision du monde ou, comme on dit en philosophie, une *représentation* que l'on qualifie de *perceptive.*

L'homme, parce qu'il est doué d'un système nerveux susceptible d'enregistrer et de combiner une quantité innombrable d'informations, parce qu'il développe cette faculté tant par nécessité pratique d'adaptation que par curiosité naturelle désintéressée, parce qu'il vit en société et qu'il associe ses efforts de connaissance à ceux de ses semblables, dans le cadre de structures de plus en plus complexes, l'homme, donc, a dépassé le stade de la perception vécue pour construire, lentement, péniblement, maladroitement, ce qu'on nomme la *connaissance scientifique* de la nature.

● *Le connu.* On peut dire, en première approximation, qu'une perception vécue devient une connaissance à partir du moment où elle est exprimée (oralement ou par écrit), communiquée à autrui et plus ou moins rigoureusement classée dans l'ensemble des connaissances du groupe. Il y a des connaissances *puissantes,* qui recouvrent un très grand nombre de phénomènes, il en est d'autres plus faibles, plus particulières. Les unes sont atteintes « par hasard » (cf. la légende d'Archimède qui, en constatant qu'il se sentait plus léger dans l'eau que dans l'air, se serait élancé, tout nu, hors de son bain, en criant : « *Eurēka* ! » — c'est-à-dire : « j'ai trouvé ! »), les autres ont demandé à leurs auteurs des prodiges d'imagination, de patience, de courage, de raisonnement, etc. Dans certains cas, un homme, seul, sans instrument, a dévoilé génialement à ses semblables toute une partie des « mystères » de la nature (exemples : Galilée, Newton) ; dans d'autres, des esprits éminemment subtils et doués d'un considérable pouvoir d'abstraction ont *inventé* des théories ou des concepts donnant une vue générale de l'univers (exemples : Descartes, Leibniz, Laplace, Einstein) ; parfois ce sont des équipes de savants qui, par leurs efforts conjoints, ont déchiré d'autres parties du voile (exemples : les physiciens qui, autour de Bohr, ont élaboré la physique quantique ; l'équipe de Watson et Crick qui a découvert la double hélice en biologie moléculaire).

Tous ces efforts, toutes les erreurs et les vérités énoncées, critiquées, classées, conceptualisées au cours des âges, tout cela constitue l'*histoire de la Science.* Cette histoire s'est parfois déroulée en vase clos, dans l'espace-temps (ainsi l'antique science mésopotamienne, la science des populations archaïques qu'on nommait « primitives » du temps qu'on les croyait barbares). Notre science moderne, devenue quasi universelle, est née dans la Grèce antique, au VIIe/VIe siècle av. J.-C.

De la philosophie à la science : l'apport des Grecs.

Les premiers philosophes grecs ont tenté de comprendre le monde par la double démarche de l'*observation des faits* et du *raisonnement.* Celui-ci, le plus souvent hypothétique, l'a emporté chez eux sur

l'observation et l'expérience. Néanmoins, certaines remarques fondamentales ont été faites par les « physiologues » (en grec, *phusis* = « la nature », *logos* = « étude ») du VIIe et du VIe siècle av. J.-C., qui se nommaient Thalès, Anaximandre, Anaximène, Pythagore, Anaxagore, Empédocle d'Agrigente, Leucippe, Démocrite, pour ne citer que les noms les plus fameux. Résumons ces remarques.

● *L'idée de lois de la nature.* Ces grands Anciens ont principalement observé — à la suite des Mésopotamiens et sous le ciel merveilleusement clair de la Méditerranée — le mouvement régulier des astres. Ils en ont tiré cette idée capitale que, dans la nature, tout se passe selon des règles immuables, selon des *lois*. Certes, ces lois, ils les ignoraient ; mais les philosophes et les savants de la Grèce antique les ont toujours — ou presque toujours — supposées sous les phénomènes en apparence irréguliers qu'ils pouvaient observer. Ils ont fait parfois de grands efforts d'imagination pour expliquer par quelques lois générales simples (et fausses !...) la complexité de l'univers.

● *La physique comme science du mouvement.* Les philosophes et les savants grecs ont été principalement orientés vers l'idée suivante : tout, dans la nature, est *mouvement*. Mouvements parfaits des astres autour de la Terre (il s'agit du mouvement diurne, qui est un mouvement apparent, mais aussi de celui de la Lune), mouvements « qualitatifs » des plantes et des animaux qui croissent ou s'altèrent, mouvements « mystérieux » de la matière (par exemple le fait que la pierre de Magnésie attirait des objets en fer). De sorte que, chez les anciens Grecs, la physique était essentiellement conçue comme la science des choses étendues et en mouvement, c'est-à-dire, pour employer la terminologie moderne, comme une *Mécanique*.

● *Les modèles.* Les Grecs ont mis, cependant, la charrue avant les bœufs : ils ont voulu expliquer avant de savoir. Autrement dit, ils ont élaboré des schémas explicatifs — nous dirions, de nos jours, des *modèles* — pour rendre compte des phénomènes observés. La méthode, en soi, est féconde, et largement exploitée par la science moderne ; mais à condition que le modèle recouvre bien tous les aspects de l'observation et de l'expérimentation. Or, chez les Grecs, les modèles restent particuliers, et leur élaboration est hâtive, *a priori* ; il n'y a jamais de confrontation avec l'expérience.

Voici, par exemple, comment Anaximandre, qui fut le plus grand savant de l'École de Milet, en Asie Mineure, au VIe siècle av. J.-C., explique les éclipses de Lune et de Soleil : la Terre, disque plat en équilibre dans l'espace, est entourée de grands anneaux, qui tournent autour d'elle ; ces anneaux contiennent du feu que l'on peut apercevoir, car ils sont percés d'orifices circulaires. Ainsi, le disque solaire que nous voyons dans le ciel n'est autre que le feu de l'anneau solaire, vu à travers un orifice de cet anneau. De même pour la Lune. Lorsque l'orifice solaire ou l'orifice lunaire est bouché, il y a éclipse, totale ou partielle selon que l'obturation est elle-même totale ou partielle.

● *Le modèle atomique.* Parmi tous les modèles qui furent proposés dans l'Antiquité classique, il en est un qui a connu une carrière remarquable, c'est le *modèle atomique*, dû, pour l'essentiel, au philosophe Démocrite, qui vécut à Abdère, en Thrace, entre 460 et 370 av. J.-C. (c'est à peu près l'époque où fut construit le Parthénon, sur l'Acropole d'Athènes, et celle à laquelle Socrate distribuait son enseignement philosophique aux jeunes Athéniens).

Voici un morceau de matière, par exemple une pierre. Nous pouvons la briser en petits fragments. Prenons un de ces fragments ; il est peut-être trop petit pour que nous puissions le couper en deux, mais nous pouvons effectuer cette division par la pensée. Si nous prolongeons cette division imaginaire, à un stade donné, affirme Démocrite, nous atteindrons un fragment qui ne peut plus être divisé : un *atome* (le mot grec *atoma* signifie « indivisible »). Ces atomes, tellement petits qu'on ne peut ni les voir, ni les toucher, sont innombrables et de formes diverses : il en est qui sont lisses et ronds, d'autres triangulaires et « piquants », etc. Ils sont animés de mouvements variés, pris dans un tourbillon universel. Leur agencement et leurs formes expliquent les propriétés des corps : ainsi le Soleil et la Lune sont composés d'atomes ronds et lisses, d'où la forme sphérique de ces deux astres, le vinaigre d'atomes « pointus » (ce qui rend compte de sa saveur piquante), etc. Signalons, au passage, que nos « atomes » modernes n'ont de commun que la dénomination avec ceux des atomistes grecs, comme on le verra plus tard.

● *Les modèles géométriques.* Tout le monde sait que les Grecs sont les fondateurs de la géométrie (Thalès, Pythagore, Platon, Théétète, Eudoxe, Euclide et bien d'autres). Tout naturellement, dès que cette science fut suffisamment élaborée, les savants grecs remplacèrent les modèles concrets des premiers physiologues par des modèles géométriques. Le plus remarquable exemple, ici, est celui de l'astronome alexandrin Ptolémée (IIe siècle apr. J.-C.), auteur d'un livre qui fit autorité jusqu'à la fin du Moyen Age, l'*Almageste*. Ptolémée disposait de données astronomiques nombreuses et relativement précises (ses propres observations et celles de ses prédécesseurs), données qu'ignorait totalement, 800 ans plus tôt, Anaximandre de Milet. Il élabora un modèle géométrique rendant compte de toutes ces observations, en combinant entre eux plusieurs mouvements circulaires, la Terre étant supposée immobile au centre d'un cercle parcouru en un an par le Soleil.

La position d'une planète (astre « errant », au mouvement en apparence très irrégulier quand on l'observe par référence à la Terre) peut être déterminée, à un instant donné, par l'intersection de plusieurs cercles, les uns centrés sur la Terre, les autres excentrés, etc. La construction géométrique est compliquée, mais elle est en accord avec l'observation des phénomènes. C'est là le premier grand succès d'un modèle mathématique. On notera toutefois que le modèle de Ptolémée, bien qu'il « collât » parfaitement aux faits, était faux, puisqu'il reposait sur l'hypothèse d'une Terre immobile au centre de l'univers (hypothèse du *géocentrisme*).

● *Ultimes remarques.* Il ne semble pas que les Grecs aient cherché à faire de la « physique expérimentale », c'est-à-dire à observer des phénomènes triviaux, comme la chute d'un corps ou la transformation de l'eau liquide en vapeur d'eau par action de la chaleur, à les mesurer et à faire varier les différents facteurs qui les conditionnent. Autrement dit, leur approche de la nature est restée purement spéculative, et à la limite livresque.

Une exception, néanmoins, doit être retenue : Archimède (né à Syracuse en 287 av. J.-C., massacré en 212 par un soudard romain lors de la prise de cette ville par les armées de Marcellus). Il fut, avec Euclide, le plus grand mathématicien de l'Antiquité (précurseur en calcul infinitésimal), mais aussi un grand physicien auteur de la théorie du levier (« donnez-moi un point d'appui et je soulèverai le monde »), créateur de l'hydrostatique (le « principe d'Archimède »), et un grand ingénieur (on lui doit la vis sans fin, la poulie mobile, l'usage des roues dentées, les moufles, et de nombreuses machines de guerre qui tinrent en échec les Romains pendant trois années).

L'observation mesurée.

Un enfant, auquel on enseigne à observer et à réfléchir sur ses observations, est rapidement confronté avec le problème de la mesure. Il discerne d'abord le « plus grand » du « plus petit », le « plus rapide » (le lièvre) du « moins rapide » (la tortue), le « plus brillant » (le Soleil) du « moins brillant » (la Lune), etc. Ces mesures qualitatives sont assez rapidement suivies de mesures quantitatives, qui consistent à faire correspondre un *nombre* à une grandeur, ce nombre désignant le rapport qui existe entre la grandeur en cause et l'unité arbitrairement choisie. De même, la tâche première du savant est de transformer ses impressions sensibles — ou celles que reçoivent ses appareils — en données numériques. Il ne dira donc pas : « tel son est *plus aigu* que tel autre », mais : « tel son a une fréquence de 870 hertz et tel autre une fréquence de 435 hertz » ; il ne parlera pas de la *couleur* — rouge, jaune ou bleue — d'une lumière, mais de sa longueur d'onde, etc. L'observation mesurée, comparée, devient ainsi impersonnelle, générale et conduit à la loi physique classique. Le passage des *faits observés* à la loi générale s'appelle une *induction*. L'induction scientifique suppose deux principes préalables : 1° que les faits sont liés par des lois nécessaires ; 2° que ces lois sont les mêmes, dans leur forme générale, en tout point de l'espace et en tout instant du temps (postulat dit de l'homogénéité de l'espace et du temps).

Toutefois, au stade où nous en sommes, c'est-à-dire à celui de l'observation des faits, l'esprit est relativement passif. Il ne modifie pas, par d'artificielles et ingénieuses expériences, le cours de l'univers ; il se contente de tirer la *leçon* des choses qu'il observe, qu'il classe, qu'il mesure.

L'expérimentation : lois et concepts.

L'élaboration des lois de la physique classique.

C'est vers la fin du XVIe siècle, en Europe, que la science expérimentale a vu le jour. Ses premiers coups d'essai furent des coups de maître : la loi galiléenne de la chute des corps (1590) et les lois cartésiennes de l'optique géométrique (1637), auxquelles firent suite presque immédiatement les expériences et les lois de Torricelli et de Pascal sur la pression atmosphérique (1643-1647).

L'âge héroïque de la physique expérimentale se situe au XVIIe et au XVIIIe siècle. C'est l'époque où, dans des centaines de laboratoires disséminés à travers toute l'Europe, des savants, des amateurs, des curieux mesurent, pèsent, comparent, avec des appareillages plus ou moins efficaces, les *faits de nature*. Ils découvrent alors des relations simples entre les grandeurs qui mesurent ces faits, et les expriment dans des *lois*. L'aboutissement de ce grand effort européen sera la synthèse faite par Newton des lois de la Mécanique, dans le livre qui est sans doute le plus fameux de toute l'histoire de la physique, intitulé *Principes mathématiques de philosophie naturelle*, composé entre 1683 et 1687, date de sa publication.

Au XIXe siècle, âge d'or de la physique dite classique, les physiciens ont eu l'œil fixé sur le modèle newtonien : observer, mesurer, traduire par des lois fonctionnelles les résultats de l'expérimentation. Trois grandes branches de la physique se développent séparément : la physique des systèmes énergétiques qu'on nomme *thermodynamique*, dont Carnot et Clausius furent les initiateurs ; la physique des phénomènes périodiques, plus spécialement l'*optique ondulatoire* inaugurée par Fresnel et qui s'appuie sur le magistral outil mathématique de Joseph Fourier (les séries de Fourier, 1812) ; la *physique de l'électricité*, à laquelle Ampère et Faraday donnent ses lettres de noblesse dès 1820-1830. Chacun de ces trois corpus est unifié, vers les années 1860, par une synthèse théorique : celle de Boltzmann pour la thermodynamique, celle de Maxwell pour l'électricité et les phénomènes lumineux.

A la fin du XIXe siècle, des découvertes impressionnantes, rencontrées dans le sillage des théories de Maxwell, ouvrent aux physiciens un nouveau domaine : celui de la *physique de la matière*, qui semble d'abord prolonger et expliquer les faits chimiques, étudiés scientifiquement depuis les travaux de Priestley et de Lavoisier à la fin du XVIIIe siècle. Très rapidement l'expérimentation va devenir sophistiquée, et les interprétations théoriques hautement abstraites. L'aboutissement de ces « trente années qui ébranlèrent la physique », pour reprendre le titre d'un ouvrage de Gamow, c'est la *physique quantique*, dont il sera bien souvent question dans cet ouvrage. Dans le même temps, Einstein affinait la mécanique newtonienne en développant, à partir de 1905, la théorie de la relativité.

Les concepts scientifiques.

La mise en ordre des faits d'observation et d'expérience a conduit les savants à créer, dans chaque branche de la physique, un *système de concepts*. Ainsi, les notions de masse, de force, d'énergie cinétique et d'énergie potentielle, de quantité de mouvement, etc., en dynamique ; celles d'équilibre, de chaleur, de température, d'état d'un système, etc., en mécanique statistique (thermodynamique) ; celles de charge électrique, de champ électrique, de flux, etc., en électrostatique ; etc.

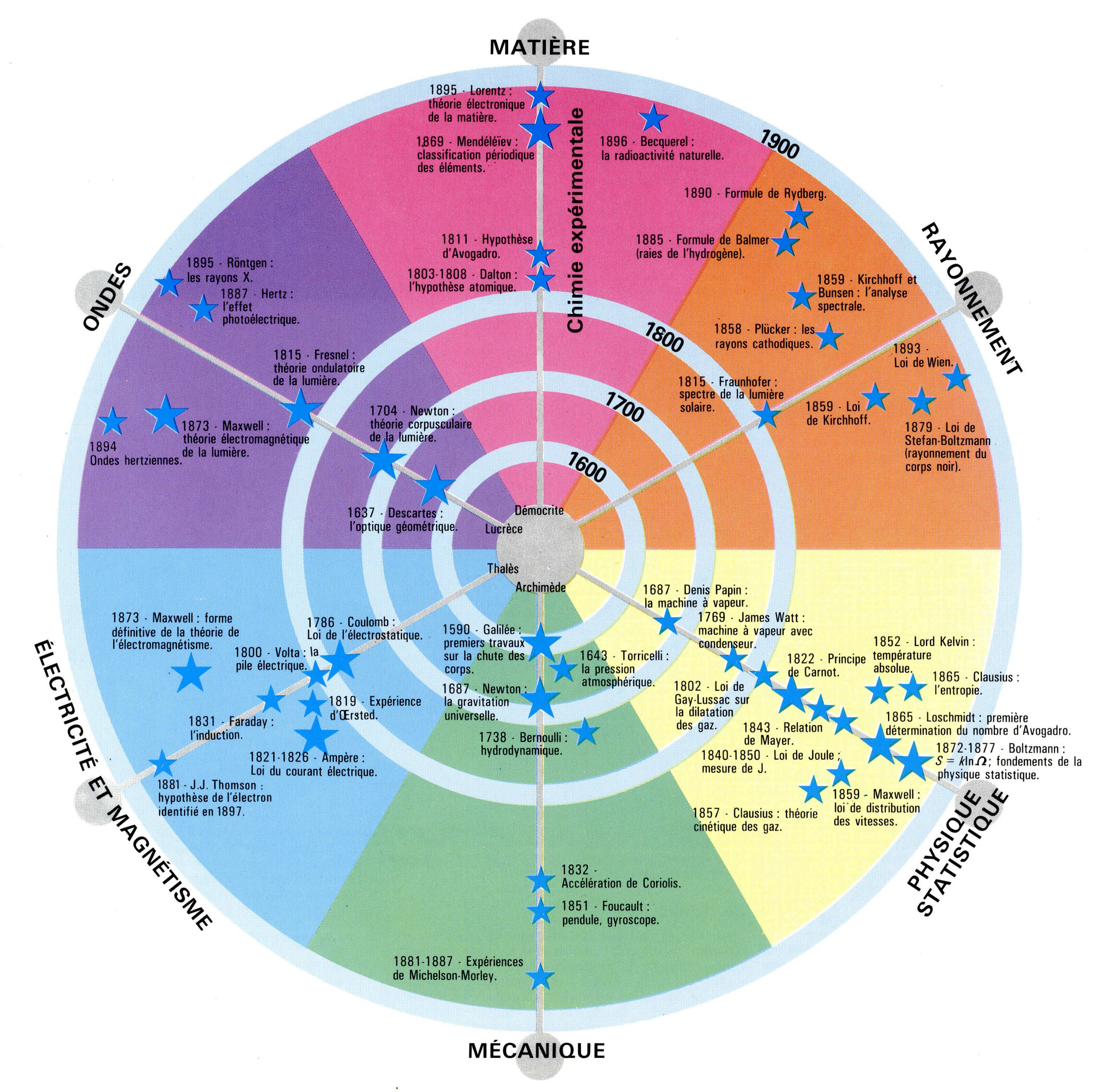
Tous ces concepts ne sont pas sur le même plan, et l'exposé de la physique exige qu'on parte de concepts fondamentaux, auxquels on rattache, de proche en proche, les autres concepts. Mais quels sont les concepts *vraiment* fondamentaux ? Ceux qui peuvent se rattacher à l'expérience perceptive immédiate ? Ceux qui ont le plus de généralités ? Ceux qui s'expriment de la manière mathématique la plus simple ? Voici un exemple : je lance une pierre loin devant moi, et je veux étudier le mouvement de cette pierre ; les facteurs qui le conditionnent sont nombreux et correspondent tous à des concepts « fondamentaux » :

1 - le mouvement de la pierre se produit en vertu de l'*énergie* que lui communique le *travail* de mes muscles ;

2 - les éléments de ce mouvement (trajectoire, vitesse, accélération) dépendent de la *masse* de la pierre, de l'action (à distance) de la *gravitation*, de la force appliquée à la pierre lorsque je la lance ;

3 - il y a lieu de décrire aussi l'*énergie cinétique* et la *quantité de mouvement* de la pierre.

Tous ces concepts se commandent les uns les



Les grandes étapes des sciences de la nature, de 1600 à 1900.
Jusqu'à la fin du XIXe siècle, les principales branches de la physique se développent à peu près indépendamment les unes des autres et la science de la matière se limite, pour l'essentiel, à la chimie expérimentale. Toutefois, on voit se dessiner quelques ponts interdisciplinaires, signalés ici par un déplacement des étoiles marquant les points de repère.

autres, de sorte que les définitions risquent de se transformer en cercle vicieux. Ainsi, pour rendre convenablement compte des lois de la nature, il convient de partir de la notion d'*énergie,* puisque, finalement, la physique est la science de la conservation de l'énergie (celle-ci pouvant prendre diverses formes et, en particulier, se transformer en *matière* selon la relation d'Einstein, énoncée p. 19). Malheureusement, les hommes n'ont pas commencé par mesurer de l'énergie ; ils ont d'abord été confrontés avec des réalités telles que le *poids terrestre* d'un corps, qui, en un lieu donné du globe est proportionnel à sa *masse.* De sorte que les concepts de masse et de force (le « poids terrestre » est la force avec laquelle une masse est attirée par la Terre) sont historiquement plus « fondamentaux » que ceux d'énergie ou de quantité de mouvement.

La physique et les physiques.

Microphysique et macrophysique.

L'univers dont la physique cherche à connaître les lois est composé de particules matérielles : molécules, atomes, noyaux atomiques, particules constituant atomes et noyaux, particules diverses observées dans les *chambres à bulles* (voir p. 113). La première particule découverte fut l'*électron,* baptisé en 1891 par l'astronome irlandais G. J. Stoney qui en soupçonnait l'existence, existence mise en évidence en 1897 par J. J. Thomson, en expérimentant sur des rayons cathodiques (voir p. 77). Les réalités matérielles (un volume gazeux, un astre, un morceau d'aluminium, etc.) sont des systèmes contenant des milliards de milliards de particules.

● *Le but de la physique* est de construire des *théories* qui décrivent les propriétés et le devenir des systèmes matériels. Depuis 1925-1927, on sait que ces théories ne sont pas les mêmes selon l'*échelle* du système.

— A l'échelle de l'atome, c'est-à-dire lorsqu'il s'agit de systèmes où les longueurs sont de l'ordre du *nanomètre* (milliardième de mètre) ou de l'*angström* (dix-milliardième de mètre), et lorsque les quantités d'énergie en jeu sont comparables, en ordre de grandeur, avec une constante appelée *constante de Planck* et désignée par le symbole *h* (voir p. 94 la définition de la constante de Planck), la théorie qui décrit le mieux ces systèmes est appelée *physique quantique.*

— A l'échelle « humaine » (et aussi à celle des étoiles et des galaxies), la théorie la plus satisfaisante est appelée *physique statistique* ; les lois qu'elle énonce sont celles qui peuvent être induites expérimentalement.

La physique quantique est aussi appelée *microphysique* (en grec, *mikros* = « petit ») et la physique statistique *macrophysique* (*makros* = « grand »).

● *Remarques.*

1 - Historiquement, la macrophysique a précédé la microphysique, puisque les premières approches de la nature ont été expérimentales.

2 - La microphysique est née le 14 décembre 1900, lorsque le physicien allemand Max Planck a exposé, devant ses collègues berlinois de la *Société allemande de physique,* la loi du rayonnement du corps noir (un corps noir, porté à une certaine température, rayonne de l'énergie ; la loi qui rend compte de ce rayonnement fait intervenir la constante *h,* qu'on a justement nommée la *constante de Planck* et qui joue un rôle capital en microphysique, comme on devait s'en rendre rapidement compte).

3 - Le développement de la physique quantique a eu pour origine les travaux d'Einstein sur l'effet photoélectrique, en 1905 (voir p. 66), et ceux du Danois Niels Bohr, en 1913, sur la structure de l'atome d'hydrogène (voir p. 76). Toutefois, il faut attendre l'hypothèse de Louis de Broglie sur les *ondes associées aux électrons* (1923), la *mécanique matricielle* de Heisenberg (1925) et la *mécanique ondulatoire* de Schrödinger (1926) pour que se constitue la théorie générale des systèmes de particules, à savoir la *mécanique quantique.* L'achèvement de celle-ci est dû, en outre, aux travaux de Max Born (sur l'interprétation statistique de la mécanique quantique), de P. A. M. Dirac (sur l'électrodynamique quantique et la théorie des antiparticules), d'Enrico Fermi (physique nucléaire), de G. Gamow, de Wolfgang Pauli (principe d'exclusion, hypothèse du neutrino), d'Arnold Sommerfeld (théorie relativiste de l'atome d'hydrogène et *constante de structure fine*), de Hideki Yukawa (hypothèse du *méson* et théorie des champs), de E. P. Wigner (principes de symétrie en mécanique quantique), de Murray Gell-Mann (les *quarks,* théorie de l'octuple voie), etc.

4 - La physique macroscopique étudie des systèmes constitués d'un très grand nombre de particules. Ainsi un volume gazeux isolé dans une enceinte cubique contient un nombre de molécules de l'ordre de 10^{23} (100 000 milliards de milliards) ; pour étudier un tel système, on ne peut pas examiner le comportement individuel de chaque molécule, mais il est en revanche possible d'étudier leur comportement statistique. Nous ignorons, par exemple, quel sera le point d'impact d'une molécule particulière sur les parois du vase, mais nous pouvons admettre que les 10^{23} molécules se répartiront statistiquement sur les six faces du cube à un instant donné (c'est-à-dire que la pression exercée par le gaz sur les parois de l'enceinte est la même en tout point d'une paroi quelconque).

● *Anecdote étymologique.* Le mot « quantique » vient du latin *quantum* (pluriel : *quanta*) qui signifie « une quantité ». Un *quantum* d'énergie est une quantité (très petite) d'énergie, mesurée à l'aide de la constante *h.*

La vitesse de la lumière et la physique relativiste.

Einstein a posé comme postulat que la vitesse *c* de propagation des ondes lumineuses dans le vide était indépendante du mouvement relatif de la source lumineuse par rapport à l'observateur. En 1905, il a *restreint* ce principe au cas d'un mouvement uniforme, et, à partir de 1911, il l'a *généralisé* à un mouvement quelconque, fondant ainsi les deux théories appelées *relativité restreinte* et *relativité générale.*

Nous exposerons ces théories ultérieurement, et nous retiendrons ici que, lorsque des particules matérielles sont animées d'un mouvement uniforme de vitesse *v* relativement petite par rapport à la vitesse *c* de la lumière, la théorie qui les décrit est la *mécanique classique.* Mais, si *v* est grand en comparaison de *c*, c'est-à-dire si le rapport :

$$\beta = \frac{v}{c} \qquad (1)$$

n'est pas négligeable, la théorie classique n'est plus vraie, et il faut faire appel, pour décrire le mouvement, à la *mécanique relativiste.*



Ph. © Bavaria-Verlag. T.

Max Planck (1858-1947) : professeur de physique théorique à Berlin, à partir de 1899, il a introduit la fameuse constante h qui porte son nom en 1900, pour rendre compte de la théorie du rayonnement du corps noir. Prix Nobel de physique en 1918.

L'outil mathématique.

Écriture des nombres et des unités.

Les grandeurs physiques sont mesurées à l'aide d'*unités* conventionnelles (voir ci-dessous p. 7). Les noms et les symboles de ces unités ont été normalisés, pour faciliter notamment la communication internationale des connaissances. Les règles détaillées de normalisation sont fournies par des organismes adéquats (par exemple, en France, par l'AFNOR, sigle qui désigne l'*Association française de normalisation*). Rappelons ici la liste des préfixes concernant les multiples et sous-multiples.

Multiples et sous-multiples des unités. On rappelle que 10^n ***signifie : «*** 1 ***suivi de*** n ***zéros » et que*** 10^{-n} ***signifie : «*** 0,00 ... 1 ***»,*** 1 ***étant le*** n***-ième chiffre après la virgule. Ainsi*** 10^7 = 10 000 000 ***et*** 10^{-7} = 0,000 000 1.

Facteur multipliant l'unité	Préfixe à mettre devant l'unité	Symbole à mettre avant celui de l'unité
10	déca	da
100	hecto	h
1 000	kilo	k
1 000 000 = 10^6	méga	M
1 milliard = 10^9	giga	G
10^{12}	téra	T
10^{15}	peta	P
10^{18}	exa	E
10^{-1}	déci	d
10^{-2}	centi	c
10^{-3}	milli	m
10^{-6}	micro	µ
10^{-9}	nano	n
10^{-12}	pico	p
10^{-15}	femto	f
10^{-18}	atto	a

L'analyse.

L'analyse est une théorie mathématique. Son application à la physique tient au fait qu'un phénomène φ, mesurable, dépend en général de plusieurs grandeurs *a, b, c, d,* ... qui sont des *nombres réels.* La loi physique décrivant le phénomène se met sous la forme fonctionnelle :

$$\varphi = f(a, b, c, d, \ldots) \ . \qquad (1)$$

Dans bien des chapitres de physique, le but à atteindre est la détermination de la fonction φ, à partir des données de l'expérience. Nous nous limiterons à quelques généralités approchées.

1 - Une grandeur *y* fonction d'une variable *x* s'écrit $y = f(x)$, expression qui se lit « *y* = *f* de *x* ». Pour l'étudier, on peut être conduit :

— à diviser la fonction *y* en intervalles *infiniment petits* notés d*y* ; la grandeur d*y* est appelée une *différentielle* ;

— à étudier le quotient d*y*/d*x* de la différentielle de la fonction par la différentielle de la variable et qu'on appelle *dérivée y'* de la fonction *y* (si elle existe) ;

— à faire la somme à l'infini des grandeurs d*y* entre deux valeurs *x* = *a* et *x* = *b* de la variable ; on dit alors qu'on calcule une *intégrale définie* et l'on écrit :

$$y = \int_a^b \mathrm{d}y \ ; \qquad (2)$$

— à calculer *y* à partir d'une équation dans laquelle figurent *y* et ses dérivées successives ; une telle équation est une *équation différentielle.*

2 - Parmi les fonctions qu'on rencontre le plus fréquemment en physique, il faut citer :

— les *fonctions circulaires* sin *x*, cos *x*, tan *x* ;

— la fonction exponentielle $y = e^u$ (*u* = fonction de *x*), e étant un nombre défini et dont la valeur est :

$$e = 2{,}718\,281\,828\ldots \ ; \qquad (3)$$

— la fonction *logarithme népérien,* notée ln *x*, et la fonction *logarithme décimal* notée lg *x*.

3 - En physique théorique, il peut être avantageux de représenter une grandeur par un *vecteur* ou par une *matrice,* qui sont des êtres mathématiques plus généraux que les nombres réels.

Précisions sur les vecteurs.

Une grandeur non dirigée — par exemple une masse, une énergie, une charge électrique — est dite *scalaire* (du latin *scala* : « échelle ») ; elle est pleinement définie par un nombre réel. Il n'en est pas de même des *grandeurs orientées,* telles une force, une vitesse, une position. Ces dernières sont représentées par des *vecteurs* à deux ou trois dimensions, selon qu'on se place dans le plan ou dans l'espace.

● *Notation vectorielle.* Un vecteur est représenté par un symbole écrit *en **gras*** ou surmonté d'une flèche, pour ne pas confondre avec les grandeurs scalaires :

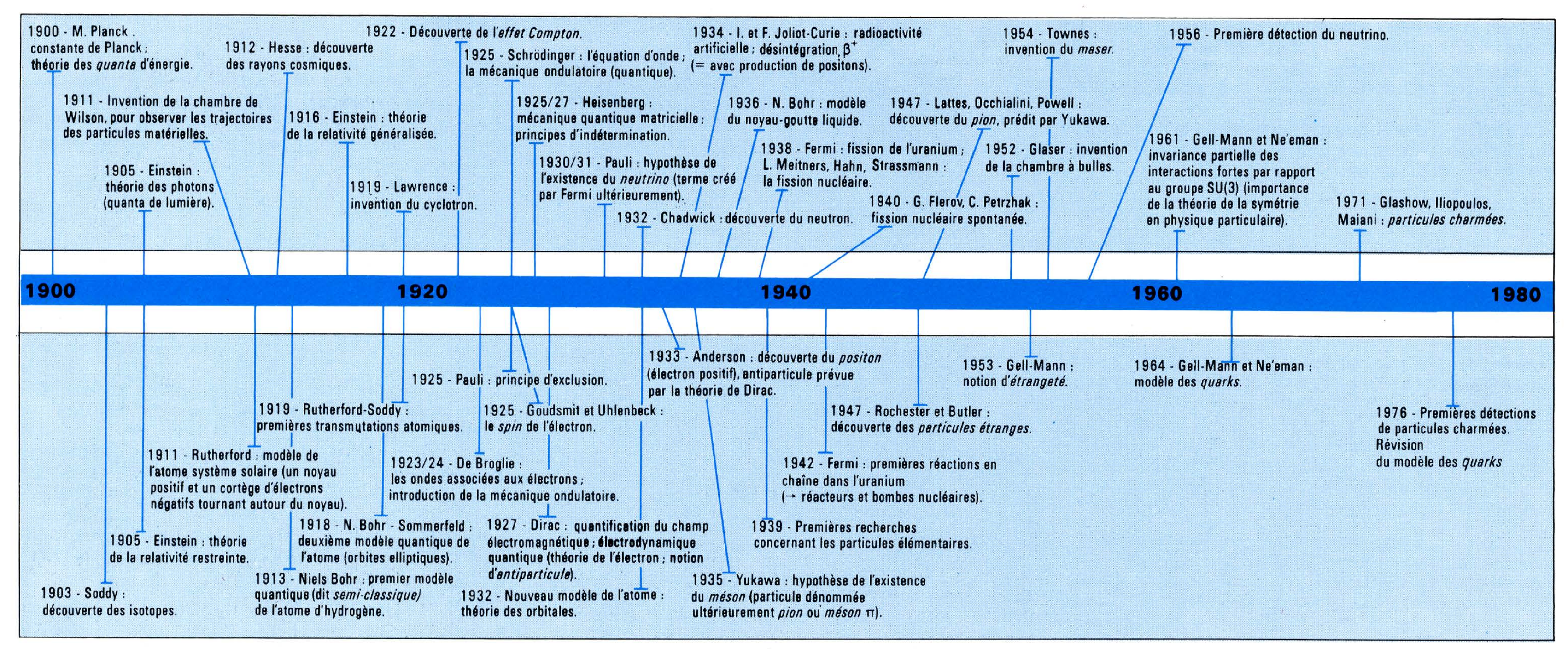
$$\boldsymbol{v} \text{ ou } \vec{v} \ ; \quad \boldsymbol{AB} \text{ ou } \overrightarrow{AB} \, .$$

La grandeur géométrique d'un vecteur est appelée son *module* ou *valeur absolue* ; elle s'écrit de l'une des trois manières suivantes :

$$\left. \begin{array}{c} |\boldsymbol{v}| \\ |\vec{v}| \\ v \end{array} \right\} = \text{module du vecteur } \boldsymbol{v} \, .$$

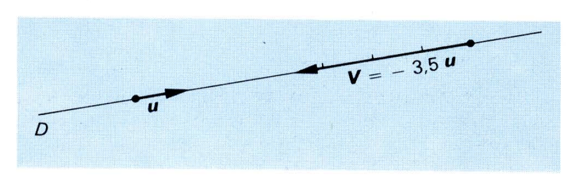
● *Vecteurs unitaires.* Une droite *D* portant un vecteur ***u*** de module unité est dite *orientée* par ce vecteur, qu'on nomme *vecteur unitaire* de la droite *D.* Tout vecteur ***V*** porté par la droite *D* et dont le module est *k* s'écrit alors :

$$\boldsymbol{V} = k\boldsymbol{u} \ , \qquad (4)$$



Principales étapes de la physique depuis 1900.
On constate que le centre d'intérêt des physiciens a varié au cours du XXe siècle : avant la Première Guerre mondiale, ce sont les théories relativistes et les modèles de l'atome qui sont à l'ordre du jour ; la mécanique quantique a été élaborée au temps des « années folles » et du surréalisme ; la radioactivité artificielle est contemporaine des années de crise de la Deuxième Guerre mondiale ; la physique nucléaire et la physique des particules ont pu se développer grâce aux énormes moyens mis à la disposition des savants depuis 1945 et à la coopération internationale.

k étant un réel positif si $\boldsymbol{V}$ et $\boldsymbol{u}$ sont de même sens, et un réel négatif dans le cas contraire.



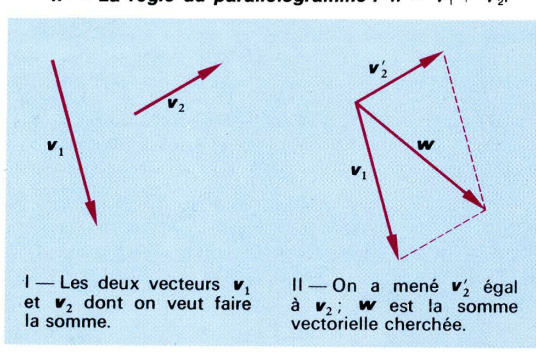
La droite DV est orientée par le vecteur $\vec{u}$, le vecteur $\vec{V}$ a pour mesure : $\vec{V} = -3{,}5\,\vec{u}$.

● *Opérations vectorielles.* Les opérations vectorielles sont l'addition, la soustraction et le produit vectoriels, la multiplication par un scalaire (= homothétie) et le produit scalaire. Les trois premières nommées font correspondre à deux vecteurs $\boldsymbol{v}_1$ et $\boldsymbol{v}_2$ un troisième vecteur appelé, selon les cas, somme, différence ou produit des deux vecteurs. Les deux autres font intervenir, comme on va le voir, des grandeurs scalaires. Voici quelques remarques pratiques concernant les vecteurs géométriques :

— Dire que deux vecteurs sont *égaux* signifie qu'ils ont même direction (ils sont portés par une même droite ou par des droites parallèles), même sens sur cette direction et même module.

— La *somme* $\boldsymbol{w}$ de deux vecteurs $\boldsymbol{v}_1$ et $\boldsymbol{v}_2$ est la diagonale du parallélogramme construit sur le vecteur $\boldsymbol{v}_1$ et $\boldsymbol{v}_2$. L'égalité $\boldsymbol{w} = \boldsymbol{v}_1 + \boldsymbol{v}_2$ fournit la définition de la soustraction vectorielle $\boldsymbol{w} - \boldsymbol{v}_2 = \boldsymbol{v}_1$.

Addition vectorielle.
I — Les deux vecteurs $\vec{v}_1$ et $\vec{v}_2$ à additionner.
II — La règle du parallélogramme : $\vec{w} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2$.



I — Les deux vecteurs $\boldsymbol{v}_1$ et $\boldsymbol{v}_2$ dont on veut faire la somme.

II — On a mené $\boldsymbol{v}'_2$ égal à $\boldsymbol{v}_2$; $\boldsymbol{w}$ est la somme vectorielle cherchée.

— Le *produit vectoriel* $\boldsymbol{w}$ de deux vecteurs $\boldsymbol{v}_1$ et $\boldsymbol{v}_2$ s'écrit à l'aide du symbole « × » (on utilise parfois l'ancien symbole « ∧ », maintenant refusé par la nomenclature AFNOR) :

$$\boldsymbol{w} = \boldsymbol{v}_1 \times \boldsymbol{v}_2 . \tag{5}$$

Le vecteur $\boldsymbol{w}$ se construit selon les règles suivantes :

1 - sa direction est perpendiculaire au plan défini par les vecteurs $\boldsymbol{v}_1$ et $\boldsymbol{v}_2$;

2 - son sens est défini par la règle du tire-bouchon : on fait tourner le vecteur $\boldsymbol{v}_1$ (multiplicande) du plus petit angle θ qui l'amène en coïncidence avec le vecteur $\boldsymbol{v}_2$ (multiplicateur) ; le sens de $\boldsymbol{w}$ est le sens de progression d'un tire-bouchon qui tournerait dans le même sens que le vecteur $\boldsymbol{v}_1$;

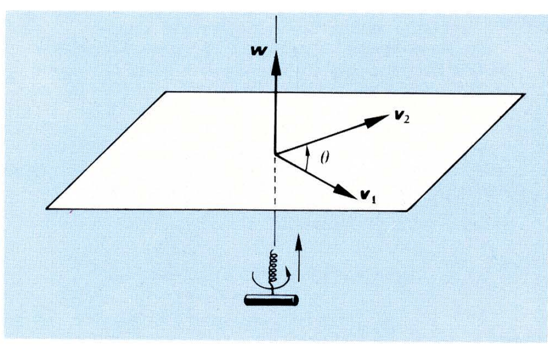
3 - son module w est égal à la surface du parallélogramme construit sur $\boldsymbol{v}_1$ et $\boldsymbol{v}_2$, soit :

$$w = v_1\, v_2 \sin\theta . \tag{6}$$

La règle n° 2 nous montre que le produit vectoriel n'est pas commutatif et que l'on a :

$$\boldsymbol{v}_1 \times \boldsymbol{v}_2 = -\,\boldsymbol{v}_2 \times \boldsymbol{v}_1 . \tag{7}$$

Nous reviendrons sur ce point plus loin.



Produit vectoriel : $\vec{w} = \vec{v}_1 \times \vec{v}_2$.

— La *multiplication par un scalaire k* (nombre réel) transforme un vecteur $\boldsymbol{v}$ en un vecteur $\boldsymbol{w} = k\boldsymbol{v}$ de module $w = kv$, de même sens que $\boldsymbol{v}$ si k est positif, de sens contraire si k est négatif. Deux vecteurs tels que $\boldsymbol{w}$ et $\boldsymbol{v}$ sont dits *colinéaires*. En vertu de la relation (6), on voit que le produit vectoriel de deux vecteurs colinéaires est nul ($\theta = 0$).

— Le *produit scalaire* de deux vecteurs $\boldsymbol{v}_1$ et $\boldsymbol{v}_2$ est un *nombre réel* (et non pas un vecteur) dont la valeur est

$$p = v_1\, v_2 \cos\theta , \tag{8}$$

θ désignant l'angle des vecteurs $\boldsymbol{v}_1$ et $\boldsymbol{v}_2$. On le désigne par un point placé entre les deux vecteurs : $\boldsymbol{v}_1 . \boldsymbol{v}_2$ (lire « $\boldsymbol{v}_1$ scalaire $\boldsymbol{v}_2$ »). Comme $\cos 90° = 0$, le produit scalaire de deux vecteurs perpendiculaires est nul. Si les deux vecteurs sont égaux le produit p est le *carré scalaire* du vecteur considéré :

$$p = \boldsymbol{v} . \boldsymbol{v} = \boldsymbol{v}^2 = v^2 . \tag{9}$$

● *Vecteurs polaires et vecteurs axiaux.* Le sens du vecteur $\boldsymbol{w} = \boldsymbol{v}_1 \times \boldsymbol{v}_2$ dépend de la convention choisie pour orienter les rotations dans le plan ($\boldsymbol{v}_1$, $\boldsymbol{v}_2$). Si nous avions choisi un tire-bouchon comme on en vend dans les magasins de farces et attrapes, dont le pas est inversé, le vecteur $\boldsymbol{w}$ serait orienté en sens contraire du sens défini plus haut qui, disons-le au passage, est appelé plus sérieusement *convention du trièdre direct*.

Un vecteur dont le sens dépend de la convention choisie est appelé un *vecteur axial*. On le note à l'aide d'une flèche courbe : $\overset{\curvearrowright}{w}$ ou $\overset{\curvearrowright}{\boldsymbol{w}}$. Toutefois, pour les calculs, un vecteur axial se comporte comme un vecteur *polaire* (dont le sens ne dépend pas de la convention choisie pour orienter les rotations dans le plan) et nous négligerons la précision de la flèche courbe quand cela ne sera pas nécessaire.

● *Traduction analytique.* Quand on raisonne sur des grandeurs vectorielles, on peut se passer de calculer leurs modules ; toutefois ce calcul est inévitable au stade des applications pratiques (ou des exercices). D'où la nécessité de traduire en langage analytique le calcul vectoriel.

Dans ce qui suit, nous supposerons que nous nous rapportons à un trièdre trirectangle $Oxyz$ dont les axes Ox, Oy et Oz sont respectivement orientés par les vecteurs unitaires $\boldsymbol{i}$, $\boldsymbol{j}$ et $\boldsymbol{k}$. Un vecteur $\boldsymbol{v}$ est alors la somme vectorielle de trois vecteurs ($\boldsymbol{X}$, $\boldsymbol{Y}$, $\boldsymbol{Z}$) portés par les axes de coordonnées et tels que :

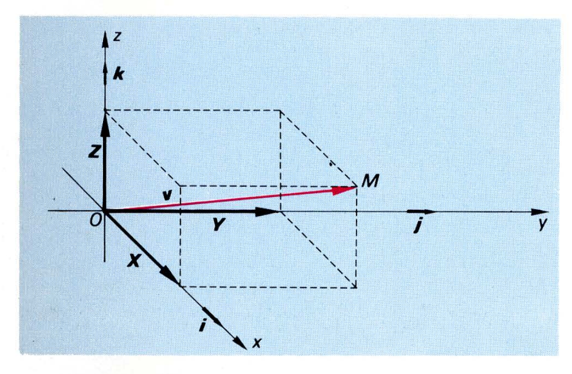
$$\boldsymbol{X} = X\boldsymbol{i} ; \quad \boldsymbol{Y} = Y\boldsymbol{j} ; \quad \boldsymbol{Z} = Z\boldsymbol{k} . \tag{10}$$

On peut alors écrire :

$$\boldsymbol{v} = X\boldsymbol{i} + Y\boldsymbol{j} + Z\boldsymbol{k} . \tag{11}$$

Les grandeurs (X, Y, Z) sont les *composantes scalaires* ou *coordonnées* du vecteur $\boldsymbol{v}$, dont le module a pour valeur :

$$v = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2} . \tag{12}$$



Composantes d'un vecteur.
Dans le cas de la figure, on a choisi un vecteur $\vec{v} = \overrightarrow{OM}$ ***dont l'origine coïncide avec l'origine*** O ***du référentiel. On a :*** $X = +3$; $Y = +7$; $Z = +4$. ***Donc le vecteur*** $\vec{v}(3, 7, 4)$ ***s'écrit aussi*** $\vec{v} = 3\,\vec{i} + 7\,\vec{j} + 4\,\vec{k}$, ***et son module est*** $v = \sqrt{9 + 49 + 16} = 8{,}602...$

Formules permettant de calculer *x*	Incertitudes (absolues ou relatives) commises sur *x*
$x = a \pm b$	$\Delta x = \Delta a + \Delta b$
$x = ka$	$\Delta x = \lvert k \rvert . \Delta a$
$x = ka^{\alpha}$	$\frac{\Delta x}{x} = \left\lvert \alpha \frac{\Delta a}{a} \right\rvert$
$x = a . b ...$	$\frac{\Delta x}{x} = \frac{\Delta a}{a} + \frac{\Delta b}{b} + \cdots$
$x = k . a^{\alpha} b^{\beta} ...$	$\frac{\Delta x}{x} = \left\lvert \alpha \frac{\Delta a}{a} \right\rvert + \left\lvert \beta \frac{\Delta b}{b} \right\rvert + \cdots$

Incertitudes : a et b sont des grandeurs mesurées indépendamment l'une de l'autre ; α ***et*** β ***sont positifs, négatifs ou nuls.***



Jean-Baptiste Delambre (1749-1822), astronome français, élève de l'illustre Lalande. Avec Méchain, il mesura la longueur de l'arc de méridien compris entre Dunkerque et Barcelone, ce qui fournit, en 1799, la longueur du mètre-étalon défini par le **Système métrique.**

MESURES PHYSIQUES.

Mesurer, c'est se tromper.

Méthodes de mesure.

Mesurer une grandeur, c'est la comparer à une autre grandeur de même espèce choisie comme unité. Comme tout ce qui est humain, les mesures des grandeurs sont sujettes à des erreurs dues aux imperfections des instruments et à celles de leurs utilisateurs.

Une mesure peut être *directe* (lecture sur un instrument de mesure : mètre, ampèremètre, balance, etc.) ou *indirecte* (par une expérience plus ou moins compliquée, par exemple : méthode de double pesée), ou encore *différentielle* (on mesure l'écart entre une grandeur à mesurer et une autre grandeur de même espèce). Dans tous les cas, les qualités de l'appareil de mesure conditionnent la qualité de la mesure ; elles sont au nombre de trois : la fidélité, la sensibilité et la justesse. Un instrument est dit *fidèle* si, employé dans des conditions identiques, il fournit toujours les mêmes résultats ; il est dit *sensible* s'il présente la capacité de répondre à de petites variations de la grandeur à mesurer ; il est dit *juste* si l'indication qu'il fournit correspond à la grandeur mesurée.

Incertitudes.

● *Définition.* Soit x_0 la *vraie valeur* d'une grandeur à mesurer ; cette valeur sera toujours inconnue, en raison des imperfections des instruments de mesure et des erreurs — même très petites — commises par l'expérimentateur. Pour évaluer la grandeur considérée, on effectue plusieurs mesures, qui fournissent des résultats voisins : x_1, x_2, ... ; la moyenne x de toutes ces mesures est la *valeur la plus probable* de x_0.

— Chaque grandeur particulière x_1, x_2, ... présente un *écart* (excès ou défaut) par rapport à x ; la valeur absolue du plus grand écart par rapport à x est appelée *incertitude maximale sur x*, et notée Δx (lire : « delta x » ou « delta de x »).

— Le rapport $\Delta x/x$ est appelé *incertitude relative* sur x ou, plus exactement, *limite supérieure* de l'incertitude relative sur x.

— Quand on énonce une mesure, on doit toujours l'exprimer sous la forme $x \pm \Delta x$, Δx étant l'incertitude maximale. Par exemple, si x est une masse :

$$x = 40{,}55 \text{ g} \pm 0{,}06 \text{ g} \qquad (1)$$

signifie que la masse considérée est comprise entre 40,49 g et 40,61 g, sa valeur la plus probable étant 40,55 g.

● *Calcul des incertitudes.* Dans le cas d'une mesure indirecte, la grandeur x est évaluée à partir de la mesure de grandeurs a, b, ... sur lesquelles on connaît les incertitudes maximales Δa, Δb, ... Par exemple, la surface x d'un rectangle de longueur a et de largeur b est $x = ab$. Pour déterminer une limite maximale de l'erreur commise sur x, on utilise les résultats du tableau ci-après, qui peuvent être démontrés rigoureusement.

Systèmes d'unités.

Le système SI.

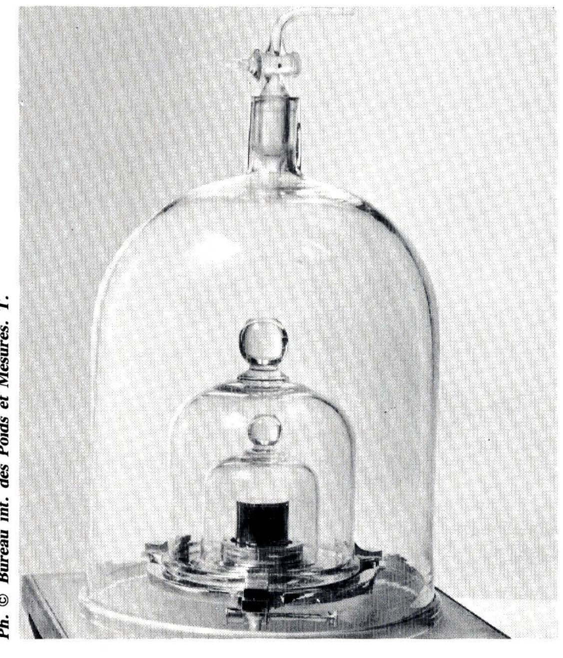
Actuellement, tous les savants du monde entier font usage du *Système International d'unités*, appelé *système SI* ; en France, ce système a été imposé par le décret du 3 mai 1961, modifié par les décrets du 5 janvier 1966 et du 4 décembre 1975. Ce système est résumé dans les tableaux A, B et C, p. 161.

Le système SI est un système métrique décimal comportant sept unités fondamentales à partir desquelles se définissent toutes les unités dérivées :

— le *mètre* (m), unité de longueur ;
— le *kilogramme* (kg), unité de masse ;
— la *seconde* (s), unité de temps ;
— l'*ampère* (A), unité d'intensité de courant électrique ;
— le *kelvin* (K), unité de température thermodynamique ;
— la *mole* (mol), unité de quantité de matière ;
— la *candela* (cd), unité d'intensité lumineuse.

Ces unités fondamentales sont elles-mêmes définies par référence à des *étalons de mesure.* A ce propos, on notera que les étalons de longueur et de temps ont varié depuis la création du système métrique. Lorsque les savants français mirent au point ce système en 1790/91 (il s'agissait de Borda, Condorcet, Lagrange, Laplace et Monge), ils définirent le mètre comme la dix-millionième partie du quart du méridien terrestre et la seconde comme la 86 400e partie du « jour solaire moyen ». Ces étalons se sont révélés insuffisants, compte tenu des précisions exigées notamment dans le domaine de la physique atomique. De nos jours, le mètre étalon est défini par rapport à la longueur d'onde, dans le vide, d'une radiation particulière émise par l'atome de krypton 86 (le krypton est un gaz rare de l'air, connu depuis 1898). Quant à la seconde, elle est définie par rapport à la période d'une radiation émise par l'atome de césium 133 dans des conditions bien déterminées.

Le kilogramme-étalon.
Cette masse de platine irridié déposée au pavillon de Breteuil à Sèvres, définit l'unité de masse dans le **Système International d'unités.**



Autres systèmes d'unités.

Jusqu'à une époque récente, on a utilisé en physique des systèmes autres que le système SI ; leur emploi est maintenant périmé (et même interdit) :

— le système CGS (centimètre, gramme, seconde), dans lequel l'unité de force était la *dyne* et l'unité d'énergie l'*erg* ;
— le système MTS (mètre, tonne, seconde), légal en France avant 1961 ; l'unité de force y était le *sthène* et celle d'énergie le *kilojoule* ;
— le système MKS (mètre, kilogramme-force, seconde), dans lequel l'unité de force est une unité de base et l'unité de masse une unité dérivée.

Enfin, signalons que les techniciens emploient souvent des unités hors système, consacrées par l'usage (mais illégales), comme le *nœud* marin (vitesse), l'*atmosphère* (pression), etc.

Équations aux dimensions.

Convenons de désigner par des lettres capitales L, M, T les dimensions fondamentales de longueur, de masse et de temps. Soit à mesurer une *surface* : les règles de la géométrie nous enseignent que nous serons conduits, pour l'évaluer, à multiplier une longueur par une autre. En d'autres termes, une surface est une « dimension » de la forme : longueur × longueur = L^2 ; on dit encore que L^2 est la *dimension principale* d'une surface. Dans le système SI, une dimension L est mesurée en mètres, donc une surface L^2 est mesurée en mètres carrés. De même une vitesse est le quotient d'une longueur par un temps : sa dimension principale est donc $L/T = LT^{-1}$. Et ainsi de suite.

Plus généralement, une grandeur G rapportée aux dimensions fondamentales L, M et T peut s'écrire :

$$G = [L^{\alpha} M^{\beta} T^{\gamma}] \qquad (1)$$

(les crochets indiquent qu'il s'agit de dimensions) ; l'équation (1) est l'*équation aux dimensions* de la grandeur G. Voici quelques exemples simples.

— Une accélération est le quotient d'une vitesse par un temps ; comme les dimensions d'une vitesse sont $[LT^{-1}]$, les dimensions d'une accélération sont donc $[LT^{-1} \times T^{-1}] = [LT^{-2}]$.

— Une force est le produit d'une masse par une accélération, donc ses dimensions sont $[MLT^{-2}]$.

— Un travail est le produit d'une force par une longueur ; donc ses dimensions sont $[MLT^{-2} \times L] = [ML^2 T^{-2}]$.

CINÉMATIQUE.

L'univers physique que nous voulons décrire est composé de corps en mouvement : électrons, protons, neutrons, particules du rayonnement cosmique (mésons et muons) et autres se livrent dans l'espace à une sarabande effrénée, que ce soit à l'intérieur ou à l'extérieur des atomes ; les atomes et les molécules qui composent les corps matériels participent à cette danse de Saint-Guy universelle ; les corps matériels observables à notre échelle ne sont eux-mêmes inertes qu'en apparence et sont entraînés, avec les astres sur lesquels ils se trouvent, dans les grandioses mouvements astronomiques ; quant aux astres que les observations montrent « au repos » les uns par rapport aux autres, ils sont entraînés avec les galaxies auxquelles ils appartiennent dans une course sans fin à travers l'espace et le temps.

C'est pourquoi il est normal, avant même que de décrire les lois qui régissent les phénomènes naturels, d'apprendre à mesurer et à caractériser les mouvements des corps, indépendamment de la nature de ces corps, de la quantité de matière qu'ils représentent, des causes et circonstances de ces mouvements. Tel est l'objet de la *cinématique* (du grec *kinêma* = « mouvement »).

Repérage dans l'espace-temps.

Repérage dans l'espace.

● *Relativité du mouvement.* Depuis les mémorables observations de Galilée, on sait que parler d'un mouvement absolu n'a pas beaucoup de sens (depuis les travaux d'Einstein, on sait même que c'est un non-sens) : décrire le mouvement d'un train par rapport à un poteau télégraphique au repos relatif par rapport au train ou décrire le mouvement apparent du poteau pour un observateur immobile dans le train revient au même.

Le mouvement et le repos sont des notions qui ne prennent un sens que relativement à un repère, un *référentiel.* Le poteau est immobile par rapport au train, mais il est entraîné avec la Terre dans son mouvement de rotation sur elle-même et dans son mouvement autour du Soleil ; le système solaire se meut dans la Galaxie ; etc.

● *Référentiel.* Pour repérer la position d'un point dans l'espace il faut se donner un *référentiel,* c'est-à-dire un système de coordonnées, d'origine *O* arbitraire. Dès lors la position d'un point *M* est parfaitement définie :

— soit par le *vecteur position* **OM** = **r** de ce point ;

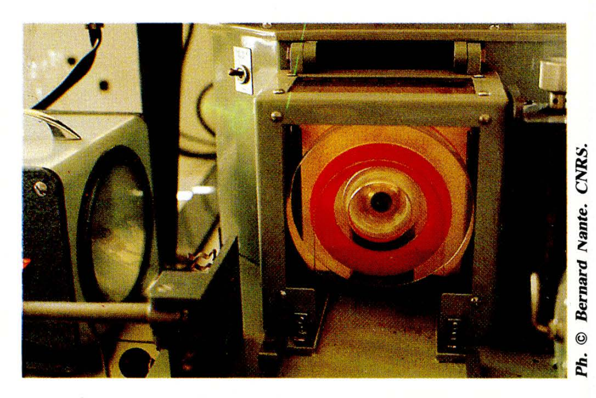
— soit par les *coordonnées* (*x*, *y*, *z*) du point *M*, qui sont aussi les composantes scalaires du vecteur position.

Le trièdre de référence, dont la forme doit rester invariante, peut être quelconque ; le choix d'un trièdre trirectangle est commode pour les calculs.

● *Référentiel galiléen.* Puisque tout se meut dans l'univers, tout référentiel est nécessairement en mouvement : il se déplace avec la partie de l'univers dont il est solidaire. S'il s'agit d'un trièdre lié à un laboratoire terrestre, il se meut avec la Terre qui tourne sur elle-même et autour du Soleil ; s'il s'agit d'un laboratoire spatial « immobile » dans le système solaire, il se meut avec le Soleil, qui possède un mouvement propre dans la Galaxie ; s'il s'agit d'un laboratoire spatial en dehors du système solaire, il participe au mouvement propre de la Galaxie ; etc.

Cela dit, comme nous allons bientôt l'expliquer, il y a deux grandes classes de mouvements : les mouvements *uniformes,* qui ne comportent aucune accélération, et les mouvements *accélérés.* Essayez de jouer aux échecs dans un avion : au décollage et à l'atterrissage, l'avion accélère (positivement pour décoller, négativement pour atterrir), et cette accélération vous colle au dossier de votre siège ou vous précipite en avant. Quant aux pions, ils se déplacent sur l'échiquier. En d'autres termes, dans un référentiel animé d'un mouvement accéléré, la position d'un objet ponctuel est perturbée par le mouvement du référentiel. En revanche, lorsque l'avion-référentiel vole à sa vitesse de croisière, qui est uniforme, plus rien ne bouge à l'intérieur de la cabine, et tout se passe comme si l'avion était immobile au sol.

Un référentiel qui ne subit aucune accélération est dit *galiléen* ; on le nomme aussi un *référentiel d'inertie.* Théoriquement, nul référentiel terrestre n'est galiléen, car le mouvement de rotation de la Terre implique une accélération centripète (voir ci-dessous p. 10). Toutefois cette accélération est souvent négligeable, compte tenu de l'imprécision des mesures humaines : on peut donc considérer un référentiel terrestre comme une approximation de référentiel galiléen. Si l'on est plus exigeant, on choisira un référentiel lié au centre du Soleil, dont l'accélération centripète est environ 100 millions de fois plus faible que celle du centre de la Terre. Avec un référentiel galactique, nous serions plus proches encore d'un référentiel galiléen parfait.



Dans cette ultracentrifugeuse, qui peut tourner à 8 000 tours par minute, une particule, située à** $r = 0{,}1$ m **de l'axe de rotation, subit l'accélération centrifuge** $w^2 r \approx 470\,000$ m/s/s, **environ 7 000 fois plus grande que l'accélération de la pesanteur : nous ne sommes pas — et de loin — dans un différentiel d'inertie.

La mesure du temps.

● *La simultanéité.* Considérons un point *A* de coordonnées (x_A, y_A, z_A) dans un référentiel galiléen et, à proximité de *A*, une horloge que nous supposerons infiniment précise. Si un événement a lieu au point *A*, on peut lui associer un nombre, lu sur l'horloge, et qui désigne le temps t_A de l'événement. On dit encore que l'événement en *A* et l'apparition du nombre t_A sur l'horloge sont des *événements simultanés.*

Soit maintenant un point *B*, de coordonnées (x_B, y_B, z_B), très éloigné de *A* et muni, lui aussi, d'une horloge identique à celle de *A* (mêmes matériaux, même structure, etc.). On peut, à l'aide de cette horloge, déterminer le temps t_B des événements qui ont lieu en *B*.

Adoptons enfin le postulat suivant : le « temps » que met la lumière pour aller de *A* vers *B* est égal au « temps » qu'elle met pour aller de *B* vers *A*. Si ce postulat vous semble une vérité première, vous êtes plus heureux que les physiciens du XIX[e] siècle, qui n'y croyaient guère (voir ci-dessous, p. 12, l'expérience de Michelson-Morley).

Cela posé, supposons que *A* et *B* soient distants de 6 000 km. Au temps t_A, lu sur la première horloge, on envoie vers *B* un signal lumineux ou hertzien. Comme la lumière se propage à la vitesse $c = 300\,000$ km/s, le « temps » mis par la lumière pour aller de *A* vers *B* vaut :

$$\frac{6\,000}{300\,000} = \frac{1}{50}\,\text{s} = 0{,}02\ \text{s}\,.$$

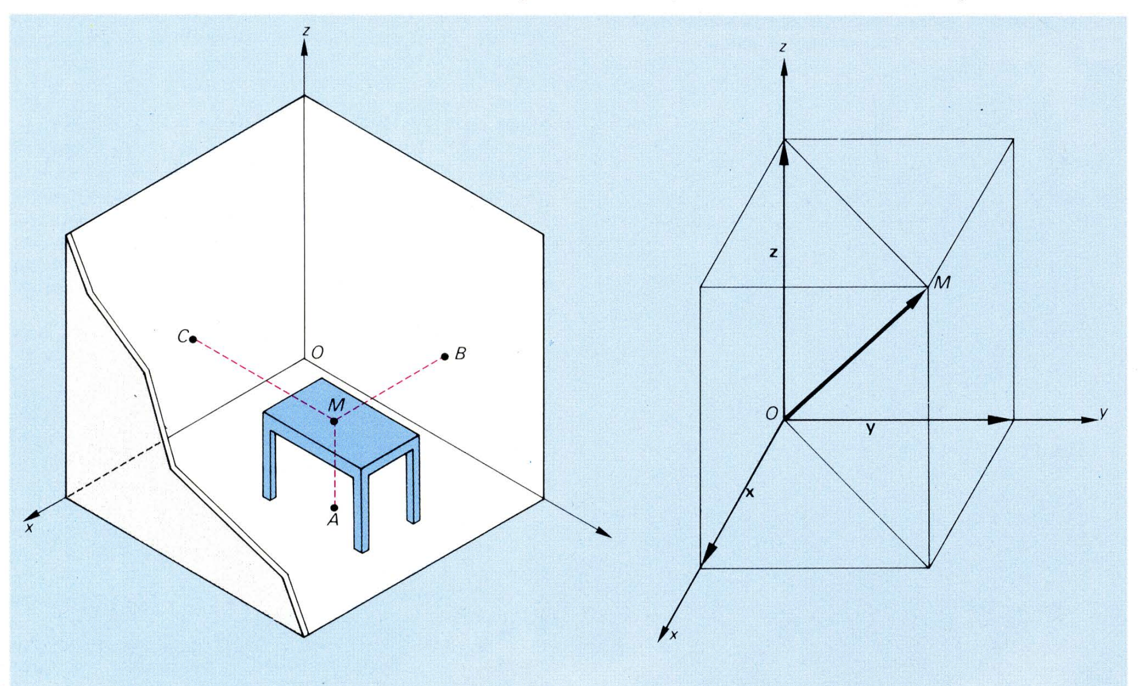
Un observateur, placé en *B*, note le temps t_B marqué par la deuxième horloge au moment de l'arrivée du signal. Celui-ci se réfléchit instantanément et retourne vers *A*, où il arrive au temps t'_A. En vertu du postulat précédemment admis, le trajet de retour a duré 0,02 s. On compare ensuite t_B et $(t_A + t'_A)/2$: si les deux quantités sont égales, les deux horloges sont dites *synchronisées.* Nous admettrons en outre que : 1° - si l'horloge *B* est synchronisée avec l'horloge *A*, l'horloge *A* est synchronisée avec l'horloge *B* ; 2° - si l'horloge *A* est synchronisée avec l'horloge *B* et avec l'horloge *C*, les horloges *B* et *C* sont aussi synchronisées entre elles.

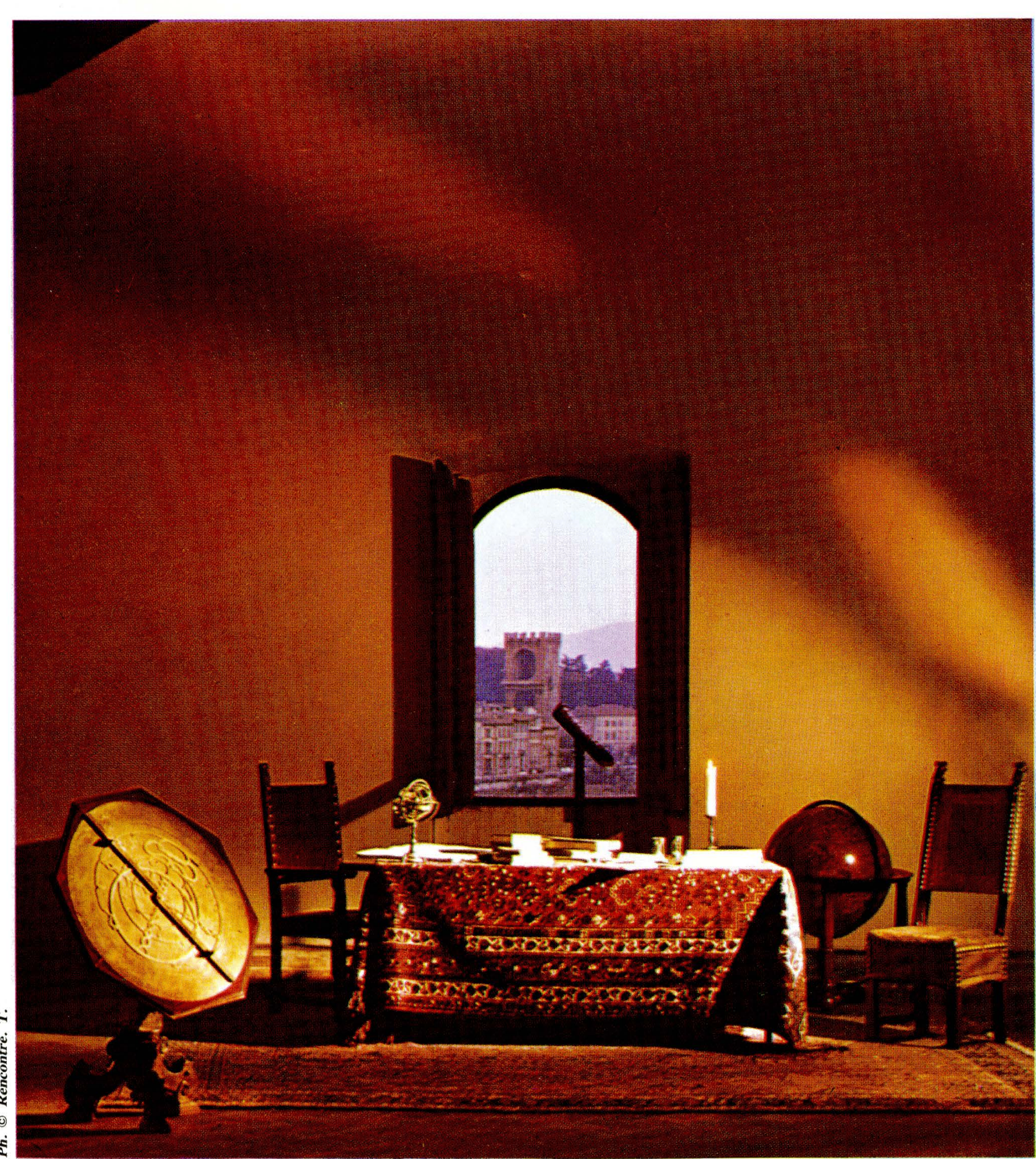
Avec ces précautions, je peux, sans ambiguïté, définir un « temps universel » pour tous les points du référentiel, chaque point étant supposé muni d'une horloge synchronisée avec une horloge placée à l'origine du système de coordonnées, par exemple.

● *L'espace-temps.* Un *vecteur,* au sens très général, est représenté par une série de nombres réels de la forme (a_1, a_2, ..., a_n), *n* désignant le nombre de dimensions de l'espace vectoriel considéré. Les vecteurs géométriques, de la forme (*x*, *y*, *z*), à trois dimensions, définissent la position d'un *point* dans l'espace géométrique. Considérons maintenant un vecteur à quatre dimensions (*x*, *y*, *z*, *t*) ; nous ne pouvons pas en donner une image géométrique simple, mais nous pouvons le traduire physiquement : il représente « ce qui se passe » au point de coordonnées (*x*, *y*, *z*) d'un référentiel d'inertie, au temps *t* mesuré par l'horloge attachée à ce référentiel. L'espace vectoriel des vecteurs (*x*, *y*, *z*, *t*) est appelé *espace-temps,* et un point (à quatre coordonnées) de cet espace-temps est appelé un *événement.*

Nous reviendrons sur la notion d'espace-temps en étudiant la théorie de la relativité.

Repérage d'un point dans l'espace.
***La position du point** M, **sur la figure de gauche, est parfaitement déterminée quand on connaît la grandeur des segments** MA, MB **et** MC.*
***Géométriquement (figure de droite), la position du point** M **est définie dans le trièdre trirectangle** Oxyz **par le vecteur** $\vec{r} = \vec{OM}$, **de composantes** x, y **et** z, **tel que** $\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$. **Les nombres** (x, y, z) **sont les coordonnées du point** M **dans le repère considéré ; les vecteurs** $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ **sont les vecteurs unitaires des axes** Ox, Oy **et** Oz.*





Galileo Galilei, dit, en France, Galilée (1564-1642) a été le plus grand génie scientifique de son temps. On lui doit notamment : la découverte de l'isochronisme des petites oscillations d'un pendule (1583), les lois de la chute des corps, établies à l'aide du plan incliné (1602), l'invention de la lunette astronomique (1609), et, sans doute, du microscope (1612). Mais Galilée est avant tout le créateur de la mécanique classique ; ses idées furent diffusées en France par Mersenne, dès 1634. En astronomie, Galilée défendait le système géométrique de Copernic, considéré alors par l'Inquisition italienne comme hérétique ; il fut déféré devant le tribunal de l'Inquisition (1633), condamné à abjurer publiquement sa doctrine et assigné à résidence dans sa villa d'Arcetri, près de Florence, où il mourut, aveugle, en 1642, l'année même où naissait Isaac Newton. Ci-dessous : *portrait de Galilée, par J. Sustermans (1680),* aux Offices à Florence ; ci-dessus, *reconstitution de son cabinet de travail.*

Cinématique classique.

Lorsque la vitesse v d'un mobile est négligeable par rapport à la vitesse c de la lumière, la théorie qui décrit son mouvement est appelée *cinématique classique* ou *galiléenne.*

Généralités.

Dans tout ce qui suit nous supposerons que le mobile étudié est assimilable à un *point matériel.* Cette assimilation est évidemment relative (en astronomie, la Terre est assimilable à un point matériel par rapport aux dimensions de la Galaxie).

● *Étude vectorielle du mouvement d'une particule matérielle.* Donnons-nous un référentiel d'origine O et soit M la particule ponctuelle considérée. Sa position à l'instant t est définie par le vecteur position $\mathbf{r} = \mathbf{OM}$; comme ce vecteur dépend du temps t, on peut aussi l'écrire sous la forme $\mathbf{r}(t)$, qui est une *fonction vectorielle*, représentée par le segment orienté joignant le point O au point M. Pour caractériser le mouvement du point M nous allons définir deux autres grandeurs vectorielles : le *vecteur vitesse* $\mathbf{v}$ et le *vecteur accélération* $\vec{\gamma}$ du mouvement.

1 - Étudions d'abord comment varie $\mathbf{r}(t)$ pendant l'intervalle de temps $\Delta t = t_2 - t_1$ (au temps t_1, le mobile est en M_1 ; au temps t_2 il est en M_2).

— Le vecteur position varie de $\mathbf{OM}_1$ à $\mathbf{OM}_2$; appelons $\Delta\mathbf{r}$ cette variation ; on a, d'après les règles du calcul vectoriel :

$$\Delta\mathbf{r} = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1 = \mathbf{M}_1\mathbf{M}_2 . \qquad (1)$$

— Le vecteur $\Delta\mathbf{r}/\Delta t$, colinéaire au vecteur $\mathbf{M}_1\,\mathbf{M}_2$ est appelé *vecteur vitesse moyenne* entre les instants t_1 et t_2 ; on écrit

$$\mathbf{v}_{moyenne} = \frac{\Delta\mathbf{r}}{\Delta t} . \qquad (2)$$

2 - Supposons maintenant que l'intervalle de temps Δt devienne infiniment petit et que, dans le même temps, il en soit de même pour $\Delta\mathbf{r}$ (c'est-à-dire que M_1 se rapproche indéfiniment de M_2). Alors le quotient (2) tend vers une *limite* $\mathbf{v}$ qu'on appelle *vitesse instantanée* du mobile à l'instant t. On écrit :

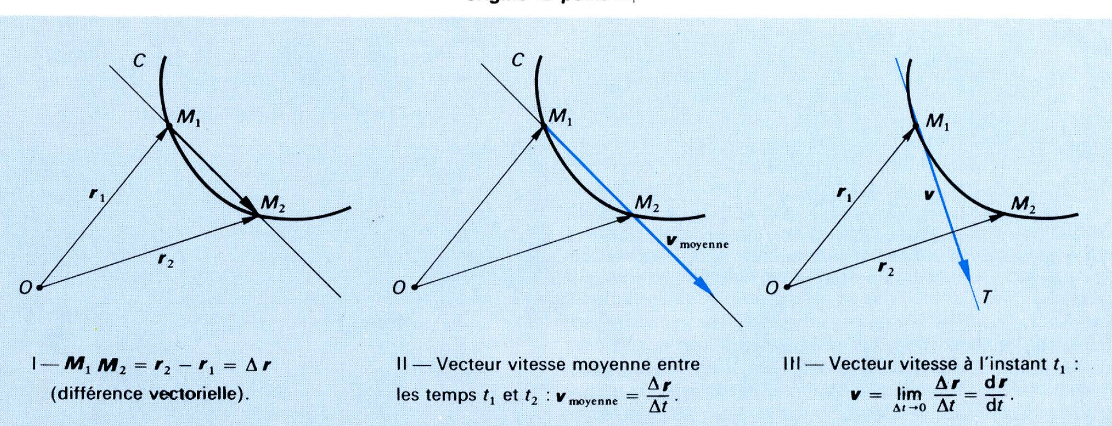
$$\mathbf{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\mathbf{r}}{\Delta t} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} . \qquad (3)$$

L'équation (3) exprime que le vecteur $\mathbf{v}$ est la dérivée (vectorielle) de la fonction vectorielle $\mathbf{r}(t)$. Le vecteur $\mathbf{v}$ indique le sens du mouvement et la grandeur (= module) v de la vitesse au temps t. Voir l'étude analytique de ce vecteur p. 162.

3 - Appelons $\mathbf{v}_1$ et $\mathbf{v}_2$ les vecteurs vitesse aux temps t_1 et t_2 et posons :

$$\Delta\mathbf{v} = \mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_1 \qquad (4)$$

(ici aussi, il s'agit d'une différence vectorielle ; on peut avoir $\mathbf{v}_1 = \mathbf{v}_2$ et $\mathbf{v}_1 \neq \mathbf{v}_2$ si les deux vecteurs de même



I — $\mathbf{M}_1\,\mathbf{M}_2 = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1 = \Delta\,\mathbf{r}$ (différence vectorielle).

II — Vecteur vitesse moyenne entre les temps t_1 et t_2 : $\mathbf{v}_{moyenne} = \frac{\Delta\mathbf{r}}{\Delta t}$.

III — Vecteur vitesse à l'instant t_1 : $\mathbf{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\mathbf{r}}{\Delta t} = \frac{d\mathbf{r}}{dt}$.

Vecteur vitesse d'un mouvement.
I — Au temps t_1***, le mobile est en*** M_1 ***; au temps*** t_2***, le mobile est en*** M_2***. Le vecteur*** $\overrightarrow{M_1M_2}$***, porté par la sécante à la courbe*** M_1M_2 ***est la différence vectorielle*** $\overrightarrow{\Delta r}$ ***entre les vecteurs*** $\vec{r}_2$ ***et*** $\vec{r}_1$***.***
II — Le vecteur vitesse moyenne a même direction et même sens que le vecteur $\overrightarrow{\Delta r}$ ***; son module s'obtient en divisant celui de*** $\overrightarrow{\Delta r}$ ***par*** Δt ***(ici, on a pris*** $t_2 - t_1 = \Delta t = 0{,}5$ ***s, donc*** $\vec{v}_{moyenne} = 2\,\overrightarrow{\Delta r}$***.***
III — Le vecteur vitesse à l'instant t_1 ***est la limite du vecteur vitesse moyenne de la figure II. Quand*** Δt ***tend vers*** 0***, la sécante*** M_1M_2 ***tend vers la tangente*** M_1T***, et le vecteur vitesse à l'instant*** t_1 ***est porté par cette tangente ; il a pour origine le point*** M_1***.***

module sont différemment orientés). On appelle *vecteur accélération moyenne* entre les temps t_1 et t_2 le vecteur :

$$\vec{\gamma}_{moyenne} = \frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t}, \qquad (5)$$

et *vecteur accélération au temps t* la limite de ce rapport quand Δt tend vers zéro :

$$\vec{\gamma} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t} = \frac{d\mathbf{v}}{dt}. \qquad (6)$$

En d'autres termes, le vecteur accélération est la dérivée du vecteur vitesse par rapport au temps, c'est-à-dire la dérivée seconde (= dérivée de la dérivée) du vecteur position par rapport au temps. L'étude analytique du vecteur accélération est faite p. 162.

● *Étude horaire du mouvement.* Soit M_0 la position initiale du mobile (au temps $t = 0$) ; au bout d'un temps t, il a parcouru sur sa trajectoire un chemin s qui est une fonction de t : s mesure l'arc M_0M décrit pendant le temps t. On peut donc écrire :

$$s = f(t). \qquad (7)$$

Cette équation est appelée *équation horaire* du mouvement. Pendant l'intervalle de temps Δt, le chemin parcouru varie de Δs, et le quotient $\Delta s/\Delta t$ est la *vitesse linéaire moyenne* du mobile sur sa trajectoire. Quand Δt tend vers zéro, le chemin parcouru Δs tend lui aussi vers zéro et l'on définit la *vitesse linéaire instantanée* v comme la limite du rapport $\Delta s/\Delta t$, c'est-à-dire comme la dérivée $f'(t)$ de la fonction s :

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{ds}{dt} = f'(t). \qquad (8)$$

On définit de même l'*accélération linéaire* γ par :

$$\gamma = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt} = f''(t). \qquad (9)$$

● *Remarques.*

1 - Les grandeurs linéaires v et γ sont les modules des vecteurs $\mathbf{v}$ et $\vec{\gamma}$.

2 - Le signe de v (+ ou −) définit le sens de parcours sur la trajectoire ; le signe de γ (+ ou −) permet de distinguer l'accélération proprement dite de la décélération (qui est une accélération négative).

3 - Une vitesse se mesure en mètres par seconde (m/s) ; une accélération se mesure en mètres par seconde par seconde (m/s²). L'écriture m/s/s n'est pas admise.

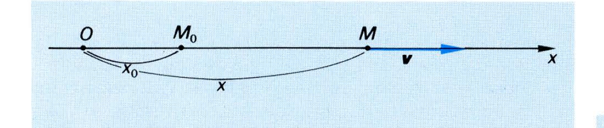
Deux mouvements rectilignes fondamentaux.

● *Mouvement rectiligne uniforme.* La trajectoire est une ligne droite, que l'on prendra comme axe de référence Ox du mouvement. Le vecteur vitesse est constant et porté par l'axe Ox ; le vecteur accélération est nul. Soit v le module du vecteur vitesse : l'espace parcouru x est donné par l'équation horaire :

$$x = vt + x_0, \qquad (10)$$

x_0 désignant la position du mobile au temps $t = 0$. Si l'origine du temps est confondue avec l'origine des espaces parcourus, l'équation précédente devient :

$$x = vt. \qquad (11)$$



Mouvement rectiligne uniforme :** $x = vt + x_0$. **Si l'on prend comme origine du mouvement le point** M_0 **(où se trouve le mobile à l'origine des temps), l'équation précédente se simplifie et devient** $x = vt$. **Le vecteur vitesse** $\vec{v}$ **est constant en grandeur, direction et sens.

● *Mouvement rectiligne uniformément accéléré.* La trajectoire est encore rectiligne, mais le vecteur vitesse varie proportionnellement au temps, tout en restant porté par la trajectoire. Le vecteur accélération est constant, et porté lui aussi par la trajectoire (sa composante normale est nulle ; il se réduit à sa composante tangentielle). Si l'on appelle x_0 la position du mobile au temps $t = 0$ et si v_0 est le module du vecteur vitesse au temps $t = 0$ (vitesse initiale), l'équation horaire du mouvement est la suivante :

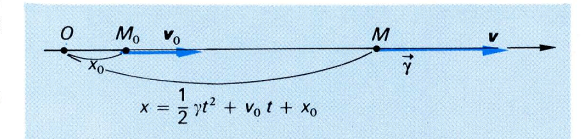
$$x = \frac{1}{2}\gamma t^2 + v_0 t + x_0, \qquad (12)$$

γ désignant le module (constant) du vecteur accélération. La vitesse à l'instant t a alors pour valeur :

$$v = x'(t) = \gamma t + v_0. \qquad (13)$$

Dans le cas où le mobile est en O au temps $t = 0$ et si sa vitesse initiale est nulle, l'équation horaire se simplifie et l'on a :

$$x = \frac{1}{2}\gamma t^2; \quad v = \gamma t = \sqrt{2\gamma x}. \qquad (14)$$



Le mouvement rectiligne uniformément accéléré. Le vecteur vitesse n'est pas constant ; il vaut** $\vec{v}_0$ **au temps** $t = 0$, **et** $\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{\gamma}\, t$ **au temps** t, γ **étant le vecteur accélération du mouvement. Algébriquement, l'équation horaire générale s'écrit :

$$x = \frac{1}{2}\gamma t^2 + v_0 t + x_0;$$

***lorsque le mouvement se fait sans vitesse initiale, et que l'on choisit comme origine des temps l'origine des espaces** ($x_0 = 0$), **cette équation se simplifie et devient :** $x = \frac{1}{2}\gamma t^2$. **Dans ce cas,** $v = \gamma t = \sqrt{2\gamma x}$.*

Le mouvement circulaire.

● *Définitions.* Le mouvement d'un mobile sur un cercle de centre O et de rayon r est dit *circulaire*. Le chemin parcouru sur la trajectoire par le mobile pendant le temps t est un arc de cercle de longueur s ; l'angle dont tourne le vecteur position pendant le temps t a pour valeur (en radians) :

$$\theta = \frac{s}{r}. \qquad (15)$$

Nous allons étudier le mouvement circulaire dit « uniforme », dans lequel en des temps égaux le rayon vecteur $\mathbf{r}$ balaie des angles θ égaux.

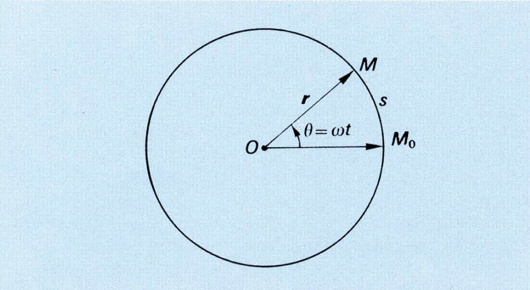
— On appelle *vitesse angulaire* ou *pulsation* du mouvement l'angle ω balayé dans l'unité de temps ; dans le système SI, la pulsation s'exprime en radians par seconde (rad/s). L'angle θ balayé pendant le temps t est alors :

$$\theta = \omega t, \qquad (16)$$

et le chemin parcouru sur la circonférence vaut :

$$s = \omega r t. \qquad (17)$$

***Mouvement circulaire. Au temps** $t = 0$, **le mobile est supposé en** M_0 **et le vecteur position est alors** $\overrightarrow{OM_0}$. **En une seconde, le vecteur position balaie l'angle** ω, **en deux secondes il balaie l'angle** $2\,\omega$, **... en** t **secondes, il balaie l'angle** $\theta = \omega t$. **L'arc** $\widehat{M_0M}$ **a pour valeur** $s = \omega r t$.*



— La *fréquence* est le nombre de tours accomplis pendant l'unité de temps ; on la désigne par la lettre f. On montre aisément la relation :

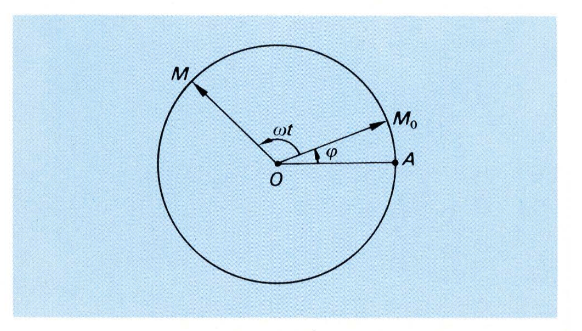
$$\omega = 2\pi f. \qquad (18)$$

— La *période* T est le temps nécessaire au mobile pour accomplir un tour complet ; on montre que :

$$T = \frac{1}{f}. \qquad (19)$$

— Si, au temps $t = 0$, le mobile est en M_0 et si l'on choisit une origine A des espaces parcourus différente de M_0, l'angle $\widehat{AOM_0}$ est appelé *phase* du mouvement ; on la désigne par la lettre grecque φ. L'angle θ balayé par le rayon OM pendant le temps t a alors pour valeur :

$$\theta = \omega t + \varphi. \qquad (20)$$

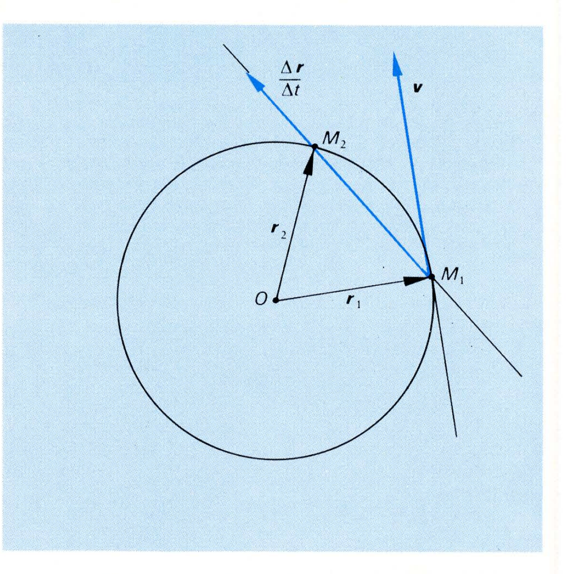


Phase d'un mouvement circulaire. L'origine des espaces parcourus est le point** A ; **au temps** $t = 0$ **le mobile est en** M_0. **Sa position au temps** t **est définie par** $\theta = \omega t + \varphi$, φ **désignant la** phase **du mouvement.

● *Étude vectorielle.*

— Le vecteur vitesse $\mathbf{v} = d\mathbf{r}/dt$ est tangent au cercle au point considéré et son module a pour valeur :

$$v = \omega r. \qquad (21)$$



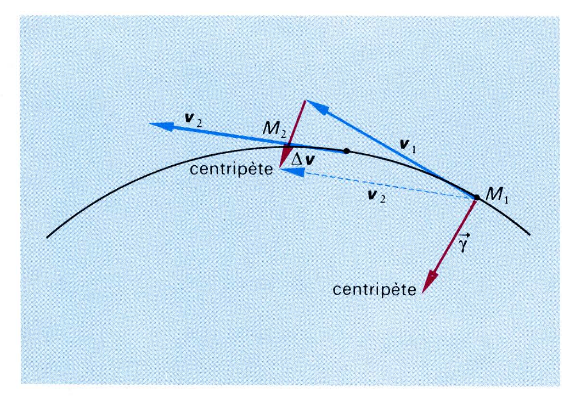
***Le vecteur vitesse au temps** t_1 **est la limite du vecteur vitesse moyenne entre les temps** t_1 **et** t_2, **porté par la sécante** M_1M_2. **Il est tangent en** M_1 **à la circonférence, et son module est** $v = \omega r$.*

— Le vecteur accélération $\vec{\gamma}$ est porté par le rayon OM et dirigé vers le centre (*accélération centripète*) ; son module a pour valeur :

$$\gamma = -\omega^2 r \qquad (22)$$

(le signe « − » souligne le caractère centripète de $\vec{\gamma}$ quand on oriente $\mathbf{OM}$ du centre vers la périphérie).

Voir aussi, p. 163.



Mise en évidence du vecteur accélération : au temps t_1, le mobile est en M_1, au temps t_2, il est en M_2. Les vecteurs vitesse correspondants sont $\vec{v}_1$ et $\vec{v}_2$, de même module ωr, mais de directions différentes. La différence entre ces deux vecteurs est un vecteur $\overrightarrow{\Delta v}$ dirigé vers le centre, et qu'on a construit sur la figure en menant par M_1 un vecteur égal à $\vec{v}_2$. Lorsque le point M_2 tend vers le point M_1, le vecteur $\overrightarrow{\Delta v}$ tend vers une position limite $\vec{\gamma}$, dirigée vers le centre, et qui est le vecteur accélération du mouvement. On démontre que le module du vecteur accélération est $\gamma = \omega^2 r$.

Le mouvement rectiligne sinusoïdal.

● *Définitions.* Considérons un point matériel M animé d'un mouvement de va-et-vient entre deux points extrêmes A et A' d'un segment AA' de milieu O. Pour simplifier les choses, nous supposerons qu'au temps $t = 0$ le mobile est en O.

— La trajectoire du mouvement est rectiligne ; la position du mobile est définie par la grandeur $\overline{OM} = x$ appelée *élongation* ; la valeur maximale de l'élongation est, en valeur absolue, égale à $OA = a$. On l'appelle l'*amplitude* du mouvement.

— On appelle *période* T du mouvement le temps qui sépare deux passages consécutifs du point M par sa position centrale O dans le même sens. Pendant le temps T, le mobile parcourt le chemin O-A-A'-O ; nous nommerons ce trajet une *oscillation complète* ou encore un *cycle*.

— On appelle *fréquence* f du mouvement le nombre de périodes (ou de cycles) par unité de temps. Cette définition entraîne la relation :

$$f = \frac{1}{T}. \qquad (23)$$

La fréquence se mesure en *hertz* (symbole : Hz) dans le système SI ; on rencontre parfois l'expression « cycles par seconde » (cps), qui est à déconseiller.

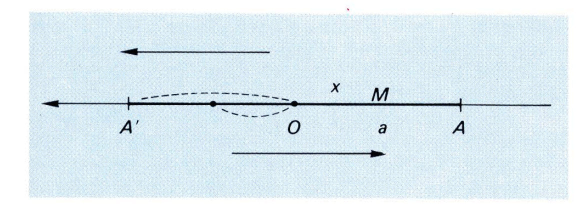
— On appelle *pulsation* ω du mouvement l'angle (en radians) :

$$\omega = 2\,\pi f = \frac{2\,\pi}{T}. \qquad (24)$$

On tire, de (24), la relation $f = \omega/2\,\pi$, qui s'écrit encore

$$f = \frac{\omega}{2\,\pi} = \not{\omega}\,, \qquad (25)$$

(lire « ω barre »). La barre oblique signifie que le nombre ω est divisé par $2\,\pi$. Cette relation explique que la pulsation soit souvent appelée « fréquence angulaire ».



Mouvement rectiligne sinusoïdal autour d'une position centrale O. L'élongation du mobile est la grandeur $\overline{OM} = x$; l'élongation maximale $OA = a$ est l'amplitude du mouvement.

● *Équation du mouvement.* On montre que l'élongation x est reliée au temps t par la relation :

$$x = a \sin \omega t\,. \qquad (26)$$

L'existence de la fonction sinus dans l'équation horaire du mouvement explique qu'on l'ait nommée *mouvement sinusoïdal* : cette expression ne signifie pas que la trajectoire est sinusoïdale (nous avons vu qu'elle était rectiligne), mais que l'élongation est une fonction sinusoïdale du temps.

Si au temps $t = 0$ le point M est en un point M_φ, d'élongation x_φ, on définit la phase φ du mouvement par la relation :

$$x_\varphi = a \sin \varphi\,. \qquad (27)$$

L'équation horaire prend alors la forme :

$$x = a \sin (\omega t + \varphi)\,. \qquad (28)$$

La vitesse à un instant donné t est la dérivée dx/dt, soit, en appliquant les règles du calcul des dérivées à la formule (28) :

$$v = a\omega \cos (\omega t + \varphi)\,. \qquad (29)$$

L'accélération γ a pour valeur dv/dt, soit

$$\gamma = -\,a\omega^2 \sin (\omega t + \varphi) = -\,\omega^2\,x\,. \qquad (30)$$

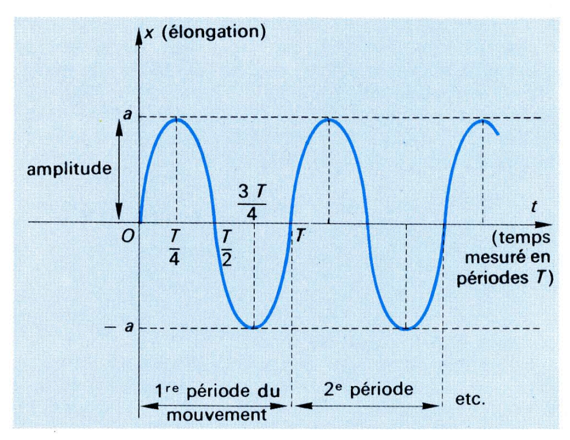
Pour plus de détails, voir pp. 163-164.

● *Graphe du mouvement.* Établissons le tableau de variations de la fonction $x = a \sin \omega t$ pour $0 \leqslant t \leqslant T$.

t	0	$T/4$	$T/2$	$3\,T/4$	T
$\omega t = 2\,\pi \frac{t}{T}$	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\,\pi}{2}$	$2\,\pi$
$\sin \omega t$	0	1	0	-1	0
$x = a \sin \omega t$	0	a	0	$-a$	0

Variations de l'élongation x en fonction du temps t pendant une période T. Le mouvement étant périodique et de période T, ce tableau se répète entre T et $2T$, entre $2T$ et $3T$, etc.

La courbe représentant la fonction $x = a \sin \omega t$ est une *sinusoïde*, figurée ci-dessous.



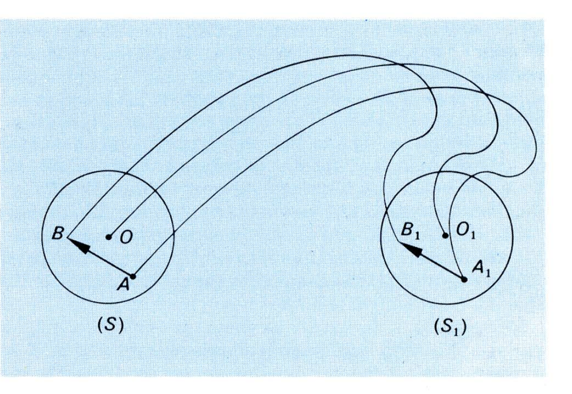
Représentation graphique du mouvement du point M, tel que $x = a \sin \omega t$. Si la phase n'est pas nulle, l'équation est de la forme $x = a \sin (\omega t + \varphi)$ et la courbe représentative se déduit de la courbe $\varphi = 0$ par une translation vers la gauche si φ est positif (avance de phase) ou vers la droite s'il est négatif (retard de phase).

Mouvements d'un solide.

Ce qui précède concerne le mouvement d'un point matériel ; lorsqu'il s'agit de solides (par exemple la Terre dans l'espace, une balle de golf ou une automobile), il faut tenir compte des deux remarques suivantes :

— le solide peut être considéré comme un ensemble de points matériels ;

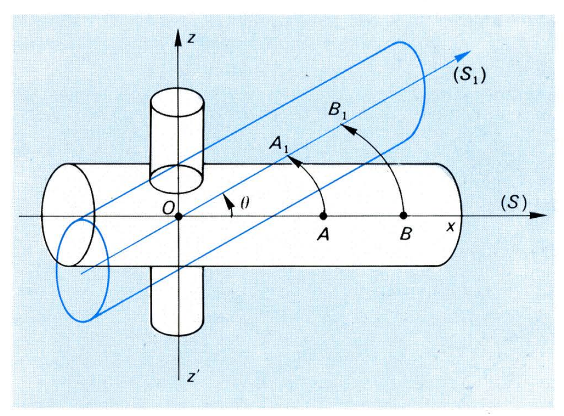
— la distance entre deux points de ce solide reste constante en toute circonstance.



Mouvement de translation d'un solide. Le disque (S), après avoir décrit dans l'espace une certaine « trajectoire » (le terme est d'ailleurs impropre : il ne pourrait s'appliquer qu'à un point matériel), arrive en (S_1). Si l'on a marqué le centre O et les points A et B sur (S), on constate que les mêmes points, dans la position (S_1), sont tels que le vecteur $\overrightarrow{AB}$ est équipollent au vecteur $\overrightarrow{A_1B_1}$: les points A, B et O ont parcouru la même trajectoire (on suppose, bien entendu, que le disque n'a pas tourné sur lui-même au cours du mouvement).

● *Dans le cas d'un mouvement de translation* par rapport à un référentiel, tous les points du solide sont animés du même mouvement : les courbes qu'ils décrivent sont identiques et ils ont tous le même vecteur vitesse et le même vecteur accélération : il n'y a aucun point privilégié.

● *Dans le cas d'un mouvement de rotation* autour d'un axe, tous les points de l'axe sont fixes ; tout point du solide n'appartenant pas à l'axe décrit un arc de cercle θ dans le temps t ; cet arc, compté en radians à partir d'une position origine, est le même pour tous les points du solide qui ont tous même vitesse angulaire ω. Par contre, les distances parcourues par les différents points ne sont pas les mêmes : elles dépendent de leur distance r par rapport à l'axe de rotation.



Mouvement de rotation d'un solide. Dans la rotation autour de l'axe z'z, le solide (S) vient en (S_1) ; les points A et B tournent d'un même angle $\theta = \omega t$, mais la longueur de l'arc $\widehat{AA_1}$ est plus petite que celle de l'arc $\widehat{BB_1}$: la vitesse linéaire de B est donc supérieure à celle de A. De plus, tout point de (S) appartenant à l'axe de rotation z'z — tel que O par exemple — est immobile dans la rotation autour de z'z.

● *Mouvement hélicoïdal.* Si le solide peut à la fois tourner autour d'un axe et glisser parallèlement à une direction donnée, nous sommes en présence d'un mouvement « mixte », composé d'une rotation et d'un glissement. Un cas particulier intéressant est celui du mouvement d'un tire-bouchon qu'on enfonce dans le bouchon d'une bonne bouteille de vin (à vrai dire, l'expérience aurait la même signification avec une bouteille de ces mixtures bizarres qu'on nomme « vin ordinaire », mais, comme lorsqu'une bouteille est débouchée il faut la boire, autant choisir un grand cru de Bordeaux ou de Bourgogne pour faire de la cinématique). Le tire-bouchon tourne autour de son axe et glisse le long du même axe, l'angle de rotation étant toujours le même pour un glissement donné : tout point du solide décrit une *hélice circulaire de même pas* : le mouvement est dit *hélicoïdal*.

● *Expression vectorielle.* Pour étudier vectoriellement le mouvement d'un solide, il faut déterminer le vecteur vitesse et le vecteur accélération d'un point quelconque *M* du solide en mouvement. La solution est évidente dans le cas d'un mouvement de translation, puisque tous les points du solide, comme on l'a vu, ont le même vecteur vitesse et le même vecteur accélération. Par contre, la question est un peu plus délicate en ce qui concerne un mouvement de rotation, un mouvement hélicoïdal ou encore un mouvement quelconque. Étant donné le caractère mathématique de cette question, nous l'avons reportée dans l'*Annexe*, p. 162.

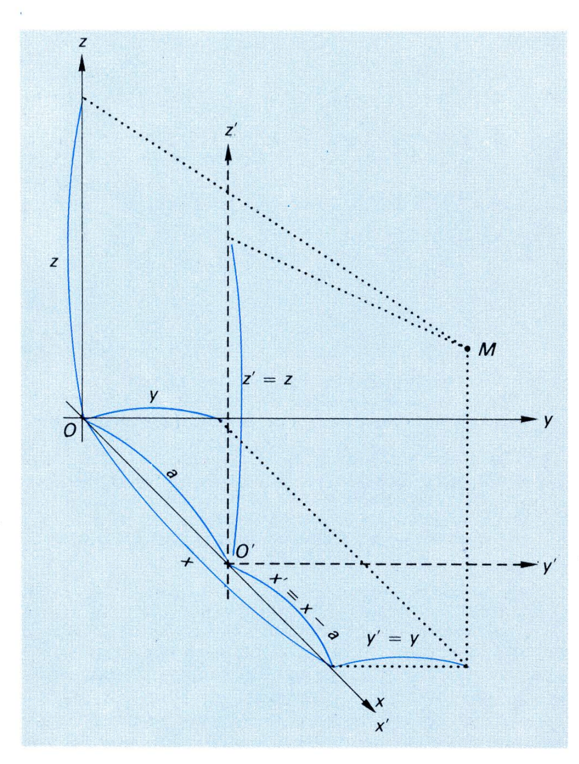
Changement de système de référence.

Supposons que nous étudiions le mouvement d'une particule matérielle dans un repère *Oxyz*, par exemple dans un laboratoire immobile par rapport à la Terre. A chaque instant, la particule est définie par les quatre nombres (x, y, z, t) qui sont ses coordonnées spatio-temporelles. Que va-t-il se passer si le laboratoire « s'envole » et se déplace par rapport à la Terre ? La question doit être traitée différemment selon que le mouvement du référentiel est uniforme ou accéléré.

● *Si le référentiel est animé d'un mouvement uniforme*, cela signifie qu'on passe d'un référentiel galiléen au repos à un référentiel galiléen en mouvement. Soit $\boldsymbol{V}$ le vecteur vitesse du second référentiel, et V le module de ce vecteur. Appelons $O'x'y'z'$ le trièdre en mouvement, et supposons, pour simplifier les calculs, que le mouvement se fait le long de l'axe Ox. Dès lors, le point M, de coordonnées (x, y, z, t) dans le premier système, admet les coordonnées (x', y', z', t') dans le second système et l'on démontre que :

$$\begin{cases} x' = x - Vt\,; \\ y' = y\,; \\ z' = z\,; \\ t' = t\,. \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} x = x' + Vt\,; \\ y = y'\,; \\ z = z'\,; \\ t = t'\,. \end{cases} \qquad (31)$$

Les formules (31) sont connues sous le nom de *formules de transformation de Galilée.* Elles sont valables si V est petit devant c, c'est-à-dire si $\beta^2 = V^2/c^2 \approx 0$. C'est ce qu'on appelle l'*approximation galiléenne* ou encore l'*approximation non relativiste.*



Un exemple simple de changement de référentiel. Dans le système S (trièdre Oxyz) le point M a pour coordonnées (x, y, z) ; dans le système S' (trièdre O'x'y'z'), il a pour coordonnées (x', y', z'). On constate sur la figure que y' = y et z' = z ; seule l'abscisse x change et devient x' = x − a.

● *Passage à un référentiel non galiléen.* Supposons maintenant que le nouveau système de référence soit animé d'un mouvement accéléré d'accélération $\vec{\gamma}_e$ par rapport au premier référentiel. Appelons $\vec{\gamma}_a$ l'accélération d'un mobile dans le premier système et $\vec{\gamma}_r$ l'accélération du mobile dans le second système. On démontre alors la relation suivante :

$$\vec{\gamma}_a = \vec{\gamma}_r + \vec{\gamma}_e + \vec{\gamma}_c\,, \qquad (32)$$

$\vec{\gamma}_c$ étant un terme correctif appelé *accélération de Coriolis.* Pour plus de détails, voir *Annexe*, n° **531.3*, F.**

Cinématique relativiste.

La loi galiléenne de composition des vitesses.

Considérons un mobile se déplaçant avec la vitesse $\boldsymbol{v}$ dans un référentiel d'inertie doté lui-même d'une vitesse $\boldsymbol{V}$ par rapport à un observateur au repos relatif (par exemple : $\boldsymbol{v}$ est la vitesse d'un promeneur sur le pont d'un bateau, $\boldsymbol{V}$ est la vitesse du bateau par rapport au rivage, sur lequel se tient un observateur immobile). La vitesse apparente $\boldsymbol{w}$ avec laquelle se déplace le mobile par rapport à l'observateur est :

$$\boldsymbol{W} = \boldsymbol{v} + \boldsymbol{V}\,. \qquad (1)$$

Ce théorème est appelé *théorème de la composition des vitesses de Galilée.* Dans le cas où le mobile et le référentiel se déplacent parallèlement, il peut s'écrire algébriquement sous la forme :

$$w = v + V\,. \qquad (2)$$

Par exemple si le navire se déplace parallèlement au rivage à la vitesse de 6 m/s et si le passager se déplace sur le pont, dans le même sens par rapport au rivage, à la vitesse de 1 m/s, sa vitesse mesurée par un observateur au repos sur la terre ferme est $w = 1 + 6 = 7$ m/s.

Jusqu'à la fin du XIXe siècle, les formules (1) et (2) ont été considérées comme universellement valables. On peut d'ailleurs les retrouver à partir des formules de transformation de Galilée, énoncées ci-dessus au paragraphe précédent.



L'expérience de Michelson-Morley.

Au XIXe siècle, on « croyait » que les ondes électromagnétiques — et en particulier les ondes lumineuses — se propageaient à travers un milieu fluide, immobile, remplissant tous les « vides » de l'univers, et qu'on nommait l'*éther* (nul rapport avec l'éther du chimiste ou du pharmacien, bien entendu). Toutefois, aucune expérience n'avait mis en évidence l'existence de cet éther immobile et, en 1881, l'Américain Albert A. Michelson conçut et réalisa une expérience qui devait — selon lui — fournir l'évidence cherchée ; il la reprit ensuite avec Edward W. Morley, en 1887.

● *Principe de l'expérience de Michelson-Morley.* Tout le monde sait — depuis Galilée — que la Terre se meut : elle tourne sur elle-même et autour du Soleil. Pour mettre en évidence l'existence de l'éther, il suffit de mesurer la vitesse v de la Terre dans l'éther, vitesse qui ne peut être nulle, puisque nous sommes certains que la Terre se meut.

Supposons donc que nous envoyions dans l'éther un signal lumineux qui se propage à la vitesse c dans le vide, vitesse qui est très voisine de 300 000 km/s. En vertu du théorème de la composition des vitesses de Galilée, la vitesse de la lumière par *rapport à l'éther immobile* est égale à $c + v$ ou à $c - v$, v désignant la vitesse de la Terre dans l'éther : $c + v$ si la Terre et la lumière se déplacent dans le même sens, $c - v$ dans le cas contraire. Pour reprendre la comparaison du paragraphe précédent : l'éther est le rivage immobile, la Terre est le navire et la lumière le promeneur (très rapide...) sur le pont du navire.

Michelson et Morley ont mis au point un dispositif expérimental permettant de mettre en évidence cette vitesse hypothétique v. Les détails de cette expérience sont décrits dans l'*Annexe* p. 165 et nous ne nous y attarderons pas ici. Retenons que l'appareil utilisé s'appelle un *interféromètre* et qu'il permet d'obtenir un résultat optique appelé *franges d'interférence* (voir p. 71), c'est-à-dire de raies alternativement sombres et brillantes. Ces franges, parfaitement repérées à l'aide d'une lunette, doivent se déplacer vers la droite ou vers la gauche selon que la vitesse de la lumière est plus ou moins grande. Si donc on opère dans le sens où la lumière se propage à la vitesse $c + v$, puis dans celui où elle se propage à la vitesse $c - v$, on doit obtenir un *déplacement Δ des franges d'interférence.* Le calcul permettrait de prévoir que :

$$\Delta = 2\,l\,\frac{v^2}{c^2}\,, \qquad (3)$$

l étant la longueur de l'appareil.

Or, et c'est là le fait qui a rendu les savants perplexes pendant près de vingt ans, Michelson et Morley *n'ont jamais constaté* l'existence d'un déplacement. Dans tous les cas, ils parvenaient au résultat en apparence incompréhensible :

$$\Delta = 0\,. \qquad (4)$$

● *Comment interpréter ce résultat négatif ?*

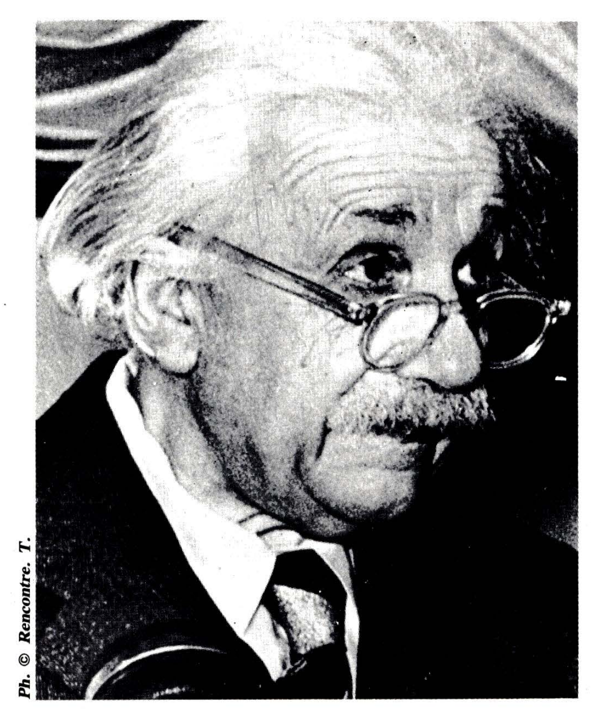
1 - La première idée qui vient à l'esprit — et ce fut celle de Michelson et Morley — est la suivante : la vitesse v de la Terre dans l'éther est trop faible pour laisser apparaître un déplacement Δ observable. Or, depuis 1887, l'expérience a été refaite avec des montages de plus en plus précis, permettant de mettre en valeur des vitesses v de l'ordre de 1,5 km/s (Joos, 1930), puis 30 m/s (1959, à l'aide d'oscillateurs à jet d'ammoniac), et même 3 cm/s (1977, en utilisant les rayons X émis par une étoile binaire). Dans tous les cas, le résultat est négatif.

2 - La deuxième attitude possible consiste à dire que le résultat $\Delta = 0$ étant en contradiction avec la loi galiléenne de composition des vitesses, il faut chercher une autre loi, permettant de parvenir à $\Delta = 0$. Pour ce faire, il serait maladroit de traiter directement la loi de composition des vitesses ; il est plus habile de modifier les formules de transformation de Galilée. C'est ce que fit le physicien hollandais Lorentz en calculant de nouvelles formules de transformation, en accord avec le résultat expérimental $\Delta = 0$.

3 - Enfin, on peut aller plus loin et dire que si l'on ne peut mettre en évidence la vitesse v de la Terre dans l'éther, c'est parce que l'éther immobile n'existe pas ! Dès lors les formules de Lorentz, jusque-là considérées comme un artifice de calcul pour sauver les résultats



Albert Michelson (1852-1931). Cet ancien officier de marine était professeur à Cleveland lorsqu'il entreprit, à Berlin en 1881 puis à Cleveland en 1887, une série d'expériences célèbres, avec la collaboration d'Edward Williams Morley (1838-1923). Michelson avait mis au point un interféromètre très sensible, avec lequel il avait fait des mesures très précises de la vitesse de propagation de la lumière dans différents milieux, et, dans les fameuses expériences de 1881-1887, il mesura la vitesse de la lumière dans différentes directions de l'espace, afin de mettre en évidence le mouvement de la Terre dans l'éther hypothétique de Fresnel. Comme on l'explique dans le texte, ces expériences furent négatives, et Einstein rendit compte de ce résultat « inexplicable » par la théorie de la Relativité. Prix Nobel de physique en 1907.


Ph. © Rencontre. T.

Albert Einstein (1879-1955). *Cet illustre physicien a marqué son époque comme Galilée et Newton avaient marqué la leur. D'origine allemande (il est né à Ulm), la vie errante de la famille l'a conduit à se fixer à Zurich (1894), où il termina ses études et se fit naturaliser citoyen suisse. Modeste fonctionnaire à l'Office fédéral des brevets, loin de toutes les chapelles universitaires, il explique l'effet photoélectrique par la théorie des photons (1905) et énonce les bases de la Relativité dans un article intitulé* **Zur Elektrodynamik bewegter Körper** *(Sur l'électrodynamique des corps en mouvement), paru dans les* **Annalen der Physik** *en 1905 (t. 17, pp. 891-921). Einstein enseigna ensuite à Berlin, de 1913 à 1933 ; les persécutions hitlériennes l'ont obligé à quitter l'Allemagne nazie et, après un bref séjour en France, en Belgique et en Angleterre, il se fixe à Princeton, aux États-Unis. Il a obtenu la nationalité américaine en 1940. Prix Nobel de physique en 1921.*

expérimentaux, doivent être considérées comme les formules fondamentales de la mécanique. C'est ce que fit Einstein, en 1905, en inventant la *Relativité.*

● *Les formules de Lorentz.* Soit (x, y, z, t) les coordonnées d'un point dans un référentiel au repos relatif et soit (x', y', z', t') les coordonnées du même point dans un référentiel animé d'un mouvement rectiligne uniforme de vitesse V le long de l'axe Ox par rapport au premier référentiel. Si on remplace les formules de Galilée :

$$\begin{cases} x' = x - Vt \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = t \end{cases} \qquad (5)$$

par les formules de transformation suivantes, constituant ce qu'on appelle la *transformation de Fitzgerald-Lorentz* :

$$\begin{cases} x' = \dfrac{x - Vt}{\sqrt{1-\beta^2}} \quad \left(\beta = \dfrac{V}{c}\right) \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = \dfrac{t - \dfrac{V}{c^2}x}{\sqrt{1-\beta^2}}, \end{cases} \qquad (6)$$

alors on peut montrer que l'on parvient au résultat $\Delta = 0$ observé par Michelson et Morley. L'établissement de la transformation de Lorentz est expliquée pp. 165-166.

● *Remarques.*

1 - Si V est petit devant c, alors $V/c \approx 0$ et $\beta^2 \approx 0$; les formules de Lorentz se simplifient et on retombe sur les formules de Galilée. On peut donc dire que ces dernières constituent une *approximation,* valable pour le cas où la vitesse de translation du référentiel est faible par rapport à celle de la lumière.

2 - L'établissement des formules (6) suppose que l'on prenne $c = C^{te}$, quel que soit l'état de mouvement du référentiel dans lequel on se place. Cette constance de la vitesse de la lumière dans le vide sera érigée en postulat par Einstein.

La relativité restreinte et la cinématique.

La théorie de la *relativité restreinte* a été inventée par Albert Einstein qui l'a exposée pour la première fois en 1905. Le qualificatif « restreinte » correspond au fait qu'on ne considère dans cette mécanique que des référentiels d'inertie, c'est-à-dire animés les uns par rapport aux autres de mouvements de translation uniforme, avec une vitesse constante $\boldsymbol{V}$. En 1916, Einstein a tenté de généraliser la théorie en l'étendant à tous les référentiels, *quel que soit* leur état de mouvement : c'est la *relativité générale.* Nous nous limiterons, pour l'instant, à la considération de la relativité restreinte.

● *Les postulats de la théorie.* Ils sont au nombre de deux, et nous les connaissons déjà.

— Le premier postulat est galiléen : les lois de la nature ont la même forme, quel que soit le référentiel d'inertie adopté (référentiel d'inertie = référentiel sans accélération).

— Le deuxième postulat est celui qui a servi à établir les formules de Lorentz : la vitesse c de la lumière dans le vide est constante, quel que soit le mouvement de la source lumineuse ou du récepteur, c'est-à-dire qu'elle est la même dans tous les référentiels d'inertie.

● *Conséquences immédiates de ces postulats.*

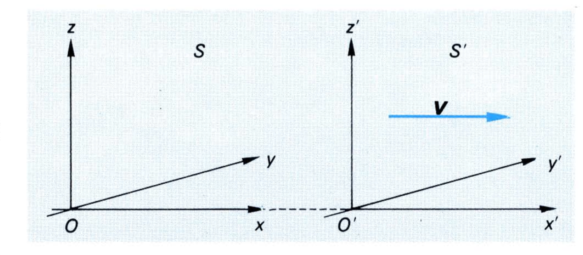
— L'hypothèse d'un *éther immobile* n'a pas besoin d'être évoquée pour décrire les lois de la nature. Elle n'est d'aucune utilité pour rendre compte des ondes lumineuses, puisque celles-ci sont non pas des vibrations mécaniques d'un milieu fluide, mais des vibrations électromagnétiques (on savait cela depuis les travaux de Maxwell). Elle est inutile au point de vue de la Mécanique, puisque les lois de la nature sont invariantes dans tous les référentiels d'inertie, et qu'il n'en existe donc aucun qui soit privilégié.

— La vitesse c de la lumière dans le vide est une *vitesse limite.* Si une masse ponctuelle atteignait la vitesse $v = c$, on aurait en effet $\beta = 1$ et le dénominateur $\sqrt{1-\beta^2}$ des formules de Lorentz deviendrait nul, de sorte que la transformation n'aurait plus de sens (on ne peut pas diviser un nombre par 0). Si V était supérieur à c, on aurait $\beta > 1$ et $1 - \beta^2 < 0$: $\sqrt{1-\beta^2}$ serait alors une quantité imaginaire, dépourvue de signification physique.

— Les formules de transformation, quand on passe d'un référentiel à un autre, sont, *en toute rigueur, les formules de Fitzgerald-Lorentz. Quand* β^2 tend vers 0, on peut utiliser les formules de Galilée qui ne sont, en fait, que des *approximations :* la mécanique galiléenne (classique) est celle des *petites* vitesses (de l'ordre de $10^{-4}\,c = 0{,}000\,1\,c$ par exemple) ; la mécanique einsteinienne doit s'appliquer lorsque la vitesse des mobiles considérés est grande à notre échelle (par exemple lorsqu'elle atteint ou dépasse 10 % de la vitesse de la lumière).

● *Remarque :*

Dans tous nos calculs, nous supposerons que le vecteur vitesse $\boldsymbol{V}$ du mouvement d'un référentiel S' par rapport à un référentiel S est dirigé positivement selon l'axe Ox de S, c'est-à-dire que le système d'axes glisse le long de Ox dans le sens des x positifs.



Mouvement de translation des axes : nous conviendrons que le seul mouvement à considérer est le glissement du système de coordonnées le long de l'axe Ox avec la vitesse $\vec{V}$.

● *La composition des vitesses en mécanique relativiste.* Soit $\boldsymbol{v}'$ le vecteur vitesse caractérisant le mouvement d'une particule matérielle par rapport au repère S', et appelons v' son module. Si l'on observe la particule dans le système S, elle va nous apparaître douée d'une vitesse $\boldsymbol{v}$, de module v, qui résulte de la composition de sa vitesse propre $\boldsymbol{v}'$ par rapport à S' et de la vitesse $\boldsymbol{V}$ du référentiel S' par rapport à S.

— Selon la mécanique galiléenne, la composition des vitesses est une simple addition vectorielle, et l'on doit avoir :

$$\boldsymbol{v} = \boldsymbol{v}' + \boldsymbol{V}. \qquad (7)$$

La relation (7) est en accord avec les formules de transformation de Galilée (5). Or nous avons vu que ces formules ne sont qu'une approximation, et qu'il faut les remplacer, en toute rigueur, par les formules de Lorentz (6). A partir de ces équations, on pourra calculer le vecteur $\boldsymbol{v}$, résultant de la combinaison des vecteurs vitesse $\boldsymbol{v}'$ et $\boldsymbol{V}$. Le lecteur se reportera p. 166 pour les calculs et nous retiendrons le résultat suivant : le module du vecteur résultant $\boldsymbol{v}$, en cinématique relativiste, dans le cas où la vitesse $\boldsymbol{v}'$ est orientée elle aussi selon l'axe des x, a pour valeur :

$$v = \frac{v' + V}{1 + \dfrac{v'V}{c^2}}. \qquad (8)$$

Plus généralement, si u et v sont les valeurs de la vitesse de translation de deux particules matérielles liées l'une à l'autre et qui se déplacent parallèlement et uniformément, la vitesse résultante w a pour valeur, en cinématique relativiste :

$$w = \frac{u + v}{1 + \dfrac{uv}{c^2}} \qquad (9)$$

alors qu'en mécanique classique on aurait trouvé

$$w = u + v. \qquad (10)$$

— L'équation (9) préserve le postulat d'invariance de la vitesse de la lumière, alors que l'équation (10) le viole. Un exemple va nous le montrer.

Soit un train filant à la vitesse uniforme v parallèlement à un talus qui est au repos relatif par rapport à lui. Le talus représente le référentiel S et le train le référentiel S'. Dans le « couloir » de ce train, que nous supposerons très long, un voyageur allume une lampe dont la lumière se propage le long du couloir à la vitesse $v' = c$. Pour un observateur situé dans S (c'est-à-dire sur le bord du talus), la vitesse w de cette lumière est, d'après (9) :

$$w = \frac{v + c}{1 + \dfrac{vc}{c^2}} = \frac{c(v + c)}{v + c} = c\,, \qquad (11)$$

c'est-à-dire égale, rigoureusement, à la vitesse de la lumière mesurée dans S' (c'est-à-dire dans le train). On peut le vérifier numériquement en supposant que le train roule à la vitesse $v = 72$ km/h $= 0{,}02$ km/s par rapport au talus et que la vitesse c de la lumière dans le couloir du train est égale à 300 000 km/s. L'application de la formule (9) donne, comme valeur de la vitesse de la lumière observée à partir du talus :

$$w = \frac{0{,}02 + 300\,000}{1 + \dfrac{0{,}02 \times 300\,000}{(300\,000)^2}} = 300\,000 \text{ km/s}. \qquad (12)$$

Par conséquent la vitesse de la lumière est bien indépendante du référentiel.

Si l'on avait appliqué le théorème de la mécanique classique, c'est-à-dire l'équation (10), on aurait trouvé que la vitesse de la lumière qui se propage à 300 000 km/s dans le couloir du train pour un voyageur installé dans ce train a, par rapport au talus, une vitesse égale à :

$$w = 0{,}02 + 300\,000 = 300\,000{,}02 \text{ km/s}. \qquad (13)$$

Depuis 1905, nous savons que ce résultat est inexact.

Pourquoi a-t-il fallu attendre l'an de grâce 1905 pour invalider le théorème fondamental de la cinématique classique ? Tout simplement parce qu'aucune expérience du type « Michelson » n'avait été faite jusqu'alors et que, pour les vitesses « ordinaires » (celles des boules de billard, des véhicules terrestres ou même des astres), le facteur uv/c^2 tend vers 0 et l'équation (9) tend vers l'équation (10). Ainsi un voyageur se déplaçant à la vitesse $u = 1$ m/s dans le couloir du train précédent semble animé d'une vitesse w par rapport au talus égale, en toute rigueur, à :

$$w = \frac{20 + 1}{1 + \dfrac{20}{9 \times 10^{16}}} = \frac{21}{1{,}000\,000\,000\,000\,000\,222\ldots} \text{ m/s}. \qquad (14)$$

Même avec des moyens très perfectionnés, il est impossible d'apprécier la différence entre cette valeur théorique et la valeur $w = 21$ m/s prévue par l'approximation galiléenne de l'équation (10), approximation qui peut donc être acceptée ici.

● *Contraction des longueurs dans la direction du mouvement.*

— Considérons d'abord une règle rigide graduée *AB*, parallèle à l'axe *Oz* d'un référentiel *S* ; le point *A* de coordonnées $(0, 0, z_1)$ et le point *B* de coordonnées $(0, 0, z_2)$ déterminent la longueur *AB* de la règle mesurée dans *S*, à savoir :

$$l = z_2 - z_1 . \qquad (15)$$

Si la règle se déplace avec un vecteur vitesse **v** orienté selon *Ox*, la grandeur *l* devient :

$$l' = z'_2 - z'_1 , \qquad (16)$$

z'_1 et z'_2 étant les coordonnées respectives de *A* et *B* dans le référentiel *S'* qui se déplace avec la règle selon la vitesse **v**. D'après les formules de Lorentz, on doit avoir :

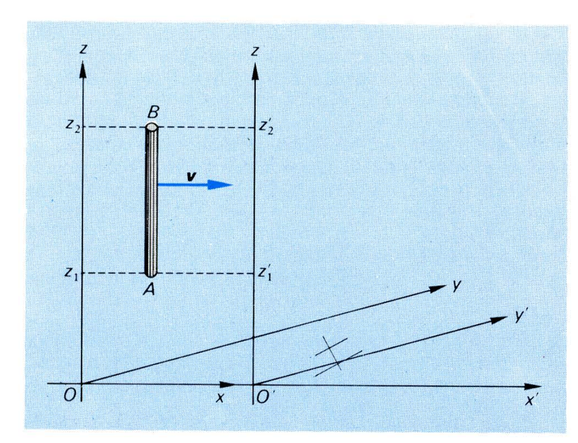
$$z'_1 = z_1 , \quad z'_2 = z_2 , \qquad (17)$$

donc :

$$l = l' . \qquad (18)$$

De même, si la règle était parallèle à l'axe *Oy*, sa longueur dans *S* serait égale à sa longueur dans *S'*, toujours en vertu de la transformation de Lorentz :

$$l = y_2 - y_1 = y'_2 - y'_1 = l' . \qquad (19)$$



La longueur d'une règle AB est invariante lorsqu'elle se déplace avec un vecteur vitesse v de direction perpendiculaire à AB (on a pris le cas où AB est parallèle à Oz, le résultat serait le même si AB était parallèle à Oy).

— Soit maintenant une règle *AB* parallèle à l'axe *Ox* se déplaçant dans la direction de *Ox* à la vitesse **v**. Dans le référentiel *S*, au repos relatif, sa longueur est encore

$$l = x_2 - x_1 , \qquad (20)$$

x_1 et x_2 étant respectivement l'abscisse de *A* et l'abscisse de *B*. Observons maintenant cette règle dans un système de référence *S'* qui se déplace à la vitesse **V** par rapport à *S*. Les abscisses x_1 et x_2 des extrémités du barreau *AB* deviennent x'_1 et x'_2, conformément aux formules de Lorentz, données aux équations (6) p. 13. On a, d'après ces formules et tous calculs faits :

$$\begin{cases} x_1 = \dfrac{x'_1 + Vt'}{\sqrt{1-\beta^2}} ; \\ x_2 = \dfrac{x'_2 + Vt'}{\sqrt{1-\beta^2}} . \end{cases} \qquad (21)$$

De sorte que la longueur *l* de la règle *AB* dans le système *S* a pour valeur :

$$l = x_2 - x_1 = \frac{x'_2 - x'_1}{\sqrt{1-\beta^2}} . \qquad (22)$$

La quantité $x'_2 - x'_1$ est la longueur *l'* du barreau en mouvement mesurée dans le système *S'*, animé du même mouvement. L'équation (22) s'écrit donc :

$$l = \frac{l'}{\sqrt{1-\beta^2}} . \qquad (23)$$

On peut aussi écrire la formule inverse :

$$l' = l\sqrt{1-\beta^2} . \qquad (24)$$

Conclusion : la règle *AB*, animée de la vitesse **v**, a une longueur *l' plus petite* que sa longueur *l* au repos relatif (le facteur $\sqrt{1-\beta^2}$ est inférieur à l'unité), elle s'est *contractée*. Le phénomène s'appelle la *contraction de Fitzgerald-Lorentz*.

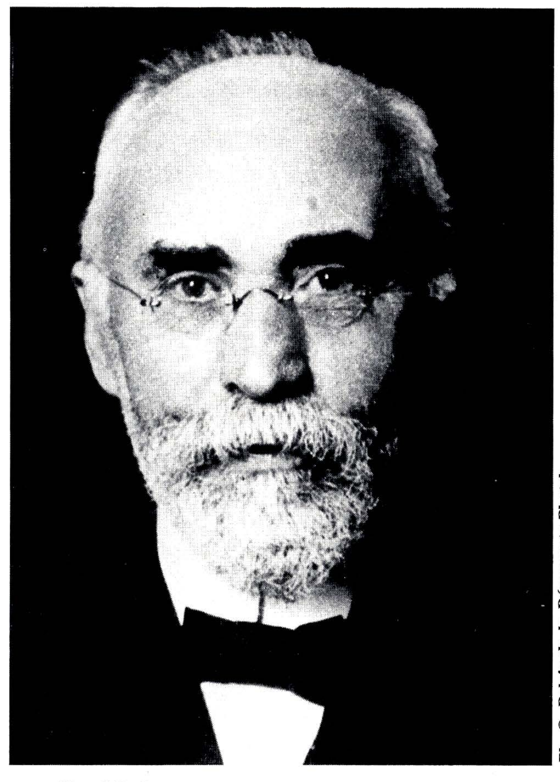
— Les conséquences pratiques de cette contraction des longueurs de la direction du mouvement dépendent, évidemment, de la valeur du rapport β.

1 - A l'échelle de la mécanique humaine ou même de la mécanique céleste, β^2 est voisin de 0 et $\sqrt{1-\beta^2} \simeq 1$. L'observation nous incitera donc toujours à poser $l = l'$. Considérons une règle de longueur $l = 1$ m dans un système au repos relatif (par exemple dans un référentiel lié au centre du système solaire). Comme la Terre est animée d'une vitesse orbitale $v = 10^{-4}\,c$ (30 km/s), la longueur *l'* de cette même règle rigide mesurée sur la Terre (à condition qu'elle soit placée parallèlement au vecteur vitesse *V* du mouvement de la Terre) est :

$$\begin{aligned} l' &= l\sqrt{1-\beta^2} = l \times \sqrt{0{,}999\,999\,99} \\ &= 0{,}999\,999\,995 \text{ m} , \end{aligned} \qquad (25)$$

c'est-à-dire qu'elle mesurerait 5 millioniémes de millimètre de moins que si la Terre était au repos par rapport au centre du système solaire. On imagine bien qu'une telle différence est inobservable expérimentalement.

2 - Les mesures directes de la contraction des longueurs à des vitesses telles que $V = 30$ km/s sont impossibles. Par contre les conséquences de cette contraction peuvent être mises en évidence avec l'interféromètre de Michelson : pour interpréter le résultat négatif de l'expérience de 1887, Fitzgerald et Lorentz ont supposé que l'interféromètre de Michelson avait subi une contraction, et ils ont corrigé les formules de Galilée en conséquence. En d'autres termes, ils supposaient que le théorème de composition des vitesses de Galilée était toujours vrai, mais que la déformation de l'appareil le masquait. Le génie d'Einstein a été de raisonner à l'inverse de Fitzgerald et Lorentz : l'interféromètre ne se déforme pas, c'est le théorème de composition des vitesses de Galilée qui doit être rejeté et remplacé par le théorème de composition relativiste des vitesses.



Hendrik Anton Lorentz (1853-1928), physicien hollandais qui énonça, en 1895, la théorie électronique de la matière. On lui doit aussi d'avoir établi les formules de transformation qui portent son nom pour interpréter les résultats négatifs des expériences de Michelson-Morley. Prix Nobel de physique avec Zeeman en 1902.

● *Dilatation du temps.*

— Considérons maintenant un référentiel *S* au repos relatif, muni d'une horloge *H* que nous placerons à l'origine *O* ($x = 0$) du système. Appelons τ (lettre grecque *tau*) la mesure d'un intervalle de temps dans le repère *S* où l'horloge est au repos ; c'est ce qu'on nomme *l'intervalle de temps propre*. Si une même horloge est solidaire d'un système *S'* en mouvement uniforme de vitesse *V* parallèle à *Ox* par rapport à *S*, le même intervalle de temps mesuré dans *S'* vaudra, d'après les équations (6) de Lorentz (et puisque $x = 0$) :

$$t' = \frac{\tau}{\sqrt{1-\beta^2}} \qquad (26)$$

Comme $\sqrt{1-\beta^2}$ est inférieure à 1, la division de τ par ce facteur donne un résultat *t'* supérieur à τ. En d'autres termes, l'horloge en mouvement de *S'* est plus lente que l'horloge au repos (relatif) de *S*, et l'intervalle de temps entre deux événements qui vaut τ secondes dans *S* vaut $t' > \tau$ secondes quand il est mesuré dans *S'*. C'est ce qu'on nomme la *dilatation du temps*. Ici aussi, quand β^2 tend vers 0, *t'* tend vers τ, et la dilatation du temps est insensible.

— Examinons quelques conséquences importantes de l'équation (26).

1 - Si l'horloge *H* de *S* et l'horloge *H'* de *S'* sont synchronisées au départ, l'horloge en mouvement *H'* va *retarder* par rapport à l'horloge *H*. Ce retard est évidemment imperceptible pour des vitesses *V* de *H'* faibles par rapport à la vitesse de la lumière.

2 - Considérons une particule instable dont la *durée de vie moyenne* vaut τ secondes (la durée de vie moyenne d'une particule est définie p. 115) quand on l'observe au repos dans un référentiel *S*. Choisissons par exemple d'observer des *mésons* π^+. Cette dénomination barbare désigne des particules dont la masse est intermédiaire entre celle de l'électron et celle du noyau de l'atome d'hydrogène (le mot grec *mesos* signifie « intermédiaire », d'où le nom de *méson*) ; leur existence a été reconnue en 1937 : elles proviennent de collisions entre protons (voir p. 118). Il s'agit d'une existence éphémère, puisque leur durée de vie moyenne, avant que ces particules ne se désintègrent, est :

$$\tau = 2{,}5 \times 10^{-8} \text{ s} = 25 \text{ nanosecondes} . \qquad (27)$$

Considérons maintenant un méson π^+ animé d'une vitesse $v = 270\,000$ km/s $= 0{,}9\,c$; cette vitesse est énorme et se rencontre expérimentalement. On a alors $\beta = 0{,}9$ et $\beta^2 = 0{,}81$, de sorte que la durée de vie moyenne du méson π^+ en mouvement est si on l'exprime en nanosecondes (1 ns $= 10^{-9}$ s) :

$$t' = \frac{\tau}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{25}{\sqrt{0{,}19}} \approx 57 \text{ ns} . \qquad (28)$$

Ainsi donc un méson π^+ a une vie moyenne deux fois plus longue lorsqu'il est en mouvement que lorsqu'il est en repos (57 ns au lieu de 25 ns). Comparons donc la distance parcourue par une telle particule selon qu'on adopte le point de vue de la mécanique classique

Vie moyenne et trajet moyen d'un méson π^+ en mécanique relativiste et en mécanique classique. Les temps ont été exprimés en nanosecondes (milliardiemes de seconde) et la vitesse en mètres par nanoseconde. Le trajet prévu par la mécanique relativiste est plus du double du trajet prévu par la mécanique classique.

	En mécanique relativiste	En mécanique classique
Vitesse	$v = 0{,}27$ m/ns	$v = 0{,}27$ m/ns
Durée de vie moyenne	$t' = 57$ ns	$\tau = 25$ ns
Trajet moyen parcouru avant désintégration	$vt' = 15{,}39$ m	$v\tau = 6{,}75$ m

ou celui de la mécanique relativiste. Nous mesurons les vitesses en mètres par nanoseconde pour rendre le tableau plus éloquent.

3 - Application pratique : les physiciens qui expérimentent sur des particules à haute énergie doivent utiliser des appareils de dimensions telles qu'ils puissent observer les chemins qu'elles parcourent avant de se désintégrer. Un méson π^+ auquel on communique une vitesse $v = 0{,}999\,c$ (ce qui est possible avec un appareil comme le *bévatron*) a une durée de vie moyenne qui atteint 322 nanosecondes, en vertu de la dilatation du temps ; il parcourt donc en moyenne plus de 96 m : la cible destinée à le recevoir doit donc être située à cette distance du bévatron.

4 - Nous rencontrerons bien d'autres conséquences du principe de la relativité restreinte, à propos des différents phénomènes étudiés par la dynamique, énergétique, etc. Elles seront étudiées avec les exposés qui leur correspondent. La plupart de ces conséquences ont été observées expérimentalement de la validité des théories d'Einstein.

L'espace-temps de Minkowski.

Il existe une manière élégante de décrire mathématiquement les résultats de la relativité ; elle a été exposée par le mathématicien lituanien Hermann Minkowski. Le lecteur se reportera à la p. 166 pour les principaux résultats obtenus par Minkowski ; nous nous contenterons ici de quelques indications générales.

— Si au temps t il se produit en un point A de coordonnées (x, y, z) un événement donné, nous appellerons *événement*, ou point-événement le vecteur (x_1, x_2, x_3, x_4) dont les quatre composantes sont :

$$\begin{cases} x_1 = x\,; \\ x_2 = y\,; \\ x_3 = z\,; \\ x_4 = ict\,. \end{cases}$$

i est défini par $i^2 = -1$. Ce vecteur à quatre dimensions est appelé un *quadrivecteur*. L'ensemble des quadrivecteurs est un espace vectoriel à quatre dimensions. On notera que l'une des composantes des quadrivecteurs de Minkowski est imaginaire (elle comprend le symbole i) : l'espace vectoriel ainsi constitué n'est donc pas construit sur le corps des réels.

— L'espace vectoriel ainsi défini est appelé *espace-temps*. L'ensemble de tous les points-événements définissant les positions successives d'un mobile pour des valeurs successives de t est une *ligne d'univers*.

— Étant donné une origine O, arbitrairement choisie dans l'espace-temps, on appelle *distance dans l'espace-temps* d'un point-événement M à cette origine O l'expression :

$$x^2 + y^2 + z^2 - c^2 t^2\,. \tag{30}$$

— Supposons qu'un événement se produise au point A de coordonnées (x_A, y_A, z_A) à un instant donné et au point B de coordonnées (x_B, y_B, z_B) t secondes après ou avant. La longueur l du vecteur euclidien **AB** est donnée par :

$$l^2 = (x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2\,, \tag{31}$$

et, pendant le temps t, la lumière parcourt la distance ct. Cela posé, on appelle *intervalle* entre les deux points dans l'espace-temps la grandeur scalaire s telle que :

$$s^2 = c^2 t^2 - l^2\,. \tag{32}$$

Quand ce nombre est positif, les points-événements A et B forment un *couple dans le temps*, et l'événement B succède toujours à l'événement A (il peut donc y avoir une relation causale de A vers B) ; si l'intervalle s^2 est négatif, les points-événements A et B forment un *couple dans l'espace*, et l'ordre de succession dans le temps des deux événements dépend du système de référence ; enfin si l'intervalle s^2 est nul, les deux points-événements peuvent être reliés par un signal lumineux. Pour plus de détails, se reporter à la p. 166.

Nous retiendrons que l'intérêt de l'espace-temps de Minkowski est surtout logique, en ce qui concerne la relativité restreinte qui peut être décrite plus concrètement avec les méthodes classiques (euclidiennes). En revanche, c'est un outil puissant pour développer la théorie de la relativité générale.

LES CONCEPTS FONDAMENTAUX DE LA PHYSIQUE.

Le concept de masse.

Quantité de matière et inertie.

On appelle *masse* d'un corps au repos la quantité de matière qu'il contient, et on a coutume de désigner cette quantité par la lettre m.

● *Mesure de la masse d'un corps au repos.* L'expérience montre que lorsqu'on agit *mécaniquement* sur une masse (en la poussant, en soufflant dessus ou de toute autre manière), et en l'absence de toute autre action, elle prend un mouvement uniformément accéléré d'accélération γ (comme nous allons nous intéresser à la valeur absolue des accélérations, la notation vectorielle est inutile ici).

Pour comparer deux masses M et M', on peut se contenter de comparer les accélérations γ et γ' qu'elles prennent lorsqu'elles sont soumises à une action mécanique identique. Choisissons une masse M_0 comme étalon, et nommons-la *kilogramme* ; pour mesurer la masse m d'une particule M, soumettons M et M_0 à une même action mécanique : il en résulte deux accélérations γ et γ_0 et le rapport :

$$m = \frac{\gamma_0}{\gamma} \tag{1}$$

mesure la masse M en unités M_0, c'est-à-dire, ici, en kilogrammes.

La masse m déterminée de cette façon est appelée *masse d'inertie* de la particule M.

● *Notion de masse gravitationnelle.* Nous verrons, p. 23, que deux particules matérielles, distantes de r, interagissent en s'attirant réciproquement, c'est-à-dire en se communiquant des accélérations γ et γ'. Cette interaction n'est autre que la *gravitation*. La force avec laquelle les deux particules s'attirent dépend de leur distance et de la quantité de matière qu'elles contiennent. Si l'on mesure la quantité de matière en question par cette force, la masse obtenue est appelée *masse gravitationnelle*. Plaçons par exemple une particule M de masse inconnue sur le plateau d'une balance : sous l'action de la gravitation terrestre (pesanteur), le plateau s'incline vers le bas. Pour rétablir l'équilibre, il faut placer x kilogrammes sur l'autre plateau : la pesanteur agit sur ces x kilogrammes de la même façon que sur la masse inconnue et, lorsque le fléau est bien horizontal, on a $m = x$ kg.

● *Principe d'équivalence.* Aucune expérience, aux erreurs de mesure près, n'a permis de déceler une différence entre la masse d'inertie et la masse gravitationnelle d'un corps. Nous pouvons donc admettre la double équivalence :

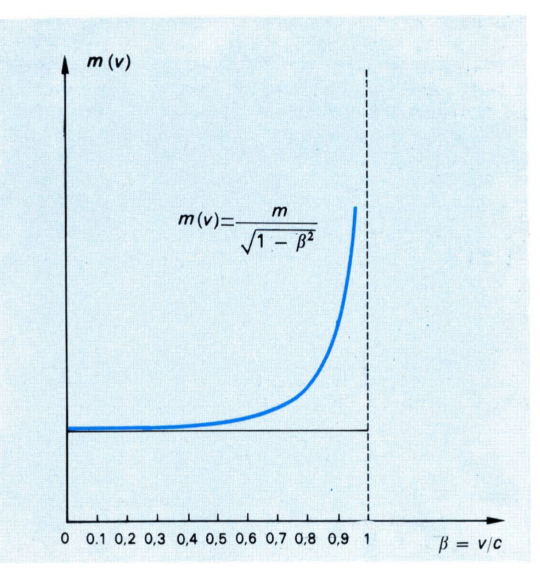
quantité de matière = masse d'inertie
= masse de gravitation.

Comportement relativiste de la masse.

● *Masse au repos et masse en mouvement.* La masse au repos m d'une particule est une *grandeur constante*. Lorsque la particule est animée d'un mouvement de vitesse v, la théorie de la relativité impose de considérer que la masse $m(v)$ de la particule en mouvement varie avec la vitesse et tend vers l'infini lorsque v tend vers c, la vitesse de la lumière. On montre que :

$$m(v) = \frac{m}{\sqrt{1-\beta^2}}\,, \tag{2}$$

avec $\beta = v/c$. La masse variable $m(v)$ est appelée *masse relativiste* de la particule ; pour β inférieur à 0,3 (c'est-à-dire pour $v < 90\,000$ km/s), la différence entre $m(v)$ et m est peu sensible (voir figure). Comme, jusqu'à une époque très récente, on ne connaissait aucun corps se déplaçant à des vitesses aussi grandes que 100 000 km/s, on pouvait se passer de la relation (2). De nos jours, au sein des accélérateurs de particules, on atteint des vitesses de l'ordre de 0,9 c, et il n'est plus question, alors, de se contenter de l'approximation $m(v) \approx m$.



Comportement relativiste de la masse : la grandeur $m(v)$ ***croît rapidement quand*** $\beta = v/c$ ***augmente et tend vers l'infini quand*** $v \to c$***, c'est-à-dire quand*** $\beta \to 1$***. La masse au repos*** m ***correspond à*** $v = 0$.

● *Équivalence de la masse et de l'énergie.* On démontre, en théorie de la relativité, que la *masse d'un corps est une mesure de son énergie* (Einstein, 1905), la relation entre la masse au repos m et l'énergie totale E équivalente à cette masse étant :

$$E = mc^2\,. \tag{3}$$

Toute variation Δm de la masse d'une particule entraîne une libération ΔE d'énergie telle que :

$$\Delta E = c^2\,\Delta m\,. \tag{4}$$

Ainsi, une masse qui diminue d'un microgramme (10^{-9} kg) libère une énergie égale à :

$$\Delta E = 9 \times 10^{16} \times 10^{-9} = 9 \times 10^7\ \text{J}\,, \tag{5}$$

soit 90 millions de joules, ce qui est considérable à l'échelle humaine (voir une conséquence importante de la relation masse/énergie p. 106, à propos du *défaut de masse* d'un noyau atomique).

Distribution de la masse dans un corps.

● *Centre d'inertie.* Un corps peut être considéré comme composé d'un grand nombre de particules de masses $m_1, m_2, \ldots, m_n$; sa masse M a pour valeur :

$$M = m_1 + m_2 + \cdots + m_n = \sum_{i=1}^{n} m_i \tag{6}$$

$\left(\sum_{i=1}^{n} m_i\right.$ se lit « Somme des m_i, de $i = 1$ à $i = n$ »$\left.\right)$.

En mécanique, il est commode de supposer que toute la masse m d'un corps (= d'un système de particules) est concentrée en un point qu'on appelle *centre d'inertie* (= *centre de gravité* = *centre de masse*). La détermination de ce point peut être réalisée expérimentalement dans certains cas ; il coïncide avec le centre de symétrie d'un solide quand celui-ci est homogène et comporte un centre de symétrie (par exemple le centre d'une sphère). Le traitement mathématique du problème est expliqué p. 166.

● *Moments d'inertie.* Considérons un solide mobile autour d'un axe Δ, et soit $r_1, r_2, \ldots, r_n$ les distances respectives des masses $m_1, m_2, \ldots m_n$ qui le composent à l'axe Δ. On appelle *moment d'inertie* du solide par rapport à l'axe Δ le nombre J défini par :

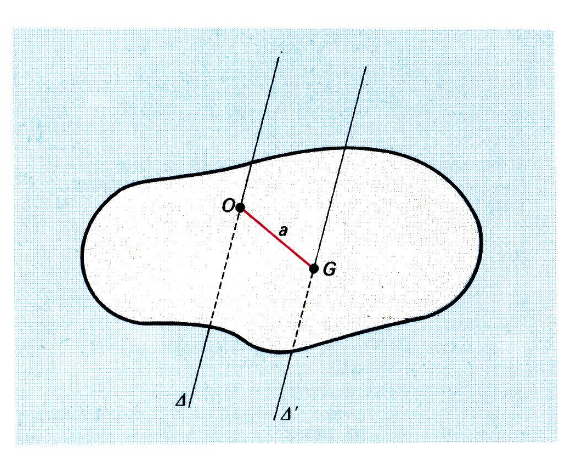
$$J = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + \cdots + m_n r_n^2 = \sum_{i=1}^{n} m_i r_i^2\,. \tag{7}$$

La grandeur J est obtenue en additionnant les produits [masse × longueur²] : dans le système SI elle s'exprime donc en kilogrammes-mètres carrés ($kg \cdot m^2$).

Le calcul des moments d'inertie fait intervenir le calcul intégral ; il est expliqué, dans ses principes, pp.166-167. On utilise aussi le *théorème de Huygens* : en appelant a la distance du centre d'inertie G d'un solide à l'axe Δ de rotation, et J_G le moment d'inertie du solide par rapport à un axe Δ' passant par G et parallèle à Δ, on a :

$$J_\Delta = J_G + Ma^2 , \qquad (8)$$

M désignant la masse du solide considéré.



Le théorème de Huygens.



Christiaan Huygens (1629-1695). D'origine hollandaise (il est né à La Haye), Huygens a été un grand savant européen, qui fit ses principaux travaux en Hollande, en Angleterre (de 1663 à 1665) et à Paris (de 1665 à 1680). Mathématicien, il a écrit en 1656 le premier traité de calcul des probabilités et créé la théorie des développées et des développantes ; astronome, il a découvert l'anneau de Saturne, la rotation de Mars, la nébuleuse d'Orion, etc. ; physicien, on lui doit la théorie du pendule composé (et l'invention de l'horloge à pendule), le concept de force centrifuge (1673), l'hypothèse de la nature ondulatoire de la lumière (1678) et de nombreuses découvertes concernant l'énergie cinétique, la relativité du mouvement, l'acoustique musicale, etc.

Grandeurs dynamiques fondamentales.

La dynamique (du grec *dunamis* = « force ») est l'étude du mouvement des corps dans leurs rapports avec les actions qui les engendrent. Cette étude implique l'introduction de grandeurs vectorielles en rapport avec le vecteur vitesse $\boldsymbol{v}$ et le vecteur accélération $\vec{\gamma}$ définis en cinématique, et qui sont la *quantité de mouvement* $\boldsymbol{p}$, le *moment cinétique* $\boldsymbol{b}$ et la *force* $\boldsymbol{F}$.

La quantité de mouvement.

Étant donné une particule dont la masse au repos est m et qui est animée d'un mouvement de vitesse $\boldsymbol{v}$, le *vecteur quantité de mouvement* associé à cette particule est défini par :

$$\boldsymbol{p} = \frac{m\boldsymbol{v}}{\sqrt{1-\beta^2}} , \qquad (1)$$

avec $\beta = v/c$. Si v est petit par rapport à c, on peut admettre l'approximation non relativiste $\beta^2 \approx 0$ et le vecteur $\boldsymbol{p}$ s'écrit :

$$\boldsymbol{p} = m\boldsymbol{v} . \qquad (2)$$

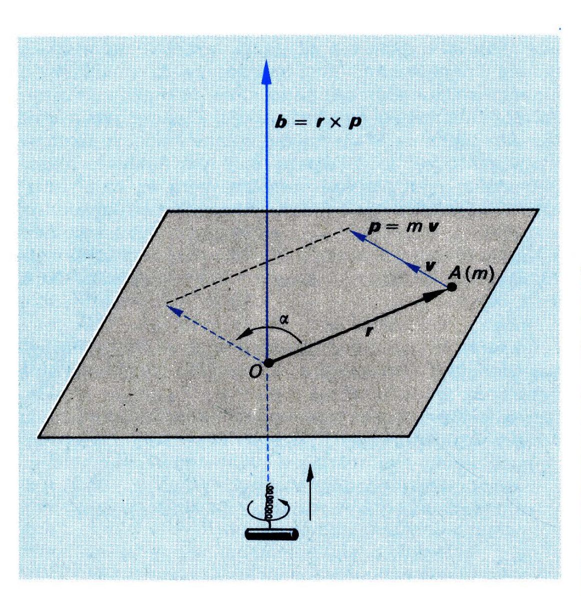
Le module p du vecteur $\boldsymbol{p}$ s'exprime, dans le système SI, en kilogrammes-mètres par seconde ($kg \cdot m/s$).

On notera que la quantité de mouvement est aussi appelée *impulsion*.

Le moment cinétique.

● *Définition.* Soit une particule A de masse m, définie par son vecteur position $\boldsymbol{OA} = \boldsymbol{r}$ et animée d'un mouvement de vitesse $\boldsymbol{v}$; soit $\boldsymbol{p}$ sa quantité de mouvement (si $\beta \approx 0$, $\boldsymbol{p} = m\boldsymbol{v}$). On appelle *moment cinétique* de la particule par rapport à l'origine O choisie le vecteur $\boldsymbol{b}$ défini par :

$$\boldsymbol{b} = \boldsymbol{r} \times \boldsymbol{p} . \qquad (3)$$



Moment cinétique d'une particule par rapport à un point O**. La particule** A **a pour masse** m**, et pour vecteur vitesse** $\vec{v}$**. Le vecteur quantité de mouvement** $\vec{p} = m\vec{v}$ **est colinéaire au vecteur vitesse. Pour construire le vecteur moment cinétique** $\vec{b}$**, nous avons mené par** O **un vecteur égal à** $\vec{p}$**, et construit le vecteur** $\vec{b}$ **conformément à la définition du texte. La règle du tire-bouchon nous montre que, dans le cas de figure considéré, le vecteur** $\vec{b}$ **est orienté vers le haut. Le module de** $\vec{b}$ **est :** $b = mvr \sin \alpha$.

Le signe « × » signifie « produit vectoriel » ; la construction du vecteur $\boldsymbol{b}$ a été expliquée p. 6, elle est faite sur la figure ci-dessus. Le module du vecteur $\boldsymbol{b}$ est égal à l'aire du parallélogramme construit sur $\boldsymbol{r}$ et $\boldsymbol{p}$, soit :

$$b = mvr \sin \alpha \qquad (4)$$

(α : angle des vecteurs $\boldsymbol{r}$ et $\boldsymbol{p}$) en mécanique non relativiste.

L'équation (4) montre que les dimensions de la grandeur b sont $[MLT^{-1}L] = [ML^2T^{-1}]$; le moment cinétique se mesure donc, dans le système SI, en kilogrammes-mètres carrés par seconde ($kg \cdot m^2/s$). On trouvera des informations mathématiques complémentaires p. 167.

● *Remarques.*

1 - L'unité $kg \cdot m^2/s$ a les mêmes dimensions que l'unité $J \cdot s$ (joule-seconde), qui mesure une grandeur physique appelée *action*. Nous verrons les conséquences importantes de cette remarque p. 76.

2 - Dans le cas d'un mouvement circulaire centré sur l'origine, le vecteur vitesse $\boldsymbol{v}$ est perpendiculaire au vecteur position $\boldsymbol{r}$ et $\sin \alpha = \sin \pi/2 = 1$. Le module du moment cinétique est alors égal à $b = mvr$. Ainsi, pour l'électron de masse au repos m_e, tournant autour du noyau atomique, on a :

$$b = m_e vr . \qquad (5)$$

Le concept de force.

La « force » est une vieille notion métaphysique, créée par Aristote au IVe siècle av. J.-C. ; réintroduite avec la dénomination *virtus* par Kepler, en 1609, elle a été érigée en concept scientifique par Newton et Leibniz à la fin du XVIIe siècle. Dans les anciens ouvrages de physique, on trouvait encore la définition métaphysique suivante.

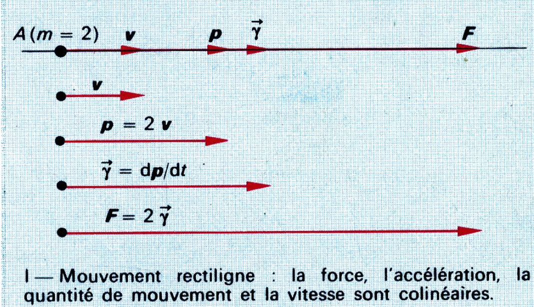
> « *On appelle force toute cause capable de produire un mouvement ou une déformation ...* »

Cette définition donnait à croire que la force était une réalité physique, au même titre que la masse, la vitesse ou l'accélération d'une particule. En fait, le concept de force est celui d'une grandeur *calculée* à partir de ces grandeurs observables, très *commode* pour l'exposé des faits mécaniques, mais c'est un concept artificiel.

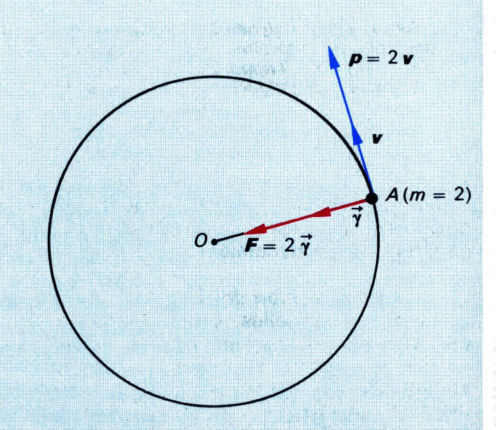
● *Définition.* On appelle vecteur force $\boldsymbol{F}$ le vecteur obtenu en prenant la dérivée du vecteur quantité de mouvement $\boldsymbol{p}$; la force est donc le *taux de variation* du vecteur $\boldsymbol{p}$:

$$\boldsymbol{F} = \frac{d\boldsymbol{p}}{dt} . \qquad (6)$$

Représentation du vecteur force dans le cas d'un mouvement rectiligne (I) et dans le cas d'un mouvement circulaire (II). On a supposé que la masse de la particule matérielle est $m = 2$**, de sorte que le vecteur** $\vec{p}$ **est double du vecteur** $\vec{v}$ **et le vecteur** $\vec{F}$ **double du vecteur** $\vec{\gamma}$ **dans les deux cas. Dans la figure I, on a représenté en outre séparément les quatre vecteurs colinéaires.**



I — Mouvement rectiligne : la force, l'accélération, la quantité de mouvement et la vitesse sont colinéaires.



II — Mouvement circulaire : le vecteur accélération est perpendiculaire au vecteur vitesse (l'accélération et la force sont centripètes).

En mécanique non relativiste on a $\boldsymbol{p} = m\boldsymbol{v}$ et, comme $d\boldsymbol{v}/dt$ n'est autre que le vecteur accélération $\vec{\gamma}$ du mouvement, on peut écrire :

$$F = \frac{d(m\boldsymbol{v})}{dt} = m\frac{d\boldsymbol{v}}{dt} = m\vec{\gamma}. \qquad (7)$$

En d'autres termes, de même que $\boldsymbol{p} = m\boldsymbol{v}$ est la quantité de mouvement, la force $\boldsymbol{F} = m\vec{\gamma}$ est la « quantité d'accélération ».

● *Unité de force.* Les dimensions du produit $m\gamma$, module de la force $\boldsymbol{F}$, sont $[MLT^{-2}]$: une force s'exprime donc en kilogrammes-mètres par seconde par seconde. Cette unité est plus brièvement appelée le *newton* (symbole : N), en hommage au grand physicien (on a coutume, en France, de prononcer « neuton », ce qui n'est pas tellement plus bizarre que de prononcer « nioutonne » !).

On représente une force par un segment fléché (vecteur géométrique), dont la direction est la *ligne d'action* de la force, dont le sens est le sens d'action de la force et dont le module est $m\gamma$.

● *Dynamomètres.* Comme leur nom l'indique, ces appareils sont destinés à la mesure des forces. Le principe des dynamomètres à corps élastique est fondé sur le fait que l'action d'une force de module F sur un corps élastique (un ressort par exemple) se traduit par un allongement Δl du ressort. Si F n'est pas trop grand, Δl est proportionnel à F (loi de Hooke) ; il suffit donc d'étalonner le dynamomètre pour mesurer F en fonction de Δl. Nous verrons plus loin qu'on peut aussi utiliser des balances pour mesurer les forces électriques et capillaires.



Ph. Jeanbor © Photeb. T.

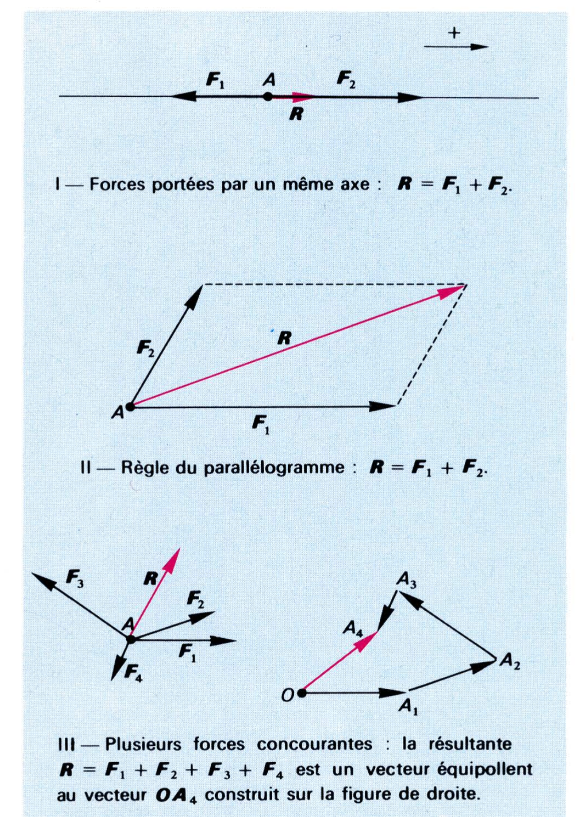
Le principe du dynamomètre appliqué aux distractions des fêtes foraines. Selon la force avec laquelle on frappe sur l'appareil, un ressort transmet sa compression à l'aiguille qui se déplace sur le cadran.

Dans les systèmes en mouvement, les forces ne se mesurent pas : elles se calculent, d'après les lois générales de la dynamique.

● *Composition des forces.* Les forces étant des grandeurs vectorielles, on peut leur faire subir les opérations classiques sur les vecteurs.

— La somme vectorielle de deux forces $\boldsymbol{F}$ et $\boldsymbol{F}'$ appliquées à une même particule A de masse m, est la diagonale du parallélogramme construit sur les vecteurs $\boldsymbol{F}$ et $\boldsymbol{F}'$. On l'appelle ordinairement la *résultante* des forces $\boldsymbol{F}$ et $\boldsymbol{F}'$ et on écrit :

$$\boldsymbol{R} = \boldsymbol{F} + \boldsymbol{F}'. \qquad (8)$$



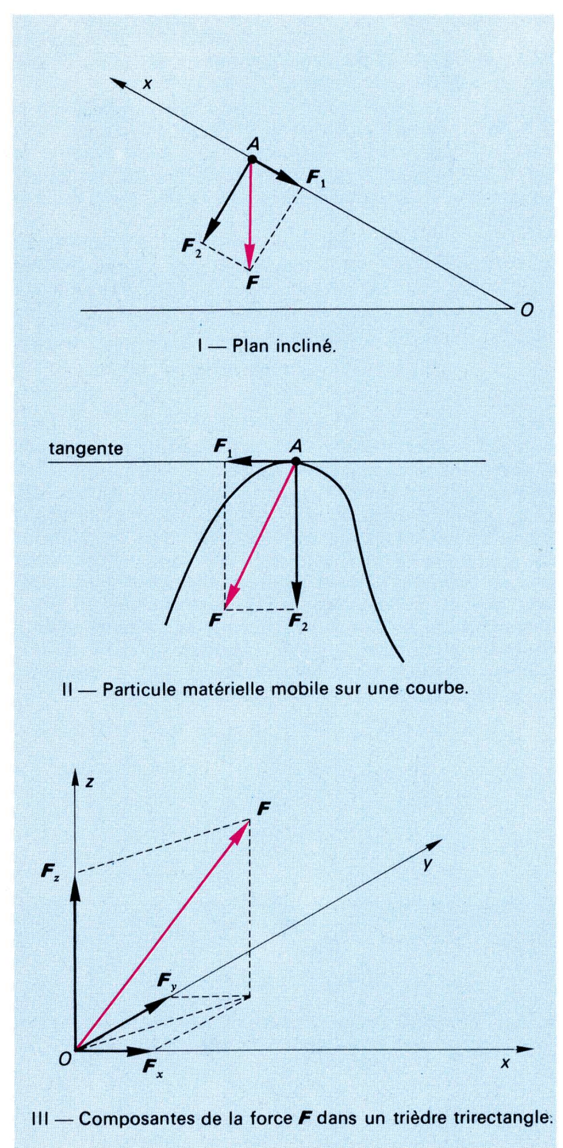
Composition des forces.
I — Deux forces $\vec{F}_1$ et $\vec{F}_2$ portées par la même droite ; la résultante $\vec{R}$ est colinéaire à $\vec{F}_1$ et $\vec{F}_2$; le module de $\vec{R}$ est la somme des modules de $\vec{F}_1$ et $\vec{F}_2$, affectés du signe « + » ou « — » selon le sens des vecteurs par rapport à l'orientation de l'axe.
II — Règle du parallélogramme : $\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$.
III — Résultante des quatre forces $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, $\vec{F}_3$, $\vec{F}_4$: par O quelconque on mène $\vec{OA}_1 = \vec{F}_1$, puis $\vec{A_1A_2} = \vec{F}_2$, $\vec{A_2A_3} = \vec{F}_3$, $\vec{A_3A_4} = \vec{F}_4$; la résultante $\vec{R}$ est équipollente (c'est-à-dire parallèle, de même sens et égale) au vecteur $\vec{OA}_4$.

— Si plusieurs forces $\boldsymbol{F}_1$, $\boldsymbol{F}_2$, $\boldsymbol{F}_3$, ... sont appliquées en A, leur résultante s'obtient en composant deux à deux les forces $\boldsymbol{F}_i$, puis en composant ses résultantes partielles et ainsi de suite jusqu'à ce qu'on obtienne la *résultante générale* $\boldsymbol{R}$ du système de forces. Une méthode graphique classique consiste à construire, à partir d'un point O, des vecteurs $\boldsymbol{f}_1$, $\boldsymbol{f}_2$, ..., $\boldsymbol{f}_n$, équipollents à $\boldsymbol{F}_1$, $\boldsymbol{F}_2$, ..., $\boldsymbol{F}_n$; la résultante des vecteurs $\boldsymbol{f}_i$ a pour origine O et pour extrémité l'extrémité A_n du n-ième vecteur $\boldsymbol{f}_i$. La résultante $\boldsymbol{R}$ cherchée est le vecteur mené par A, équipollent à $\boldsymbol{OA}_n$.

● *Décomposition d'un vecteur force.* C'est l'opération inverse de la composition. Une force $\boldsymbol{F}$, appliquée à une particule matérielle A, peut toujours être considérée comme la somme de deux ou plusieurs forces $\boldsymbol{F}_1$, $\boldsymbol{F}_2$, ... Il y a une infinité de manières de décomposer une force $\boldsymbol{F}$; on choisit en général de la décomposer selon deux forces rectangulaires $\boldsymbol{F}_1$ et $\boldsymbol{F}_2$, les directions de ces deux forces étant choisies comme remarquables. Ainsi la force agissant sur une particule en mouvement sur un plan incliné sera avantageusement décomposée en une force perpendiculaire au plan et une force parallèle au plan ; la force agissant sur une particule animée d'un mouvement curviligne sera avantageusement décomposée en une force dirigée selon la tangente à la courbe en A et une force normale à la courbe.

Dans le cas particulier (et bien commode) où la particule est à l'origine du système de coordonnées, la force est décomposée en ses composantes $\boldsymbol{F}_x$, $\boldsymbol{F}_y$, $\boldsymbol{F}_z$ selon les axes Ox, Oy et Oz ; on a alors, en appelant $\boldsymbol{i}, \boldsymbol{j}, \boldsymbol{k}$ les vecteurs unitaires des axes :

$$\boldsymbol{F}_x = F_x\,\boldsymbol{i}; \quad \boldsymbol{F}_y = F_y\,\boldsymbol{j}; \quad \boldsymbol{F}_z = F_z\,\boldsymbol{k}. \qquad (9)$$



Décomposition d'une force $\vec{F}$ dans quelques cas simples.
I — La particule matérielle A est sur un plan incliné le long de l'axe Ox ; la force $\vec{F}$ est décomposée en F_1, le long du plan incliné, $\vec{F}_2$, normale au plan incliné.
II — La particule matérielle A est sur une trajectoire curviligne ; la force $\vec{F}$ qui lui est appliquée est décomposée en une composante tangentielle $\vec{F}_1$ et une composante normale à la courbe $\vec{F}_2$.
III — La particule matérielle A est à l'origine O du trièdre de référence Oxyz. La force $\vec{F}$ est décomposée selon les axes Ox, Oy et Oz. On a :
$\vec{F} = \vec{F}_x + \vec{F}_y + \vec{F}_z = \vec{i}F_x + \vec{j}F_y + \vec{k}F_z$, $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$ étant les vecteurs unitaires des axes Ox, Oy et Oz.

● *Moment d'une force.* Soit une force $\boldsymbol{F}$, appliquée à une particule matérielle A, dont le vecteur position est $\boldsymbol{r} = \boldsymbol{OA}$. On appelle *moment* ou encore *couple* de la force $\boldsymbol{F}$ par rapport au point O le vecteur dont les éléments sont ainsi définis (voir figure à la page suivante) :

— direction : perpendiculaire au plan déterminé par $\boldsymbol{r}$ et $\boldsymbol{F}$;

— sens : déterminé par la règle du tire-bouchon (si le tire-bouchon tourne dans le sens de $\boldsymbol{r}$ vers $\boldsymbol{F}$, il progresse dans le sens du vecteur moment) ;

— module : l'aire du parallélogramme construit sur $\boldsymbol{r}$ et $\boldsymbol{F}$, c'est-à-dire le produit $Fr\sin\alpha$ (α : angle de $\boldsymbol{r}$ et $\boldsymbol{F}$).

Le lecteur a reconnu dans cette définition le *produit vectoriel* $\boldsymbol{r} \times \boldsymbol{F}$ (voir p. 6). Le vecteur moment est un vecteur axial (puisque pour définir son sens nous avons fait appel à la convention du tire-bouchon) ; on le désigne soit par $\breve{\mathcal{M}}_O(\boldsymbol{F})$, soit par le symbole $\breve{\mu}$ lorsqu'il n'y a aucune ambiguïté quant à l'origine O choisie. On écrira donc :

$$\breve{\mathcal{M}}_O(\boldsymbol{F}) = \breve{\mu} = \boldsymbol{r} \times \boldsymbol{F}. \qquad (10)$$

● *Remarques.*

1 - Si $\boldsymbol{r}$ et $\boldsymbol{F}$ sont colinéaires, le moment est nul ($\alpha = 0$, $\sin\alpha = 0$, donc $\vec{\mu} = 0$).

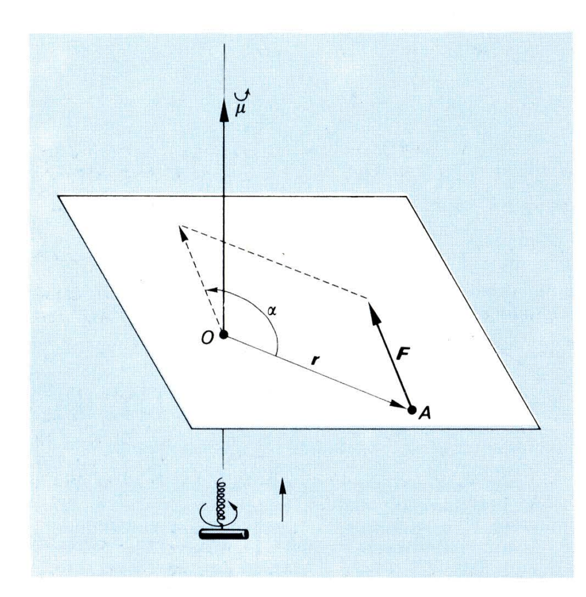
2 - Si $\boldsymbol{r}$ et $\boldsymbol{F}$ sont perpendiculaires, $\sin\alpha = 1$ et $\vec{\mu} = Fr$.

3 - Le moment d'une force, dont le module se calcule en multipliant une force par une longueur s'exprime en newtons-mètres (symbole : N.m) dans le système SI.

4 - On démontre que le moment $\vec{\mu}$ d'une force appliquée à une particule matérielle est la dérivée vectorielle du moment cinétique de cette même particule, lorsque ces deux moments sont calculés par rapport à un même point O :

$$\vec{\mu} = \frac{d\boldsymbol{b}}{dt}. \qquad (11)$$

5 - L'intérêt de la considération du moment d'une force peut se comprendre simplement en poussant une porte assez lourde : l'effort que je dois faire pour ouvrir la porte est d'autant plus faible que le point de poussée est plus éloigné de l'axe de rotation (gonds) de la porte. Ce qui est important, ce n'est donc pas uniquement l'intensité de cet effort (la « force » qui agit sur la porte), mais aussi la distance du point d'application à l'axe de rotation. D'où l'intérêt d'introduire la grandeur : effort × distance, c'est-à-dire le vecteur moment de la force considérée par rapport à l'axe de rotation.



Moment d'une force par rapport à un point O.
Le vecteur moment $\vec{\mu} = \vec{\mathcal{M}}_O(\vec{F})$ **a pour grandeur** $Fr\sin\alpha$; **il est orienté selon la convention du tire-bouchon (le trièdre** $(\vec{r}, \vec{F}, \vec{\mu})$ **est direct.**

● *Forces parallèles quelconques.* La composition de deux forces parallèles ne peut se faire selon la règle du parallélogramme, puisque celui-ci n'existe pas. La règle est alors la suivante : la résultante $\boldsymbol{R}$ de deux forces parallèles $\boldsymbol{F}$ et $\boldsymbol{F}'$ est un vecteur qui a :

— pour direction, la direction commune aux forces $\boldsymbol{F}$ et $\boldsymbol{F}'$;

— pour sens, celui du vecteur $\boldsymbol{F} + \boldsymbol{F}'$ colinéaire à $\boldsymbol{F}$ et $\boldsymbol{F}'$ (en d'autres termes, si les vecteurs $\boldsymbol{F}$ et $\boldsymbol{F}'$ ont mêmes sens, la résultante $\boldsymbol{R}$ a le sens commun à $\boldsymbol{F}$ et $\boldsymbol{F}'$; si $\boldsymbol{F}$ et $\boldsymbol{F}'$ sont de sens contraire, la résultante $\boldsymbol{R}$ a le sens de la force dont le module est le plus grand) ;

— pour point d'application le point O, tel que les moments de $\boldsymbol{F}$ et de $\boldsymbol{F}'$ par rapport à O soient égaux en module, c'est-à-dire qu'on ait, en valeur absolue, en appelant A et A' les points d'application des forces $\boldsymbol{F}$ et $\boldsymbol{F}'$:

$$OA \times F = OA' \times F'. \qquad (12)$$

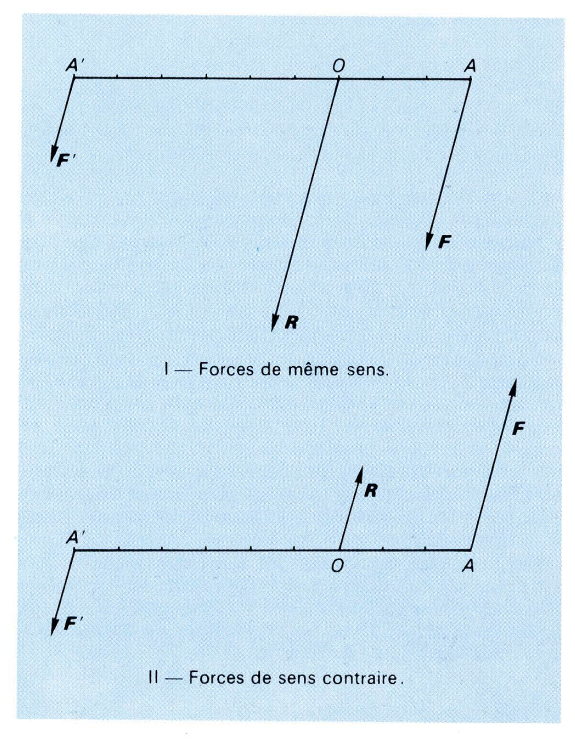
Une application simple de la règle (12) concerne la détermination du centre d'inertie d'un système de particules matérielles. Chaque particule est soumise à son poids, qui est une force verticale dirigée vers le centre de la Terre, on peut remplacer les poids de deux particules A et A' par un poids résultant appliqué en un point G_A entre ces particules, dont la position est définie par (12) ; on procède de même pour deux autres particules B et B', etc. On obtient ainsi des points G_A, G_B ... qu'on peut encore combiner deux à deux selon (12) ; et ainsi de suite jusqu'à ce qu'on ait remplacé le système des poids des particules par une résultante générale unique, appliquée en un point G et dont la valeur est la somme des poids des particules. Ce point G est le *centre d'inertie* (ou *centre de gravité*) du système.



Ph. Jeanbor © Photeb. T.

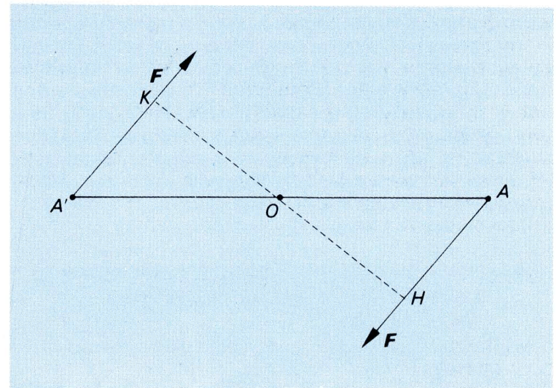
Cette photographie, concernant le mouvement de rotation d'un solide autour d'un axe, illustre la notion très importante de moment d'une force. Les deux personnages agissent en sens contraire, perpendiculairement au plan de la porte ; le jeune enfant exerce une force de faible intensité, elle est cependant suffisante pour compenser l'action du sujet plus âgé et plus fort, qui pousse la porte en sens contraire. Ce qui caractérise l'action de chaque force c'est donc non seulement l'intensité de ces forces, mais la distance entre l'axe de rotation et les points d'application. Appelons $\vec{F}$ ***la force exercée par le sujet le plus fort et*** d ***la distance du point d'application de*** $\vec{F}$ ***à l'axe de la porte ; appelons de même*** $\vec{F'}$ ***la force exercée par le jeune enfant et*** d' ***la distance du point d'application de*** $\vec{F'}$ ***à l'axe. Le moment de la force*** $\vec{F}$ ***a pour mesure le produit*** Fd ***; le moment de*** $\vec{F'}$ ***est*** $F'd'$***. La condition d'équilibre du solide (la porte) susceptible de se mouvoir autour d'un axe (les charnières) est l'égalité des deux moments, soit :***
$Fd = F'd'$.

Composition de deux forces parallèles.
On a supposé, dans les deux cas, que les modules des forces à composer étaient $F = 4$, $F' = 2$ ***(unités de force quelconques). Le segment*** $A'A$ ***mesure 9 unités, le point*** O ***doit être tel que*** $4\ OA = 2\ OA'$***, c'est-à-dire au tiers de*** AA' ***à partir de*** A***. Le module de la résultante est*** $R = 4 + 2 = 6$ ***dans le premier cas, et*** $R = 4 - 2 = 2$ ***dans le deuxième cas. Dans les deux cas, on peut écrire l'égalité vectorielle*** $\vec{R} = \vec{F} + \vec{F'}$.



● *Notion de couple.* Lorsque deux forces sont parallèles, de sens contraire et d'intensité égale, on dit qu'elles forment un *couple* (ne pas confondre avec le mot couple introduit comme synonyme de vecteur moment). Elles ont alors tendance à faire tourner le système auquel elles s'appliquent autour d'un axe passant par le milieu du segment qui joint leurs points d'application. Ainsi, quand on actionne un tire-bouchon (que ferait un physicien sans tire-bouchon !), on applique aux deux extrémités du manche du tire-bouchon deux forces parallèles et de sens contraire, et il en résulte une rotation de l'appareil autour de son axe.

Un couple est caractérisé par le produit Fd, F étant la valeur absolue commune du module des deux forces du couple, et d la distance entre ces deux forces, qu'on appelle aussi le *bras de levier* du couple.



Le couple $\vec{F}$, $\vec{F'}$ ***est caractérisé par son moment, à savoir par le produit*** Fd ***; la distance*** $HK = d$ ***est le bras de levier du couple.***

Notion de champ de forces.

● *Définition.* Si, dans une région déterminée de l'espace, on observe l'action de forces du même type, on parle d'un *champ de forces.* Par exemple il existe, autour du Soleil, une région de l'espace soumise à son action gravitationnelle : tout corps qui pénètre dans cette région « tombe » sur le Soleil ou tourne autour de lui, comme une planète. C'est la région du *champ de gravitation du Soleil.* Il existe de même un *champ de gravitation terrestre* autour de la Terre, un *champ lunaire*, etc.

L'action d'un aimant sur la limaille de fer est sensible dans une région de l'espace autour de l'aimant : c'est le *champ d'induction magnétique* engendré par l'aimant. De même on peut parler du *champ électrique* engendré par la présence de charges électriques dans une certaine région de l'espace.

● *Comment caractériser un champ de forces ?* Prenons l'exemple d'un champ de gravitation : en chaque point du champ, une particule de masse m est soumise à une force $\boldsymbol{F}$ qui lui communique l'accélération $\vec{\gamma}$. Pour étudier le champ, on transporte une masse unité $m = 1$ dans la région de l'espace étudiée. La force $\boldsymbol{E}$ qui s'exerce sur cette masse unité est le champ de gravitation au point considéré. A partir de cette définition du vecteur champ $\boldsymbol{E}$, plusieurs remarques peuvent être faites.

1 - Le champ $\boldsymbol{E}$ est un vecteur qui dépend des coordonnées (x, y, z) du point considéré.

2 - En un point où le champ vaut $\boldsymbol{E}$, une masse m est soumise à la force $\boldsymbol{F} = m\boldsymbol{E}$.

3 - Pour étudier « ce qui se passe » en chaque point (x, y, z) du champ, il est utile d'introduire une fonction $V(x, y, z)$ appelée *potentiel* du point considéré. La relation entre le vecteur $\boldsymbol{E}(x, y, z)$ et le scalaire $V(x, y, z)$, dépend de la nature du champ de forces. Lorsque le calcul de $\boldsymbol{E}$ à partir de V est un calcul de dérivées, on dit que le champ $\boldsymbol{E}$ *dérive du potentiel* V.

Nous rencontrerons la notion de champ en *Électricité*, p. 81 ; pour le traitement mathématique du champ de forces, se reporter à la p. 175.

L'énergie.

Diverses formes de l'énergie.

La notion d'énergie peut être introduite d'une façon triviale : j'ai froid, je brûle un peu de bois au feu duquel je me réchauffe, je n'ai plus froid et il n'y a plus de bois, mais un tas de cendres. Je dis alors que la combustion du bois — c'est-à-dire des molécules qui le composent — m'a fourni de l'énergie calorifique ou chaleur. Voici un exemple moins terre à terre : quand on porte à une température suffisamment élevée une *cathode*, c'est-à-dire un petit élément métallique relié au pôle négatif d'une batterie, on peut observer que la cathode émet des électrons (c'est d'ailleurs à l'occasion d'une expérience de ce type qu'on a découvert l'électron). Nous dirons que les électrons ont acquis de l'énergie et qu'ils ont pu quitter la cathode incandescente. Dans ces deux exemples, le processus est le même : en fournissant de la *chaleur* à un système on provoque des modifications physiologiques dans un cas, un mouvement d'électrons dans l'autre.

On pourrait obtenir un résultat du même genre, dans ces deux cas, en soumettant nos membres frigorifiés ou une petite feuille métallique à des rayons ultraviolets. Cette fois-ci, l'origine des modifications n'est plus la chaleur mais ce qu'on nomme l'*énergie rayonnante*. Autre exemple, devenu d'actualité depuis 1945 : un noyau d'atome d'uranium 235 libère, en se désintégrant, de l'*énergie nucléaire*, dont la présence se manifeste par ses effets (calorifiques, électromagnétiques, physiologiques, etc.). Autre exemple encore, plus pittoresque : en pédalant sur une bicyclette on peut actionner une dynamo et obtenir de la lumière (*énergie lumineuse*) par un processus de transformations énergétiques en cascade :

pédaler	(= fournir de l'*énergie mécanique*)
↓	
produire de l'électricité dans la dynamo	(= transformation de l'énergie mécanique en énergie électrique)
↓	
échauffer le filament d'une lampe	(= transformation de l'énergie électrique en énergie calorifique)
↓	
provoquer l'incandescence de ce filament et le rendre lumineux	(= transformation de l'énergie calorifique en énergie lumineuse)
↓	
agir sur la rétine de l'observateur à l'aide de cette lumière	(= transformation de l'énergie lumineuse en énergie biochimique puis physiologique)

Si nous voulions compléter cette échelle vers le haut, il faudrait remonter de l'énergie mécanique à l'énergie physiologique (musculaire) qui l'a produite, de celle-ci à l'énergie biochimique qui l'a permise (fonctions de nutrition), et ainsi, de proche en proche, jusqu'à l'énergie solaire qui permet la vie sur la Terre. Celle-ci est de nature *thermonucléaire*, c'est-à-dire qu'elle est due à la fusion de noyaux d'atomes légers entre eux.

Énergie d'une particule libre.

Il s'agit maintenant de transformer les notions qualitatives précédentes en concepts scientifiques. Il a fallu plus de deux siècles aux physiciens pour élaborer les concepts généraux relatifs à l'énergie, depuis les travaux de Leibniz sur la « force vive » jusqu'à la théorie einsteinienne de la relativité. Nous allons présenter ici l'énergie sous une forme très générale, en commençant par l'étude d'une particule libre, isolée de toute interaction avec d'autres particules, c'est-à-dire qui ne subit aucune action gravitationnelle, électromagnétique ou nucléaire.

● *Définition.* On appelle *énergie totale* d'une particule libre une grandeur associée à cette particule et dont les variations se traduisent globalement par les effets « énergétiques » dont nous avons décrit des exemples au paragraphe précédent.

● *Cas d'une particule au repos.* Soit m la masse au repos de la particule et c la vitesse de propagation de la lumière dans le vide, dont on sait qu'elle vaut :

$$c = 299\,792\,458 \text{ m/s} \pm 1{,}2 \text{ m/s}. \qquad (1)$$

Dans les applications, nous nous contenterons de la valeur approchée bien connue :

$$c = 300\,000 \text{ km/s} = 3 \times 10^8 \text{ m/s}. \qquad (2)$$

On appelle *énergie totale* de cette particule la grandeur :

$$E_0 = mc^2. \qquad (3)$$

● *Cas d'une particule en mouvement.* Soit v la vitesse, supposée constante, de la particule de masse m. Nous avons vu (ci-dessus p. 16) que le module de sa quantité de mouvement est, en toute rigueur :

$$p = \frac{mv}{\sqrt{1-\beta^2}}, \qquad (4)$$

β désignant le rapport v/c de la vitesse de la particule à celle de la lumière dans le vide. On appelle alors *énergie totale relativiste* de la particule la grandeur :

$$E_v = \frac{mc^2}{\sqrt{1-\beta^2}}. \qquad (5)$$

Comme $1 - \beta^2$ est inférieur à 1, $\sqrt{1-\beta^2}$ est lui aussi inférieur à 1 et E_v, quotient de mc^2 par un nombre plus petit que 1, est supérieur à mc^2. En d'autres termes, l'énergie de la particule est plus grande quand elle est en mouvement que lorsqu'elle est au repos, ce qui n'a aucune raison de nous étonner. Nous pouvons donc dire que l'énergie E_v donnée par la formule (5) est la somme de deux énergies partielles :

— l'énergie $E_0 = mc^2$ de la particule immobile ;

— l'énergie K due au mouvement de la particule et qu'on appelle, en conséquence, son *énergie cinétique* (en grec, *kinein* = « se mouvoir »).

On peut donc écrire :

$$E_v = E_0 + K. \qquad (6)$$

● *Autre formulation de l'énergie totale relativiste.* La formule (5) n'est pas très commode, en raison de la présence d'un radical au dénominateur. Élevons au carré les deux membres de l'égalité ; il vient :

$$E_v^2 = \frac{m^2c^4}{1-\beta^2}, \qquad (7)$$

c'est-à-dire :

$$E_v^2 - \beta^2 E_v^2 = m^2c^4. \qquad (8)$$

Or, en remplaçant β^2 par v^2/c^2 et E_v^2 par sa valeur en (7), on a :

$$\beta^2 E_v^2 = \frac{\frac{v^2}{c^2} m^2 c^4}{1-\beta^2} = \frac{m^2v^2c^2}{1-\beta^2}. \qquad (9)$$

En comparant avec (4), on voit que :

$$\frac{m^2v^2}{1-\beta^2} = p^2, \qquad (10)$$

donc que $\beta^2 E_v^2 = p^2c^2$, de sorte que (8) s'écrit :

$$E_v^2 - p^2c^2 = m^2c^4, \qquad (11)$$

soit finalement :

$$E_v^2 = m^2c^4 + p^2c^2. \qquad (12)$$

La formule (12) donne le carré de l'énergie totale relativiste E_v ; elle est équivalente à la formule (5).

● *Énergie cinétique d'une particule.* L'énergie d'une particule au repos $E_0 = mc^2$ n'est pas « voyante » : c'est une énergie de cohésion, qui ne se libère pas spontanément. En fait, c'est une manière de mesurer la masse m en unités c^2 et, dans un système où l'on poserait $c = 1$, on aurait simplement $E_0 = m$. L'énergie cinétique K, en revanche, est observable : elle est liée au mouvement et peut, par exemple, se transformer en chaleur (c'est le cas d'une bille de plomb tirée par une carabine et fondant au point d'impact sur un obstacle très résistant). Nous allons donc calculer K en fonction de m, v et c.

— D'une manière générale, on peut écrire :

$$K = E_v - E_0 = \frac{mc^2}{\sqrt{1-\beta^2}} - mc^2 = mc^2\left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1\right). \qquad (13)$$

— Plaçons-nous dans le domaine non-relativiste, c'est-à-dire dans le cas où β est très petit. Alors β^2 est lui-même très petit, et les termes en β^4, β^6, etc., sont négligeables. Or on démontre, en mathématiques, la formule de développement suivante ;

$$\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = 1 + \frac{1}{2}\beta^2 + \cdots, \qquad (14)$$

les « ... » désignant des termes en β^4, β^6, ..., c'est-à-dire négligeables. Portons dans (13) en ne conservant que les deux premiers termes du développement ; il vient :

$$mc^2\left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1\right) = mc^2\left(1 + \frac{1}{2}\beta^2 - 1\right) = \frac{1}{2}mc^2\beta^2 = \frac{1}{2}mv^2. \qquad (15)$$

Nous pourrons donc écrire que l'énergie cinétique d'une particule libre dotée d'une vitesse non relativiste a pour valeur :

$$K = \frac{1}{2}mv^2. \qquad (16)$$

— Un solide de masse M est assimilable à un système de particules. On montre que son énergie cinétique vaut $K = \frac{1}{2}Mv^2$ s'il est animé d'un mouvement de translation, et $K = \frac{1}{2}J\omega^2$ s'il est animé d'un mouvement de rotation autour d'un axe et de vitesse angulaire ω ; J est alors le moment d'inertie du solide par rapport à l'axe de rotation.

● *Remarques.*

1 - La relation $E_0 = mc^2$ est célèbre ; elle souligne que la matière est une forme particulière d'énergie. A titre de comparaison, une masse $m = 1$ kg qui se transformerait en énergie fournirait autant d'énergie que deux centrales électriques de la taille de celle de Fessenheim en une année.

2 - La relation $K = \frac{1}{2}mv^2$, obtenue ici comme conséquence de la définition de l'énergie totale d'une particule dans l'approximation non-relativiste, était posée comme une définition de l'énergie cinétique (= force vive) d'une particule en mécanique classique.

3 - Les grandeurs E_0, E_v et K sont toutes trois le produit d'une masse par le carré d'une vitesse. Les dimensions d'une énergie sont donc :

$$[\text{énergie}] = [\text{ML}^2\,\text{T}^{-2}]. \qquad (17)$$

Dans le système SI, une énergie se mesure donc en « kilogrammes-mètres carrés par seconde par seconde » (kg.m²/s²), unité à laquelle on a donné le nom de *joule* (symbole : J), en hommage au physicien anglais Joule qui fut l'un des créateurs de la thermodynamique au XIXe siècle.

Travail d'une force.

● *Définition.* On dit qu'une force *travaille* lorsque son point d'application se déplace. Le travail se note habituellement par la lettre W, initiale de l'anglais *work* qui signifie « travail ».

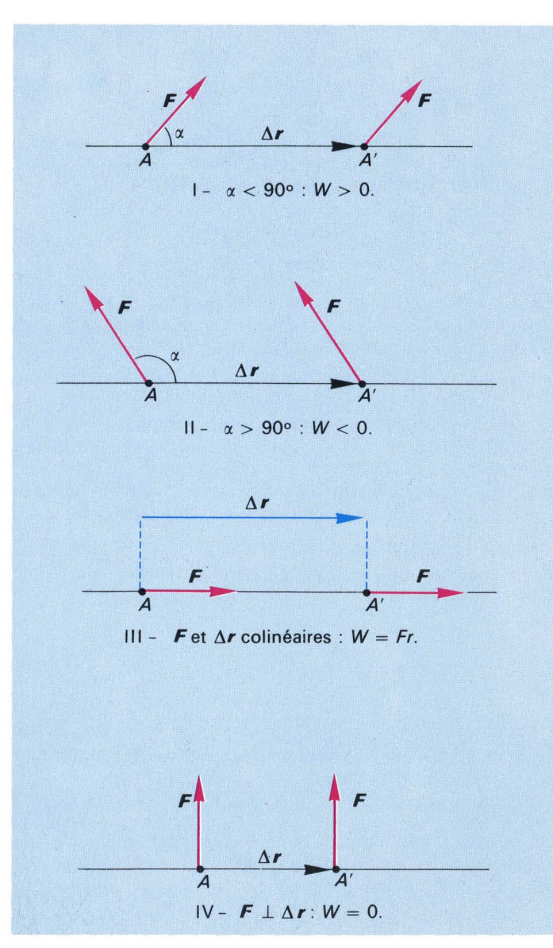
● *Mesure du travail.* Soit une force $\boldsymbol{F}$ appliquée à une particule de masse m dont le vecteur position est $\boldsymbol{r}$; sous l'effet de cette force, la particule se déplace, et son vecteur position varie de $\Delta\boldsymbol{r}$. Par définition, le travail W de la force $\boldsymbol{F}$ pour le déplacement $\Delta\boldsymbol{r}$ est le produit scalaire :

$$W = \boldsymbol{F}.\Delta\boldsymbol{r} \qquad (18)$$

des deux vecteurs. Si l'on appelle α l'angle des vecteurs $\boldsymbol{F}$ et $\Delta\boldsymbol{r}$, le produit scalaire (18) a pour valeur :

$$W = F\,\Delta r \cos\alpha. \qquad (19)$$

Selon que $\cos\alpha$ est positif ($\alpha < \pi/2$) ou négatif ($\alpha > \pi/2$), le produit scalaire est lui-même positif ou négatif ; le travail est dit *moteur* dans le premier cas et *résistant* dans l'autre. Il est nul pour $\alpha = \pi/2$. La valeur maximale du travail est obtenue, en valeur absolue, pour $\alpha = 0$ ou $\alpha = \pi$, c'est-à-dire lorsque la force $\boldsymbol{F}$ et le déplacement $\Delta\boldsymbol{r}$ ont même direction.



Travail d'une force. ***La force $\vec{F}$ déplace son point d'application de A en A'. Le travail correspondant à ce déplacement a pour valeur $W = F\Delta r\cos\alpha$. On a indiqué les valeurs de W dans différents cas de figures.***

● *Unité de travail.* Page 17, nous avons dit que les dimensions d'une force étaient $[MLT^{-2}]$; la relation (19) nous montre que :

$$[W] = [\text{Force} \times \text{Longueur}] = [ML^2T^{-2}]. \quad (20)$$

On voit, en comparant avec la relation (17) ci-dessus, qu'un travail a les mêmes dimensions qu'une énergie, donc qu'on peut le mesurer avec les mêmes unités (le joule dans le système SI). La relation (20) permet d'écrire, dans le système SI :

$$\text{unité de travail} = \text{newton-mètre} = \text{joule}. \quad (21)$$

● *Théorème de l'énergie cinétique.* Considérons une particule matérielle soumise, pendant un intervalle de temps $\Delta t = t_2 - t_1$, à une ou plusieurs forces extérieures, constantes ou non. Son énergie cinétique est K_1 au temps t_1 et K_2 au temps t_2 ; elle varie pendant le temps Δt de la quantité $\Delta K = K_2 - K_1$. On démontre, en Mécanique, le très important théorème suivant : la variation ΔK d'énergie cinétique est égale au travail W de la ou des forces extérieures appliquées à la particule pendant le temps Δt.

Énergie potentielle d'une particule matérielle.

Page 19, nous avons supposé que la particule objet de notre étude était soustraite à toute interaction, c'est-à-dire qu'aucune force due à l'intervention des autres particules de l'univers avec la particule étudiée n'intervenait. Cette situation est, évidemment, théorique. En fait, une particule matérielle est soumise à l'action à distance d'autres particules ou système de particules : au voisinage de la Terre, elle est « attirée » par celle-ci en vertu des lois de la gravitation ; si elle est électrisée, elle est attirée ou repoussée par une charge électrique voisine ; un électron est maintenu à l'intérieur d'un atome par des forces qu'on appelle les *interactions faibles* ; les protons et les neutrons qui composent le noyau d'un atome sont maintenus au sein de ce noyau par des forces qu'on appelle les *interactions fortes*.

En d'autres termes, une particule placée dans une région de l'espace, où règne un champ de forces (gravitationnel, électromagnétique, etc.), ne se comporte pas comme une particule libre. De par sa relation avec le reste de l'univers, elle possède une caractéristique susceptible de se manifester sous une forme particulière d'énergie dans certaines conditions : cette caractéristique est appelée son *énergie potentielle* ; on la désigne par la lettre U. L'adjectif « potentielle » signifie qu'il s'agit d'une énergie non réalisée mais qui *peut* se manifester.

● *Voici d'abord deux exemples simples.*

— Une particule de masse m à la distance r du centre de la Terre est soumise à l'attraction de celle-ci, conformément aux lois de la gravitation. Si elle est maintenue au repos par un dispositif quelconque, son énergie cinétique K est nulle. Est-ce à dire qu'elle ne possède aucune énergie, en dehors de son énergie massique $E_0 = mc^2$? Certes non, car, si on supprime le dispositif qui la maintient immobile, elle va tomber vers la Terre, donc manifester de l'énergie mécanique. Cette énergie était en quelque sorte « stockée », non pas dans la particule, mais du fait de sa situation et de l'existence d'un champ de gravitation ; elle se trouvait donc *dans l'univers*, non localisée, et s'est réalisée lors de la chute. C'est une énergie potentielle mécanique, due à la gravitation.

— Une particule chargée d'électricité négative a tendance à se diriger vers une particule chargée d'électricité positive (voir p. 80), sous l'action d'une force appelée force de Coulomb. Si les deux particules chargées sont maintenues immobiles par un dispositif adéquat, elles sont comme deux combattants retenus par leurs aides : dès qu'on les libère, elles se précipitent l'une vers l'autre. Ici aussi il y a, dans l'univers et non dans les particules elles-mêmes, une énergie stockée qui se manifeste dans des conditions déterminées : c'est une énergie potentielle électrique.

— Dans chacun de ces deux exemples, la description énergétique de la particule considérée implique de lui associer une grandeur U, que nous appellerons son *énergie potentielle*. Comme cette grandeur dépend de la position de la particule, définie par le vecteur position $\boldsymbol{r}$, nous soulignerons éventuellement cette dépendance fonctionnelle en écrivant l'énergie potentielle sous la forme $U(\boldsymbol{r})$.

Lorsqu'un cycliste a acquis une certaine vitesse, il possède de ce fait une énergie cinétique qui lui permet de rouler « en roue libre » jusqu'à ce que sa vitesse devienne nulle. A ce moment, l'énergie cinétique est nulle ($v = 0$), donc $1/2\ mv^2 = 0$ et il lui faut à nouveau fournir de l'énergie (pédaler) pour avancer, sauf s'il se trouve alors en haut d'une pente (auquel cas il possède une énergie potentielle qui pourra se transformer en mouvement).



Ph. Jeanbor © Photeb. T.

— Puisque l'énergie potentielle est l'énergie qui peut se manifester en raison de la situation de la particule, une manière simple de la calculer dans certains cas est de calculer le travail ΔW qu'effectuerait la force $\boldsymbol{F}$ appliquée à la particule lorsque celle-ci se déplace d'un point A à un point B sous l'effet de cette force. En appelant $U(A)$ l'énergie potentielle de la particule au point A et $U(B)$ son énergie potentielle au point B, la variation d'énergie potentielle entre A et B a pour valeur :

$$\Delta U = U(B) - U(A) \quad (22)$$

et l'on a aussi :

$$\Delta U = -\Delta W. \quad (23)$$

Ainsi, à l'altitude h au-dessus de la Terre, un corps de masse m est soumis à la force $m\boldsymbol{g}$, $\boldsymbol{g}$ étant l'accélération de la pesanteur. Le travail nécessaire pour amener la masse m de l'altitude zéro à l'altitude h a pour valeur $-mgh$ ($\boldsymbol{g}$ est dirigé vers le bas, le déplacement h est dirigé vers le haut, donc le produit des modules g et h doit être affecté du signe « $-$ »). Quand la particule se trouve à l'altitude h, son énergie potentielle a donc varié de $\Delta U = -(-mgh) = mgh$.

Si l'on convient de poser :

$$U(0) = 0, \quad (24)$$

c'est-à-dire de prendre comme zéro des énergies potentielles l'altitude nulle, alors on peut dire que, à l'altitude h, la particule possède l'énergie potentielle

$$U(h) = mgh. \quad (25)$$

● *Définition de l'énergie potentielle.* Il est clair que les remarques précédentes ne constituent pas des définitions de l'énergie potentielle d'une particule, mais de simples exemples. D'une manière générale, si l'on appelle $\boldsymbol{F}$ la force qui agit sur une particule et $d\boldsymbol{r}$ le déplacement infinitésimal de la particule sous l'effet de cette force, le travail élémentaire dW correspondant a pour valeur :

$$dW = \boldsymbol{F}.d\boldsymbol{r} \quad (26)$$

et la différence d'énergie potentielle :

$$dU = -\boldsymbol{F}.d\boldsymbol{r}. \quad (27)$$

La différence d'énergie potentielle entre un point à l'infini et un point défini par le vecteur position $\boldsymbol{r}$ est alors :

$$U(\boldsymbol{r}) - U(\infty) = -\int_\infty^{r} \boldsymbol{F}.d\boldsymbol{r}. \quad (28)$$

Si l'on pose, par convention, $U(\infty) = 0$, il reste :

$$U(\boldsymbol{r}) = -\int_\infty^{r} \boldsymbol{F}.d\boldsymbol{r}. \quad (29)$$

Appelons (x, y, z) les coordonnées du vecteur $\boldsymbol{r}$; l'équation vectorielle (29) correspond aux trois équations scalaires :

$$U(x) = -\int_\infty^{x} F_x\,dx\,; \quad U(y) = -\int_\infty^{y} F_y\,dy\,; \quad U(z) = -\int_\infty^{z} F_z\,dz\,; \quad (30)$$

F_x, F_y et F_z désignant les composantes de $\boldsymbol{F}$ selon les trois axes Ox, Oy et Oz.

La fonction $U(x, y, z)$ admet les dérivées partielles

$$\frac{\partial U}{\partial x}, \frac{\partial U}{\partial y}, \frac{\partial U}{\partial z}.$$

En différenciant les équations (30), on trouve :

$$\frac{\partial U}{\partial x} = -F_x\,; \quad \frac{\partial U}{\partial y} = -F_y\,; \quad \frac{\partial U}{\partial z} = -F_z. \quad (31)$$

Si l'on appelle $\boldsymbol{i}, \boldsymbol{j}, \boldsymbol{k}$ les vecteurs unitaires des axes, la force $\boldsymbol{F} = \boldsymbol{i}F_x + \boldsymbol{j}F_y + \boldsymbol{k}F_z$ s'écrit donc :

$$\boldsymbol{F} = -\boldsymbol{i}\frac{\partial U}{\partial x} - \boldsymbol{j}\frac{\partial U}{\partial y} - \boldsymbol{k}\frac{\partial U}{\partial z}. \qquad (32)$$

L'équation (32) peut servir à définir, d'une manière un peu abstraite mais rigoureuse, la fonction énergie potentielle au point de coordonnées (x, y, z). On peut l'écrire d'une façon plus simple en remarquant que les mathématiciens appellent *vecteur gradient* d'une fonction $f(x, y, z)$ le vecteur :

$$\mathbf{grad}\, f = \boldsymbol{i}\frac{\partial f}{\partial x} + \boldsymbol{j}\frac{\partial f}{\partial y} + \boldsymbol{k}\frac{\partial f}{\partial z}. \qquad (33)$$

Avec cette notation, l'équation (32) s'écrit :

$$\boldsymbol{F} = -\,\mathbf{grad}\, U. \qquad (34)$$

L'énergie potentielle est la fonction de (x, y, z) telle que l'opposé de son vecteur gradient soit égal à la force agissant sur la particule au point considéré. Pour plus de détails, se reporter à la p. 175.

Conservation de l'énergie.

● *Résumons-nous.* L'énergie totale d'une particule matérielle de masse m, dont la vitesse est v et dont la quantité de mouvement a pour module p est égale à :

— $E_0 = mc^2$, si elle est isolée et au repos ;
— $E_v = mc^2 + K$, si elle est isolée et en mouvement ;
— $E^* = mc^2 + (K + U)$, si elle est soumise à des interactions avec le reste de l'Univers.

K est l'énergie cinétique de la particule et a pour valeur $\frac{1}{2}mv^2$; U est son énergie potentielle. La quantité mc^2, qu'on retrouve dans chaque expression de l'énergie, est l'*énergie massique* de la particule et exprime l'équivalence masse/énergie. La grandeur $E = K + U$ est la *fonction énergie* de la particule.

● *Principe de conservation de l'énergie.* On montre par l'expérience et par le calcul que la fonction E est constante :

$$E = K + U = C^{te}. \qquad (35)$$

Cet énoncé constitue le principe de conservation de l'énergie (voir p. 168).

● *Exemple mécanique.* Une particule de masse m à l'altitude h au-dessus du sol possède l'énergie potentielle $U = mgh$ et, si elle est immobile, son énergie cinétique est nulle : $K = 0$. Sa fonction énergie a donc pour valeur $E_i = U + 0$. Si on libère la particule, elle tombe au sol (altitude $h = 0$) et son énergie potentielle devient nulle. Par contre elle a acquis une énergie cinétique $K = 1/2\ mv^2$ qui, d'après le théorème de l'énergie cinétique, est égale à mgh, travail du poids $P = mg$ se déplaçant d'une distance h. On a donc $E_f = K = mgh$. Il en résulte que :

$$E_i = E_f. \qquad (36)$$

A chaque instant, si l'énergie potentielle diminue de ΔU, l'énergie cinétique augmente de ΔK et inversement.

C'est le principe de conservation de l'énergie qu'applique, peut-être sans le savoir, un cycliste qui descend une côte en « roue libre » ; en gravissant le premier versant de la côte il a emmagasiné une énergie potentielle qui se transforme en énergie cinétique dans la descente.

Notion de puissance.

Pour caractériser l'activité énergétique d'un système physique, il est utile de préciser la quantité d'énergie libérée ou absorbée par unité de temps : c'est ce qu'on nomme la *puissance* du système. Dans le système SI, l'unité de puissance est le joule par seconde (J/s), unité qu'on appelle aussi *watt* (symbole : W), en hommage à l'ingénieur écossais James Watt qui s'est illustré par ses travaux relatifs à la machine à vapeur.

● *Calcul de la puissance mécanique.* Soit une particule à laquelle on applique une force constante $\boldsymbol{F}$; pour un déplacement $\Delta\boldsymbol{r}$ de la particule, la force $\boldsymbol{F}$ fournit le travail :

$$\Delta W = \boldsymbol{F}\,.\,\Delta\boldsymbol{r}. \qquad (37)$$

Appelons Δt l'intervalle de temps pendant lequel s'effectue le déplacement $\Delta\boldsymbol{r}$; la puissance mécanique mise en jeu a pour valeur globale $\Delta W/\Delta t$. Affinons le calcul : lorsque Δt tend vers zéro, le rapport $\Delta W/\Delta t$ tend vers la dérivée $\mathrm{d}W/\mathrm{d}t$ de la fonction W et l'on a :

$$P = \frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}t} = \boldsymbol{F}\cdot\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t} = \boldsymbol{F}\cdot\boldsymbol{v}, \qquad (38)$$

en appelant $\boldsymbol{v}$ le vecteur vitesse du mouvement de la particule. On voit que P est constante si le mouvement est uniforme ($\boldsymbol{v} = c^{te}$) ; sinon P est une fonction du temps, que l'on écrit $P(t)$. A partir de (38) on voit que le travail effectué entre les instants t_1 et t_2 est donné par :

$$W = \int_{t_1}^{t_2} P(t)\ \mathrm{d}t. \qquad (39)$$

● *Unités usuelles de puissance.* Dans les applications et en technologie on fait usage soit du watt, de ses sous-multiples et de ses multiples (kW = kilowatt, MW = mégawatt, GW = gigawatt, etc.), soit de deux unités usuelles, non légales, mais qu'il faut connaître :

— le *cheval-vapeur* (symbole : ch *et non pas CV*), qui vaut 735,499 watts (soit à peu près 736 W) ;

— le *horsepower* (symbole : hp), qui vaut 745,7 W en Grande-Bretagne et dont la valeur varie selon les domaines d'application aux États-Unis.

On notera que le *cheval fiscal* (symbole : CV) utilisé dans l'industrie automobile est une notion distincte de la puissance, bien qu'elle s'y rattache.



STATIQUE DU SOLIDE.

Généralités.

De quoi s'agit-il ?

La *statique* est la partie de la Mécanique qui étudie l'équilibre des systèmes matériels soumis à un ensemble de forces. Ce système peut se réduire à une particule unique, mais ce peut être aussi un ensemble discontinu de particules, un solide — homogène ou hétérogène —, un ensemble de solides (par exemple : un château de cartes), etc.

Pour étudier les conditions d'équilibre du système en cause, on lui associe un trièdre $O_1\,x_1\,y_1\,z_1$ et on définit sa position par rapport à un référentiel galiléen $Oxyz$ en donnant : 1° les trois coordonnées du point O_1 dans ce référentiel ; 2° les angles que font les axes $O_1\,x_1$, $O_1\,y_1$, $O_1\,z_1$, avec Ox, Oy et Oz (ou trois autres angles qui permettent de calculer ces angles). Au total, la position du système est définie par six variables. Trouver les conditions d'équilibre du système, c'est calculer ces six variables à partir des données du problème.

Éléments de réduction d'un système de forces.

Les données du problème, ce sont les forces $\boldsymbol{F}_1$, $\boldsymbol{F}_2$, ..., $\boldsymbol{F}_n$ qui agissent sur le système. Elles constituent un *système de forces* qu'on appelle, en mathématiques, un *torseur* et, en physique, un *dyname*. On représente un torseur par le symbole $\mathscr{F}$ ou $(\boldsymbol{F})$.

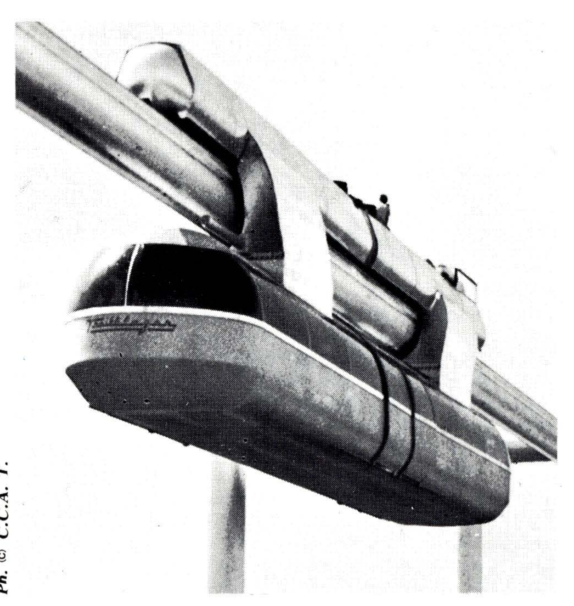
Il est commode de définir un torseur par deux vecteurs, qui sont ses *éléments de réduction* :

— la somme vectorielle $\boldsymbol{F}_1 + \boldsymbol{F}_2 + ... + \boldsymbol{F}_n$, qu'on appelle *résultante générale* $\mathscr{R}$ du système ;

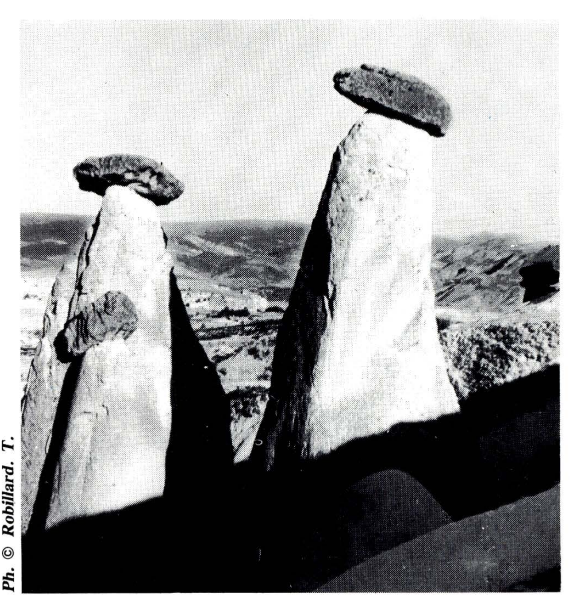
— la somme vectorielle des moments des vecteurs $\boldsymbol{F}_1$, $\boldsymbol{F}_2$, ... $\boldsymbol{F}_n$ par rapport à l'origine O du référentiel et qu'on nomme *moment résultant* du système ; selon un théorème dû à Varignon (1725), le moment résultant du système $\mathscr{F}$ est égal au moment de la résultante générale $\mathscr{R}$ par rapport à O ; on le note $\mathscr{M}_O(\mathscr{F})$; voir la définition du moment d'un vecteur p. 17 ; on rappelle qu'il s'agit d'un *vecteur axial* ;

— l'étude des torseurs est résumée p. 168.

Retenons que deux systèmes de forces sont équivalents s'ils ont même résultante générale et même moment résultant par rapport à O. On peut alors écrire $\mathscr{F} = \mathscr{F}'$



Ph. © C.C.A. T.



Ph. © Robillard. T.

Deux exemples courants d'équilibres stables.* Au-dessus : *le train monorail à Houston (Texas) se déplace à la vitesse de 400 km/h.* Au-dessous : *cheminées des fées à Urgub (Turquie) ; les blocs sont en équilibre stable, les touristes n'ont rien à craindre.

Loi fondamentale de l'équilibre.

Énoncé général.

Pour qu'un système matériel soit en équilibre, il faut et il suffit que le torseur des forces extérieures qui lui sont appliquées soit équivalent à 0. Ce qui se traduit par les deux égalités :

$$\begin{cases} \vec{\mathscr{R}} = 0\,; \\ \vec{\mathscr{M}}_O(\mathscr{F}) = 0\,. \end{cases} \qquad (1)$$

En appelant (X, Y, Z) les composantes scalaires de $\vec{\mathcal{R}}$ et (L, M, N) celles du moment résultant $\vec{\mathcal{M}}_0(\mathcal{F})$, les équations vectorielles (1) se traduisent analytiquement par :

$$\begin{cases} X = 0\,; \\ L = 0\,; \end{cases} \quad \begin{cases} Y = 0\,; \\ M = 0\,; \end{cases} \quad \begin{cases} Z = 0\,; \\ N = 0\,. \end{cases} \qquad (2)$$

Ce sont les six *équations universelles* de l'équilibre. On trouvera, p. 168, quelques compléments sur les applications de la loi fondamentale de l'équilibre.

Les frottements.

Tout le monde sait que les mouvements sont beaucoup plus aisés sur une surface lisse que sur une surface rugueuse. Les forces qui tendent à s'opposer au mouvement d'un corps sur une surface avec laquelle il est en contact sont appelées *forces de frottement*.

● *Réaction du plan.* Considérons un solide de masse m posé sur un plan horizontal. Il exerce sur celui-ci une action $\boldsymbol{P}$, correspondant à son poids. Si le plan est une surface matérielle infiniment fragile, par exemple un papier de soie extrêmement mince, il va être « troué » par le poids $\boldsymbol{P}$ et le solide va tomber verticalement vers le sol. Mais s'il s'agit d'une surface rigide (le plateau d'une table par exemple), il ne va rien se produire de semblable et le solide repose en équilibre sur le plan. La présence du plan de support annihile l'effort $\boldsymbol{P}$ de la pesanteur. On dit que le *plan réagit*. La *force de réaction du plan* est égale, en grandeur, à la force $\boldsymbol{P}$, mais de sens opposé. Nous la désignerons par le symbole $\boldsymbol{R}_n$, et nous écrirons

$$\boldsymbol{R}_n = -\boldsymbol{P}. \qquad (3)$$

Si l'appui se fait sans frottement (cas théorique), la moindre force de poussée $\boldsymbol{F}$ appliquée au solide, aussi petite soit-elle, va le faire glisser sur le plan et lui communiquer une accélération $\vec{\gamma} = \boldsymbol{F}/m$. S'il y a frottement, pour déplacer le solide, il faut lui appliquer une force $\boldsymbol{F}$ au moins égale, en intensité, à une certaine valeur R_f : tout se passe comme si, à la force de poussée $\boldsymbol{F}$, s'opposait une force $\boldsymbol{R}_f$ (voir figure ci-après) : le mouvement ne peut avoir lieu que si $\boldsymbol{F}$ est au moins égale à $-\boldsymbol{R}_f$. La force $\boldsymbol{R}_f$ est appelée *force de frottement au départ* ou encore *réaction tangentielle due au frottement.*

Le quotient :

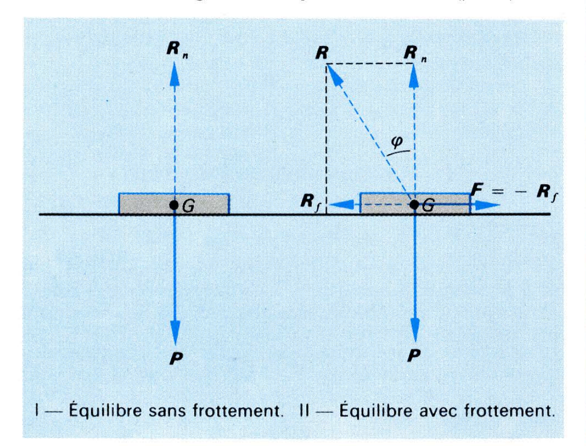
$$f = \frac{R_f}{P} = \tan\varphi \qquad (4)$$

est appelé *coefficient de frottement au départ.* D'autre part, l'accélération prise par le solide sous l'action de la force $\boldsymbol{F}$ est *inférieure* à $\gamma = F/m$: tout se passe comme si la force $\boldsymbol{F}$ était constamment contrariée, pendant le mouvement, par une force $\boldsymbol{R}_c$ appelée *force de frottement en marche* ($\boldsymbol{R}_c \neq \boldsymbol{R}_f$). Cette force est proportionnelle au poids du solide et dépend de la nature des surfaces en contact. Le quotient :

$$f_c = \frac{R_c}{P} \qquad (5)$$

est appelé *coefficient de frottement en marche.*

I — Équilibre sans frottement : la réaction $\vec{R}_n$ est normale au plan.
II — Équilibre avec frottement : le solide reste immobile si on lui applique une force $\vec{F} \leqslant -\vec{R}_f$; l'équilibre est rompu si $\vec{F} > \vec{R}_f$. Tout se passe comme si la réaction globale du plan était $\vec{R} = \vec{R}_n + \vec{R}_f$.



I — Équilibre sans frottement. II — Équilibre avec frottement.

Mécanismes : les machines simples.

Généralités.

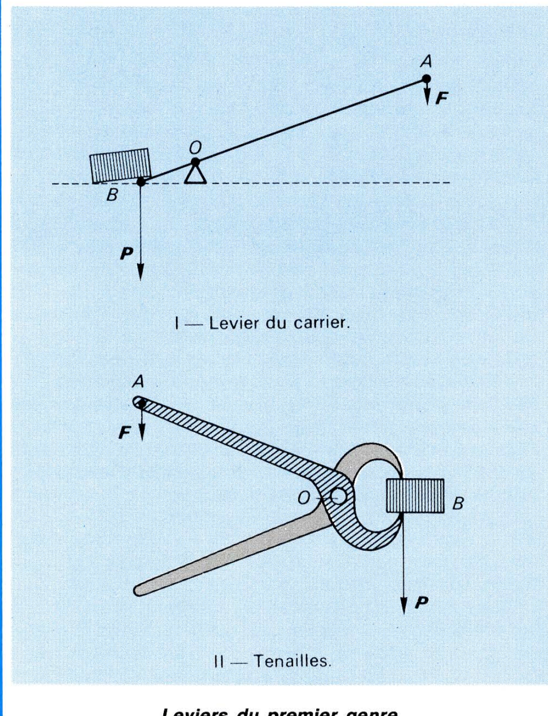
Un *mécanisme* est un dispositif permettant de transformer un mouvement ; exemple : une poulie, un système bielle-manivelle. Schématiquement, un mécanisme se réduit à deux forces : une *force résistante* qu'il faut équilibrer par une *force motrice.* Si le système est mobile autour d'un axe, il faut équilibrer non pas les forces, mais les *couples* qui leur correspondent. Nous disons quelques mots ici des *machines simples.*

Les machines simples.

Ce sont des mécanismes dans lesquels une force résistante $\boldsymbol{P}$ (en général un poids) est équilibrée par une force motrice $\boldsymbol{F}$ inférieure à $\boldsymbol{P}$ (poulie, plan incliné, leviers, treuil).

Le rapport $m = P/F$ est appelé *multiplicateur* de la machine simple considérée. Les machines simples classiques sont les *leviers* (du premier, deuxième ou troisième genre selon la position du point fixe O par rapport aux points d'application A et B des forces $\boldsymbol{F}$ et $\boldsymbol{P}$), les poulies et les treuils ; leur fonctionnement est décrit sur les schémas ci-dessous (on notera que, dans le cas des leviers, le multiplicateur a pour valeur $m = OA/OB$).

Principes des machines simples.

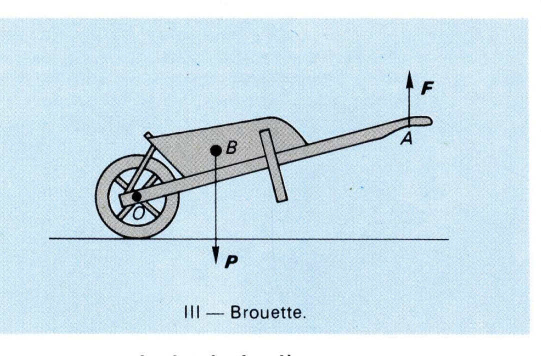


I — Levier du carrier.

II — Tenailles.

Leviers du premier genre

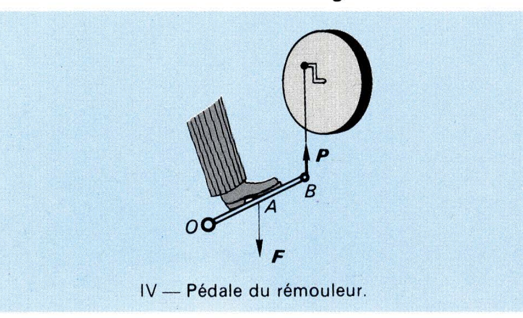
I — Levier du carrier (premier genre) : pour soulever un poids $\vec{P}$ il faut exercer une force $\vec{F} = \vec{P}/m$; on a intérêt à choisir m aussi grand que possible, pour que l'effort soit moindre (le bras OA est nettement plus long que le bras OB).
II — Les tenailles (premier genre) : ici aussi, le multiplicateur est grand, de sorte que la force $\vec{F}$ exercée à l'extrémité A du manche équilibre une force m fois plus grande au niveau de la mâchoire B.
III — La brouette (deuxième genre, $m > 1$) : l'effort exercé à l'extrémité A du manche de la brouette est m fois plus faible que le poids à soulever.
IV — La pédale du rémouleur (troisième genre, $m < 1$) : la force motrice $\vec{F}$, qui s'exerce sur la pédale est plus grande en valeur absolue que la force résistante $\vec{P}$; l'intérêt du système est d'obtenir un grand déplacement de la force $\vec{P}$ à partir d'un petit déplacement de la force $\vec{F}$.



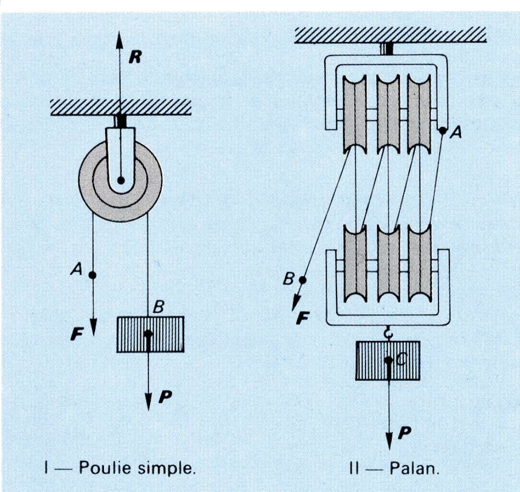
III — Brouette.

Levier du deuxième genre

Levier du troisième genre



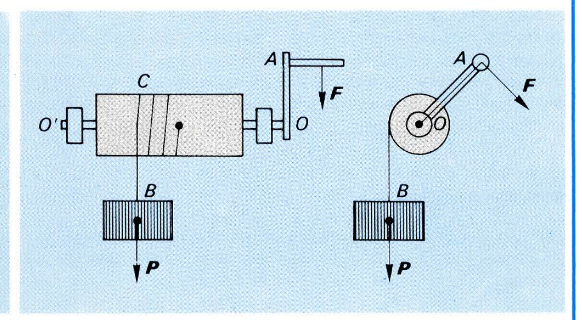
IV — Pédale du rémouleur.



I — Poulie simple. II — Palan.

I — Poulie simple : la force résistante $\vec{P}$ est équilibrée par la force motrice $\vec{F} = \vec{P}$; la réaction du support est $\vec{R} = 2\vec{P}$.
II — Palan : deux poulies assemblées sur un axe constituent une moufle. Deux moufles associées comme l'indique le schéma forment un palan. Avec la configuration du schéma, la force motrice $\vec{F}$ a pour valeur $\vec{P}/6$ ($m = 6$).

Principe du treuil.
La force motrice $\vec{F}$ est appliquée à l'extrémité du bras $OA = d$ de la manivelle ; la force résistante est le poids $\vec{P}$ à soulever.



DYNAMIQUE.

La *dynamique* (en grec *dunamis* = « force ») est la science des mouvements (d'une particule, d'un système matériel) dans leur rapport avec les forces qui leur sont associées. Lorsque la vitesse *v* du système est suffisamment faible par rapport à *c* ($\beta^2 = v^2/c^2 \to 0$), on peut considérer que la longueur *l* d'une tige rigide, le temps *t* d'une horloge, la masse *m* d'une particule sont des grandeurs invariantes ; les phénomènes sont alors décrits par les lois de la *dynamique classique* (= galiléenne = newtonienne). Si β^2 n'est pas négligeable, les grandeurs *l*, *t* et *m* varient avec la vitesse *v* du système qui les entraîne et les phénomènes doivent être décrits par la *dynamique relativiste* (= einsteinienne).

Les lois de la dynamique classique.

Les lois de Newton.

Ces lois, au nombre de trois, sont les lois fondamentales de la dynamique classique ; toutes les lois particulières du mouvement en découlent.

● *Énoncés.*

— *Première loi* (principe de l'inertie) ; lorsqu'une particule matérielle de masse *m*, repérée dans un référentiel galiléen (= sans accélération), n'est soumise à aucune action mécanique, si elle est au repos elle reste au repos ; si elle est en mouvement, son mouvement est rectiligne et uniforme. Vectoriellement, cette loi s'écrit, en appelant **F** la force (ou la résultante des forces appliquées) qui agit sur la particule et $\vec{\gamma}$ l'accélération du mouvement :

$$\text{si } \mathbf{F} = 0, \quad \text{alors } \vec{\gamma} = 0. \tag{1}$$

Généralisée à un système de particules (« corps ») la première loi de Newton dit qu'un corps isolé sur lequel n'agit aucune force a toujours une accélération nulle (il est soit au repos, soit en mouvement rectiligne uniforme).

— *Deuxième loi* (principe fondamental de la dynamique) : si une particule matérielle de masse *m* est soumise à une force constante **F** (ou à un torseur de forces dont la résultante générale est une force constante **F**), son mouvement est uniformément accéléré, et les vecteurs force **F** et accélération $\vec{\gamma}$ sont liés par la relation :

$$\mathbf{F} = m\vec{\gamma}. \tag{2}$$

(si **F** = 0, cette équation entraîne $\vec{\gamma} = 0$ et l'on retrouve la première loi de Newton).

Appliquée à un corps, la deuxième loi de Newton dit que le centre de masse *G* d'un corps soumis à une force constante **F** possède l'accélération $\vec{\gamma}$, telle que $\mathbf{F} = m\vec{\gamma}$, *m* étant la masse du corps supposée concentrée en *G*.

— *Troisième loi* (principe de l'action et de la réaction) : quand deux particules matérielles *A* et *A'* interagissent mécaniquement l'une sur l'autre, la force **F** que la particule *A* exerce sur *A'* est opposée à la force **F'** exercée par *A'* sur *A* :

$$\mathbf{F} = -\mathbf{F}'. \tag{3}$$

Ici aussi, la loi est applicable aux corps matériels, à condition de supposer la masse de ces corps concentrée en leur centre de gravité *G* et *G'*.

● *Limite de validité des lois de Newton.*

— Les lois de Newton ne sont valables, en toute rigueur, que si $\beta^2 \to 0$.

— Les deux premières lois ne s'appliquent que dans un référentiel galiléen, c'est-à-dire non accéléré. Si un laboratoire était placé dans une centrifugeuse géante, il posséderait une accélération centripète et on ne pourrait pas vérifier les deux premières lois de Newton (en fait, tous les laboratoires terrestres sont placés dans une centrifugeuse géante, puisqu'ils sont entraînés dans le mouvement de rotation de la Terre sur elle-même ; mais nous avons déjà dit que cette accélération centripète du référentiel terrestre pouvait être négligée à notre échelle).

— La troisième loi de Newton suppose que les forces **F** et **F'** sont mesurées au même instant, ce qui pose le problème de la synchronisation des horloges, évoquée p. 8. Ainsi, lors de la collision de deux véhicules, en admettant que la longueur *l* d'un véhicule soit de 3 m, un signal lumineux traverse un véhicule dans le temps

$$t = \frac{l}{c} = \frac{3}{3 \times 10^8} = 10^{-8}\ \text{s}. \tag{4}$$

Ce temps est très court par comparaison à la durée de la collision elle-même (environ 0,1 s par exemple) : la mesure des forces **F** et **F'** peut donc être considérée comme simultanée. Par contre, pour les collisions atomiques, considérablement plus rapides, la troisième loi de Newton n'est pas une bonne approximation.

● *Traduction analytique.* Appelons F_x, F_y, F_z les composantes scalaires de la force **F**, et (x, y, z) les coordonnées de la particule matérielle soumise à la force **F**. Les composantes scalaires du vecteur accélération $\vec{\gamma}$ sont alors x'', y'' et z'', comme on l'a dit p. 162. L'équation vectorielle (2) s'écrit donc analytiquement sous la forme :

$$F_x = mx''\,; \quad F_y = my''\,; \quad F_z = mz''. \tag{5}$$

Ces trois équations, qui font intervenir des dérivées secondes, sont des *équations différentielles du second ordre* (voir p. 168).

Lois de conservation en mécanique classique.

Les lois de Newton décrivent les *apparences* du mouvement d'une particule matérielle soumise à une force **F**. Or le mouvement est une réalité physique complexe qu'on peut décrire sans référence à la notion de force, mais par les vecteurs $\mathbf{p} = m\mathbf{v}$ et $\mathbf{b} = \mathbf{r} \times \mathbf{p}$, définis p. 16, et représentant respectivement la quantité de *mouvement* et le *moment cinétique* de la particule en mouvement qui, à l'instant *t*, est définie par le vecteur position **r** et sa masse au repos *m*. De plus, le fait du mouvement résulte de l'existence d'une *énergie potentielle* de la particule qui se transforme en *énergie cinétique*.

Toutes ces grandeurs sont régies par des *lois de conservation* qui sont l'expression la plus remarquable de la nature des choses.

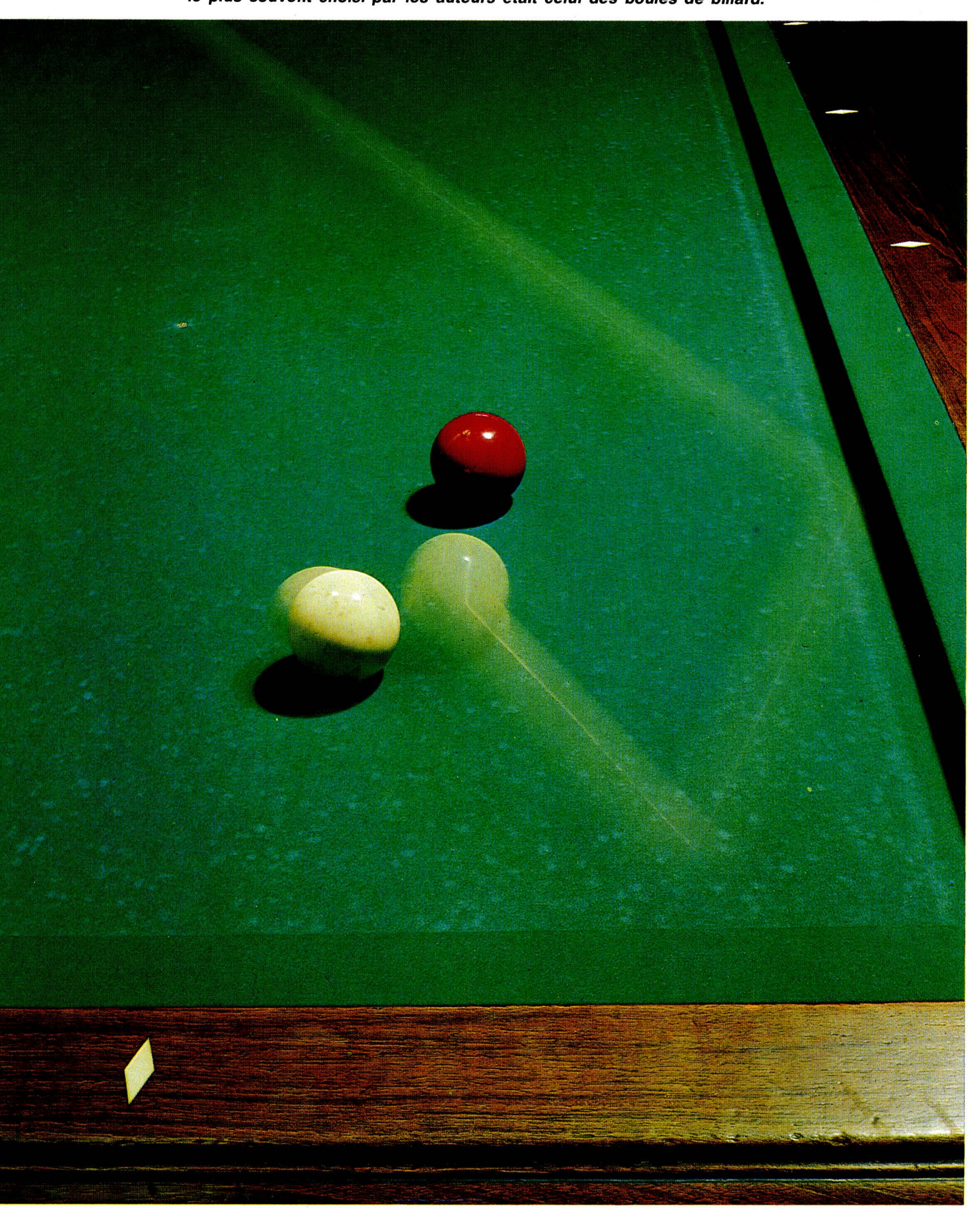
● *Conservation de la masse.* La masse au repos *m* d'une particule matérielle est invariante (« au repos » signifie « au repos par rapport au référentiel » que nous supposons galiléen, c'est-à-dire lui-même animé d'un mouvement rectiligne uniforme). La masse d'une particule en mouvement et dotée d'une vitesse *v* est une fonction de *v* ; en posant $v/c = \beta$, on a :

$$m(v) = \frac{m}{\sqrt{1 - \beta^2}}. \tag{6}$$

Si *v* est petit par rapport à *c*, $\beta^2 \approx 0$ et l'on peut admettre l'approximation non-relativiste :

$$m(v) \approx m, \tag{7}$$

Les lois du choc sont un chapitre classique de la physique, mais aussi de la philosophie du XVIIe siècle. L'exemple le plus souvent choisi par les auteurs était celui des boules de billard.



Ph. Jeanbor © Photeb. T.

comme on l'a expliqué p. 15.

● *Conservation de l'énergie.* Page 19, nous avons caractérisé l'état mécanique d'une particule par deux grandeurs scalaires (deux nombres réels) dépendant l'une de sa vitesse $\boldsymbol{v}$ et l'autre de sa position, définie par le vecteur position $\boldsymbol{r}$. La première est l'énergie cinétique de la particule $K = 1/2\ mv^2$; la seconde est son énergie potentielle $U(\boldsymbol{r})$, avec la convention $U(\infty) = 0$. Ces deux grandeurs sont telles que :

$$E = K + U = C^{te}, \quad (8)$$

relation qui traduit la loi de conservation de l'énergie mécanique.

● *Conservation de la quantité de mouvement.* L'expérience et la théorie montrent que la quantité de mouvement d'un système de deux particules avant collision est égale à la quantité de mouvement du système après collision, quelle que soit la nature du choc (mou ou élastique : voir plus bas). Si $\boldsymbol{p}_1$ et $\boldsymbol{p}_2$ sont les vecteurs quantité de mouvement avant la collision, $\boldsymbol{p}'_1$ et $\boldsymbol{p}'_2$ les vecteurs quantité de mouvement après la collision, on doit donc avoir vectoriellement :

$$\boldsymbol{p}_1 + \boldsymbol{p}_2 = \boldsymbol{p}'_1 + \boldsymbol{p}'_2. \quad (9)$$

La relation (9) peut aussi s'écrire en fonction des masses m_1 et m_2 des particules et de leurs vitesses $\boldsymbol{v}$, $\boldsymbol{w}$, $\boldsymbol{v}'$, $\boldsymbol{w}'$, avant et après le choc :

$$m_1\,\boldsymbol{v} + m_2\,\boldsymbol{w} = m_1\,\boldsymbol{v}' + m_2\,\boldsymbol{w}'. \quad (10)$$

L'équation (10) est *vectorielle.* Appelons v_x, v_y, v_z les composantes du vecteur $\boldsymbol{v}$; w_x, w_y, w_z celles du vecteur $\boldsymbol{w}$, etc. : l'équation (10) correspond aux trois équations analytiques :

$$\begin{cases} m_1\,v_x + m_2\,w_x = m_1\,v'_x + m_2\,w'_x\,; \\ m_1\,v_y + m_2\,w_y = m_1\,v'_y + m_2\,w'_y\,; \\ m_1\,v_z + m_2\,w_z = m_1\,v'_z + m_2\,w'_z\,. \end{cases} \quad (11)$$

● *Remarque sur les collisions.* Appelons K_1 et K_2 l'énergie cinétique de chacune des deux particules avant la collision et K_1' et K_2' leur énergie cinétique après la collision. L'énergie cinétique totale du système qu'elles constituent est $K_1 + K_2$ avant le choc et $K_1' + K_2'$ après le choc. Dès lors, deux cas sont possibles :

1 - ou bien l'énergie cinétique est conservée, et l'on a :

$$K_1 + K_2 = K'_1 + K'_2\,; \quad (12)$$

2 - ou bien elle n'est pas conservée, et l'on a :

$$K_1 + K_2 = K'_1 + K'_2 + \Delta E. \quad (13)$$

Dans le premier cas le choc est dit *élastique* ; c'est le cas de deux billes de billard qui se carambolent. Dans le deuxième cas, la collision est dite *molle* ou *inélastique* (voir p. 168).

Il faut bien noter que l'énergie mécanique totale, c'est-à-dire la somme de l'énergie cinétique et de l'énergie potentielle du système est conservée dans les deux cas. Appelons U et U' les énergies potentielles du système formé par les deux particules avant et après le choc. Dans le premier cas, on doit avoir :

$$K_1 + K_2 + U = K'_1 + K'_2 + U'\,; \quad (14)$$

d'où, en comparant avec (12) :

$$U = U'\,; \quad (15)$$

l'énergie potentielle du système ne varie pas si le choc est élastique. En revanche, si le choc est mou, on aura :

$$K_1 + K_2 + U = K'_1 + K'_2 + \Delta E + U', \quad (16)$$

d'après (13), et on en tire :

$$U' = U - \Delta E. \quad (17)$$

L'énergie cinétique supplémentaire ΔE acquise par le système a été créée aux dépens de l'énergie potentielle initiale.

Conséquences et applications de la dynamique classique.

Les lois de la chute des corps.

Les lois de la *chute libre* (chute des corps dans le vide) ont été établies en 1604 par Galilée, puis, en 1619 par Beeckman et Descartes. Pour les expliquer, on a évoqué plusieurs hypothèses (notamment que la Terre attirait les corps à la manière d'un gigantesque aimant), jusqu'à ce que Newton en donne l'explication définitive dans ses *Principes,* en 1687.

● *Énoncé.* La chute libre des corps est régie par trois lois :

1 - dans le vide, les corps tombent selon la *verticale* (expérience du fil à plomb) ;

2 - dans le vide, les corps tombent *à la même vitesse* ;

3 - dans le vide, le mouvement de chute est un *mouvement rectiligne uniformément accéléré.*

L'accélération g (initiale de *gravis* = « lourd » en latin) est la même pour tous les corps en un lieu donné ; elle ne dépend que de la latitude et de l'altitude du lieu d'observation.

Ces lois se traduisent, analytiquement, par les équations suivantes, en appelant e l'espace parcouru pendant le temps t, v le module du vecteur vitesse $\boldsymbol{v}$ à l'instant t et g le module du vecteur accélération $\boldsymbol{g}$ et en supposant qu'au temps $t = 0$ le mobile n'a pas de vitesse initiale :

$$\begin{cases} e = \dfrac{1}{2} g t^2\,; \\ v = gt = \sqrt{2\,ge}\,. \end{cases} \quad (1)$$

Ce sont les lois du mouvement rectiligne uniformément accéléré, étudié p. 10, dans lesquelles on a fait $\gamma = g$. Voir aussi p. 169.

● *Pourquoi les corps tombent-ils ?* Newton a établi la loi célèbre suivante, appelée *loi de la gravitation universelle* : deux masses m et m', séparées par la distance d, s'attirent mutuellement avec une force $\boldsymbol{F}$ dont le module est donné par la relation :

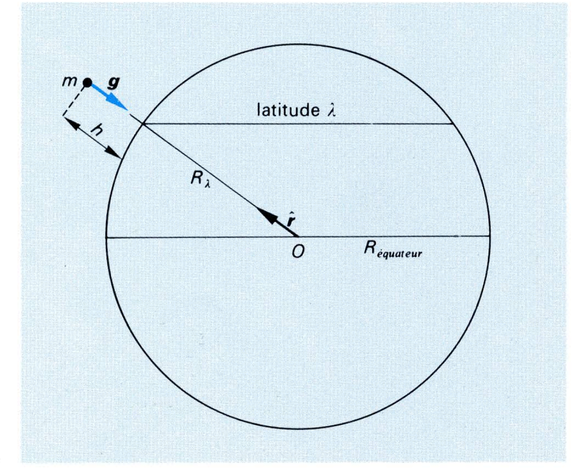
$$F = k\,\frac{mm'}{d^2}, \quad (2)$$

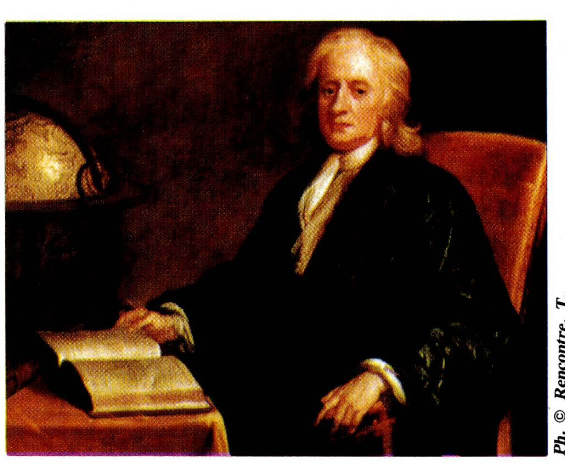
k étant un coefficient qui dépend des unités choisies. Si m' désigne la masse de la Terre, supposée concentrée en son centre, m la masse d'une particule matérielle à la distance $d = R_\lambda + h$ du centre de la Terre (R_λ : rayon terrestre au lieu de latitude λ ; h : altitude de la particule au lieu considéré, par rapport au niveau des mers), la relation (2) nous donne le module de la force d'attraction subie par la particule et qu'on appelle sa *pesanteur* ou son *poids* $\boldsymbol{P}$.

L'application de la deuxième loi de Newton $\boldsymbol{F} = m\vec{\gamma}$ (voir ci-dessus, paragraphe **A**, a) nous permet donc de dire que la force $\boldsymbol{P}$ appliquée à la masse m lui communique l'accélération $\boldsymbol{g}$ telle que :

$$\boldsymbol{P} = m\boldsymbol{g}. \quad (3)$$

La chute des corps : le vecteur $\vec{g}$ (champ de pesanteur terrestre) est vertical, et orienté vers le centre O de la Terre, c'est-à-dire comme $-\vec{r}$; sa valeur absolue est $g = k\,\dfrac{M}{(R_\lambda + h)^2}$ (M = masse de la Terre).





Sir Isaac Newton (1642-1727). La légende raconte qu'il eut l'intuition de la gravitation universelle en contemplant la chute d'une pomme ; il a été le plus grand physicien de son temps et la mécanique newtonienne n'a été ébranlée qu'au début du XXe siècle, par Max Planck et Albert Einstein.

● *Champ de gravitation.* Une particule de masse unité, placée à une distance d du centre de la Terre subit donc une action gravitationnelle $\boldsymbol{P} = \boldsymbol{g}$. Le vecteur $\boldsymbol{g}$ caractérise le *champ de pesanteur* à la distance d du centre de la Terre. Voir p. 168, la notion de *champ de forces.*

● *Valeur de g.* Théoriquement, la valeur de g peut être déduite de la comparaison des équations (2) et (3), qui donne :

$$g = k\,\frac{m'}{d^2}, \quad (4)$$

m' étant la masse de la Terre. Dans le système SI, k vaut environ $6{,}67 \times 10^{-11}$ et $m' = 5{,}98 \times 10^{24}$ kg ; en prenant comme valeur moyenne R_λ la longueur 6 370 km, on a, en moyenne, au niveau de la mer ($h = 0$) :

$$g = \frac{6{,}67 \times 5{,}98 \times 10^{-11} \times 10^{24}}{(637)^2 \times 10^8} = 9{,}82\ \text{m/s}^2. \quad (5)$$

En fait, on mesure g expérimentalement à l'aide d'un appareil appelé *gravimètre* car il faut tenir compte de nombreux facteurs perturbateurs (*anomalies* de la pesanteur). On retiendra les valeurs approchées suivantes :

— à l'équateur : ($\lambda = 0$), $g = 9{,}78$ m/s² ;
— aux pôles : ($\lambda = 90°$), $g = 9{,}83$ m/s² ;
— à Paris : ($\lambda = 49°$), $g = 9{,}81$ m/s².

● *Généralisation.* L'équation (2) est valable dans tout l'univers. Au voisinage d'une quantité m' de matière, il se crée un champ de gravitation qui affecte le mouvement d'une particule matérielle de masse m. L'accélération qui en résulte dépend de la valeur m' de cette masse. Sur la Lune par exemple, dont la masse est environ six fois plus petite que celle de la Terre, l'accélération de la pesanteur (lunaire) vaut environ $g/6$: le « poids » lunaire d'un corps est donc environ six fois plus faible que son poids terrestre.

Mouvement de rotation.

● *Cas d'une particule matérielle.* Soit m la masse d'une particule matérielle A tournant avec la vitesse angulaire ω sur un cercle de centre O et de rayon r. Orientons le rayon OA dans le sens de O vers A. Le vecteur position de la particule est $\boldsymbol{r}$; son vecteur vitesse $\boldsymbol{v}$ a pour module $v = \omega r$ et il existe une accélération centripète $\vec{\gamma} = -\,\omega^2\,\boldsymbol{r}$, de module $\gamma = -\,\omega^2\,r$ (le signe « − » souligne le caractère centripète de l'accélération). La deuxième loi de Newton nous impose donc de dire que le mouvement circulaire implique l'action d'une *force centripète* $\boldsymbol{F} = m\vec{\gamma} = -\,m\omega^2\,\boldsymbol{r}$. L'action de cette force est de maintenir la particule sur sa trajectoire : si elle cesse, la particule cesse de tourner sur le cercle et s'en évade dans la direction de la tangente au cercle (exemple de la fronde).

● *Force centripète et force centrifuge : un problème de repère.* Considérons une particule de masse m, animée d'un mouvement circulaire sur un cercle de

centre O et de rayon r, et soit ω sa vitesse angulaire. Le mouvement circulaire n'est possible que s'il existe une *force centripète,* attirant à chaque instant le mobile vers le centre O du cercle ; si la force centripète n'agit plus, la particule de masse m cesse de tourner autour de O et part selon la tangente au cercle, dans un mouvement rectiligne uniformément accéléré. La force centripète peut être une action à distance (exemple : attraction gravitationnelle, force électrostatique), ou une contrainte mécanique (exemple : la fronde ; l'action centripète se manifeste par la tension du fil). Cela dit, il faut bien noter ceci : la force centripète n'apparaît telle que pour un observateur situé au point O, au repos immobile, c'est-à-dire si la particule en mouvement est étudiée dans un repère galiléen.

Examinons maintenant ce qui se passe dans un repère non galiléen. Supposons qu'on puisse assimiler un véhicule à une particule ; lorsqu'il tourne sur une piste circulaire, il est soumis à une force centripète qui l'empêche à chaque instant de quitter sa trajectoire (cette force est communiquée par l'action du moteur : il faut « accélérer » dans un virage). Un passager, à l'intérieur du véhicule, peut être lui aussi considéré comme une particule matérielle ; si nous observons son mouvement en prenant comme repère le véhicule — c'est-à-dire un *repère non galiléen* — nous constatons qu'il réagit à l'accélération centripète du repère dans lequel il est placé par une accélération qui tend à l'éloigner de la trajectoire du véhicule, c'est-à-dire par une accélération *centrifuge* (le passager est déporté vers l'extérieur du virage).

Il faut donc bien distinguer :

— la force centripète, génératrice du mouvement circulaire, perçu comme tel dans un repère galiléen ;

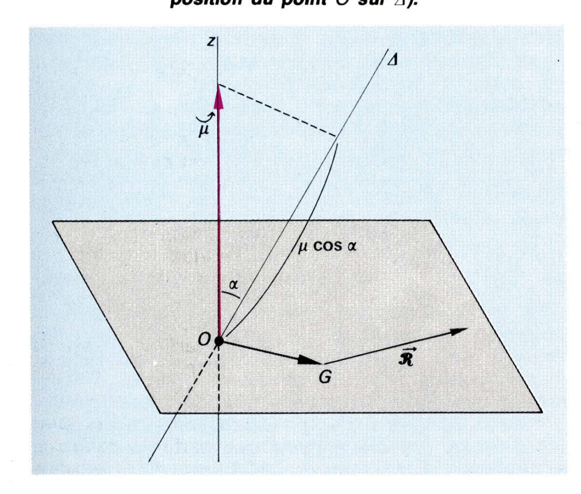
— la force centrifuge, qui se manifeste par la déportation du passager, et due au fait que le repère dans lequel se trouve le passager n'est pas galiléen (puisqu'il possède une accélération centripète).

● *Rotation d'un solide.* Soit un solide mobile autour d'un axe Δ. Il est soumis à un système de forces de résultante générale $\vec{\mathcal{R}}$ et de moment résultant $\vec{\mu}$ par rapport à un point O de l'axe Δ, dont le module est indépendant du point O choisi. Si l'on appelle α l'angle du vecteur $\vec{\mu}$ et de l'axe Δ, le *moment de la force* $\vec{\mathcal{R}}$ *par rapport à l'axe* Δ est la projection du vecteur $\vec{\mu}$ sur cet axe, c'est-à-dire le nombre $\mu \cos \alpha$.

Soit J le moment d'inertie du solide par rapport à Δ, et $\theta(t)$ l'angle dont celui-ci tourne autour de cet axe pendant le temps t. La vitesse de rotation est $\omega = \theta'(t)$ et l'accélération angulaire est $\theta''(t)$. La deuxième loi de Newton s'écrit alors :

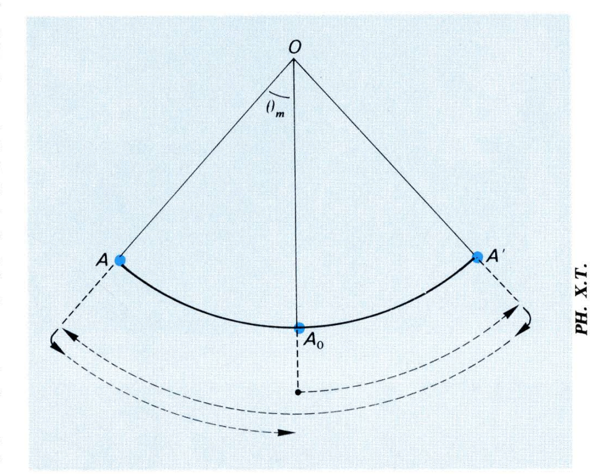
$$\mu \cos \alpha = J\theta''(t) \,. \tag{6}$$

Moment d'un système de forces par rapport à un axe Δ.
Le système de forces considéré a pour résultante $\vec{\mathcal{R}}$, appliquée au centre de gravité G du système matériel en cause. Pour caractériser l'aptitude du système à tourner autour de l'axe Δ on introduit la notion de moment de la force $\vec{\mathcal{R}}$ par rapport à cet axe. Pour cela, on prend un point O quelconque de l'axe Δ, et on construit le vecteur $\vec{\mu}$, moment de la force $\vec{\mathcal{R}}$ par rapport au point O (c'est un moment axial, porté par la perpendiculaire en O au plan des vecteurs $\vec{OG}$ et $\vec{\mathcal{R}}$). La projection du vecteur $\vec{\mu}$ sur l'axe Δ, qui fait un angle α avec la droite Oz, est $\mu \cos \alpha$: ce nombre réel est le moment de la force $\vec{\mathcal{R}}$ par rapport à l'axe Δ. La grandeur $\mu \cos \alpha$ est indépendante du point O choisi sur Δ (alors que le vecteur $\vec{\mu}$ dépend de la position du point O sur Δ).



Le mouvement pendulaire.

● *Définition.* Un *pendule* est un corps mobile autour d'un axe et qui, écarté de sa position d'équilibre, tend à y retourner, sous l'effet de la pesanteur (pendule dit *grave*) ou de toute autre force. Il oscille autour de sa position d'équilibre jusqu'à ce que, en raison des frottements (notamment de la résistance de l'air) qui amortissent son mouvement, les oscillations cessent. Un *pendule simple* théorique est composé d'une masse ponctuelle m reliée à un axe de rotation O par un fil sans torsion. On peut en réaliser une approximation en suspendant une petite bille à un fil sans torsion de longueur l : tels sont les « pendules » qu'utilisent les radiesthésistes pour abuser de la crédulité des âmes simples.



Le pendule simple : si on l'écarte de sa position d'équilibre d'un angle θ_m, le pendule oscille entre les positions OA et OA'. La masse m se déplace sur l'arc de cercle AA'. La période T est le temps nécessaire pour parcourir le chemin $A_0 - A' - A - A_0$ (tracé en traits interrompus sur la figure). La fréquence du mouvement est le nombre 1/T de périodes par unité de temps.

● *Caractéristiques du mouvement pendulaire.* Les éléments du mouvement d'un pendule sont les suivants (voir figure ci-dessus) :

— l'*amplitude* θ_m, qui est le plus grand angle d'écart par rapport à la position d'équilibre ;

— l'*élongation* $\theta(t)$, angle d'écart à un instant donné ;

— la *période* T du mouvement (temps nécessaire pour accomplir un aller et retour complet autour de la position d'équilibre) ;

— la *fréquence* $f = \frac{1}{T}$, nombre de périodes par seconde ; dans le système SI elle s'exprime en hertz ;

— la *pulsation* $\omega = 2\pi f$, qui s'exprime en radians par seconde.

● *Lois du mouvement.* L'expérience et la théorie montrent que, pour un pendule simple :

1 - le mouvement d'oscillation se fait toujours dans le même plan (expérience du *pendule de Foucault*) ;

2 - si l'amplitude est faible, la période des oscillations ne dépend que de la longueur l du pendule et de la valeur de g au lieu de l'expérience (loi de *l'isochronisme des petites oscillations,* découverte par Galilée, en 1583).

On démontre par ailleurs que la période T est donnée par la relation :

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \,. \tag{7}$$

Pour un *pendule composé,* c'est-à-dire non assimilable à un pendule simple (exemple : le balancier d'une horloge de campagne), on montre que la période a pour valeur :

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{J}{mga}} \,, \tag{8}$$

J désignant le moment d'inertie du pendule par rapport à l'axe de rotation et a la distance du centre d'inertie G à l'axe de rotation. Le pendule simple de longueur :

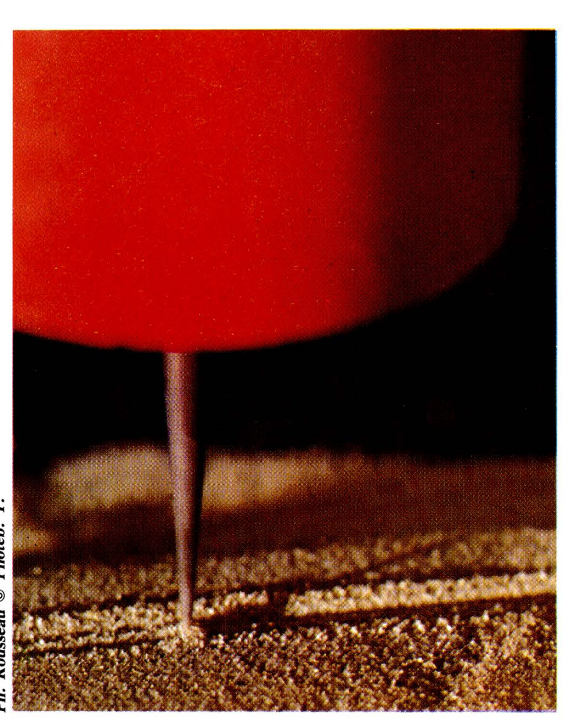
$$l = \frac{J}{ma} \tag{9}$$

a donc même période que le pendule composé considéré : on l'appelle *pendule simple synchrone.*

Voir aussi p. 169, où est expliquée l'importante théorie des *oscillateurs harmoniques,* dont le pendule est un exemple approché particulier.


PH. X.T.

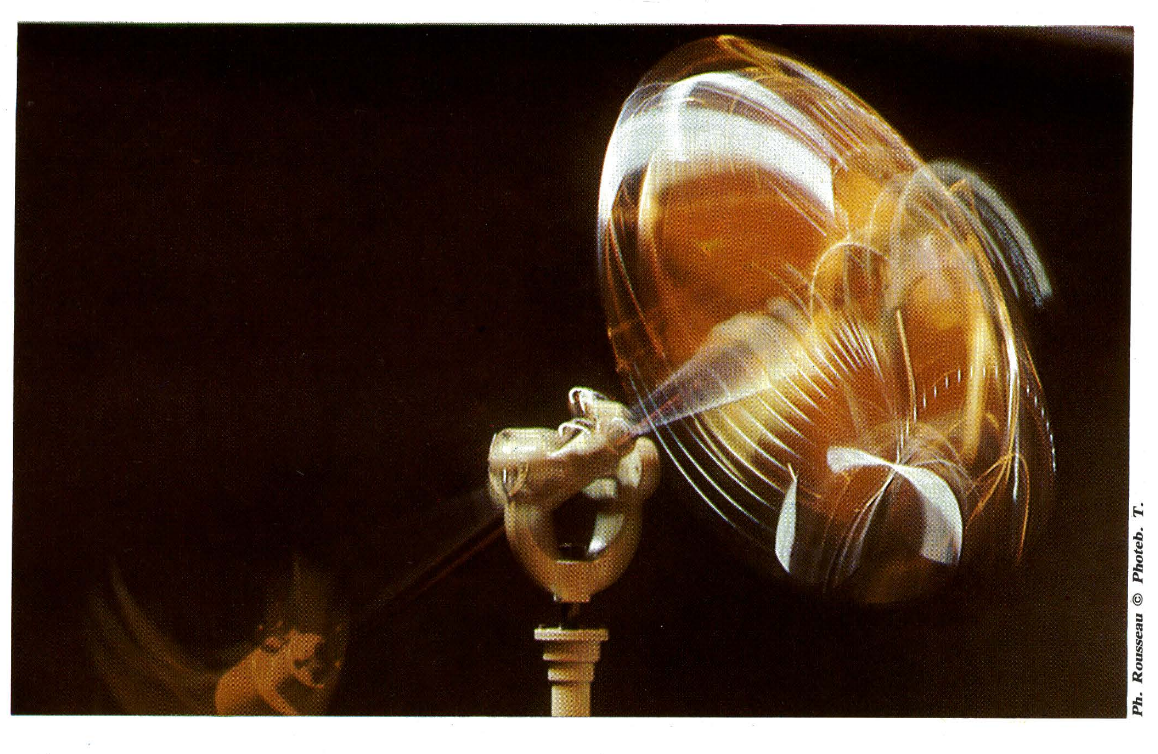
Léon Foucault (1819-1868).
On lui doit d'avoir montré expérimentalement la rotation de la Terre sur elle-même.


Ph. Rousseau © Photeb. T.

Expérience de Foucault (détail).
Le pendule oscille en restant constamment dans le même plan ; la variation de la trace du pendule dans le sable est due à la rotation de la Terre.

● *Expérience de Foucault.* Suspendons un pendule en un point O, relié à une plate-forme P par une armature A. Le pendule oscillant toujours dans le même plan (lois du mouvement pendulaire), son extrémité I marquera sur le sable dont on a recouvert la plate-forme une trace, toujours la même ; si la plate-forme (et par conséquent l'armature) tournent et que le plan du pendule reste constant, la trace MM' tournera elle aussi. Tel est le principe de l'expérience de Foucault (1851). La plate-forme étant la Terre, l'armature la coupole du Panthéon, au haut de laquelle fut accroché le pendule, on constata que la trace MM' tournait, en une journée, d'un certain angle (au pôle, elle aurait fait un tour complet en 24 heures ; à Paris elle tournait d'environ 11° par heure) ; ce résultat pouvait s'interpréter de deux façons :

— ou bien l'on supposait la Terre immobile, mais alors il fallait supposer que le plan d'oscillation tournait, ce qui était en contradiction avec les lois fondamentales de la dynamique ;
— ou bien l'on supposait que le plan restait fixe par rapport à un repère galiléen « absolu » (c'est-à-dire aux étoiles dites fixes) et alors il fallait admettre que c'était la Terre qui tournait sur elle-même. C'est évidemment cette deuxième hypothèse qui s'imposait.



Le gyroscope est un appareil inventé en 1852 par Léon Foucault pour démontrer la rotation de la Terre. Il est constitué essentiellement d'un tore en bronze animé d'un mouvement de rotation autour d'un axe ; on démontre par application des lois de Newton, que la direction de cet axe est fixe quelle que soit la position du gyroscope. Or pour un observateur, cet axe semble décrire un cône de révolution de gauche à droite autour d'une droite inclinée à la manière de l'axe d'une toupie ; ce mouvement apparent est dû à la mobilité de l'observateur (immobile, certes dans son laboratoire, mais entraîné avec lui par le mouvement de rotation de la Terre).

Ph. Rousseau © Photeb. T.



Une expérience mettant en évidence l'invariance du plan d'oscillation. Bien que le cadre soutenant le pendule ait tourné, la trace photographique obtenue en photographiant le pendule montre que celui-ci s'est déplacé en restant dans le même plan.

Ph. Jeanbor © Photeb. T.

Dynamique relativiste.

Lorsque la vitesse v d'une particule matérielle est grande devant la vitesse c de la lumière ($\beta^2 = v^2/c^2$ n'est pas une quantité négligeable), les lois de la dynamique newtonienne ne sont plus valables et on doit faire appel aux lois de la Relativité pour décrire les phénomènes.

Notions fondamentales.

● *Rappel.* Nous avons vu, p. 15, que la masse $m(v)$ d'une particule matérielle en mouvement n'était pas égale à sa masse m au repos, puisqu'on avait la relation relativiste :

$$m(v) = \frac{m}{\sqrt{1-\beta^2}}. \qquad (1)$$

Cette remarque entraîne la définition du *vecteur quantité de mouvement relativiste :*

$$\boldsymbol{p} = \frac{m\boldsymbol{v}}{\sqrt{1-\beta^2}}. \qquad (2)$$

L'énergie relativiste E d'une particule en mouvement est alors (voir p. 19) :

$$E_v = \frac{mc^2}{\sqrt{1-\beta^2}}. \qquad (3)$$

● *Notion de temps propre.* Considérons une particule matérielle en mouvement, munie d'une horloge marquant le temps τ, qu'on appelle *temps propre* de la particule (l'horloge est au repos par rapport à la particule). Supposons par ailleurs qu'on étudie cette particule dans un repère S en mouvement relatif par rapport à elle, et muni d'une horloge marquant le temps t (peu importe que ce soit la particule qui se déplace dans S, au repos relatif, ou que ce soit S qui se déplace par rapport à la particule, elle-même au repos relatif). Dans la mécanique galiléenne et newtonienne, on a toujours $t = \tau$. Pour la mécanique relativiste, au contraire, le temps propre de la particule est différent du temps du système de référence, les deux temps étant liés par la relation :

$$\tau = t\sqrt{1-\beta^2}. \qquad (4)$$

En mécanique newtonienne, $\beta^2 \approx 0$, donc $\tau \approx t$: c'est ce que signifie la proposition « le temps t des horloges est un temps absolu, indépendant de la vitesse du système qui les entraîne ». Cette approximation convient parfaitement à l'expérience quotidienne, dans laquelle v varie de quelques m/s à quelques km/s par exemple. Prenons le cas d'une particule matérielle se déplaçant à la vitesse $v = 10$ km/s, ce qui est déjà

considérable à l'échelle humaine. Dans ce cas, $\beta = 1/30\,000$ et

$$\sqrt{1-\beta^2} = 0{,}999\,999\,999\,4\,, \qquad (5)$$

de sorte que si l'horloge d'un système au repos relatif mesure un temps $t = 1$ s, l'horloge associée à la particule mesurera un temps τ qui sera plus court de 0,6 milliardième de seconde ($0{,}6 \times 10^{-9}$ s), ce qui est insensible à l'échelle de notre expérience humaine.

En revanche, pour une particule se déplaçant à la vitesse $v = 270\,000$ km/s par exemple (et ces vitesses peuvent être atteintes et même dépassées par certaines particules observées en physique nucléaire), la loi $\tau = t\sqrt{1-\beta^2}$ a des conséquences importantes. On aurait en effet, dans ce cas, $\beta = 0{,}9$, d'où $\beta^2 = 0{,}81$ et $\sqrt{1-\beta^2} = 0{,}436$, d'où :

$$\tau = 0{,}436\,t\,. \qquad (6)$$

Dans ce cas, une seconde du repère S correspond à 0,436 seconde du repère particulaire : la différence est considérable.

● *Vitesse et accélération absolues.* Un événement de la vie d'une particule, c'est-à-dire sa position à un instant donné, est défini par les quatre coordonnées (x, y, z, t). L'ensemble de ces quatre nombres énoncés dans cet ordre, constitue un *quadrivecteur* (voir p. 166). Les grandeurs x, y, z et t changent à chaque instant propre τ de la vie de la particule ; ce sont donc des fonctions de la variable τ et nous pouvons calculer leurs dérivées premières par rapport à τ, puis leurs dérivées secondes. D'après ce que nous avons dit en cinématique, pp. 9-10, les dérivées premières sont les composantes d'un vecteur vitesse et les dérivées secondes les composantes d'un vecteur accélération. Mais, ici, le vecteur vitesse est à quatre dimensions, comme le vecteur événement, et il en est de même pour le vecteur accélération : l'un et l'autre sont des quadrivecteurs. On les appelle le *vecteur vitesse absolue* $\boldsymbol{v}_a$ et le *vecteur accélération absolue* $\vec{\gamma}_a$. Leurs composantes sont respectivement (x', y', z', t') et (x'', y'', z'', t''), les dérivations se faisant par rapport à la variable τ. On peut aussi, pour éviter toute ambiguïté, exprimer ces vecteurs à l'aide de quotients différentiels :

$$\boldsymbol{v}_a = \left(\frac{dx}{d\tau}, \frac{dy}{d\tau}, \frac{dz}{d\tau}, \frac{dt}{d\tau}\right); \qquad \vec{\gamma}_a = \left(\frac{d^2x}{d\tau^2}, \frac{d^2y}{d\tau^2}, \frac{d^2z}{d\tau^2}, \frac{d^2t}{d\tau^2}\right). \qquad (7)$$

Que devient la deuxième loi de Newton en mécanique relativiste ?

● *Équation absolue du mouvement.* En mécanique classique, on avait défini la force $\boldsymbol{F}$ agissant sur une particule de masse m et de vecteur quantité de mouvement $\boldsymbol{p} = m\boldsymbol{v}$ par la relation :

$$\boldsymbol{F} = \frac{d\boldsymbol{p}}{dt}\,. \qquad (8)$$

En mécanique relativiste, le vecteur vitesse est un quadrivecteur, et on définit le quadrivecteur quantité de mouvement à partir de la vitesse absolue $\boldsymbol{v}_a$ de l'équation (7) :

$$\boldsymbol{p} = m_0\,\boldsymbol{v}_a \qquad (9)$$

et on écrit la loi fondamentale de la dynamique sous la forme :

$$\boldsymbol{F}_a = \frac{d\boldsymbol{p}}{d\tau} = m_0\,\vec{\gamma}_a\,. \qquad (10)$$

$\boldsymbol{F}_a$ est un quadrivecteur (comme $\boldsymbol{v}_a$ et comme $\boldsymbol{p}$) appelé *force d'univers*. L'équation (10) est l'*équation absolue* du mouvement de la particule considérée (en exprimant les composantes des vecteurs $\boldsymbol{F}_a$ et $\vec{\gamma}_a$ on aurait quatre équations différentielles du second ordre) lorsqu'on prend comme repère un système lié à la particule, donc immobile par rapport à elle.

● *Équation relative du mouvement.* Pour écrire la loi (10) dans le système S, en mouvement par rapport à la particule, posons

$$\boldsymbol{F} = \boldsymbol{F}_a\big/\sqrt{1-\beta^2} \qquad (11)$$

et rappelons-nous la relation (1) ci-dessus $m = m_0\big/\sqrt{1-\beta^2}$. La loi (10) prend alors une forme plus complexe (voir pp. 169-170) que nous n'énoncerons pas ici ; nous retiendrons simplement qu'elle se décompose en deux équations :

— l'une traduit la deuxième loi de Newton dans le langage de la relativité sous la forme $\boldsymbol{F} = d(m\boldsymbol{v})/dt$, $m\boldsymbol{v}$ étant la quantité de mouvement relativiste ;

— l'autre donne le travail de la force relativiste $\boldsymbol{F}$ quand elle déplace son point d'application de la distance v sur sa direction ; elle correspond au théorème de l'énergie cinétique en mécanique newtonienne et justifie que l'on pose :

$$E = mc^2\,. \qquad (12)$$

Le scalaire E est l'énergie relativiste de la particule.

Énergie et relativité.

● *Énergie cinétique d'une particule.*
Une particule de masse au repos m possède de l'*énergie propre* :

$$E_0 = mc^2 \qquad (13)$$

Lorsque cette particule est animée d'une vitesse relativiste v, sa masse augmente et devient :

$$m(v) = \frac{m}{\sqrt{1-\beta^2}}\,. \qquad (14)$$

Son énergie relativiste vaut alors :

$$E_v = \frac{mc^2}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{E_0}{\sqrt{1-\beta^2}}\,. \qquad (15)$$

On définit son énergie cinétique relativiste K :

$$K = E_v - E_0 = [m(v) - m]\,c^2\,. \qquad (16)$$

La variation d'énergie cinétique relativiste dK vaut :

$$dK = dE_v\,, \qquad (17)$$

puisque $E_0 = C^{te}$.

● *L'énergie est massive.* L'équation (16) peut aussi s'écrire :

$$m(v) - m = \frac{K}{c^2}\,. \qquad (18)$$

Si l'énergie cinétique K subit un accroissement ΔK, il lui correspond un accroissement proportionnel de la masse Δm, tel que :

$$\Delta m = \frac{\Delta K}{c^2}\,. \qquad (19)$$

Cette relation est valable pour toutes les formes de l'énergie (cinétique, rayonnante, etc.) : tout gain ΔE d'énergie d'un système matériel se traduit par une augmentation Δm de la masse du système, selon la relation d'équivalence :

$$\Delta E = c^2\,\Delta m\,. \qquad (20)$$

Inversement, toute perte d'énergie se traduit par une perte de masse selon la même relation.

● *Un exemple simpliste.* Soit deux particules de masse égale à 1 kg et qui, animées toutes deux d'une même vitesse $v = 1$ km/s $= 10^3$ m.s^{-1}, entrent en collision et restent ensuite collées l'une à l'autre : l'énergie cinétique de chaque particule, K_1 et K_2, vaut :

$$K_1 = K_2 = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2} \times 10^6\ \text{J}\,, \qquad (21)$$

d'où, pour le système des deux particules collées une énergie cinétique au moment de la collision :

$$K = 2 \times \frac{1}{2}mv^2 = 10^6\ \text{J}\,. \qquad (22)$$

Dès que la collision est terminée, cette énergie cinétique devient nulle et les deux particules restent collées l'une à l'autre. La variation d'énergie cinétique du système est donc :

$$\Delta K = K - 0 = K \qquad (23)$$

et il lui correspond une variation de masse :

$$\Delta m = \frac{\Delta K}{c^2} = \frac{10^6}{9 \times 10^{16}} \approx 10^{-11}\ \text{kg}\,. \qquad (24)$$

En d'autres termes, le système des deux particules séparées avait une masse de 2 kg ; la paire de particules collées a une masse de 2 kg + Δm ; mais Δm est si petit (environ un cent/millième de milligramme) qu'on ne peut constater cet accroissement de masse avec nos moyens humains de mesure.

● *Un exemple pittoresque.* Voici un diablotin hors de sa boîte ; le système possède une masse m. Appuyons sur le ressort, faisons rentrer le diable dans sa boîte et fermons la boîte ; nous avons donné au système une énergie potentielle ΔU, qui se manifestera si nous ouvrons la boîte. Donc la masse m a augmenté de

$$\Delta m = \frac{\Delta U}{c^2}\,. \qquad (25)$$

Conclusion : la masse du système « diable dans la boîte » est plus grande que celle du système « diable sorti de la boîte ».

● *Un exemple plus sérieux.* Considérons deux particules élémentaires libres : un proton de masse m_p et un neutron de masse m_n ; elles constituent un système dont la masse au repos m_0 vaut :

$$m_0 = m_p + m_n = (1{,}672\,52 + 1{,}674\,82) \times 10^{-27}\,\text{kg} = 3{,}347\,34 \times 10^{-27}\ \text{kg}\,. \qquad (26)$$

Dans certaines circonstances ces deux particules peuvent être *liées* l'une à l'autre ; elles forment alors une paire proton-neutron, qu'on nomme un *deutéron*. Le deutéron est le noyau de l'atome d'hydrogène lourd (l'hydrogène présent dans la nature comporte deux sortes d'atomes d'hydrogène stables qui diffèrent par la constitution de leur noyau ; l'hydrogène ordinaire, dont le noyau contient un proton, et l'hydrogène dit « lourd », dont le noyau contient un proton et un neutron ; ce *deuxième hydrogène est appelé deutérium*, à partir du grec *deuteros* = « deuxième », et son noyau est nommé *deutéron*).

Pour que se réalise la liaison proton-neutron, il faut qu'apparaisse dans le système une certaine quantité d'énergie, dite *énergie de liaison*. Cette énergie provient de la transformation d'une partie Δm de la masse m_0 en énergie, selon la relation (27) :

$$\Delta E = c^2\,\Delta m\,. \qquad (27)$$

De sorte que la masse du deutéron est égale à la masse m_0 des deux particules diminuée de la quantité Δm, utilisée pour l'énergie de liaison. De fait, la masse observée du deutéron au repos a pour valeur :

$$m_d = 3{,}343\,34 \times 10^{-27}\ \text{kg}\,, \qquad (28)$$

ce qui correspond à un *défaut de masse* :

$$\Delta m = m_0 - m_d = 4{,}0 \times 10^{-30}\ \text{kg}\,. \qquad (29)$$

L'énergie de liaison du deutéron vaut donc :

$$\Delta E = c^2\,\Delta m = 9 \times 4{,}0 \times 10^{16} \times 10^{-30} = 36{,}0 \times 10^{-14}\ \text{J}\,, \qquad (30)$$

soit, en mesurant l'énergie à l'aide d'une unité appelée *électronvolt* (symbole : eV), et qui vaut $1{,}6 \times 10^{-19}$ J :

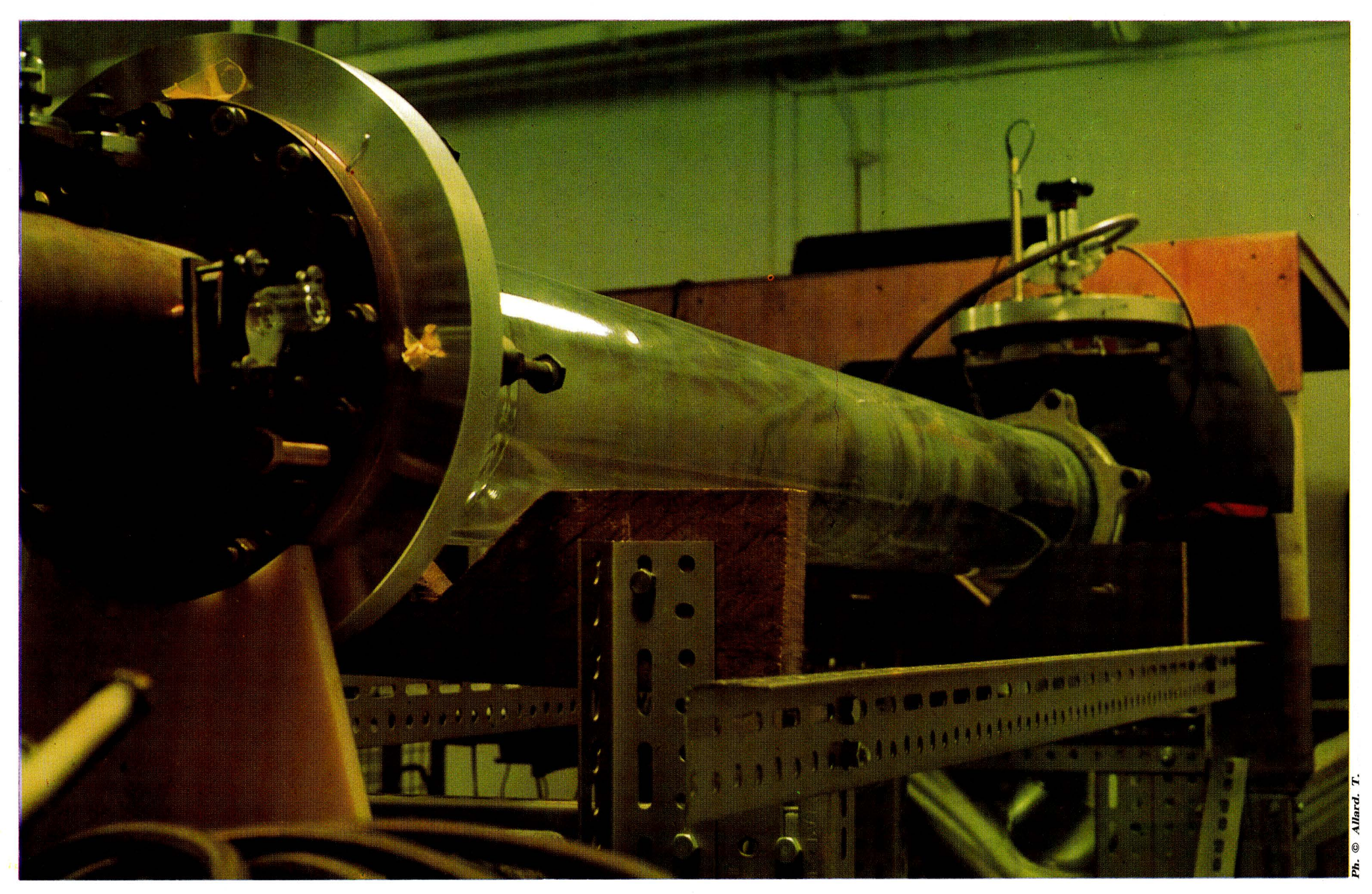
$$\Delta E = \frac{36}{1{,}6} \times 10^5\ \text{eV} = 2{,}25 \times 10^6\ \text{eV} = 2{,}25\ \text{MeV} \qquad (31)$$

Lors de la désintégration d'un atome d'hydrogène lourd, cette énergie ΔE est libérée (sous forme de chaleur et d'énergie rayonnante) ; l'observation montre que l'énergie libérée est de 2,26 MeV par deutéron, résultat qui est bien en accord avec l'énergie calculée par l'équation (31).

Il est possible qu'une énergie de 2,25 MeV par noyau n'évoque aucune image dans l'esprit du lecteur. Voici un moyen d'en réaliser l'énormité. Dans 2 grammes d'hydrogène lourd, il y a N atomes (N = nombre d'Avogadro $= 6{,}022 \times 10^{23}$) ; la désintégration de 2 grammes d'hydrogène lourd fournit donc l'énergie :

$$E = \Delta E \times N = 36 \times 10^{-14} \times 6{,}022 \times 10^{23} \approx 2 \times 10^{11}\ \text{joules} \qquad (32)$$

(nous avons utilisé la valeur de ΔE en joules). Cette énergie est considérable (200 milliards de joules) : elle vaut environ 6 000 fois l'énergie fournie par la combustion d'un kilogramme de charbon.


Ph. © Allard. T.

L'état plasma est souvent appelé le quatrième état de la matière, c'est celui d'un fluide gazeux porté à une très haute température dont toutes les molécules sont ionisées. La théorie des plasmas est un des chapitres les plus passionnants de la physique moderne. (Ci-dessus, un tube à plasma.)

MÉCANIQUE DES FLUIDES : LES LIQUIDES

GÉNÉRALITÉS.

La mécanique des fluides étudie l'état des fluides (gaz et liquides) en équilibre (*statique des fluides*) ou en mouvement (*dynamique des fluides*). Ce chapitre est consacré plus particulièrement à la mécanique des fluides liquides, qu'on appelait au XVIIe siècle l'*hydraulique*. Ce terme est plutôt réservé maintenant aux aspects pratiques de la physique des fluides. L'étude des liquides au repos constitue l'*hydrostatique,* dominée par les théorèmes de Pascal et d'Archimède; l'étude des liquides en mouvement (écoulements) forme l'*hydrodynamique.*

Divers états de la matière.

Solides et fluides.

L'expérience courante nous permet de distinguer trois *états* de la matière : l'état solide, l'état liquide et l'état gazeux. Le caractère déformable des gaz et des liquides permet de les transvaser d'un récipient dans un autre : on les nomme pour cela des *fluides* (du latin *fluere* = « *couler* »). Selon la nature des conditions physiques, un corps matériel se trouve dans l'un de ces trois états ; si les conditions changent plus ou moins notablement, l'état du corps peut lui aussi changer : ainsi, à la pression atmosphérique ordinaire, l'eau passe de l'état solide à l'état liquide lorsque la température atteint 0 °C, et de l'état liquide à l'état gazeux lorsqu'elle atteint 100 °C.

Pour comprendre les raisons de ces différents états et de leurs changements, il nous faut expliquer rapidement quelle est la structure de la matière.

● *Structure particulaire de la matière.* Tout corps matériel est composé de *particules* (atomes ou molécules), extrêmement petites à notre échelle et sur la structure desquelles nous reviendrons plus loin. Pour se faire une idée de leur petitesse, on peut retenir un ordre de grandeur : il y a environ 30 000 milliards de milliards de molécules d'eau dans un gramme d'eau.

Entre ces particules, il existe des interactions plus ou moins intenses (attraction, répulsion) qui sont responsables de l'*ordre* dans lequel elles sont disposées et maintenues.

— Lorsque ces interactions sont inexistantes, les particules, indépendantes les unes des autres, sont libres de se déplacer dans toutes les directions. Cet état de désordre total n'existe pas, en toute rigueur, dans la nature : c'est un état théorique qu'on nomme *état de gaz parfait.* Les *gaz réels* (l'hydrogène, l'azote, le chlore par exemple), composés de molécules suffisamment éloignées les unes des autres pour être quasi indépendantes, sont des approximations plus ou moins réussies d'un gaz parfait. Les propriétés physiques d'un gaz sont en rapport avec cet état de désordre atomique et moléculaire.

— Lorsque les forces d'interactions sont intenses et règnent dans toutes les parties du corps considéré, chaque particule est liée à une position donnée, environnée d'autres particules tout aussi « immobilisées ». Les positions relatives des particules ne varient pas au cours du temps (ou, du moins, varient-elles très peu). Cette invariance intérieure explique que le corps matériel considéré ne change ni de forme, ni de volume, à moins qu'on exerce sur lui des actions extérieures intenses (il faut un marteau-pilon pour écraser une barre de fer à la température ordinaire). Tel est l'*état solide.*

— Entre l'anarchie des gaz parfaits et l'ordre totalitaire des solides, il existe un état intermédiaire : celui de la « liberté surveillée » des particules, qui peuvent se déplacer librement au sein d'un corps tout en étant astreintes à rester toujours en contact les unes avec les autres. Cet état intermédiaire est l'*état liquide.*

● *Conséquences simples.*

— Les particules libres d'un gaz peuvent s'éloigner spontanément les unes des autres ou, au contraire, être regroupées sous un petit volume sous l'action d'une force extérieure (dans un corps de pompe par exemple), tout comme on presse les voyageurs dans une rame de métro. C'est ce qui explique les deux propriétés classiques des gaz : *expansibilité* et *compressibilité.*

— Dans un liquide ou dans un solide, les particules étant en contact permanent (ou du moins extrêmement proches les unes des autres), il n'y a, en première approximation, ni expansibilité ni compressi-

bilité : les états solide et liquide sont des *états condensés* de la matière. Toutefois, la mobilité relative des particules d'un corps à l'état liquide explique qu'il soit *déformable* (un liquide prend la forme du récipient qui le contient).

— On peut introduire du désordre dans n'importe quel état ordonné, à condition de disposer d'un bon moyen d'action, en l'occurrence la chaleur. Si on chauffe un liquide, on communique aux particules qui le composent une énergie leur permettant d'échapper à l'ordre initial. Lorsqu'on atteint une température suffisante, le désordre total s'installe, et le liquide devient un gaz. De même, un solide, suffisamment chauffé, fond et se transforme en liquide.

Remarques.

1 - Dans un solide, l'arrangement des molécules et des atomes est rigoureusement invariable. Lorsque cet arrangement est *périodique*, le solide est dit *cristallin* ; sinon on parle d'un solide *amorphe*. La glace, le sel de cuisine (chlorure de sodium) sont des exemples de solides cristallins ; le verre est un exemple de solide amorphe (état dit *vitreux*). Un cas particulier intéressant est celui des *solides polymères*, étudié en *Chimie organique*, p. 138.

2 - Dans ce qui précède, nous avons supposé que les particules constituant les corps matériels étaient neutres électriquement, ou du moins qu'elles se neutralisaient mutuellement de proche en proche. Il existe un quatrième état de la matière, celui d'un gaz dont toutes les particules sont électrisées (on dit : *ionisées*) ; un tel « gaz » est appelé un *plasma*.

Paramètres d'un système fluide macroscopique.

Un *système macroscopique* est un système que l'on décrit à l'aide de grandeurs mesurables avec les instruments de laboratoires, sans tenir compte des caractéristiques individuelles des particules (atomes ou molécules) qui le constituent. Ces grandeurs sont les *paramètres* des systèmes considérés. Nous en retiendrons ici deux qui jouent un rôle très important dans la description de l'état d'un système fluide : la *température* et la *pression*.

● *Température.* Les impressions thermiques (chaud/froid) font partie de notre perception commune. En physique, on peut les objectiver à l'aide d'un appareil appelé *thermomètre*, dont le principe est expliqué p. 37. Usuellement, les températures sont mesurées en *degrés Celsius* (°C), et symbolisées par la lettre grecque θ. Nous introduirons plus loin, p. 41, la notion de *température thermodynamique* ou *température absolue* T d'un système, dont l'unité est le *kelvin* (K), du nom du physicien britannique Lord Kelvin, alias Sir William Thomson (qu'il ne faut pas confondre avec son homonyme, J.-J. Thomson, père de l'électron). Par définition, on a, en appelant θ et T les températures Celsius et absolues d'un même système :

$$\theta = T - 273{,}15 \text{ K}. \qquad (1)$$

● *Pression.* Lorsqu'une force $\boldsymbol{F}$ agit sur une surface S, on dit qu'elle exerce une *pression* sur cette surface. *La pression moyenne* exercée dans ces conditions est le quotient :

$$p = \frac{F}{S}. \qquad (2)$$

Dans le système SI, on exprime la force $\boldsymbol{F}$ en newtons et la surface S en mètres carrés ; la pression p est alors exprimée en *pascals* (symbole : Pa), en hommage au grand savant et écrivain français qui a étudié les phénomènes de pression : le pascal est la pression uniforme qui, agissant sur une surface plane de 1 m^2, exerce perpendiculairement à cette surface une force totale de 1 newton. Les multiples et sous-multiples du pascal les plus utilisés sont le *bar* (10^5Pa), la *pièze* (10^3Pa) et la *barye* (0,1 Pa) ; le *millibar*, ou millième de bar, est utilisé fréquemment en météorologie.

On mesure les pressions à l'aide d'appareils appelés *manomètres*. Dans les manomètres usuels, on apprécie la pression en un point donné d'un fluide par la hauteur dont s'élève du mercure dans un fin tube en U.

La pression exercée par l'atmosphère terrestre est appelée *pression atmosphérique*. On appelle *pression atmosphérique normale* une pression p égale à :

$$p = 1{,}013\,250 \text{ bar} = 1\,013{,}25 \text{ mbar}. \qquad (3)$$

Elle est représentée par la pression d'une colonne de mercure de 760 mm de hauteur soumise à l'intensité normale de la pesanteur. Cette pression atmosphérique normale est une unité usuelle, appelée *atmosphère*. En réduisant au système SI, on a donc :

$$1 \text{ atmosphère} = 101\,325 \text{ pascals}. \qquad (4)$$

Masse volumique et densité.

Définitions.

● *Considérons une substance solide, liquide ou gazeuse* et mesurons, à l'aide d'une balance, une masse m de cette substance, dont le poids est donc $P = mg$, g désignant la valeur de l'accélération de la pesanteur au lieu considéré. Soit d'autre part V le volume de la masse m, mesuré dans des conditions déterminées de température et de pression. On appelle :

— *masse volumique* ρ de la substance en cause la masse par unité de volume, soit :

$$\rho = \frac{m}{V}; \qquad (1)$$

— *poids volumique* ϖ de cette substance le poids par unité de volume au lieu considéré, soit :

$$\varpi = \rho g = \frac{mg}{V}; \qquad (2)$$

— *volume massique* v de cette substance le volume de l'unité de masse, soit :

$$v = \frac{V}{m} = \frac{1}{\rho}. \qquad (3)$$

● *Remarque.*

Dans le cas des corps incompressibles (solides, liquides), il n'est pas nécessaire en général de préciser les conditions de pression ; les grandeurs ρ, ϖ et v ne dépendent que de la température. S'il s'agit d'une substance gazeuse, il faut connaître la valeur de la pression, valeur dont dépend le volume V (voir ci-après, p. 34). On précise souvent que les mesures sont faites dans les *conditions standard de température et de pression* (conditions STP), c'est-à-dire à la température $\theta = 0$ °C et pour une pression de 760 mm de mercure (soit 1,013 250 bar).

● *Densité des liquides et des solides.* Appelons m et m' les masses d'un même volume V de deux substances A et A', mesurées dans des conditions déterminées de température (la pression n'intervient pas puisqu'il s'agit de corps incompressibles). Le quotient :

$$d = \frac{m'}{m} \qquad (4)$$

est par définition la *densité relative* de la substance A' par rapport à la substance A.

On choisit souvent comme terme de comparaison (c'est-à-dire comme substance A) l'eau prise à 4 °C (1 litre d'eau à 4 °C a une masse de 1 kg ; 1 cm^3 d'eau à 4 °C a une masse de 1 g). On précise alors « densité par rapport à l'eau », et le nombre qui mesure cette densité est le même que celui qui mesure la masse volumique de la substance considérée. On peut donc écrire, pour tout solide ou liquide de masse volumique ρ :

$$\text{densité par rapport à l'eau à 4 °C} = d = \rho. \qquad (5)$$

On notera ici qu'une masse volumique s'exprime, dans le système SI, en kilogrammes par mètre cube (kg/m^3) ; il est parfois utile d'utiliser des sous-multiples des unités de base et d'exprimer ρ en grammes par centimètre cube (g/cm^3). De même, le volume massique est exprimé en unité de volume par unité de masse (en m^3/kg dans le système SI). Par contre, la densité d'un corps par rapport à une substance définie est un rapport : c'est un nombre sans unité. Voir p. 170 les densités et les masses volumiques de quelques substances usuelles ; se reporter aussi au tableau p. 134 qui décrit les propriétés structurales et physiques des corps simples.

Méthodes de mesures.

Pour mesurer la masse volumique d'un corps, le plus simple est d'en peser, sur une balance, un volume connu et de diviser la masse mesurée par ce volume. Dans la pratique, cette méthode est peu précise et les causes d'erreurs sont nombreuses. Pour limiter ces erreurs, on compare la masse du liquide ou du solide à mesurer à celle d'un même volume d'un liquide de référence (en général : de l'eau distillée). On mesure donc les *densités relatives*.

HYDROSTATIQUE.

Le principe fondamental de l'hydrostatique.

Un liquide en équilibre n'est animé d'aucun mouvement. En conséquence, les forces de frottement contre les parois du récipient qui le contient (vase, tube) n'entrent pas en ligne de compte.

Pression dans un fluide.

● *Pression contre les parois d'un vase.* Un fluide en équilibre dans un récipient exerce une pression contre les parois du vase qui le contient : si nous perçons la paroi en un point A, le liquide jaillit hors du récipient, sous l'effet de la force de pression qui n'est plus équilibrée, alors, par la réaction de la paroi. Appelons dS la surface élémentaire autour du point A et dF l'intensité de la force de pression A du liquide sur la paroi. Par définition, on appelle pression au point A le quotient :

$$p = \frac{dF}{dS}. \qquad (1)$$

L'équation (1) peut aussi s'écrire vectoriellement, en appelant $d\boldsymbol{F}$ le vecteur force et $d\boldsymbol{S}$ le vecteur surface (orientés par la normale en A à la paroi). On a alors, p étant une grandeur scalaire :

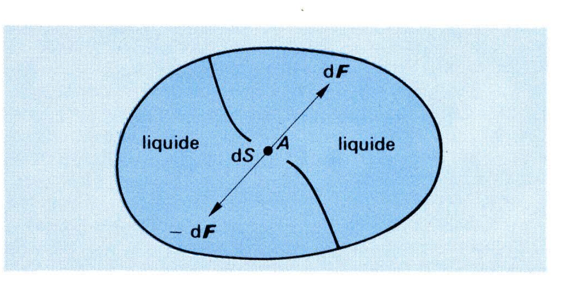
$$d\boldsymbol{F} = p\, d\boldsymbol{S}. \qquad (2)$$

● *Pression à l'intérieur d'un fluide.* Soit A un point à l'intérieur d'un fluide. On peut imaginer une surface fictive passant par A et divisant le liquide en deux parties. Un élément dS de cette surface autour de A est soumis à deux forces opposées $d\boldsymbol{F}$ et $-d\boldsymbol{F}$. La pression en A est le rapport :

$$p = \frac{dF}{dS} \qquad (3)$$

indépendant de l'orientation de la normale en A à la paroi imaginaire considérée.

On montre que cette pression p est la même en tous les points d'un plan horizontal lorsque le fluide est en équilibre. Un tel plan est donc une surface isobare (*isos* = « égal » ; *barus* = « lourd »).



***Pression en un point** A **à l'intérieur d'un fluide : c'est le rapport** dF/dS.*

Principe fondamental de l'hydrostatique.

● *Énoncé.* Lorsqu'un fluide liquide en équilibre est soumis à la seule action de la pesanteur, la différence de pression Δp entre deux niveaux A et B de ce fluide est mesurée par le poids d'une colonne de ce liquide ayant pour base l'unité de surface et pour hauteur la différence de niveaux $h = AB$. La pression croît au fur et à mesure qu'on s'enfonce dans le fluide.

Appelons ρ la masse volumique du liquide en question ; la colonne de liquide de hauteur h et de surface de base unité a pour volume h et pour masse $h\rho$. Son poids vaut donc $h\rho g$ (g : valeur de l'accélération de la pesanteur au lieu considéré), d'où la relation traduisant le principe fondamental de l'hydrostatique, en appelant p la pression au niveau A et p' la pression au niveau B :

$$\Delta p = p' - p = h\rho g. \qquad (4)$$

● *Théorème de Pascal.* C'est une conséquence de l'équation (4) : si on augmente p' (par un moyen convenable quelconque), p sera augmenté d'autant puisque la différence de pression entre les deux niveaux est toujours égale à $h\rho g$. D'où le *théorème de Pascal* : toute variation de pression en un point d'un liquide en équilibre entraîne la même variation en tous ses points (application : la presse hydraulique).



Ph. © Rencontre. T.

Blaise Pascal (1623-1662) n'a pas seulement été le moraliste, auteur des fameuses *Pensées*. Ce fut aussi un mathématicien et un physicien, auteur de recherches expérimentales sur le vide et la pression atmosphérique (1646-1648) ; il vérifia expérimentalement les hypothèses de Torricelli.

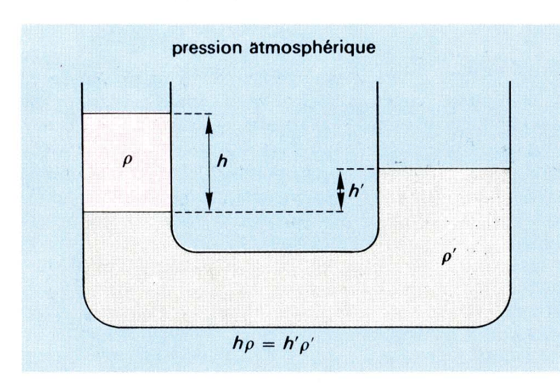
Conséquences du principe fondamental.

● *Vases communicants.* On appelle ainsi des récipients qui communiquent entre eux par un dispositif de tuyauteries. On peut imaginer une quantité indéfinie de systèmes communicants.

Étant donné deux vases communicants contenant un même liquide, si les deux surfaces du liquide sont à la même pression (par exemple toutes deux soumises à la pression p_a de l'atmosphère dans le cas de vases à l'air libre), les deux surfaces sont dans un même plan horizontal quelles que soient les formes des vases, en vertu du principe fondamental de l'hydrostatique (même pression, même niveau). Si la pression n'est pas la même au-dessus des surfaces libres (par exemple : la pression atmosphérique d'un côté, et la pression exercée par un piston de l'autre), la dénivellation entre les deux surfaces est telle que $\Delta p = h\rho g$, conformément à l'équation (4). Une application importante des vases communicants est la réalisation de manomètres à liquide (voir p. 35).

● *Surface de séparation des liquides.* Deux liquides non miscibles (par exemple de l'eau et du mercure) se superposent de façon que les surfaces de séparation soient planes et horizontales, par ordre de masses volumiques décroissantes (les plus « lourdes » en haut, les plus « légères » en bas). Deux liquides non miscibles placés dans des vases communicants et dont les surfaces sont à l'air libre, se superposent comme on l'indique sur la figure ci-après. A l'état d'équilibre, en appelant ρ et ρ' les masses volumiques des deux liquides, on a, avec les notations de la figure :

$$h\rho = h'\rho' . \qquad (5)$$



***Équilibre de deux liquides non miscibles dans des vases communicants :** $h\rho = h'\rho'$.*

● *Résultante des forces de pression contre les parois.* Les forces $d\boldsymbol{F}$ introduites ci-dessus (**A**, a) admettent une résultante qui n'est autre que le poids $\boldsymbol{P}$ des fluides contenus dans le récipient. Cette résultante passe par le centre de gravité G du système. L'ensemble des réactions des parois, qui équilibre les forces $d\boldsymbol{F}$, possède donc une résultante générale qui vaut $-\boldsymbol{P}$.

Il est intéressant de connaître l'action des forces de pression sur une portion de la paroi. Lorsque la forme du récipient est quelconque, le calcul est parfois difficile ; lorsqu'il s'agit de parois planes, il est assez simple (il conduit à un calcul intégral élémentaire). Voici quelques résultats importants.

— Un liquide de masse volumique ρ exerce, sur le fond d'un récipient de surface S, dans le plan horizontal, et à la profondeur h, une force de pression dont l'intensité est :

$$F = h\rho g S . \qquad (6)$$

— Sur une paroi rectangulaire verticale de longueur l et dont on considère une bande de hauteur dz, la force élémentaire de pression $d\boldsymbol{F}$ a pour intensité :

$$dF = h\rho g l \, dz , \qquad (7)$$

équation qui se déduit de (6), puisque $S = l\,dz$.

— Sur une paroi tout entière, de hauteur h, la force $\boldsymbol{F}$ est l'intégrale définie des forces élémentaires $d\boldsymbol{F}$, qui a pour valeur :

$$F = \int_0^h dF = \rho g l \frac{h^2}{2} . \qquad (8)$$

— Sur une paroi inclinée d'un angle α sur la surface libre du liquide, la force de pression a pour valeur :

$$F' = F \sin \alpha , \qquad (9)$$

la force F étant donnée par la relation (8).

Le théorème d'Archimède.

Le « principe » d'Archimède est sans doute la loi physique la plus populaire. En fait, ce n'est pas un principe, mais le résultat d'un raisonnement mécanique, c'est-à-dire un théorème.

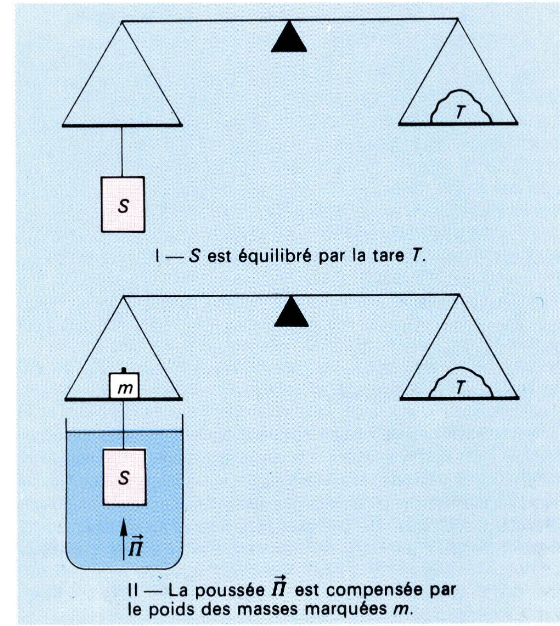
Étude expérimentale.

On peut la réaliser à l'aide du dispositif décrit sur la figure ci-après : un solide S, de volume V, suspendu par une barre rigide aux plateaux d'une balance est équilibré par une tare T. Si on immerge S dans un liquide de masse volumique ρ, l'équilibre est rompu et la balance penche du côté de la tare T. Pour rétablir l'équilibre, il faut placer sur le plateau auquel est accroché le solide une masse m, de poids mg. Tout se passe donc comme si le solide immergé subissait une poussée $\Pi = mg$, dirigée de bas en haut, et s'opposant par conséquent à sa pesanteur. L'expérience montre que :

$$\Pi = V\rho g , \qquad (1)$$

c'est-à-dire que la poussée est égale au poids $V\rho g$ du volume V de liquide déplacé par le solide lors de son immersion. Cette force $\boldsymbol{\Pi}$ est appelée *poussée d'Archimède*, car c'est le grand savant syracusain qui l'a mise en évidence dans son traité *Des corps flottants.*

Théorème d'Archimède.
I — Le solide** S**, de volume** V**, est équilibré par la tare** T**.
II — Le solide** S **est immergé : la poussée** $\vec{\Pi}$ **est compensée par le poids** $m\vec{g}$ **des masses marquées** m**.



Étude théorique.

● *Démonstration.* Soit un liquide en équilibre de masse volumique ρ et un volume partiel V de ce liquide contenu dans un « sac » S dont les parois sont supposées infiniment fines. Puisqu'il y a équilibre, le poids $\boldsymbol{P}$ du fluide contenu dans S est équilibré par les forces de pression, de résultante $\boldsymbol{\Pi}$, exercées sur les parois du sac, de l'extérieur, par le liquide dans lequel il baigne. Donc :

$$\boldsymbol{\Pi} = - \boldsymbol{P} . \qquad (2)$$

Supprimons maintenant le liquide dans S et remplaçons-le par un solide quelconque (la surface S est alors indéformable). Le système de résultante générale $\boldsymbol{\Pi}$ existe toujours, puisqu'il n'y a rien de changé à l'intérieur du sac S : c'est la *poussée d'Archimède.* L'équation (2) nous montre qu'elle est verticale et dirigée de bas en haut (c'est-à-dire dans le sens opposé au poids $\boldsymbol{P}$). Sa valeur absolue est égale au poids $P = V\rho g$ du liquide contenu dans le sac S.

On peut donc énoncer le théorème d'Archimède : tout solide immergé dans un liquide subit une poussée verticale dirigée de bas en haut égale au poids du volume de liquide déplacé.

Si le solide est homogène, et s'il est immergé dans un liquide homogène (par exemple dans un mélange de liquides miscibles), le point d'application de la force $\boldsymbol{\Pi}$, appelé *centre de poussée*, est confondu, à l'équilibre, avec le centre de gravité G du solide. Sinon, il en est distinct (à l'équilibre, le centre de poussée C se trouve alors à la verticale de G, au-dessus ou au-dessous de celui-ci).

● *Remarques.*

1 - Le théorème n'est pas applicable si les fluides sont en mouvement ; le problème relève alors de l'hydrodynamique.

2 - Le théorème d'Archimède admet une réciproque, qui découle du principe de l'action et de la réaction : les forces exercées par un solide sur le fluide dans lequel il est immergé admettent une résultante opposée à la poussée d'Archimède appliquée à ce solide.

3 - Enfin, le théorème d'Archimède est valable pour tous les fluides (comme d'ailleurs la plupart des lois d'hydrostatique) ; il existe donc, en particulier, une poussée d'Archimède dans l'air (en haute altitude, l'air se raréfie, la masse volumique diminue et la poussée est donc moins grande ; cela impose un *plafond* aux ballons sondes).

Applications.

La théorie des corps flottants est une application du théorème d'Archimède. Lorsque la poussée est supérieure au poids du corps, celui-ci flotte sur le liquide. A vrai dire, les premiers navigateurs ignoraient l'hydrostatique et construisaient d'instinct ou empiriquement des radeaux et des embarcations capables de les transporter sur l'eau. La mécanique des fluides nous permet de comprendre ce qui se passe lorsqu'un corps flotte, en particulier de prévoir la stabilité de l'équilibre atteint.

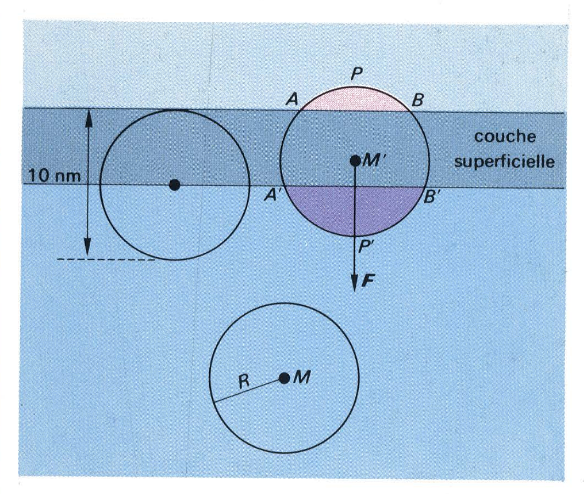
Par ailleurs, l'étude de la poussée d'Archimède permet de mesurer les masses volumiques et les densités des liquides et des solides à l'aide d'une balance à plateaux, comme on l'explique dans n'importe quel ouvrage de « Leçons de choses » à destination des classes primaires.

Tension superficielle et capillarité.

Phénomènes de surface.

Une aiguille de fer, légèrement huilée, posée délicatement à la surface d'un verre rempli d'eau flotte au lieu de s'enfoncer dans le liquide, comme on devrait s'y attendre puisque le fer est plus dense que l'eau. Ce phénomène est dû au comportement des molécules qui constituent la couche superficielle du liquide : c'est un phénomène de surface.

● *Rayon d'action moléculaire.* La cohésion d'un liquide est assurée par les liaisons intermoléculaires, dues à des forces de nature électrique qu'on nomme globalement *forces de Van der Waals.* On peut considérer que chaque molécule est le centre de telles interactions, qui deviennent négligeables au-delà d'une distance $R = 5$ nm (1 nm $= 10^{-9}$ m).



***Tension superficielle** : les molécules M et M', représentées par des points, se comportent différemment selon qu'elles sont dans la couche superficielle, d'épaisseur égale à 10 nm, ou dans des couches sous-jacentes. La résultante $\vec{F}$ des forces de Van der Waals est nulle pour des molécules telles que M ; elle n'est pas nulle pour une molécule telle que M' située dans la couche superficielle et qui est, en conséquence, attirée vers le fond.*

Ph. Rousseau © Photeb. T.

Vérification du théorème d'Archimède à l'aide d'une balance hydrostatique (comparer avec le schéma au bas de la page précédente).

● *Considérons deux molécules d'un liquide ;* l'une, M', au voisinage de la surface et l'autre, M, en profondeur. La zone d'action moléculaire est une petite sphère de centre M ou M' et de rayon $R = 5$ nm. Les forces de Van der Waals qui s'exercent sur M (voir figure ci-après) sont également réparties autour de M ; elles se compensent globalement et, finalement, seule entre en ligne de compte la pesanteur. Par contre, comme on le voit sur la figure, M' n'est pas aussi bien équilibrée, car les actions ne sont pas symétriques : les forces d'interactions émanant des molécules situées dans la région APB (molécules gazeuses faisant partie de l'atmosphère qui surmonte la surface libre du liquide) sont moins nombreuses et moins efficaces au total que celles qui émanent de la région symétrique $A'P'B'$, où il y a des molécules liquides plus nombreuses et plus « attractives » que les molécules gazeuses de la calotte APB. La molécule M' va donc être attirée vers l'intérieur du liquide par la résultante $\boldsymbol{F}$ des forces de Van der Waals, résultante qui était nulle dans le cas de la molécule M.

En d'autres termes, la couche superficielle d'épaisseur $2R$ a tendance à perdre ses molécules, donc à se rétrécir : la surface libre du liquide est comparable à une mince membrane élastique qui, pour un volume donné, tend à être la moins étendue possible. C'est cette membrane qui est susceptible de soutenir l'aiguille huilée délicatement posée à la surface du liquide, et c'est pourquoi, si l'on fait tomber une petite goutte d'huile dans un mélange eau-alcool de même densité que l'huile, elle prend spontanément une forme sphérique. (A volume égal, en effet, c'est la sphère qui a la plus petite surface.) De même, une goutte détachée d'un compte-gouttes subit, en tombant, des oscillations de forme, comme si elle était enfermée dans un petit sac élastique.

● *Calcul.* Pour augmenter la surface libre d'un liquide, il faut, en quelque sorte, tirer sur la membrane élastique constituant la couche superficielle. Imaginons qu'on ait pratiqué une incision dans une fine membrane élastique. Pour la raccommoder, c'est-à-dire pour rapprocher les deux lèvres de l'incision, il faut exercer sur ces lèvres une force de traction d'autant plus grande que l'incision est plus longue. Plus mathématiquement, si l'on appelle ds la longueur d'un élément de lèvre, et dF l'intensité de la force qu'il faut exercer sur lui, on aura, en appelant γ un coefficient déterminable par l'expérience :

$$dF = \gamma\, ds\,. \qquad (1)$$

Le coefficient γ caractérise la tension élastique de la membrane.

Considérons maintenant la couche superficielle d'un liquide, couche que nous avons comparée à une membrane élastique. Une longueur élémentaire ds sur cette surface (élément de courbe) est immobile à l'équilibre, c'est-à-dire que l'élément ds est soumis à l'action antagoniste de deux forces $d\boldsymbol{F}$ et $-d\boldsymbol{F}$, de module commun $dF = \gamma ds$. Le coefficient γ est appelé *tension superficielle* du liquide dans les conditions de l'expérience. On tire de (1) :

$$\gamma = \frac{dF}{ds}\,, \qquad (2)$$

ce qui montre que la constante de tension superficielle se mesure en unités de force par unité de longueur, soit, dans le système international SI, en newtons par mètre (N/m).

● *Remarques.*

1 - Les phénomènes de surface et l'existence d'une tension superficielle existent pour un système liquide-gaz donné. La tension γ dépend de la température du liquide ; on la mesure à l'aide d'appareils appelés *tensiomètres.* Dans le cas du contact eau/air

à 0 °C : $\gamma = 76 \times 10^{-5}$ N/m ;
à 100 °C : $\gamma = 59 \times 10^{-5}$ N/m .

2 - Si la surface libre du liquide est courbe (gouttes), il existe une différence de pression Δp de part et d'autre de la surface, donnée par la *loi de Laplace* :

$$\Delta p = \gamma\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R'}\right) \qquad (3)$$

R et R' étant les rayons de courbure principaux de la surface. Dans le cas d'une goutte sphérique, $R = R'$, et la loi de Laplace devient :

$$\Delta p = \frac{2\gamma}{R}\,. \qquad (4)$$

La différence de pression Δp est positive (accroissement) si la surface est convexe, negative (diminution) si elle est concave.



Les lois de l'hydrodynamique ne sont pas seulement des équations abstraites destinées à effrayer les profanes ; les ingénieurs les appliquent constamment dans les domaines les plus variés. Ci-dessus le barrage de Chastang, en Corrèze (France).

Phénomènes de capillarité.

● *Contact solide-liquide.* Lorsqu'un liquide est en équilibre dans un récipient, la surface libre est horizontale si l'on se trouve assez loin des parois ; à proximité de ces parois par contre, les forces intermoléculaires des solides provoquent elles aussi une tension superficielle à la surface du solide en contact avec le liquide et il en résulte une incurvation de la surface libre du liquide. L'*angle de raccordement* du liquide avec la paroi peut être aigu, obtus ou nul. On dit alors respectivement que le liquide *mouille, ne mouille pas* ou *mouille parfaitement* le solide.

● *Loi de Jurin.* Dans un tube de petit diamètre (inférieur à 2 ou 3 mm), on constate que les liquides qui mouillent (comme l'eau au contact du verre) ont tendance à monter dans le tube, alors que les liquides qui ne mouillent pas (comme le mercure au contact du verre) ont tendance au contraire à descendre. Les hauteurs d'ascension ou de dépression ont été étudiées par le physicien anglais Jurin, au XVIII[e] siècle ; elles sont données par la loi :

$$h = \frac{2\gamma}{rg\rho}. \qquad (5)$$

Dans cette équation γ est la constante de tension superficielle, r le rayon du tube, ρ la masse volumique du liquide et g l'accélération de la pesanteur au lieu considéré.

HYDRODYNAMIQUE.

Écoulement des liquides parfaits.

Généralités.

Un liquide est dit *parfait* lorsqu'il s'écoule sans frottement, intérieur ou extérieur ; dans le cas contraire il est dit *visqueux.* Pour étudier l'écoulement d'un liquide on peut procéder expérimentalement ou théoriquement.

Pour faire une étude expérimentale, on introduit un marqueur (colorant, marqueur radioactif) en un point du liquide, et on met ainsi en évidence la trajectoire des masses colorées ou radioactives qui, dans les cas les plus simples, est une ligne (droite ou courbe) appelée *ligne de courant.* L'ensemble des lignes de courant s'appuyant sur une section directrice donnée est un *tube de courant.* Si l'on choisit une section circulaire et si les lignes de courant sont des droites, le tube de courant est un cylindre, dont l'axe est la *ligne de courant moyenne* du liquide considéré.

L'étude théorique consiste à appliquer les lois générales de la mécanique à une petite portion (goutte particulaire) du liquide, à laquelle on assigne donc un vecteur vitesse $\boldsymbol{v}$, tangent à la ligne de courant suivie par la particule, et un vecteur accélération $\vec{\gamma}$.

Lois des écoulements parfaits.

● *Loi d'impulsion.* Soit un liquide de masse volumique ρ et considérons un tube de courant sur les parois (imaginaires) duquel règne la pression p. Soit ds un élément de la ligne de courant suivie par une particule M dans le tube et α l'angle que fait le vecteur vitesse $\boldsymbol{v}$ avec la verticale du point M. On démontre la loi suivante, dite *loi d'impulsion* :

$$v\,\mathrm{d}v = g\cos\alpha\,\mathrm{d}s - \frac{\mathrm{d}p}{\rho}. \qquad (1)$$

● *Loi de Bernoulli.* Cette loi a été établie par Daniel Bernoulli en 1738 ; elle peut être atteinte expérimentalement, mais on peut aussi l'établir en intégrant l'équation (1).

Considérons un tuyau dans lequel le liquide est en régime stationnaire. Soit p et p' les pressions à l'entrée et à la sortie du tube, v et v' les vitesses du liquide à l'entrée et à la sortie, et h le dénivellement du liquide entre l'entrée et la sortie. Bernoulli a établi que :

$$p' - p = \rho gh + \frac{1}{2}\rho(v^2 - v'^2). \qquad (2)$$

Cette loi de Bernoulli peut aussi s'écrire, en un point du tube d'altitude h :

$$\frac{v^2}{2} + \frac{p}{\rho} + gh = \mathrm{C^{te}}. \qquad (3)$$

On peut énoncer la loi sous la forme suivante : le long d'un tube de courant, la somme de l'énergie cinétique, de l'énergie potentielle due à la pesanteur et de l'énergie de pression est constante. En d'autres termes : toute variation de pression à l'intérieur du tube entraîne une variation de vitesse d'écoulement, et, inversement, toute variation de vitesse d'écoulement entraîne une variation de pression.

Dans le cas très simple où la pression est la même à l'entrée et à la sortie, et lorsque la vitesse initiale est nulle, la formule (2) s'écrit :

$$v'^2 = 2\,gh. \qquad (4)$$

Cette formule est appelée formule de Torricelli, en hommage au physicien italien, élève de Galilée, qui s'illustra par ses travaux sur la pression atmosphérique au début du XVII[e] siècle.

Si le liquide est immobile ($v = v' = 0$), la loi de Bernoulli s'écrit :

$$p' - p = \rho gh,$$

et l'on retrouve le théorème de Pascal (voir ci-dessus p. 29).

● *Applications.* La loi de Bernoulli montre qu'il existe une relation entre une variation de vitesse d'écoulement et une variation de pression. On peut donc prévoir un certain nombre d'applications élémentaires à des dispositifs hydrauliques.

— Le *vase de Mariotte* est un dispositif simple, permettant d'obtenir un écoulement régulier.

— *Le bélier hydraulique* : si l'on ferme brusquement l'orifice d'un tuyau dans lequel s'écoule un liquide à la vitesse v, cette vitesse s'annule à l'extrémité fermée, et il en résulte une brutale augmentation de pression, qui provoque un *coup de bélier* à l'extrémité du tuyau.

— *La trompe à liquide* : une trompe à liquide est un tuyau présentant un étranglement important. L'application de la loi de Bernoulli montre que la pression au niveau de l'étranglement est considérablement réduite par rapport à la pression d'entrée du liquide. Cette très basse pression permet d'aspirer éventuellement le gaz contenu dans un récipient avec lequel il est mis en contact : le dispositif sert donc à *faire le vide* dans le récipient (il existe plusieurs modèles de trompes à vide).

— Le *tube de Pitot,* qui doit son nom au physicien français qui l'inventa en 1732, permet la mesure de la vitesse d'un courant dans un tube horizontal.



Ph. © Rencontre. T.

Daniel Bernoulli (1700-1782) appartient à la deuxième génération de la famille Bernoulli qui compta neuf savants illustres parmi ses membres. Son Traité d'hydrodynamique (1738) en fait l'un des fondateurs de cette science.

Écoulement des liquides visqueux.

Définition de la viscosité.

L'expérience quotidienne nous montre que les liquides ne s'écoulent pas tous avec la même facilité dans les tubes. L'eau s'écoule plus rapidement que l'huile de cuisine et l'huile de cuisine plus rapidement que l'huile d'un moteur d'automobile. Un liquide visqueux est un liquide dont l'écoulement est ralenti : 1° par les forces de frottement à l'intérieur du liquide ; 2° par les forces de frottement du liquide contre les parois du tube.

● *Coefficient de viscosité.* Pour traduire mathématiquement cette impression qualitative, considérons un liquide dans un canal à fond plat, et entraînons la surface libre du liquide en tirant légèrement sur une lame de verre très mince flottant à sa surface. Cette couche superficielle entraîne, par frottement, la couche de liquide sous-jacente, qui entraîne elle-même celle qu'elle recouvre, et ainsi de suite. La vitesse $\boldsymbol{v}$ d'écoulement d'une couche diminue de la surface libre vers le fond du canal : elle est fonction de l'altitude z de la couche. Toute variation $\mathrm{d}z$ de cette altitude entraîne une variation $\mathrm{d}v$ de la vitesse. Si on appelle S la surface de la couche considérée, on montre que la résistance à l'écoulement est proportionnelle au produit de la surface S par le gradient de vitesse relatif à l'altitude, $\mathrm{d}\boldsymbol{v}/\mathrm{d}z$:

$$\boldsymbol{F} = \eta S \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}z}. \qquad (1)$$

Le coefficient η (lettre grecque *êta*), caractéristique du fluide, est appelé *viscosité dynamique* du liquide considéré. Dans le système SI on le mesure en *poiseuilles* (symbole Pl), du nom du physiologiste français qui étudia le problème de l'écoulement des liquides visqueux en 1844. Les dimensions du poiseuille sont ($\mathrm{ML^{-1}\,T^{-1}}$) ; on l'appelle aussi *newtons-secondes par mètre carré* ($\mathrm{N.s/m^2}$). Sous-multiple usuel : le *poise* (symbole : P = 0,1 Pl) et le *millipoiseuille* (symbole : mPl).

On appelle *viscosité cinématique* d'un liquide de masse volumique ρ le quotient :

$$\nu = \frac{\eta}{\rho}. \qquad (2)$$

● *Mesure de la viscosité.* On mesure le coefficient de viscosité dynamique d'un liquide à l'aide d'appareils nommés *viscosimètres*. Le principe consiste à comparer le temps t d'écoulement d'un liquide sur une distance verticale donnée au temps t' d'écoulement de l'eau dans les mêmes conditions. On a, en appelant d la densité du liquide étudié par rapport à l'eau :

$$\eta = d\frac{t}{t'}. \qquad (3)$$

Lois des écoulements visqueux.

● *Loi de Poiseuille.* Soit un tube non capillaire de diamètre D, de longueur l, dans lequel s'écoule un liquide de viscosité η. La différence de pression entre l'entrée et la sortie du tube est p, c'est la pression motrice, qui a pour effet d'entraîner le liquide à la vitesse moyenne v à travers le tube. Lorsque cette vitesse est inférieure à une certaine valeur dite vitesse critique, et que nous préciserons plus loin, l'écoulement est lent et régulier, on dit qu'il est *laminaire*. Le débit-volume q_v est alors donné par la loi suivante, appelée loi de Poiseuille :

$$q_v = \frac{\pi}{128\,\eta}\,\frac{p}{l}\,D^4. \qquad (4)$$

● *Phénomènes de turbulence.* Lorsque la pression motrice augmente, la vitesse de l'écoulement augmente et l'effort de viscosité augmente en conséquence. Lorsque la vitesse d'écoulement atteint une valeur critique v_c, il se produit ce qu'on appelle un *régime de turbulence* : les forces de viscosité, dont la nature mécanique est toujours la même (frottements) absorbent une énergie bien supérieure à celle qu'elles absorberaient en régime laminaire.

L'étude des phénomènes de turbulence a conduit le physicien britannique Reynolds à introduire en mécanique des fluides un coefficient sans dimensions appelé *nombre de Reynolds* (symbole : *Re*), défini par la relation :

$$Re = \frac{vl}{\nu}, \qquad (5)$$

l désignant une dimension linéaire de référence dans le liquide (ce peut être le diamètre D d'une canalisation, ou la hauteur h de l'eau dans un canal), v la vitesse moyenne d'écoulement du liquide et ν le coefficient de viscosité cinématique défini plus haut ($\nu = \eta/\rho$).

Dans une conduite de diamètre D, la vitesse critique est atteinte pour un nombre de Reynolds de l'ordre de 2 000 ; on a alors :

$$v_c = \nu\frac{Re}{D}. \qquad (6)$$

De même l'écoulement devient turbulent dans un canal où la hauteur de l'eau est h lorsque le nombre de Reynolds est de l'ordre de 500 ; on a alors :

$$v_c = \nu\frac{Re}{h}. \qquad (7)$$

Solide en mouvement dans un liquide.

Dans un fluide parfait, les seules forces hydrodynamiques qui agissent sont les forces de poussée d'Archimède. Le fluide ne freine pas le mouvement du solide.

Dans un fluide visqueux, les forces de frottement contrarient le mouvement du solide. Elles se traduisent par une résistance $\boldsymbol{F'}$ au mouvement qui dépend : 1° de la forme du solide ; 2° de sa vitesse ; 3° de la viscosité η du fluide. Dans le cas où le solide est une sphère de rayon R, animée d'un mouvement défini par le vecteur vitesse $\boldsymbol{v}$, la force de résistance au mouvement est donnée par la formule de Stokes :

$$\boldsymbol{F'} = 6\,\pi\eta R\boldsymbol{v}. \qquad (8)$$

La formule de Stokes est valable lorsque l'écoulement est laminaire ; si l'écoulement est turbulent, la résistance au mouvement croît considérablement plus vite.

● *Vitesse limite.* Soit un solide S mobile dans un fluide de viscosité η. Il est soumis à un système de forces qui peuvent se résumer ainsi :

— son poids $\boldsymbol{P}$;

— la poussée d'Archimède $\boldsymbol{\Pi}$;

— la résultante des forces motrices éventuellement appliquées ;

— la résultante des forces de frottement $\boldsymbol{F'}$, qui tend à s'opposer à $\boldsymbol{F}$.

Si ce système de forces est équivalent à 0, le solide est en équilibre et il est soit immobile, soit en mouvement de translation uniforme à la vitesse constante v_L appelée *vitesse limite* du solide dans le fluide.

Prenons le cas d'une sphère de masse volumique ρ' et de rayon R, tombant verticalement dans un liquide de masse volumique ρ et de viscosité η. Le volume de la sphère étant : $V = \frac{4}{3}\pi R^3$, les forces qui s'appliquent à la sphère ont pour intensité :

$$P = \text{volume} \times \rho' g = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho' g\,; \qquad (9)$$

$$\Pi = \text{volume} \times \rho g = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho g\,; \qquad (10)$$

F = 0 (il n'y a pas d'autre force que la pesanteur) ; (11)

$F' = 6\,\pi\eta vR$ (formule de Stokes) . (12)

Le poids est dirigé verticalement vers le bas ; la poussée d'Archimède et les forces de frottement sont dirigées verticalement vers le haut. Il y a équilibre, donc vitesse limite v_L si l'on a :

$$P = \Pi + F'. \qquad (13)$$

Soit :

$$\frac{4}{3}\pi R^3 \rho' g = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho g + 6\,\pi\eta v_L R, \qquad (14)$$

d'où :

$$v_L = \frac{2}{9}\,\frac{R^2}{\eta}\,g(\rho' - \rho). \qquad (15)$$

Cette formule sert à mesurer le coefficient de viscosité η, puisque les grandeurs v_L, R, g, ρ et ρ' sont mesurables directement.

● *Étude mathématique.* Le lecteur se reportera aux pp. 170-171 où l'on a donné quelques compléments analytiques sur l'étude de l'écoulement des liquides visqueux.

Baromètre à eau du Palais de la Découverte à Paris : avec un liquide plus dense et moins volatil que l'eau (par exemple : le mercure), on construit des baromètres beaucoup moins encombrants.



Ph. Rousseau © Photeb. T.

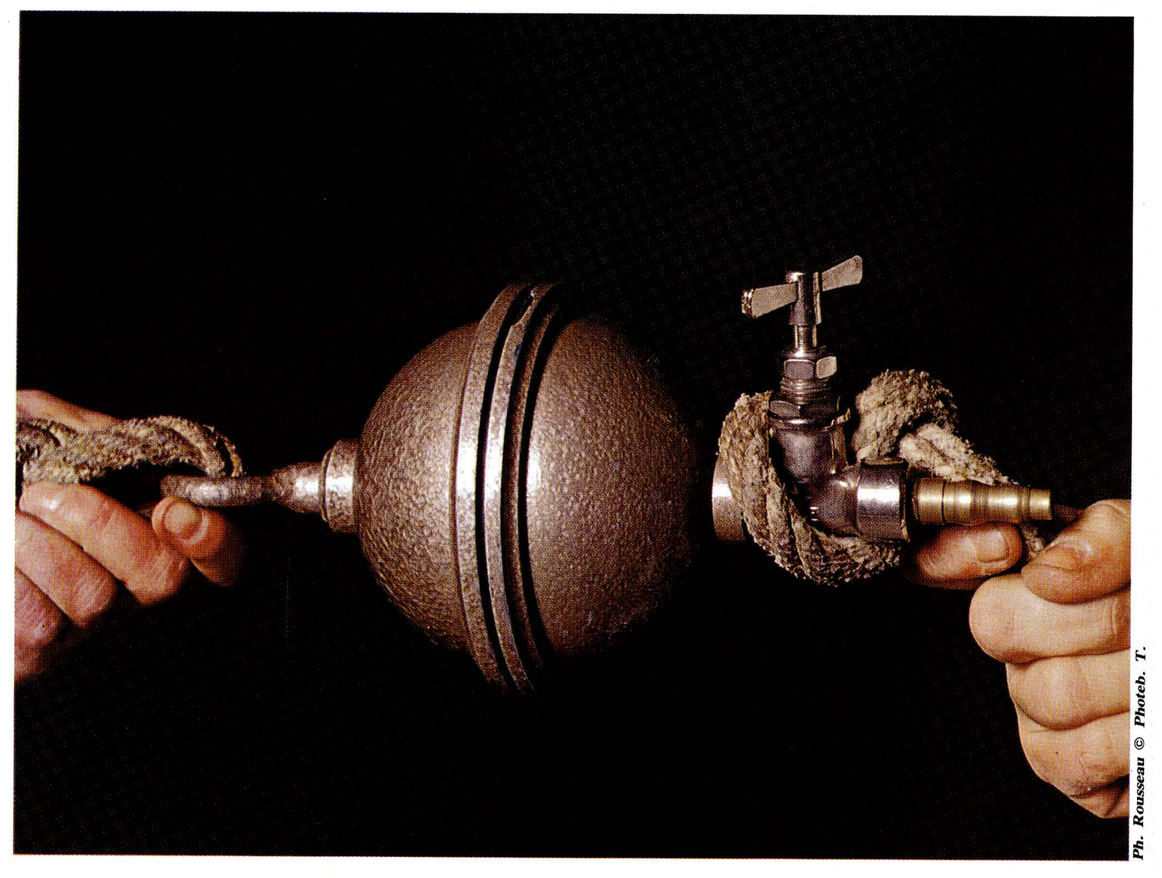
L'ÉTAT GAZEUX ET LA PRESSION ATMOSPHÉRIQUE.

Lois fondamentales.

L'état gazeux.

Nous avons déjà indiqué, p. 28, que les atomes et/ou molécules constituant un volume gazeux sont dispersés au hasard, et se déplacent en permanence. Les coordonnées de chaque particule sont quasi indépendantes de celles de toutes les autres : la structure est irrégulière et changeante, c'est une *structure désordonnée.* Le désordre est maximal lorsque l'indépendance des particules les unes par rapport aux autres est absolue et totale. On est alors en présence de ce qu'on nomme un *gaz parfait.* A première vue, il semble que l'état de désordre soit un fait extrêmement complexe : si les molécules constituant un gaz n'ont aucune position déterminée ou déterminable, si leur orientation est aléatoire, il peut paraître impossible de décrire, de mesurer et de prévoir leurs propriétés physiques. C'est d'ailleurs ce qui se produirait si on devait étudier un volume gazeux ne contenant qu'une seule molécule. Toutefois, lorsque le nombre de molécules est grand, les choses se simplifient, car il est possible de faire une *étude statistique* de l'état d'un volume gazeux. Or c'est précisément ce qui se passe dans la réalité des laboratoires : il y a près de 27 milliards de milliards de molécules dans 1 cm^3 d'un gaz mesuré dans les conditions standard de température et de pression.

L'estimation statistique est d'autant plus aisée que le désordre est plus grand ; c'est donc pour un gaz parfait qu'elle est la plus simple possible.



Expérience des hémisphères de Magdeburg (1654). *Les deux hémisphères sont accolés l'un à l'autre ; si l'on fait le vide à l'intérieur de la cavité sphérique ainsi formée, les deux hémisphères subissent uniquement la pression de l'air extérieur (pression atmosphérique), et la force de traction qu'il faut exercer pour les séparer est énorme : à l'échelle de la photographie, elle devrait être de plusieurs milliers de newtons.*

Les lois des gaz parfaits.

● *La théorie cinétique des gaz.* Dans un gaz parfait, le désordre total est maintenu par le mouvement incessant des molécules (mouvement dit *brownien*), qui ne sont perturbées que par les collisions avec d'autres molécules ou contre les parois. Les forces de cohésion intermoléculaires (forces de Van der Waals) sont nulles. Dans ces conditions on peut estimer statistiquement un certain nombre de paramètres concernant les molécules et en déduire des relations entre le volume, la pression et la température du gaz étudié. Comme les gaz réels sont des approximations des gaz parfaits, de telles lois leur sont applicables en tant que lois approchées.

Historiquement, les découvertes n'ont cependant pas suivi les ordonnances logiques qui précèdent. Par des méthodes purement empiriques, les physiciens ont d'abord observé les lois approchées des gaz réels, comme la loi de Boyle (1662) redécouverte par Mariotte en 1676 ou la loi de Gay-Lussac. A partir de 1850, les travaux du physicien autrichien Boltzmann, fondés sur les idées de Gauss et de Maxwell, ont permis l'élaboration de la *théorie cinétique des gaz,* c'est-à-dire la déduction des lois des gaz parfaits (et des lois approchées des gaz réels par conséquent) à partir de la distribution des paramètres moléculaires. Cette théorie est étudiée en physique statistique, p. 43.

● *Les lois des gaz parfaits.* Les lois fondamentales des gaz parfaits sont étudiées pp. 44-45, dans le cadre de la physique statistique. Ce sont les lois de Joule, de Boyle-Mariotte, de Gay-Lussac, d'Avogadro et de Dalton. Rappelons simplement ici l'*équation d'état des gaz parfaits,* qui relie la pression p, le volume V et la température thermodynamique T d'une mole gazeuse :

$$pV = RT .$$

On rappelle que la température thermodynamique est reliée à la température Celsius par la relation $T = \theta + 273,15$, et qu'une mole représente, dans les conditions standard dites STC, un volume de gaz comprenant $N_A = 6,02 \times 10^{23}$ molécules gazeuses (nombre d'Avogadro). La constante R est appelée *constante molaire des gaz parfaits* ; dans le système SI elle vaut :

$$R = 8,314\,41 ;$$

on l'exprime en joules par mole-kelvin [J/(mol.K)].

La pression atmosphérique.

Généralités.

L'air atmosphérique est un mélange de gaz divers (azote : 78,09 % ; oxygène : 20,95 % ; gaz par ordre de rareté croissante : dioxyde de carbone, néon, hélium, krypton, hydrogène, xénon, radon, ozone) dans lequel on trouve aussi de la vapeur d'eau ou des gouttelettes d'eau en suspension, à l'origine des nuages, brumes, précipitations, etc. L'atmosphère terrestre exerce sur les corps qui y sont plongés une pression qu'on appelle *pression atmosphérique* et qu'on peut mettre en évidence par des expériences variées (l'expérience historique la plus célèbre étant celle des *hémisphères de Magdeburg,* réalisée en 1654 par l'Allemand Guericke).

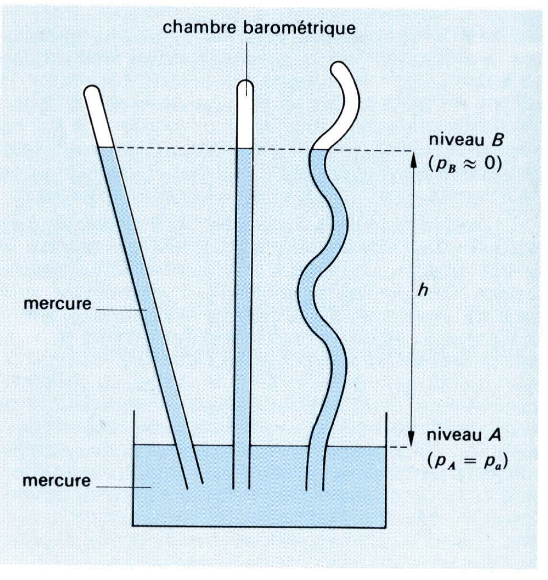
L'expérience de Torricelli (1643) fournit une mesure de la pression atmosphérique. On plonge un tube d'environ 1 m de long, fermé à sa partie supérieure, ouvert à sa partie inférieure et rempli de mercure, dans une cuve à mercure. On constate que le niveau du mercure s'établit à une hauteur h dans le tube, indépendante de sa forme et de son orientation. La partie supérieure du tube est vide d'air : on l'appelle la *chambre barométrique.* Appelons p_A la pression au niveau de la cuve et p_B la pression au niveau h du mercure. D'après le principe fondamental de l'hydrostatique (voir p. 29), on doit avoir

$$p_A - p_B = h\rho g , \qquad (1)$$

ρ désignant la masse volumique du mercure. Or p_A n'est autre que la pression atmosphérique p_a qui s'exerce au niveau de la cuve à mercure, et la pression p_B peut être considérée comme nulle, puisque la chambre barométrique est vide d'air. L'équation (1) est donc équivalente à :

$$p_a = h\rho g . \qquad (2)$$

A la température de 0 °C, et en un lieu où g est peu différent de 9,81 m/s^2 (c'est-à-dire à la latitude $\lambda = 45°$, et au niveau de la mer), on trouve une hauteur standard $h_0 = 76$ cm. C'est cette valeur qu'on appelle la *pression atmosphérique normale.*



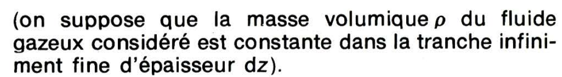
Expérience de Torricelli : quelles que soient la forme et l'orientation du tube, le niveau du mercure s'établit à la hauteur h ***au-dessus du niveau de la cuve.***

Mesure des pressions.

● *Les baromètres à mercure* fonctionnent sur le principe de l'expérience de Torricelli. Pour donner une plus grande précision à leur résultat, il importe de tenir compte de la température θ à laquelle se fait l'observation et de la valeur g de l'accélération de la pesanteur au lieu de l'observation.

— La masse volumique ρ du mercure varie avec la température selon la relation :

$$\rho = \frac{\rho_0}{1 + \lambda_m \theta} \approx \rho_0(1 - \lambda_m \theta) . \qquad (3)$$



Dans cette équation, ρ_0 désigne la masse volumique du mercure à 0 °C (environ 13,6 g/cm^3), λ_m le coefficient de dilatation moyenne du mercure ($1,82 \times 10^{-4}$/°C).

L'accélération g de la pesanteur est liée à $g_0 = 9,806\,65$ m/s^2 (valeur standard) par la relation :

$$g = g_0(1 - 0,002\,7 \cos 2\,\lambda - 2 \times 10^{-7}\,z)\,, \quad (4)$$

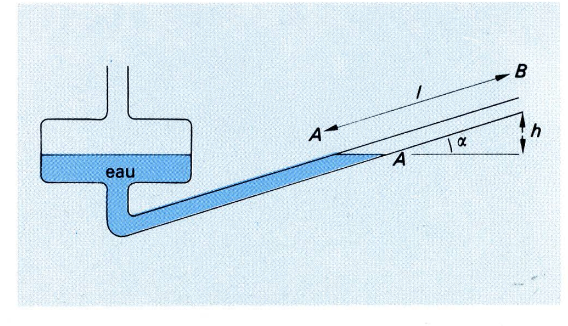
dans laquelle λ est la latitude du lieu et z son altitude.

Finalement, si en un lieu où l'accélération vaut g et à la température θ, on observe une pression correspondant à une hauteur h du mercure dans le tube, il y a lieu de déterminer à quelle hauteur h_0 elle correspond au lieu considéré (pression normale au lieu considéré), soit :

$$h_0 = h\left(1 - \lambda_m\,\theta\,\frac{g}{g_0}\right). \quad (5)$$

● *Les autres appareils à liquide* (manomètres et baromètres à eau, etc.) fonctionnent sur le même principe que le baromètre de Torricelli. Signalons le *manomètre différentiel*, dans lequel le mercure est remplacé par un fluide léger (eau). Le principe en est schématisé sur la figure ci-contre.

Les pressions très faibles sont mesurées à l'aide de jauges, telle la *jauge de Mac Leod* dont le principe est expliqué sur la figure ci-après.



Manomètre différentiel.
Une légère variation de pression Δp fait varier le niveau du liquide dans le tube incliné de l'angle α sur le plan horizontal. On a : $h = l \sin \alpha$, d'où $\Delta p = \rho g l \sin \alpha$.

● *Signalons pour mémoire* les baromètres métalliques, manomètres à ressorts et manomètres à membranes élastiques, qui sont étalonnés par comparaison avec un baromètre à mercure. Ce sont des appareils robustes, relativement sensibles, mais peu fidèles et qui exigent des réglages fréquents.

MÉCANIQUE DES FLUIDES GAZEUX.

Statique des gaz.

D'une manière générale, les lois étudiées à propos des liquides sont valables pour les gaz ; le fait qu'ils soient compressibles complique parfois le problème. Dans ce qui suit, nous raisonnons sur des gaz parfaits ou voisins de l'état parfait, et nous supposerons que les observations sont faites *à température constante uniquement.* Dans ces conditions nous pouvons reprendre les théorèmes de l'hydrostatique.

● *Principe fondamental :* toute variation dz d'altitude correspond à une variation dp de pression donnée par la relation :

$$\mathrm{d}p = -\,\rho g\,\mathrm{d}z \quad (1)$$

(on suppose que la masse volumique ρ du fluide gazeux considéré est constante dans la tranche infiniment fine d'épaisseur dz).

● *Le théorème de Pascal* trouve aussi son expression. Dans un tube vertical de faible hauteur h, en appelant ρ_0 la masse volumique du fluide gazeux à la base du tube et en supposant que ρ_0 soit aussi la valeur de cette masse à l'altitude h, on pourra écrire que la variation de pression entre le niveau 0 et le niveau h est :

$$\Delta p = \rho_0\,gh\,. \quad (2)$$

Si l'altitude h est trop grande (trop grande par rapport à la pression considérée au niveau zéro, aux conditions de température, etc.), la masse volumique ρ et la pression p varient avec l'altitude de sorte que l'on ait (pour un gaz parfait à température constante) :

$$\frac{\mathrm{d}p}{p} = \frac{\mathrm{d}\rho}{\rho}\,. \quad (3)$$

L'intégration de l'équation (3) donne la relation :

$$2,3\,\lg\frac{p}{p_0} = -\,\frac{\rho}{p_0}\,gh\,. \quad (4)$$

● *Le théorème d'Archimède et sa réciproque* sont valables pour les gaz comme pour les liquides. L'application immédiate du théorème est l'étude de la fonction dans l'air d'un ballon gonflé avec un gaz plus léger que l'air (hydrogène, hélium par exemple).

Viscosité des gaz.

Le problème est plus délicat à étudier que dans le cas des liquides, à cause de la compressibilité. La formule de Bernoulli (p. 32) est encore applicable, mais il faut faire intervenir le travail nécessaire à la compression qui dépend des conditions thermiques et des vitesses d'écoulement. Sans entrer dans les détails, retenons la forme que prend l'équation décrivant l'écoulement visqueux :

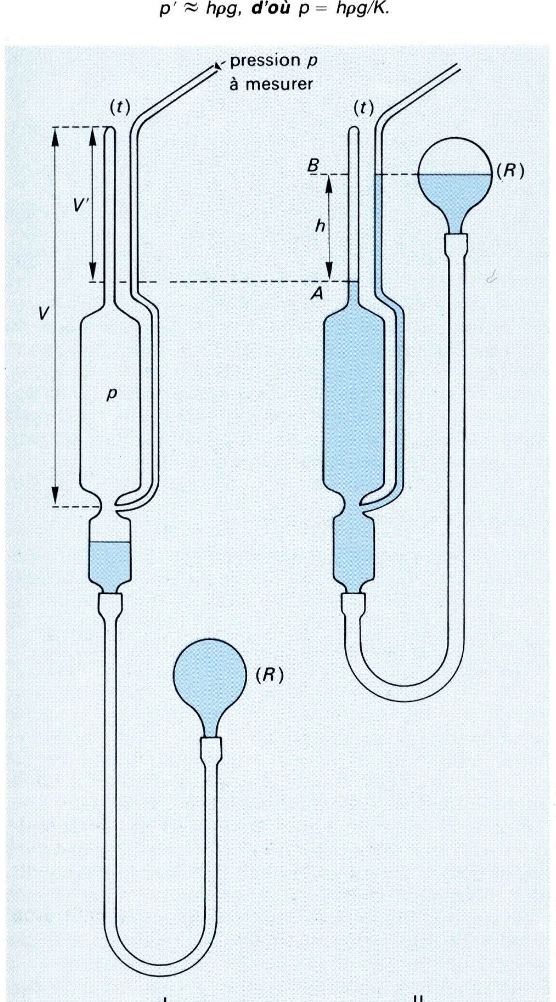
$$\frac{p}{\rho} - \frac{p'}{\rho'} - W = \frac{1}{2}\,(v'^2 - v^2)\,. \quad (5)$$

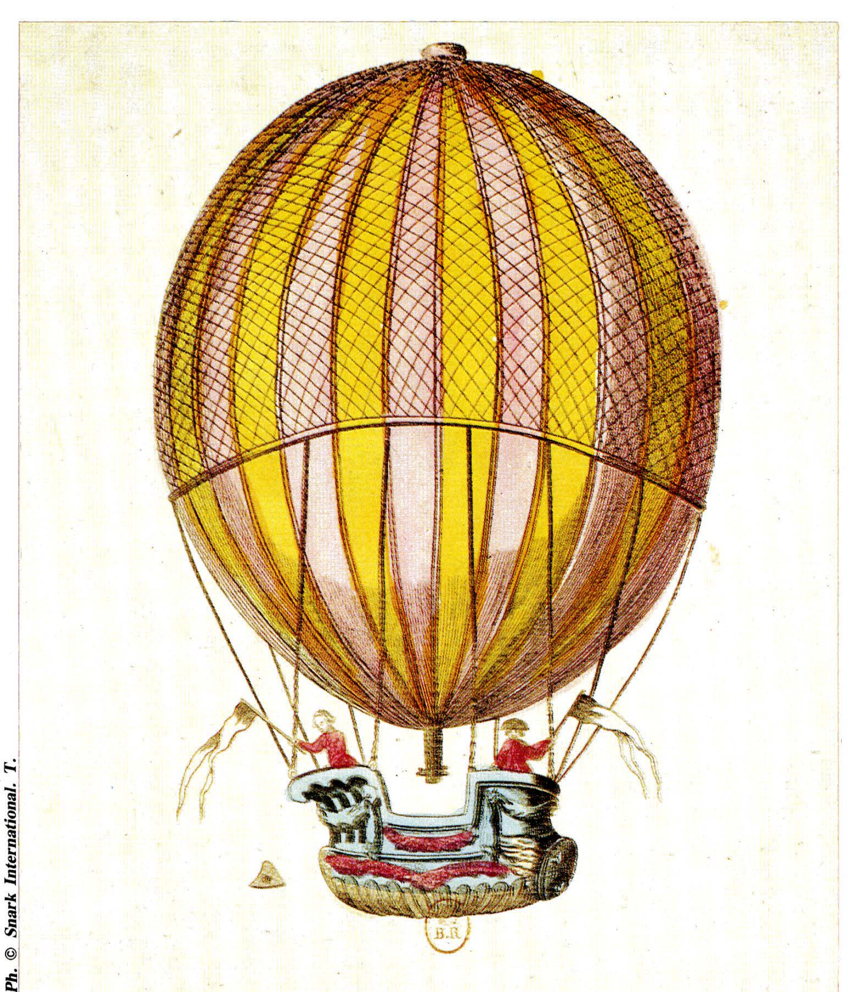
(W est le travail nécessaire à la compression ; les autres notations sont celles des pages 32-33).

Jauge de MacLeod pour mesurer les faibles pressions.

***I — Description.** V = volume de gaz sous faible pression p à mesurer ; ce volume se lit sur un tube gradué. V' = volume réduit occupé par le gaz soumis à la pression p', K fois plus grande que p ; le tube (t) est capillaire. p : pression très faible (vide d'une enceinte par exemple) à mesurer. (R) : réservoir de mercure clos, en position basse ; la pression dans la jauge est p.*

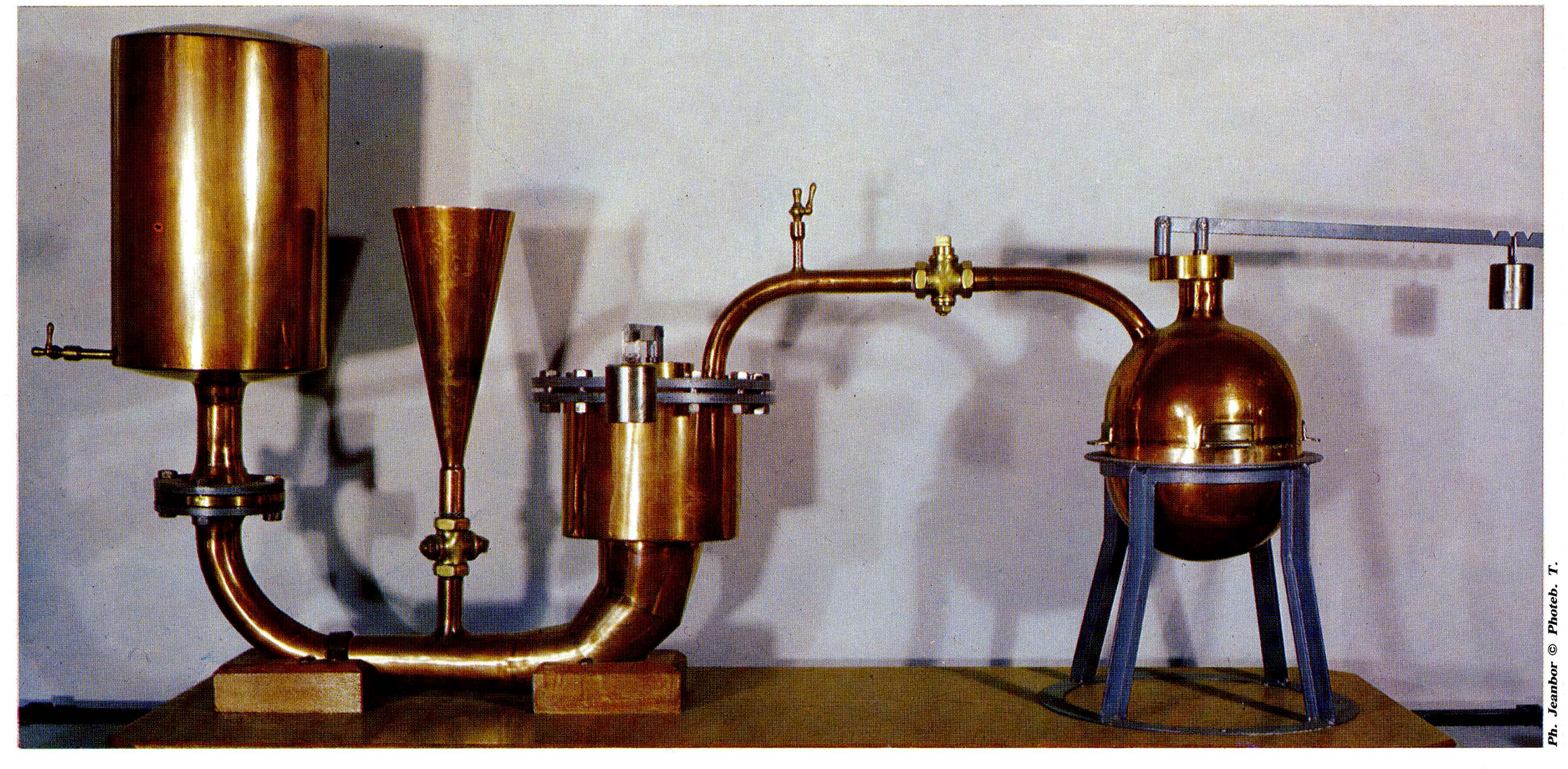
***II — Principe de la mesure.** (R) est en position haute. Le mercure atteint le niveau A dans la jauge et le niveau B dans le réservoir ; la différence de niveau est h et la pression du volume réduit V' est $p' = Kp = p + h\rho g$ (ρ = masse volumique du mercure). Comme p est faible devant p', on peut poser $p' \approx h\rho g$, d'où $p = h\rho g/K$.*





Ph. © Snark International. T.

Pour s'élever dans les airs, les hommes ont d'abord cherché à appliquer le « principe d'Archimède » au fluide gazeux, c'est-à-dire à utiliser des véhicules plus légers que l'air. Ci-contre, le « globe aérostatique » qui fut enlevé en présence de Louis XVI et de sa cour, dans le jardin du Palais des Tuileries, le 1er décembre 1783.


Ph. Jeanbor © Photeb. T.

La marmite de Papin (qu'il nomma dans un de ses ouvrages « la machine à ramollir les os ») permet d'obtenir de très fortes pressions en chauffant de l'eau dans un récipient solidement clos. Lorsque la pression exerce une force supérieure au contrepoids, la soupape laisse échapper la vapeur.

PHYSIQUE STATISTIQUE

GÉNÉRALITÉS.

De la thermodynamique à la physique statistique.

La thermodynamique.

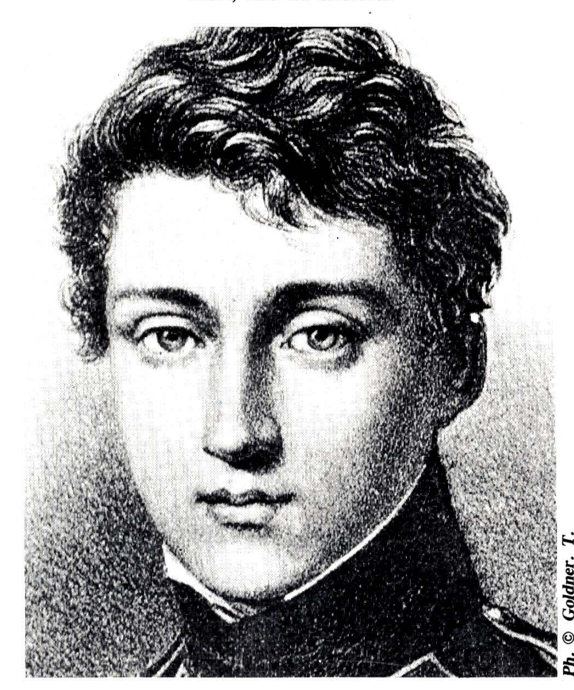
Jusqu'à la fin du XVIIIe siècle on croyait que la chaleur était une propriété due à la présence, dans un corps chaud, d'une substance baptisée *calorique* et qui pouvait être cédée d'un corps à un autre. La présence du calorique dans un corps se manifestait par une augmentation de température qu'on savait mesurer depuis l'invention du thermomètre (par Galilée, vers 1597) et la définition d'échelles de température par Fahrenheit (1709) et par Celsius (1742).

A la fin du XVIIIe siècle et au début du XIXe siècle, on abandonne la théorie du calorique pour considérer que la chaleur est une propriété due à l'état énergétique du corps, thèse qui sera discutée par certains jusqu'aux années 1830. D'autre part, on sait que la chaleur dilate les corps, tout spécialement les gaz et, depuis le célèbre mémoire de Denis Papin (1675), on fabrique des machines à vapeur rudimentaires pour actionner des pompes à eau. Pendant tout le courant de la première moitié du XIXe siècle, les physiciens vont surtout étudier l'influence de la température sur l'état d'un gaz et les transformations mutuelles de la chaleur et de l'énergie mécanique ; les chimistes vont mesurer les chaleurs de réaction ; les biologistes vont étudier les besoins énergétiques de l'organisme. La *calorie,* unité de chaleur, est introduite en 1845.

L'ensemble de tous ces faits, à première vue disparates, va être unifié par les travaux de savants comme Sadi Carnot, Joule, Lord Kelvin en une théorie homogène nommée *thermodynamique* par Lord Kelvin en 1849. Cette théorie repose sur deux principes fondamentaux :

— le *premier principe* (Joule, 1842) dit qu'il y a équivalence entre la chaleur et l'énergie mécanique ;

Nicolas Léonard Sadi Carnot (1796-1832), fils de Lazare Carnot qu'on avait surnommé « le grand Carnot », est un des fondateurs de la thermodynamique. Ses études sur la dilatation des gaz et les propriétés des vapeurs le conduisirent à publier, en 1824, un mémoire intitulé **Réflexions sur la puissance motrice du feu et les machines propres à développer cette puissance.** *Cette œuvre passa inaperçue lors de sa publication, et c'est Clapeyron et lord Kelvin qui en découvrirent ultérieurement les mérites ; elle contient l'énoncé du* **principe de Carnot** *ou* **Second principe de la thermodynamique.** *Carnot avait aussi découvert le* **Premier principe** *(équivalence de la chaleur et du travail), comme cela résulte de travaux non publiés, réalisés en 1831, une année avant sa mort, due au choléra.*


Ph. © Goldner. T.

— le *second principe* (Carnot, 1824) dit qu'une machine qui reçoit de l'énergie sous forme de chaleur à une température T_1 et fournit du travail, doit nécessairement restituer de la chaleur à une source de température T_2 inférieure à T_1 source froide). Clausius a généralisé le second principe en 1850, en introduisant une fonction S nommée *entropie,* caractérisant l'état de *désordre* d'un système.

De ces deux principes, on peut déduire toutes les lois expérimentales de la thermodynamique, en particulier : le *théorème de Carnot* (le rendement d'une machine thermique est maximal si la machine est réversible ; 1824) ; la représentation graphique de ce théorème (Clapeyron ; 1834) ; la *relation de Mayer* (la chaleur massique à pression constante d'un gaz parfait ne dépend que de la température ; 1843) ; la *loi de Joule* (l'énergie interne d'un système isolé ne dépend que de sa température ; 1852). Enfin, en 1849, Lord Kelvin a introduit la notion de *température absolue* (= température thermodynamique).

La théorie cinétique des gaz.

La thermodynamique classique décrit très convenablement les apparences, c'est-à-dire les systèmes macroscopiques ; mais elle esquive le problème de l'origine de la chaleur. Entre 1850 et 1875, une nouvelle génération de savants (Clausius, Maxwell, Boltzmann) traite ce problème par la *théorie cinétique des gaz.* Selon cette théorie les lois de la thermodynamique, quand on les applique aux gaz parfaits, sont les conséquences de l'agitation moléculaire (= mouvement brownien, du nom du botaniste R. Brown qui découvrit en 1827 l'agitation des particules ultramicroscopiques dans un fluide) dont les gaz sont le siège.

Dès 1851, Joule interprétait la loi de Boyle-Mariotte ($pV = C^{te}$) par un embryon de théorie cinétique, dont les principes furent posés en 1857 par Clausius. En 1860, Maxwell étudie la répartition statistique des vitesses des molécules, leur énergie cinétique et la notion de libre parcours moyen. La *théorie cinétique des gaz* fut établie en 1868 par Boltzmann, qui introduisit également le calcul des probabilités en thermodynamique, en 1877.

La physique statistique.

L'état énergétique d'un système — et en particulier d'un volume gazeux dont les molécules ont une grande liberté de mouvement — est un état statistique, une *moyenne* des états de toutes les particules qui le composent : il se manifeste par des effets thermodynamiques *moyens*, accessibles à l'expérience, et régis par les lois *moyennes* de la thermodynamique.

L'ordre logique de l'exposé de ces faits est donc le suivant : 1° décrire les états individuels des molécules d'un système ; 2° établir des statistiques de ces états individuels, qui conduiront à la définition de certains concepts comme l'entropie ou l'énergie interne ; 3° faire un calcul de probabilités sur ces statistiques, d'où l'on tirera les lois *moyennes* des apparences, à savoir ce qu'on nommait au XIXe siècle les principes de la thermodynamique, la loi de Joule, le théorème de Carnot, etc.

Cet ordre est très satisfaisant pédagogiquement ; il a été respecté d'une manière tout à fait remarquable par Frederik Reif, dans un cours professé à l'Université de Berkeley (Californie), vers le milieu des années 1960 (traduction française en 1972, aux éditions Armand Colin). C'est de cette méthode d'exposition que nous nous inspirons ici.

Concepts de base.

Les concepts que nous allons introduire ici sont présentés d'une façon plus intuitive que rigoureuse. Des définitions plus mathématiques en seront données par la suite, notamment pp. 38-40.

Les systèmes macroscopiques.

● *Un système macroscopique* est constitué d'un très grand nombre de particules (atomes/molécules) occupant un certain volume dans l'espace. Pour fixer les idées : il y a $6{,}02 \times 10^{23}$ molécules dans 22,4 litres d'un gaz mesuré dans les conditions STC (c'est-à-dire à 0 °C et à la pression atmosphérique normale). Le système est dit *isolé* s'il ne peut interagir avec aucun autre système.

L'*état* d'un système peut être décrit de deux manières :

— soit en donnant toutes les informations possibles sur le comportement des particules qui le constituent, selon les lois de la mécanique : l'état ainsi décrit est un *microétat* (*mikros* = « petit »). Nous verrons plus loin qu'un microétat peut être appelé aussi un *état quantique* ;

— soit en donnant des informations à grande échelle sur le système considéré dans son ensemble ; ces informations conduisent à mesurer certaines grandeurs observables à l'échelle humaine ; l'état ainsi décrit est un *macroétat* (*macros* = « grand ») et les grandeurs sont des *paramètres macroscopiques* (exemple : la température ou la pression d'un système sont des paramètres macroscopiques).

● *Équilibre.* Un état macroscopique particulièrement intéressant est l'*état d'équilibre* : c'est un macroétat qui ne tend pas à évoluer au cours du temps. Autrement dit, les valeurs moyennes de tous les paramètres macroscopiques sont indépendantes du temps (les paramètres eux-mêmes peuvent fluctuer légèrement autour d'une valeur moyenne).

L'état d'équilibre est le macroétat le plus *désordonné* que le système puisse connaître. Prenons l'exemple d'une boîte de volume V contenant un grand nombre N de molécules gazeuses. Un état ordonné de ce système correspond, par exemple, au rangement des N molécules dans une portion déterminée de la boîte, réalisé en plaçant une ou plusieurs cloisons de séparation. Dans ce cas, la probabilité de trouver une molécule dans le reste de la boîte est nulle. Si on retire les cloisons, les N molécules se dispersent aléatoirement, la probabilité de trouver une molécule dans une région quelconque de la boîte est la même, quelle que soit la région choisie : c'est le *désordre maximal,* qui se traduit par une distribution uniforme des molécules dans toute la boîte.

Lorsqu'un système est éloigné de l'état d'équilibre, il lui faut un certain temps pour atteindre cet état. Ce temps est appelé *temps de relaxation.*

● *Irréversibilité.* Considérons une maison faite de N briques, assemblées d'une certaine façon ; c'est l'image d'un système bien ordonné, loin de l'état d'équilibre au sens où nous venons de le définir. Si une circonstance subite (explosion, bombe, séisme, etc.) provoque la destruction de la maison, l'ordre initial est détruit et les N briques sont distribuées en un tas désordonné, représentant le désordre maximal : c'est l'état d'équilibre du système à N briques. Le processus par lequel on est passé de l'ordre au désordre, du non-équilibre à l'équilibre, peut être dit irréversible : il est en effet très peu probable qu'un autre cataclysme modifie le tas de briques et reconstruise la maison.

Cela nous montre que le temps a un *sens* (on devrait préciser, pour être rigoureux, un *sens probable*). Si l'on nous montre trois images (une maison, le tas de briques, une bombe qui tombe sur la maison), le seul ordre de succession qui puisse apparaître dans la réalité est :

1 - la maison ;
2 - la bombe ;
3 - le tas de briques.

L'ordre inverse, c'est-à-dire le résultat obtenu en inversant le cours du temps, est si peu probable qu'on peut le considérer comme impossible.

En physique, nous dirons qu'une transformation est irréversible si la situation initiale d'un système isolé soumis à cette transformation (ou d'un ensemble de systèmes isolés) *ne peut pas* être reconstruite en imposant simplement une contrainte au système ou à l'ensemble de systèmes considérés (une contrainte est une condition macroscopique que doit vérifier le système). Dans le cas contraire, la transformation sera dite réversible.

Chaleur.

● *Interaction entre deux systèmes isolés.* Considérons deux systèmes gazeux A et A' de part et d'autre d'un piston susceptible de coulisser dans un cylindre. Si la pression de A' est plus grande que celle de A, le piston va se déplacer dans le cylindre et comprimer le système A. Autrement dit : les molécules de A' vont perdre une partie de leur énergie à pousser le piston, et les molécules de A vont acquérir de l'énergie sous l'effet de la compression opérée par le piston. L'énergie perdue d'un côté du piston se retrouve de l'autre. Il y a eu *interaction* entre les deux systèmes, *avec échange d'énergie.* Supposons maintenant que le piston soit bloqué et ne puisse coulisser dans le cylindre. Les molécules de A' entrent en collision entre elles et avec les atomes du piston, auxquels elles cèdent de l'énergie. Les atomes du piston, à leur tour, communiquent cette énergie aux molécules de A qui entrent en contact avec eux. Au total, après des milliards de milliards d'interactions successives, le système A' aura cédé au système A une certaine quantité d'énergie, sans que le piston ne se déplace. Il y a eu, ici aussi, interaction entre les deux systèmes.

● *Quelle différence y-a-t-il entre ces deux types d'interactions ?* Dans le premier cas, l'interaction a lieu avec apparition d'un travail mécanique observable : la force résultante $\boldsymbol{F}$ des forces de pression déplace le piston d'une distance d, et le travail a pour valeur

$$W = Fd \,. \tag{1}$$

Dans le deuxième cas, l'interaction se fait sans échange de travail observable macroscopiquement. Les modifications des systèmes A' et A se font à l'échelle microscopique. Il y a bien eu transfert d'énergie, mais ce transfert ne se traduit pas par un phénomène mécanique observable. Une telle énergie ainsi transférée est appelée *chaleur* et nous dirons que le système *A' a cédé de la chaleur* au système A, ou encore que le système *A a absorbé* de la chaleur qu'il stocke sous forme d'énergie.

● *Unités.* Une quantité de chaleur est une quantité d'énergie ; elle se mesure donc en unités d'énergie, c'est-à-dire, dans le système SI, en *joules.* Autrefois, quand on était encore prisonnier de l'idée que la chaleur était peut-être quelque chose d'autre que de l'énergie, on mesurait les quantités de chaleur en *calories* (symbole : cal) ou en kilocalories (symbole : kcal ; 1 kcal = 1 000 cal), avec l'équivalence :

$$1 \text{ cal} \approx 4{,}18 \text{ J} \,. \tag{2}$$

La mesure des quantités de chaleur ou *calorimétrie* sera expliquée plus loin (voir p. 42).

Température.

On appelle *température* d'un système macroscopique une grandeur repérée à l'aide d'un appareil nommé *thermomètre* ; cette grandeur est aussi appelée un *paramètre thermométrique.* En général, le paramètre thermométrique est particulier à un thermomètre donné, de sorte que la température θ repérée dépend du type de l'appareil choisi. Nous verrons plus loin qu'il est possible de choisir un paramètre thermométrique tel que la température qu'il définit soit indépendante du thermomètre utilisé : une telle température sera appelée *température absolue.*

● *Qu'est-ce donc qu'un thermomètre ?* C'est un système macroscopique qui possède un paramètre thermométrique θ susceptible de varier sensiblement quand le système reçoit ou cède de la chaleur.

— Le *thermomètre à mercure* est un tube de verre capillaire contenant du mercure. Le paramètre thermométrique est la longueur l de la colonne de mercure dans le tube ; cette longueur change lorsque le thermomètre échange de la chaleur (interaction thermique) avec un système A au contact duquel il se trouve : cette longueur définit la température θ mesurée avec le thermomètre en question. Pratiquement, il faut définir une *échelle thermométrique* pour étalonner l'appareil (voir plus bas).

— Le *thermomètre à gaz à volume constant* est représenté sur la figure ci-dessous. Le gaz est enfermé dans un ballon de sorte que son volume ne change pas. Lorsqu'il est mis en contact avec un système susceptible de lui communiquer de la chaleur, comme le gaz ne peut se dilater, la pression exercée sur le mercure augmente et se mesure par la hauteur d'ascension du métal dans le tube capillaire. C'est cette pression qui constitue le paramètre thermométrique de l'appareil.

— Dans le *thermomètre à gaz à pression constante,* le gaz est maintenu à pression constante ; s'il reçoit de la chaleur, il peut se dilater et on mesure l'augmentation de volume.

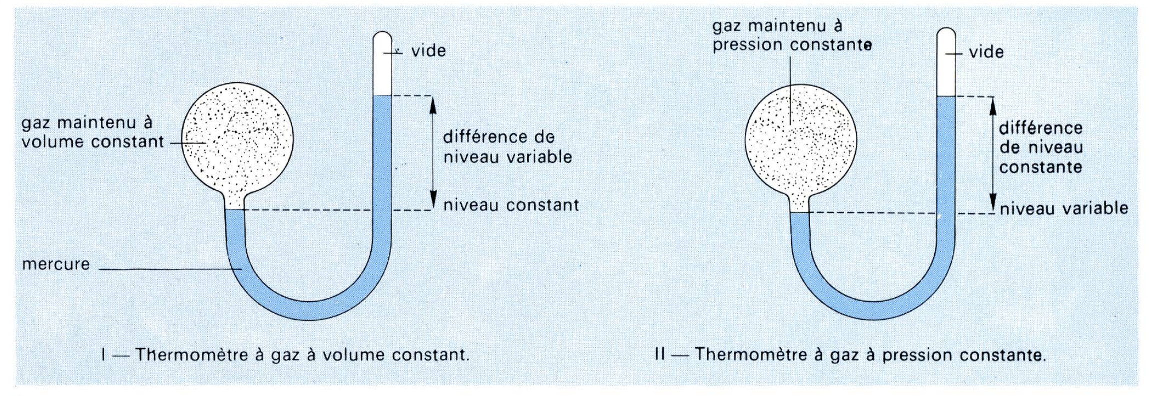
— On peut aussi repérer la température d'un système en prenant comme paramètre thermométrique la résistance d'un conducteur électrique, qui varie lorsqu'on fournit de la chaleur au conducteur en question, ou d'autres grandeurs électriques en rapport avec des phénomènes de chaleur (couple thermoélectrique, pyromètres).

● *Échelles pratiques de température.* Pour repérer la température θ d'un système, on mesure le paramètre thermométrique x du thermomètre (variation de la hauteur d'une colonne de mercure, etc.) ; la température θ est alors reliée à ce paramètre par une relation linéaire de la forme :

$$\theta = ax + b \,. \tag{3}$$

Les grandeurs a et b sont des constantes détermi-

Thermomètres à gaz.
I — Thermomètre à volume constant : on mesure la différence de niveau.
II — Thermomètre à pression constante : on mesure la hauteur du niveau variable.



I — Thermomètre à gaz à volume constant.
II — Thermomètre à gaz à pression constante.

nées par le choix de deux points fixes de base, correspondant à deux températures θ_1 et θ_2. L'intervalle $\theta_2 - \theta_1$ s'appelle l'*intervalle fondamental*.

L'échelle communément adoptée a été définie en 1742 par le Suédois Celsius ; les savants modernes n'ont fait que préciser les conditions de mesure des deux points fixes.

1 - Les points fixes θ_1 et θ_2 correspondent respectivement à la température de la glace fondante et à celle de l'eau à l'ébullition (voir p. 171 pour une définition plus précise des deux points fixes).

2 - L'intervalle fondamental $\theta_2 - \theta_1$ est divisé en 100 parties ou *degrés* ; il lui correspond un intervalle Δ du paramètre mesuré (par exemple, si le paramètre est la hauteur d'une colonne de mercure, Δ est la distance qui sépare les deux niveaux du mercure lorsque le thermomètre est plongé dans la glace fondante et dans l'eau à l'ébullition).

3 - La relation (3) prend alors la forme :

$$\frac{\theta}{100} = \frac{x - x_0}{\Delta}, \qquad (4)$$

x_0 désignant la valeur du paramètre x correspondant à la température θ_1.

● *Remarques.*

1 - Il y a autant d'échelles Celsius que de grandeurs x choisies comme paramètres thermométriques. L'*échelle légale* se fonde sur les variations de pression d'un gaz parfait à volume constant ; les points fixes ont été définis selon une convention internationale (1948).

2 - Les thermomètres usuels sont étalonnés en fonction de ces définitions et donnent la température en degrés Celsius (symbole : °C ; attention : la lettre « C » est l'initiale de Celsius et non de l'adjectif « centigrade » ! tout degré, qu'il soit Celsius, Réaumur, Fahrenheit ou absolu, peut être divisé en 100 parties qu'on appelle, conformément aux règles de nomenclature, des centigrades).

3 - L'échelle Celsius permet de *repérer* une température, c'est-à-dire de constater qu'un corps est ou n'est pas à la même température qu'un autre, mais *elle ne la mesure pas* (0 °C ne signifie pas une température nulle, mais une température bien déterminée, celle du point triple de l'eau). On ne peut pas dire que la température de l'eau bouillante est k fois plus grande que celle de la glace fondante. Cette imperfection est aussi le fait d'échelles comme l'échelle Réaumur ou l'échelle Fahrenheit. Nous verrons, pp. 40-41, qu'il est possible de comparer la température de deux systèmes macroscopiques en utilisant une variable caractéristique appelée *température absolue* ou *température thermodynamique,* qu'on désigne usuellement par la lettre T. Retenons simplement ici que la température Celsius est reliée à la température thermodynamique d'un système par la relation

$$\theta = T - 273{,}15\,. \qquad (5)$$

4 - Citons, pour le plaisir de l'anecdote, deux autres échelles historiques : celle du Français Réaumur (vers 1730) et celle du physicien allemand Fahrenheit (vers 1709, encore utilisée par les Anglo-Saxons, bien que l'utilisation des températures Celsius soit légale aussi bien en Grande-Bretagne qu'aux États-Unis). Ces deux échelles sont à peu près contemporaines de celle de Celsius. Dans les deux cas, les points de base choisis sont la température de la glace fondante et la température de l'eau distillée portée à l'ébullition, mais la définition de θ_1 et de θ_2 n'est pas la même, comme on l'indique sur le tableau ci-après.

Point fixe	Échelle Celsius (1742)	Échelle Réaumur (vers 1730)	Échelle Fahrenheit (1709)
θ_1	0	0	32
θ_2	100	80	212
$\Delta = \theta_2 - \theta_1$	100	80	180

Comparaison des échelles thermométriques de Celsius, Réaumur et Fahrenheit.

Appelons C la température évaluée en degrés Celsius, R la température en degrés Réaumur et F la température évaluée en degrés Fahrenheit. On a alors les formules de conversion suivantes :

$$R = 0{,}8\,C\,; \qquad C = 1{,}25\,R\,. \qquad (6)$$

$$C = \frac{5}{9}(F - 32)\,; \quad F = \frac{9\,C}{5} + 32\,. \qquad (7)$$

Cellule pour déterminer le point triple de l'eau.
C'est un récipient scellé, privé d'air, dans lequel on a placé de l'eau pure dont une partie est à l'état liquide et l'autre à l'état de vapeur. Lorsqu'on plonge la cellule dans un mélange réfrigérant, il se forme de la glace et le système est alors dans un macroétat type, appelé point triple de l'eau, où l'eau est en même temps sous ses trois formes, solide, liquide et gazeuse. Quand cet équilibre est atteint, la température de mélange est, par définition, égale à 173,16 K ou 0,01 °C, la tension de vapeur correspondante est de 4,58 mm de Hg.

Ph. © C.N.A.M.

ÉTUDE STATISTIQUE DES SYSTÈMES DE PARTICULES.

Généralités.

L'objet type de la thermodynamique.

La vie moderne nous a familiarisés avec le moteur à explosion, qui va nous fournir, avec ses *cylindres,* l'objet type de la thermodynamique. Un cylindre de moteur à explosion muni de son piston contient deux *systèmes de particules.* A un instant donné on a en effet :

— d'un côté du piston, un volume gazeux V à la pression p et dont on peut repérer la température T à l'aide d'un thermomètre : ce volume contient N molécules de gaz (oxygène et azote de l'air + vapeurs d'hydrocarbures) ;

— de l'autre côté du piston, un volume gazeux V' à la pression p' et à la température T', contenant N' molécules de gaz (oxygène et azote de l'air + gaz brûlés).

Ces deux volumes gazeux sont deux systèmes de particules (molécules) A et A' en *interaction* : par exemple lorsque la température du système A est élevée (après l'allumage qui provoque l'explosion du volume gazeux), la pression exercée par les N molécules sur l'une des faces du piston le fait se mouvoir, donc comprimer les N' molécules du système A'.

Les deux problèmes fondamentaux de la thermodynamique s'énoncent ainsi :

1 - Quelle relation existe-t-il entre les paramètres V, p et T d'un système ? Cette relation est appelée *équation d'état* du système considéré.

2 - Comment décrire les interactions possibles entre les deux systèmes ? Cette description nous conduit à étudier l'*énergie* contenue dans les deux systèmes et les modalités d'échanges énergétiques entre ces systèmes. Comme on l'a expliqué p. 37, il y a deux manières d'aborder ces problèmes : soit étudier directement les macroétats des deux systèmes, à l'aide de thermomètres et de manomètres, et en dégager des lois empiriques ; soit considérer un macroétat comme une statistique des microétats, et déterminer les lois de cette statistique. Bien entendu cette deuxième méthode doit nous fournir, au bout du compte, les mêmes lois que la méthode expérimentale. C'est la méthode statistique que nous allons employer. Elle fait appel à un appareil mathématique relativement simple qui se résume à deux têtes de chapitre : les *logarithmes népériens* et le *calcul des probabilités.*

Les logarithmes népériens.

● *Logarithme népérien de x.* La relation fonctionnelle $y = \ln x$ (lire : "y = logarithme népérien de x") peut être définie ainsi : y est la fonction qui admet pour dérivée $y' = 1/x$ et qui s'annule pour $x = 1$. L'expression un peu barbare de *logarithme népérien* signifie, en clair, qu'on fait correspondre à chaque nombre x un autre nombre noté y qui est donné par une table de logarithmes (ou par une calculatrice électronique) et qu'on appelle logarithme népérien de x. Nous n'avons pas besoin de savoir, ici, comment on établit ces tables, dont voici un exemple partiel.

x	Logarithme népérien de x $\ln x$
1	0
2	0,693 15
e = 2,718 281...	1
3	1,098 61
π = 3,141 592 65...	1,144 73
4	1,386 29
5	1,609 44
6	1,791 76
7	1,945 91
8	2,079 44
9	2,197 22
10	2,302 59
20	2,995 73
30	3,401 20
40	3,688 88
50	3,912 02
60	4,094 34
70	4,248 50
80	4,382 03
90	4,499 81
10^2 = 100	4,605 17
10^3 = 1 000	6,907 76
10^6 = 1 000 000	13,815 51
10^9 = 1 000 000 000	20,723 27

On lit sur cette table que le logarithme népérien de 9, par exemple, est ln 9 = 2,197 22 ; inversement, le nombre x qui admet comme logarithme népérien 1,945 91 est $x = 7$. Un nombre compris entre 9 et 10 a un logarithme népérien compris entre 2,197 22 et 2,302 59 ; pour le calculer avec précision, il faut disposer d'une table plus perfectionnée. On notera que pour e = 2,718 281..., ln e = 1 : e est la *base* du système des logarithmes népériens.

● *La propriété fondamentale de la fonction logarithme* est la suivante : le logarithme d'un produit est la somme des logarithmes des facteurs du produit, ce qui s'écrit :

$$\log(xy) = \log x + \log y\,. \quad (1)$$

Cette propriété est vraie pour tous les systèmes de logarithmes, et en particulier pour les logarithmes népériens. Ainsi soit à calculer le produit $P = 5 \times 6$; on a, d'après (1) :

$$\ln P = \ln 5 + \ln 6\,. \quad (2)$$

La table précédente donne :

$$\ln 5 = 1{,}609\,44\,; \quad \ln 6 = 1{,}791\,76\,; \quad (3)$$
$$\ln P = \ln 5 + \ln 6 = 3{,}401\,20\,. \quad (4)$$

Pour trouver P, c'est-à-dire le résultat de la multiplication de 5 par 6, il n'y a plus qu'à chercher dans la colonne de droite le logarithme népérien égal à 3,401 20, et à lire le nombre correspondant dans la colonne de gauche. On voit ici que :

$$\ln 30 = 3{,}401\,20\,, \quad (5)$$

donc :

$$P = 30\,. \quad (6)$$

A ce stade du calcul, le lecteur nous considère sans doute comme un joyeux humoriste : tant de complications pour trouver le résultat du produit 5 × 6 ! N'est-il pas plus simple d'appliquer la table de multiplication. Bien évidemment que oui et je vous assure que, dans la vie courante, si je veux mesurer la surface de mon bureau dont les dimensions sont à peu près 5 × 6 m, je ne me précipite pas sur une table de logarithmes népériens. J'écris simplement 5 fois 6 font 30, mais, quand on calcule sur des fonctions, il est souvent très commode de remplacer le produit $f(x) \times g(x)$ par la somme $\ln f + \ln g$.

● *La fonction exponentielle* $y = e^x$ est une fonction très précieuse pour les physiciens. Le nombre e est la base des logarithmes népériens, c'est-à-dire que l'on a :

$$\ln e = 1\,. \quad (7)$$

Dans la table de logarithmes népériens ci-dessus, on constate que e est compris entre 2, dont le logarithme népérien est 0,693 15, et 3, dont le logarithme népérien est 1,098 61. Diverses méthodes permettent de calculer e, dont la valeur approchée est :

$$e = 2{,}718\,281\,828\ldots \quad (8)$$

En donnant à x des valeurs réelles positives, on obtient les différentes valeurs de la fonction $y = e^x$. Par exemple pour $x = 2$, on a $y = e^2 = 7{,}389\,06$; pour $x = \sin \pi/5 = 0{,}951\,06$, on a $y = e^{\sin \pi/5} = 2{,}588\,44$; etc.

Une relation importante concernant les fonctions logarithme népérien et exponentielle est la suivante :

$$y = \ln x \Leftrightarrow x = e^y\,. \quad (9)$$

Cette relation nous permettra d'exprimer y en fonction du logarithme népérien de x, ou x comme une exponentielle de y.

Le calcul des probabilités.

● *Probabilité d'un événement.* Nous appelons « événement » le résultat E d'une expérience ou d'une observation. Par exemple, si on mesure l'énergie d'un système de particules et qu'on trouve qu'elle est égale à 12 joules, nous écrirons : $E = 12$ J ; si une mesure de pression nous montre une pression égale à 6,5 bars, nous écrirons : $E = 6{,}5$ bar ; etc. D'une manière générale « l'événement E » signifie « tel paramètre a la valeur E ».

Considérons N systèmes indépendants satisfaisant les mêmes conditions et soit n le nombre de systèmes dans lesquels se présente l'événement E. On appelle *probabilité de l'événement E* la limite du rapport n/N quand N tend vers l'infini, ce qu'on écrit :

$$\Pr(E) = \frac{n}{N} \quad (N \to \infty)\,. \quad (10)$$

Comme n est nécessairement inférieur ou égal à N, $\Pr(E)$ est un nombre compris entre 0 et 1.

● *Mesure de la probabilité d'un événement.* Supposons que l'événement E soit défini par :

E = « la température du système A est 15 °C ». (11)

Pour mesurer la probabilité de cet événement, il nous faut repérer la température θ du système A à N instants différents (cela revient à mesurer N systèmes A identiques en tous points, sauf en ce qui concerne leur température) et à compter le nombre n de fois où l'on a $\theta = 15$ °C. Le rapport n/N ainsi trouvé est la *fréquence d'apparition* de l'événement considéré, grandeur que nous symboliserons par f. Comme il nous est impossible de mesurer une infinité de systèmes A, f n'est pas égal à $\Pr(E)$; mais l'équation (10) nous dit que f tend vers $\Pr(E)$ quand N devient très grand. Si donc le nombre N de mesures est grand ($N = 100$, ou $N = 1\,000$ par exemple), nous écrirons :

$$f \simeq \Pr(E)\,. \quad (12)$$

Dans certains cas, on peut prévoir la valeur de $\Pr(E)$ par le calcul. Ainsi lorsqu'on lance un dé parfaitement cubique et homogène, chaque face a la même probabilité d'apparition ; en d'autres termes les événements « tirer le point 1 », « tirer le point 2 », ..., « tirer le point 6 » sont *équiprobables*. Dans ce cas, on peut donc écrire :

$$\Pr(1) = \Pr(2) = \Pr(3) = \Pr(4) = \Pr(5) = \Pr(6) = \frac{1}{6} = 0{,}166\,6\ldots, \quad (13)$$

puisqu'il y a six faces sur un dé. De même la probabilité de tirer « pile » ou « face » avec une pièce de monnaie parfaitement symétrique est :

$$\Pr(\text{pile}) = \Pr(\text{face}) = 0{,}5\,. \quad (14)$$

● *Combinaison de probabilités.* Appelons p et p' les probabilités $\Pr(E)$ et $\Pr(E')$ de deux événements indépendants.

— La probabilité pour que l'un *ou* l'autre de ces deux événements se produise a pour valeur :

$$\Pr(E \text{ ou } E') = p + p'\,. \quad (15)$$

Ce résultat est le *théorème des probabilités simples.*

Lorsque deux événements s'excluent, leurs probabilités sont dites *complémentaires* et on les désigne souvent par le couple (p, q). Par exemple, si :

E = « la température du système A est 15 °C » (16)

et si

E' = « la température du système A n'est pas 15 °C », (17)

il est clair que E et E' s'excluent ; posons $\Pr(E) = p$ et $\Pr(E') = q$, on a :

$$\Pr(E \text{ ou } E') = p + q = 1\,. \quad (18)$$

— La probabilité pour que l'un *et* l'autre des deux événements indépendants E et E' se produisent a pour valeur :

$$\Pr(E \text{ et } E') = pp'\,. \quad (19)$$

Ce résultat constitue le *théorème des probabilités composées.*

● *Valeur moyenne d'une variable.* Appelons x un paramètre du système A (par exemple sa température, ou sa pression, ou son volume, etc.). Si on mesure ce paramètre à N instants différents, on va obtenir N valeurs de la variable x :

$$x_1, x_2, x_3, \ldots, x_N\,.$$

La probabilité pour que la variable prenne la valeur x_i est $\Pr(x_i)$, i étant l'un des indices $\{1, 2, \ldots, N\}$. On appelle *valeur moyenne* de la variable x la grandeur :

$$\bar{x} = \Pr(x_1)\,x_1 + \Pr(x_2)\,x_2 + \cdots + \Pr(x_N)\,x_N\,. \quad (20)$$

Le symbole $\bar{x}$ se lit : « x surligné ».

Comment décrire un système de particules ?

États d'un système.

Un système A est composé d'un nombre N de particules. En général N est très grand (de l'ordre de 10^{23} dans des conditions moyennes si l'on désire un ordre de grandeur) ; les particules sont les molécules (ou les atomes) composant le système.

— Chaque particule se trouve, à un instant donné, dans un *état* particulier (sa position, sa vitesse, son énergie cinétique K, son énergie potentielle U, etc., caractérisant cet état) ; cet état est appelé un *état quantique* car, pour le décrire, on doit faire appel aux lois de la physique quantique, introduite p. 5 et décrite p. 94. L'ensemble de ces N états quantiques sera appelé le *microétat* i du système.

— Ce microétat est un état particulier du système parmi un très grand nombre d'autres états qu'on appelle les *états accessibles* du système et qui sont les états quantiques compatibles avec les informations disponibles sur le système.

— L'état global que nous observons en laboratoire et dont nous mesurons les paramètres (volume, température, etc.) avec des instruments *ad hoc* est un *macroétat* ; il peut être décrit soit par les paramètres ainsi mesurés (c'est ce que faisait la thermodynamique classique), soit par l'état i dans lequel il se trouve (c'est ce que nous ferons ici).

Étude probabiliste d'un système.

● *Soit à étudier le paramètre x* d'un système qui dépend d'un paramètre ε attribué aux molécules qui le composent.

— Chaque molécule peut prendre un très grand nombre d'états ε, qu'on notera $\{\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3, \ldots, \varepsilon_k\}$; parmi cet ensemble de valeurs il en est une, que nous noterons ε_i et qui correspond au microétat i du système.

— La probabilité pour que chaque molécule considérée soit dans l'état ε_i correspondant au microétat i est $\Pr(i)$; c'est aussi la probabilité pour que le microétat du système soit i.

— La valeur moyenne $\bar{\varepsilon}$ de l'état de chaque molécule est la somme de tous les produits $\Pr(i)\,\varepsilon_i$, pour $i = \{1, 2, \ldots, K\}$, comme on l'a défini à l'équation (20).

— Le paramètre x du macroétat dépendant des valeurs de ε est alors égal à $N\bar{\varepsilon}$; c'est aussi une valeur moyenne, que nous noterons $\bar{x}$ s'il est besoin de le préciser.

● *Exemple.* Soit à étudier le paramètre « pression sur une des faces d'un cube », la pression étant exercée par l'impact des molécules d'un volume gazeux contenu dans le cube sur chaque face du cube. Nous pouvons atteindre ce paramètre par la méthode statistique ou par la méthode expérimentale.

— *Méthode statistique.* Si les conditions sont homogènes, la probabilité pour qu'une molécule quelconque tombe sur l'une des faces i du cube est $\Pr(i) = 1/6$. Appelons ε_1 le nombre de molécules qui tombent sur la face n° 1, ε_2 le nombre de molécules qui tombent sur la face 2, etc. ; le nombre moyen de molécules par face est alors :

$$\bar{\varepsilon} = \Pr(1)\,\varepsilon_1 + \Pr(2)\,\varepsilon_2 + \Pr(3)\,\varepsilon_3 + \Pr(4)\,\varepsilon_4 + \Pr(5)\,\varepsilon_5 + \Pr(6)\,\varepsilon_6\,, \quad (1)$$

soit, puisque $\Pr(i) = 1/6$ quel que soit i :

$$\bar{\varepsilon} = \frac{1}{6}(\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 + \varepsilon_4 + \varepsilon_5 + \varepsilon_6)\,. \quad (2)$$

Or la quantité entre parenthèses est précisément le nombre N de molécules, donc :

$$\bar{\varepsilon} = \frac{N}{6}\,. \quad (3)$$

Conclusion : la pression est la même sur chaque face du cube.

— *Méthode expérimentale.* En promenant un manomètre sur chaque face du cube, on constate que la pression est la même sur chaque face.

Remarques.

1 - La deuxième méthode est à la portée d'un enfant ; la première semble plus ardue.

2 - La première méthode *explique* l'égalité de la pression sur les faces du cube ; la seconde se limite à la *constater.*

3 - Lorsque la température du gaz est très basse, on constate, par la deuxième méthode, que la pression n'est plus constante sur chaque face... et on ne comprend pas pourquoi. La méthode statistique nous enseigne, en revanche, qu'aux basses températures le mouvement des molécules n'est plus aléatoire et, qu'en conséquence, la relation $\bar{\varepsilon} = N/6$ n'est plus valable.

● *Notation.* Soit un système A composé de N particules ; nous appelons E l'énergie totale de ce système. C'est la somme de l'énergie totale ($K + U$) de toutes les particules qui constituent le système (peu nous importe pour l'instant comment on la mesure). L'énergie d'une molécule, dans un état déterminé du système, sera notée ε. Il y a une différence énorme de grandeur entre E et ε : E se mesure en joules et ε en électronvolts (eV) ; l'électronvolt est environ 10 milliards de milliards de fois plus petit que le joule :

$$1 \text{ eV} \approx 1{,}6 \times 10^{-19} \text{ J} . \qquad (4)$$

Si l'on aime les comparaisons d'ordre de grandeur, en voici une assez frappante : le rapport de E à ε est comparable au rapport de la distance Terre-Soleil à la longueur du virus de la grippe.

— Divisons l'énergie E en petits intervalles notés δE ; chaque petit intervalle vaudra par exemple un cent millième de joule.

— Entre E et $E + \delta E$, c'est-à-dire dans l'intervalle énergétique δE, il y a un très grand nombre de microétats accessibles (des millions de milliards de milliards et même davantage). Ce nombre dépend du niveau E dont on part ; nous le noterons comme une fonction de E à l'aide de la lettre grecque Ω (*oméga* majuscule) : $\Omega(E)$.

Par exemple, entre E_1 et $E_1 + \delta E$ ce nombre vaut $\Omega(E_1)$; entre E_2 et $E_2 + \delta E$, il vaut $\Omega(E_2)$; etc. Quand il n'y aura aucune ambiguïté possible, nous nous contenterons de désigner ce nombre par Ω.

— Parmi les Ω états accessibles, il y en a un certain nombre qui correspondent à un état i du système ; nous désignerons ce nombre par Ω_i.

Premières approches probabilistes des systèmes.

● *Système en équilibre.* Lorsque vous placez un cube de glace dans une bouteille « thermos », vous pourrez le conserver dans son état initial pendant quelques minutes ou même quelques heures (en vérité, il ne reste pas *rigoureusement* dans son état initial, mais, pour un petit intervalle de temps Δt nous pouvons considérer qu'il ne change pas d'état). Un système qui ne change pas d'état, c'est-à-dire dont tous les paramètres restent constants, est classiquement appelé *système en équilibre.*

Voici maintenant une définition statistique plus heureuse de l'équilibre (plus heureuse et, comme nous le verrons, plus féconde) : *un système est en équilibre si et seulement si tous ses états accessibles sont équiprobables.*

Puisqu'il y a Ω états accessibles au niveau d'énergie E, la probabilité d'un état i quelconque a donc pour valeur :

$$\Pr(i) = \frac{1}{\Omega} . \qquad (5)$$

● *Une conséquence immédiate* de ce postulat d'équiprobabilité des états accessibles est la détermination des paramètres d'un système en équilibre.

Soit i un état dans lequel un paramètre x du système prend la valeur x_i (ce paramètre peut être une pression, une température, etc.). Il y a Ω_i états accessibles correspondants, dont chacun possède la probabilité $1/\Omega$. La probabilité $\Pr(i)$ pour que le système soit dans l'état i est donc, d'après le théorème des probabilités simples, la somme des Ω_i probabilités $1/\Omega$, soit :

$$\Pr(i) = \frac{\Omega_i}{\Omega} . \qquad (6)$$

D'après la formule (20) du paragraphe **A**, *c*, la valeur moyenne $\bar{x}$ du paramètre x est donc égale à :

$$\bar{x} = \frac{\Omega_1}{\Omega} x_1 + \frac{\Omega_2}{\Omega} x_2 + \cdots + \frac{\Omega_n}{\Omega} x_n , \qquad (7)$$

en appelant $x_1, x_2, ..., x_n$ la valeur du paramètre x pour chaque état $i = \{1, 2, ..., n\}$ du système. On tire de (7) :

$$\bar{x} = \frac{1}{\Omega} (\Omega_1 x_1 + \Omega_2 x_2 + \cdots + \Omega_n x_n) = \frac{1}{\Omega} \sum \Omega_i x_i . \qquad (8)$$

Nous avons *calculé* le paramètre $\bar{x}$ à partir de Ω, au lieu de le mesurer par une expérience directe. Ce faisant nous avons mis en évidence le fait qu'il s'agit d'une *valeur moyenne.*

Des résultats tels que (8) montrent combien il est important de savoir évaluer $\Omega(E)$; On montre que, si f désigne le nombre de degrés de liberté du système et si E est suffisamment éloigné de l'état fondamental E_0, on a $\ln \Omega(E) \approx f$.

● *Processus irréversibles.* Soit un système isolé en équilibre, possédant dans cette situation initiale Ω_i états accessibles d'égale probabilité. Le nombre Ω_i dépend des contraintes du système. Si nous supprimons une de ces contraintes, il va changer et prendre, *au bout d'un certain temps,* la valeur finale Ω_f.

— Si $\Omega_f = \Omega_i$, cela signifie qu'*après* la suppression de la contrainte chacun des Ω_f états a la même probabilité : le système final est en équilibre, comme le système initial.

— Si $\Omega_f > \Omega_i$, il faut regarder les choses de plus près. *Immédiatement après* la suppression de la contrainte, il n'y a pas grand-chose de changé, et les Ω_i états initiaux sont encore équiprobables, tandis que les états restants, au nombre de $\Omega_f - \Omega_i$ sont de probabilité nulle. Comme tous les Ω_f états n'ont pas la même probabilité, on peut dire que le système n'est pas en équilibre. Il va donc évoluer spontanément, jusqu'à ce que chaque état ait la probabilité $1/\Omega_f$, c'est-à-dire jusqu'à un nouvel état d'équilibre. Si on impose à nouveau le paramètre de contrainte supprimé, on ne retrouvera pas l'état initial avec Ω_i états accessibles équiprobables, on dit que la transformation est *irréversible.* D'où la définition de l'irréversibilité d'un processus comme une transformation qui fait passer de l'état initial Ω_i à l'état final Ω_f, avec $\Omega_f > \Omega_i$.

La fonction entropie.

Page 37, nous avons présenté un certain nombre de concepts de base d'une manière intuitive : équilibre, irréversibilité, degré de désordre. Nous venons de définir *quantitativement* l'équilibre et l'irréversibilité à l'aide du nombre $\Omega(E)$ des états accessibles au niveau d'énergie E. Réfléchissons encore sur la signification du nombre Ω.

Plus Ω est grand, plus le système est dit *désordonné* ; dans l'exemple de la maison et du tas de briques de la page 37, le tas de briques est plus désordonné que la maison, c'est un système dont le nombre d'états accessibles $\Omega_{briques}$ est plus grand que le nombre Ω_{maison}. Ce qui a été dit de la maison et de ses briques peut être dit des atomes et des molécules. Ainsi l'atmosphère terrestre est un système de molécules qui sont retenues par un certain nombre de contraintes au voisinage de la Terre, c'est donc un système possédant un certain ordre ; toutefois, avec le temps, cet ordre se dégrade et des molécules échappent aux contraintes terrestres pour se perdre dans le système solaire et au-delà : le *désordre* de l'atmosphère va donc croissant au cours du temps. Autre exemple : les molécules, les ions et les atomes qui constituent notre organisme sont liés entre eux par des contraintes biochimiques et physiques diverses, leur système est relativement ordonné ; toutefois, au cours du temps, le désordre s'installe dans ce système et, lorsqu'il a atteint un certain degré, nous cessons de vivre.

Il est donc extrêmement important de mesurer le degré de désordre d'un système et il semble tout naturel de le mesurer par le nombre Ω d'états accessibles. En fait, et pour des raisons qu'on comprendra plus loin, on a choisi d'apprécier le degré de désordre d'un système par une fonction S de Ω, croissante avec Ω. Cette fonction est appelée *entropie* et définie par la relation :

$$\boxed{S = k \ln \Omega .} \qquad (9)$$

Le nombre k est une constante énergétique appelée *constante de Boltzmann* et dont la valeur est :

$$k = 1{,}380\,662 \times 10^{-23} \text{ J} \pm 44 \times 10^{-29} \text{ J} . \quad (10)$$

La constante k est une unité d'énergie (elle représente une très petite fraction de joule : il faut un peu plus de 200 000 milliards de milliards d'unités k pour faire un joule), le logarithme népérien de Ω, $\ln \Omega$, croît avec Ω, c'est-à-dire avec l'état de désordre du système. Plus Ω est grand, plus $\ln \Omega$ est grand, plus l'entropie S est grande.

On remarque que S est une quantité d'énergie, égale à $\ln \Omega$ fois l'unité k de Boltzmann.

INTERACTIONS ENTRE SYSTÈMES ET LOIS DE LA THERMODYNAMIQUE.

Généralités.

Qu'est-ce qu'une interaction énergétique ?

Considérons *l'objet type* de la thermodynamique décrit ci-dessus, p. 38 : il se compose de deux systèmes A et A', en contact par l'intermédiaire d'une paroi commune (le piston). L'ensemble $A + A'$ est un *système isolé B.*

D'après le principe de conservation de l'énergie, l'énergie totale de $B = A + A'$ reste constante au cours du temps. Par contre, si l'on fait une expérience quelconque sur A et A', on constate que leur énergie initiale n'est pas égale à leur énergie finale : l'énergie du système A a varié de :

$$\Delta \bar{E} = \bar{E}_f - \bar{E}_i \qquad (1)$$

et celle du système A' a varié de :

$$\Delta \bar{E}' = \bar{E}'_f - \bar{E}'_i . \qquad (2)$$

Nous avons surligné E et E', car nous ne connaissons que la valeur moyenne des énergies quand nous faisons des mesures macroscopiques ; les indices i et f correspondent aux états initial et final.

Pour le système B, par contre, on peut écrire que son énergie initiale $\bar{E}_i + \bar{E}'_i$ est égale à son énergie finale $\bar{E}_f + \bar{E}'_f$. En combinant $\bar{E}_f + \bar{E}'_f = \bar{E}_i + \bar{E}'_i$ avec (1) et (2), il vient :

$$\Delta \bar{E} + \Delta \bar{E}' = 0 . \qquad (3)$$

Nous dirons que les systèmes A et A' ont *échangé de l'énergie* ou encore qu'il y a eu entre eux une *interaction énergétique.*

Les trois types d'interactions énergétiques.

Pour décrire macroscopiquement un système, nous pouvons mesurer certains *paramètres* qui affectent le mouvement des molécules qui le constituent et qui sont *extérieurs* au système : les dimensions du récipient sont des paramètres extérieurs, puisqu'elles limitent le mouvement des molécules ; si celles-ci sont électrisées, la présence d'un champ électrique ou d'un champ magnétique extérieur au système perturbe le mouvement des molécules : ces champs sont aussi des paramètres extérieurs.

Cela dit, trois cas peuvent se présenter au cours d'une interaction entre les systèmes A et A' :

1 - les paramètres extérieurs des deux systèmes restent constants ;

2 - les deux systèmes sont isolés l'un de l'autre et les paramètres extérieurs varient ;

3 - les deux systèmes ne sont pas isolés et leurs paramètres ne sont pas astreints à être constants.

Dans le premier cas, on dit qu'il s'agit d'une *interaction thermique* ; dans le deuxième cas, d'une *interaction adiabatique* ; dans le troisième cas, d'une *interaction thermodynamique générale.*

Avec notre objet type, nous pouvons réaliser ces trois classes d'interactions :

1 - en maintenant le piston immobile dans le cylindre et en utilisant un piston métallique (bon conducteur de la chaleur) ;

2 - en utilisant un piston isolant thermiquement et mobile ;

3 - en utilisant un piston métallique mobile non isolant.

Divers noms de l'énergie échangée.

● *Dans le cas de l'interaction thermique,* les systèmes A et A' échangent une énergie $\Delta \bar{E} = Q$ qu'on appelle *chaleur.* Par exemple A voit son énergie moyenne varier de $\Delta \bar{E} = -Q$ (elle diminue), et A' voit son énergie moyenne varier de $\Delta \bar{E}' = Q' = +Q$ (elle augmente). L'équation (3) ci-dessus s'écrit alors :

$$Q + Q' = 0 . \qquad (4)$$

Ce qui se traduit ainsi : la chaleur Q cédée par le système A est égale à la chaleur Q' absorbée par le

système A'. A est appelé *système chaud* et A' *système froid*.

Exemple d'interaction thermique : A est un volume gazeux et A' un thermomètre ; l'interaction thermique entre A et A' permet de repérer la *température* du système A.

● *Dans le cas de l'interaction adiabatique* (*a* : préfixe privatif ; *dia* : « à travers » ; *bainein* : « aller » ; d'où *adiabatique* : « qui ne passe pas à travers »), la chaleur Q ne passe pas d'un système à l'autre. Toutefois il y a encore interaction possible entre les deux systèmes (déplacement du piston) : le système A cède l'énergie $\Delta\bar{E} = -W$ au système A' qui reçoit l'énergie $W' = +W$. Cette énergie est appelée *travail* et la relation (3) s'écrit :

$$W + W' = 0 \qquad (5)$$

(on compte négativement l'énergie cédée et positivement l'énergie reçue).

● *Dans le cas de l'interaction thermodynamique en général,* il y a à la fois échange de chaleur Q (puisque les systèmes ne sont pas isolés thermiquement) et échange de travail W (puisque les paramètres extérieurs peuvent varier). La variation moyenne d'énergie pour un système est :

$$\boxed{\Delta\bar{E} = W + Q\,.} \qquad (6)$$

Selon le signe de W et de Q on parle de travail ou de chaleur reçu ou absorbé.

Remarque. Nous avons encadré l'équation (6), car elle est très importante : elle nous dit que la chaleur Q et le travail W sont deux formes particulières de l'énergie $\bar{E}$ échangée et que la balance thermodynamique $\Delta\bar{E}$ ne dépend que de l'état initial et de l'état final du système considéré, équation (1). Cette relation a été établie par Joule en 1842, et on l'appelle parfois le *premier principe de la thermodynamique.*

L'interaction thermique.

L'interaction thermique est intéressante à étudier séparément, car elle va nous permettre d'introduire un certain nombre de concepts pour caractériser les systèmes A et A' qui interagissent, concepts dont nous nous servirons fréquemment par la suite.

La fonction Pr (E).

Ce titre de paragraphe est bien mystérieux à première vue. Voici ce qu'il signifie : lorsque deux systèmes A et A' sont en interaction thermique, quelle est la probabilité Pr (E) pour que le système A possède l'énergie E lorsque A et A' sont en équilibre ?

● *Pour répondre à cette question,* considérons le système $B = A + A'$ et appelons E^* (« E étoile ») son énergie totale. Puisque B est un système isolé, E^* est constante ; nous pouvons donc écrire, en appelant E l'énergie du système A et E' celle du système A' :

$$E^* = E + E' = \mathrm{C^{te}}\,. \qquad (1)$$

Nous n'avons rien écrit de très original : l'équation (1) n'est autre que le principe de conservation de l'énergie appliqué au système $B = A + A'$.

Le système B peut présenter un très grand nombre d'états accessibles que nous désignerons par $\boldsymbol{\Omega}_{tot}$ (« tot » pour « total ») et qui est une constante indépendante de l'énergie E du système A. Parmi ces $\boldsymbol{\Omega}_{tot}$ états, il y en a un certain nombre $\boldsymbol{\Omega}_i$ tels que A ait une énergie égale à E. A l'équilibre, chaque état possède la même probabilité $1/\boldsymbol{\Omega}_{tot}$, comme on l'a dit p. 40, donc on peut écrire l'équation (6) de cette page sous la forme :

$$\Pr(E) = \frac{\Omega_i}{\Omega_{tot}}\,. \qquad (2)$$

● *Le nombre* $\boldsymbol{\Omega}_i$, au contraire de $\boldsymbol{\Omega}_{tot}$, n'est pas constant : c'est une fonction de l'énergie E du système A qu'on peut calculer ainsi :

1 - Si A est dans l'état énergétique E, A' est dans l'état correspondant $E' = E^* - E$, d'après (1) ;

2 - il y a $\boldsymbol{\Omega}(E)$ états de niveau E pour le système A et $\boldsymbol{\Omega}'(E')$ états de niveau E' pour le système A' ; donc :

$$\Omega_i = \Omega(E) \times \Omega'(E')\,, \qquad (3)$$

ou, en remplaçant E' par $E^* - E$:

$$\Omega_i = \Omega(E) \times \Omega'(E^* - E)\,. \qquad (4)$$

● *La fonction* Pr (E) s'écrit donc finalement :

$$\Pr(E) = \frac{1}{\Omega_{tot}}\,\Omega(E) \times \Omega'(E')\,, \qquad (5)$$

ou, en posant $1/\boldsymbol{\Omega}_{tot}$ = constante C :

$$\Pr(E) = C\Omega(E)\,\Omega'(E')\,. \qquad (6)$$

C'est le moment ou jamais de nous servir de nos connaissances rudimentaires sur les logarithmes népériens (voir p. 38) et de remplacer le produit des trois nombres C $\boldsymbol{\Omega}(E)$ et $\boldsymbol{\Omega}'(E')$ par la somme de leurs logarithmes. L'équation (6) donne alors la relation logarithmique :

$$\ln \Pr(E) = \ln C + \ln \Omega(E) + \ln \Omega'(E')\,. \qquad (7)$$

Les relations (6) et (7) sont équivalentes et nous fournissent la fonction Pr (E) ; nous allons en tirer un ensemble de conséquences qui constituent la thermodynamique.

● *Un exemple* reposera l'esprit du lecteur. Supposons que le système B soit accessible à 1 000 états (notre exemple est imaginaire ; en fait $\boldsymbol{\Omega}_{tot}$ est de l'ordre de $10^{4\times10^{23}}$), et qu'il existe 30 états du système A qui possèdent l'énergie E et 12 états du système A' qui possèdent l'énergie correspondante $E' = E^* - E$. La probabilité pour que A soit au niveau d'énergie E a pour valeur :

$$\Pr(E) = \frac{1}{1\,000}\,30 \times 12 = \frac{360}{1\,000} = 0{,}36\,; \qquad (8)$$

en passant en logarithmes, on aurait :

$$\ln \Pr(E) = \ln 10^{-3} + \ln 30 + \ln 12\,. \qquad (9)$$

Quelle est la valeur maximale de Pr (E) ?

L'état énergétique E du système A qui nous intéresse est celui qui est le *plus probable*, c'est-à-dire celui pour lequel la fonction Pr (E) est maximale. Appelons E_0 cet état et écrivons, en langage mathématique, que Pr (E_0) est le maximum de la fonction Pr (E).

Auparavant, notons que le logarithme népérien de Pr (E) est maximal lorsque Pr (E) est maximal. Autrement dit, nous pouvons raisonner indifféremment sur Pr (E) et sur ln Pr (E). Comme le calcul logarithmique est plus facile que le calcul sur les valeurs réelles (cela ne vous saute peut-être pas aux yeux, mais c'est un fait), nous allons donc partir de l'équation (7).

En analyse, on enseigne aux collégiens qu'une fonction est maximale lorsque sa dérivée s'annule en changeant de signe. Nous allons donc écrire que l'état E_0 le plus probable pour le système A est l'état qui vérifie la relation :

$$\text{dérivée de } \ln \Pr(E) = 0\,. \qquad (10)$$

Le calcul va nous montrer que cette condition est équivalente à une relation entre deux paramètres β et β' des systèmes A et A', β étant la dérivée de la fonction ln $\boldsymbol{\Omega}(E)$ et β' la dérivée de la fonction ln $\boldsymbol{\Omega}'(E')$, relation qui s'écrit :

$$\beta = \beta'\,. \qquad (11)$$

Pour les lecteurs qui ont quelques notions élémentaires sur le calcul des dérivées, voici comment on établit la relation (11).

1 - Dérivons les deux membres de l'équation (7) par rapport à E, les autres variables étant supposées constantes dans la circonstance (il s'agit donc de dérivées partielles). La dérivée de ln C est nulle (c'est une constante), et il vient :

$$\frac{\partial \ln \Pr(E)}{\partial E} = 0 + \frac{\partial \ln \Omega(E)}{\partial E} + \frac{\partial \ln \Omega'(E')}{\partial E}\,. \qquad (12)$$

2 - Appelons β et β' les termes non nuls du deuxième membre de (12) en tenant compte du fait que la dérivée de ln y est y'/y (dérivée logarithmique) ; il vient, en appelant $\boldsymbol{\Omega}$ et $\boldsymbol{\Omega}'$ les fonctions pour abréger l'écriture :

$$\beta = \frac{\text{dérivée de } \Omega}{\Omega} = \frac{1}{\Omega}\frac{\partial\Omega}{\partial E}\,; \qquad (13)$$

$$\beta' = \frac{\text{dérivée de } \Omega'}{\Omega'} = \frac{1}{\Omega'}\frac{\partial\Omega'}{\partial E'}\,. \qquad (14)$$

3 — Pour que Pr (E) soit maximale, il faut que ln Pr (E) soit maximale, donc que la condition (10) ci-dessus soit vérifiée, soit :

$$\frac{\partial \ln \Pr(E)}{\partial E} = \beta - \beta' = 0 \qquad (15)$$

(on affecte β' du signe « – », car, lorsque E croît, $E' = E^* - E$ décroît et inversement). L'équation (15) s'écrit encore :

$$\beta = \beta'\,. \qquad (16)$$

● *Que signifie le paramètre* β ? La dérivée d'une fonction nous indique quel est le *taux de variation* (la « vitesse ») d'une fonction. Le paramètre β nous indique donc le taux de variation de la fonction ln Pr (E) et, par-delà elle, de la fonction Pr (E). La définition du paramètre β, à l'équation (13), correspond aux dimensions suivantes ($1/\boldsymbol{\Omega}$ et $\partial\boldsymbol{\Omega}$ sont des *nombres* et ne mesurent aucune grandeur physique) :

$$\text{dimension de } \beta = \frac{\text{nombre}}{[\text{énergie}]}\,. \qquad (17)$$

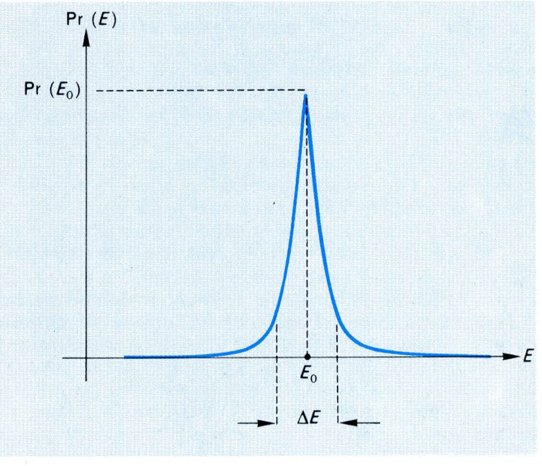
En d'autres termes, β est l'inverse d'une énergie, donc $\beta^{-1} = 1/\beta$ est une énergie et nous pouvons écrire :

$$\frac{1}{\beta} = \beta^{-1} = x \text{ joules}\,. \qquad (18)$$

Comme nous le verrons ci-après, on n'évalue pas $1/\beta$ en joules, mais cela n'a pas encore grande importance.

● *La réponse à la question* posée au début de ce paragraphe est donc la suivante : le système A a une probabilité maximale de se trouver dans un état d'énergie E_0 qui vérifie la relation $\beta = \beta'$.

Sur le graphique ci-dessous, nous avons donné une illustration de cette réponse. La probabilité Pr (E) pour que le système A soit au niveau énergétique E est en général très faible (voisine de zéro) ; elle devient *brutalement* très grande pour $E = E_0$ (la courbe présente un *pic* caractéristique). La fonction $\boldsymbol{\Omega}(E)$ varie en effet très rapidement pour les états macroscopiques, et cela se traduit par une grande valeur de β au voisinage de E_0 (voisinage défini par ΔE sur le graphique).



La probabilité pour que le système A soit au niveau d'énergie E est très faible (quasiment nulle) pour toutes les valeurs de E, sauf pour une valeur remarquable E_0, qui satisfait à la condition $\beta = \beta'$ expliquée dans le texte.

Paramètres caractéristiques d'un système en interaction thermique.

● *La constante de Boltzmann.* Le paramètre $1/\beta = \beta^{-1}$ pourrait fort bien s'exprimer en joules, puisqu'il a les dimensions d'une énergie. Pour des raisons à la fois pratiques et théoriques, on l'exprime

en une unité « k » appelée constante de Boltzmann et que nous avons déjà définie p. 40. Une valeur approchée de k est :

$$k \approx 1{,}38 \times 10^{-23}\ \text{J}\,. \qquad (19)$$

Nous caractériserons donc le système A en disant que son paramètre β^{-1} vaut 1 k, 2 k, 3 k, ... ou, d'une manière générale Tk (on écrit habituellement kT).

● *Température absolue.* Le nombre T d'unités k est appelé *température absolue* ou encore *température thermodynamique* du système considéré. On le mesure en *kelvins* (symbole : K ; du nom de Lord Kelvin, l'un des fondateurs de la thermodynamique). On écrit donc :

$$\frac{1}{\beta} = kT \text{ joules}\,. \qquad (20)$$

Un système dont la température absolue vaut, par exemple, 200 kelvins a un paramètre β tel que :

$$\frac{1}{\beta} = 200\ k \text{ joules}\,. \qquad (21)$$

● *Entropie.* La fonction entropie S d'un système a été définie p. 40 ; elle a pour valeur :

$$S = k \ln \Omega(E)\,, \qquad (22)$$

k étant la constante de Boltzmann. On la mesure en joules par kelvin (J/K) dans le système SI ; elle définit le degré de désordre du système.

— Un cas particulier important est celui d'un système qui absorbe une quantité de chaleur infiniment petite $\mathrm{d}Q$; l'entropie S varie de l'infiniment petit $\mathrm{d}S$:

$$\boxed{\mathrm{d}S = \frac{\mathrm{d}Q}{T}\,.} \qquad (23)$$

Cette relation est parfois appelée *relation fondamentale* de la thermodynamique ou, dans certains cas, *deuxième principe de la thermodynamique* (= *principe de Carnot*). L'entropie a alors pour valeur :

$$S = \int \frac{\mathrm{d}Q}{T} \qquad (24)$$

(le quotient d'une énergie par une température absolue justifie qu'on exprime S en joules par kelvin).

● *Facteur de Boltzmann.* La probabilité pour que l'énergie (ou l'entropie) interne d'un système A ait la valeur E_i *(ou S_i)* est donnée par la relation :

$$\Pr(i) = C\,\mathrm{e}^{-\beta E_i} \quad \text{ou} \quad \Pr(i) = C\,\mathrm{e}^{-\beta S_i}\,, \qquad (25)$$

C étant une constante. L'exponentielle $\mathrm{e}^{-\beta E_i}$ (ou $\mathrm{e}^{-\beta S_i}$) est le *facteur de Boltzmann* du système.

La fonction Pr (i) est appelée *distribution canonique* (voir p. 172).

Température absolue.

Arrêtons-nous un instant sur ce très important paramètre.

● *Thermomètre absolu.* Deux thermomètres a et b en contact avec un système A donnent en général deux températures différentes θ_a et θ_b (voir p. 37), qui dépendent des paramètres thermométriques choisis. Supposons que nous utilisions comme paramètre thermométrique les facteurs β_a et β_b de deux thermomètres a et b et appelons β le paramètre inconnu d'un système A. A l'équilibre, on doit avoir, d'après l'équation (11) ci-dessus :

$$\beta_a = \beta \quad \text{et} \quad \beta_b = \beta\,, \qquad (26)$$

d'où

$$\beta_a = \beta_b\,. \qquad (27)$$

Autrement dit, deux thermomètres quelconques donnent d'un système une même température si on choisit le facteur β comme paramètre thermométrique.

Ce qui est vrai du paramètre β est vrai du paramètre kT, donc du paramètre T. Cela justifie qu'on appelle T la *température absolue* d'un système. Toutefois il ne faut pas oublier que T mesure une quantité d'énergie (T = 1 K signifie $E = k$ joules, etc.).



Ph. © Bavaria-Verlag. T.

Sir William Thomson, Lord Kelvin (1824-1907). Il énonça, après Carnot, le second principe de la thermodynamique et élabora l'échelle des températures qui porte son nom.

● *Les propriétés de la température absolue T* d'un système sont remarquables.

— T est toujours positif (puisque $T = 1/k\beta$ et que β, dérivée de la fonction ln Ω, est toujours positif).

— Pour un système quelconque, kT est approximativement égal à l'énergie moyenne $\bar{E}$ par degré de liberté du système (il y a autant de degrés de liberté que de coordonnées indépendantes pour décrire le système).

— T est une fonction croissante de E.

— Dans une interaction thermique entre deux systèmes A et A', les deux systèmes évoluent de sorte que leur température absolue soit la même, c'est le système qui a la plus grande température absolue qui cède de la chaleur à celui qui a la plus petite température absolue.

— La relation entre l'entropie et la température absolue est donnée par :

$$\frac{1}{T} = \frac{\partial S}{\partial E}\,. \qquad (28)$$

● *Exemples.* La température absolue est une mesure d'énergie ; un kelvin correspond à une énergie $k \approx 1{,}38 \times 10^{-23}$ J, c'est-à-dire à une quantité d'énergie extrêmement petite à notre échelle, et même à l'échelle atomique (de l'ordre du dix millième d'électronvolt). Un système possédant l'énergie E = 1 eV $\approx 1{,}6 \times 10^{-19}$ J aurait une température absolue T égale à :

$$T = \frac{E}{k} \approx 11\,600\ \text{K}\,. \qquad (29)$$

Une molécule gazeuse dans les conditions STC a une énergie cinétique moyenne de 0,025 eV ; d'où :

$$T \approx \frac{0{,}025 \times 1{,}6 \times 10^{-19}}{1{,}38 \times 10^{-23}} \approx 290\ \text{K}\,. \qquad (30)$$

La température nécessaire pour produire une réaction thermonucléaire est de l'ordre de $T = 10^{17}$ K, l'énergie correspondante vaut :

$$E = kT = 1{,}38 \times 10^{-23} \times 10^{17} = 1{,}38 \times 10^{-6}\ \text{J}\,, \qquad (31)$$

soit plus de 8 600 GeV (1 GeV = 10^9 eV).

Il n'y a pas de limite supérieure à la température absolue d'un système qui croît en même temps que son état énergétique E. Par contre, tout système a une énergie minimale possible E_0, qui est celle de son état fondamental, et en dessous de laquelle il ne peut descendre. Lorsque E tend vers E_0, la température absolue T tend vers la valeur minimale T = 0 (« zéro absolu »).

● *Quand la température absolue tend vers* 0, c'est-à-dire quand l'énergie E du système tend vers sa valeur minimale E_0, on montre que l'entropie S du système tend vers une valeur limite S_0 :

$$\boxed{\text{quand } T \to 0, \text{ alors } S \to S_0\,.} \qquad (32)$$

L'étude des systèmes à très basse température a des conséquences pratiques très importantes. En effet, quand S tend vers S_0, l'ordre du système croît, car il ne peut occuper qu'un petit nombre Ω d'états accessibles. Certaines substances possèdent alors des propriétés remarquables. Un métal refroidi au-dessous d'une certaine température (7,2 K dans le cas du plomb) n'offre plus de résistance électrique ; il est dit *supraconducteur.* Certains matériaux deviennent des aimants permanents. De l'hélium liquide s'écoule sans frottement lorsque sa température descend au-dessous de 2,18 K : il est dit *superfluide*, etc. C'est pourquoi la physique des basses températures est une branche particulièrement développée de nos jours, et les spécialistes ont mis au point des méthodes permettant d'approcher le zéro absolu : on atteint, sans grande difficulté, des températures absolues de l'ordre de 0,1 K ; avec des méthodes très sophistiquées, on peut atteindre 10^{-3} et même 10^{-6} K.

Mesures d'énergies macroscopiques.

● *La température absolue* se mesure à l'aide de thermomètres comme le thermomètre à gaz à volume constant décrit p. 37. On démontre en effet (voir ci-dessous la *théorie cinétique des gaz*) que la pression d'un gaz maintenu à volume constant est proportionnelle à sa température absolue T. On prend comme repère la pression $\bar{p}_t$ au *point triple de l'eau* (état où l'eau est en équilibre sous ses trois états solide, liquide et gazeux), l'on pose *par définition* que la température absolue T_t au point triple est égale à :

$$T_t = 273{,}16 \text{ kelvins}\,. \qquad (33)$$

La température T_A d'un système quelconque A est alors mesurée ainsi : on lit la pression $\bar{p}_A$ du gaz d'un thermomètre à volume constant en contact avec A ; la température T_A a pour valeur :

$$T_A = 273{,}16 \times \frac{\bar{p}_A}{\bar{p}_t}\,. \qquad (34)$$

La relation avec l'échelle Celsius (°C) est donnée par :

$$\theta\ {}^\circ\mathrm{C} = T - T_0\,, \qquad (35)$$

avec T_0 = 273,15. De sorte que le point triple de l'eau (la « glace fondante » des anciens manuels scolaires), dont la température absolue est égale à 273,16 K, correspond à la température Celsius :

$$\theta_t = 0{,}01\ {}^\circ\mathrm{C}\,. \qquad (36)$$

● *Mesures d'énergie.* L'énergie interne $\bar{E}$ d'un système n'est jamais connue absolument : on ne mesure que les variations d'énergie $\Delta\bar{E}$ du système, définies par la relation (6) de la page 41 dans le cas général, à savoir :

$$\Delta\bar{E} = W + Q \qquad (37)$$

(on peut omettre le surlignement une fois admis que l'énergie macroscopique est *toujours* une énergie moyenne).

— Pour mesurer W, on dispose de très nombreuses méthodes, qui dépendent du système fournisseur ou absorbeur de travail. Dans les laboratoires, le travail est souvent fourni par la chute d'un poids $P = mg$ d'une hauteur h, chute qui entraîne la rotation d'un petit treuil auquel la masse qui tombe est reliée. Le travail W est alors la différence entre l'énergie potentielle mgh de la masse m au début de l'expérience et son énergie cinétique 1/2 mv^2 en fin d'expérience :

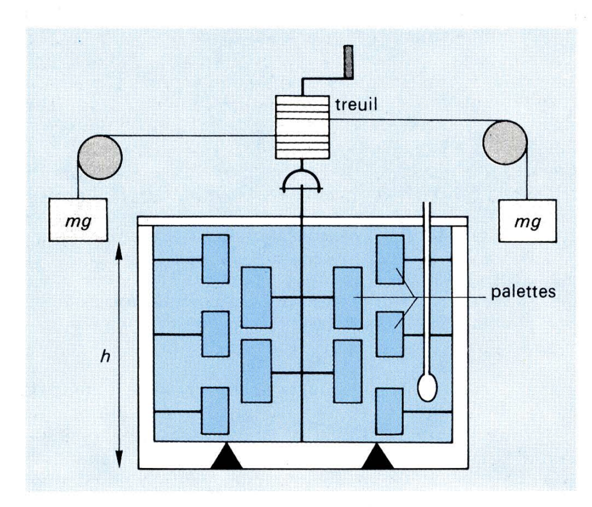
$$W = U - K \qquad (38)$$

(la vitesse v en fin de chute n'est pas strictement égale à $\sqrt{2gh}$, car la masse qui tombe ne tombe pas rigoureusement en chute libre et une partie de l'énergie de chute est en général fournie à un système isolé qu'on veut échauffer). On peut aussi mesurer W à partir de la puissance fournie par un moteur électrique, par une machine à vapeur, etc.

— Pour mesurer Q on se sert d'un appareil appelé *calorimètre*, qui fournit directement la valeur de Q (voir ci-après, *f*). On peut aussi mesurer le travail W fourni au système A étudié par un autre système A' ; si aucun des paramètres extérieurs du système A ne change, l'interaction est thermique et l'on a $W = Q$, le travail W s'étant transformé en chaleur Q. Soulignons encore que la chaleur Q est une forme d'énergie et qu'on la mesure en *joules*, comme un travail

(l'ancienne unité, la *calorie*, valait 4,18 joules environ ; elle n'est plus utilisée que par les marchands de cuisinières à gaz).

Le dispositif de la classique *expérience de Joule* permettant de déterminer la valeur J de l'équivalent en joules de la calorie est décrit sur la figure ci-après.



Expérience de Joule.
Dans cette expérience classique, l'énergie mécanique obtenue par la chute des deux masses** m **d'une hauteur** h, **est transformée partiellement en énergie calorifique** Q **: la chute des deux masses entraîne en effet des palettes, par l'intermédiaire d'un treuil, et le frottement de ces palettes dans l'eau du calorimètre échauffe cette eau.
L'énergie mécanique fournie au système est égale à** 2 mgh. **Elle est transformée :
1° en chaleur** Q **(échauffement de l'eau du calorimètre), soit en** calories, **en appelant** μ **la mesure d'eau échauffée (y compris la « valeur en eau » du récipient), et** t_1 **et** t_2 **les températures initiale et finale :

$$Q = (t_2 - t_1)\ ;$$

2° en énergie cinétique des deux masses en fin de chute :

$$K = 2 \times \frac{1}{2} mv^2 = mv^2\ ;$$

3° en frottements extérieurs** W' **à l'extérieur du calorimètre.
La quantité de chaleur** Q **calories est donc équivalente à l'énergie mécanique** $W = mgh - (mv^2 + W')$ **exprimée en joules. L'équivalent mécanique de la calorie vaut donc :

$$J = \frac{W}{Q} = \frac{mgh - mv^2 + W')}{(t_2 - t_1)} \approx 4{,}18 \text{ joules}.$$

● *Mesures d'entropie.* D'après sa définition microscopique, l'entropie d'un système est le nombre $S = k \ln \Omega$, k étant la constante de Boltzmann et Ω le nombre d'états accessibles du système. Expérimentalement, on ignore Ω, donc on ignore S. En revanche la relation (23) ci-dessus : $dS = dQ/T$, ramène la mesure d'une variation d'entropie à celle d'une température absolue.

En effet, nous expliquons ci-après que la variation dQ d'énergie calorifique d'un système est proportionnelle à la variation dT de la température absolue : $dQ = C\,dT$, C étant un coefficient caractéristique du système appelé sa *capacité thermique.* On peut alors montrer, par l'intermédiaire du calcul intégral, que la différence d'entropie $S_b - S_a$ entre deux états a et b d'un système A a pour valeur :

$$\Delta S = S_b - S_a = C \ln \frac{T_b}{T_a}. \qquad (39)$$

Voici la démonstration de la relation (39). Puisque $dS = dQ/T$, et que $dQ = C\,dT$, on a $dS = C\,dT/T$; donc :

$$S_b - S_a = \int_a^b dS = \int_{T_a}^{T_b} C \frac{dT}{T}. \qquad (40)$$

La capacité thermique C du système est une fonction de la température, mais dont la variation est lente. De sorte que si T_a et T_b sont suffisamment voisins, C peut être considéré comme constant dans l'intervalle $[T_a, T_b]$. D'autre part $1/T$ est la dérivée de la fonction $\ln T$ à une constante près, donc :

$$\Delta S = \int_{T_a}^{T_b} C \frac{dT}{T} = C \ln T_b - C \ln T_a = C \ln \frac{T_b}{T_a}. \qquad (41)$$

Notion de capacité thermique.

● *On appelle capacité thermique* d'un système le rapport :

$$C = \frac{dQ}{dT}. \qquad (42)$$

Cette grandeur, qui dépend des paramètres d'état du système (température, pression, etc.) indique la quantité de chaleur Q nécessaire pour élever de 1 kelvin la température absolue du système. Elle s'exprime donc en joules par kelvin (J/K). La grandeur C dépend de la nature de la substance constituant le système et de la masse m de cette substance.

● *La capacité thermique massique* (ou « chaleur massique » ; autrefois on disait « chaleur spécifique », expression maintenant rejetée) d'un système est le quotient :

$$c = \frac{C}{m} = \frac{1}{m}\frac{dQ}{dT} \qquad (43)$$

de la capacité thermique C du système par sa masse m. C'est une grandeur plus commode à utiliser que la précédente ; elle s'exprime en joules par kilogramme-kelvin (J/kg.K). Dire qu'une substance a une chaleur massique c, cela signifie qu'un apport dQ de chaleur élève de $c dT$ la température d'une unité de masse (1 kg dans le système SI) de cette substance.

Dans la pratique, on utilise la *chaleur massique moyenne* $\bar{c}$ (ou c, sans surlignement, s'il n'y a pas d'ambiguïté possible) dans l'intervalle de température $[T_1, T_2]$: c'est la quantité de chaleur nécessaire pour élever de 1 kelvin un kilogramme de la substance considérée dans l'intervalle de température défini. Comme l'échelle Celsius est liée à l'échelle Kelvin par la relation $\theta\,°C = T - 273{,}15$, on peut dire aussi, pour les besoins de la pratique, que la chaleur massique moyenne est la quantité de chaleur nécessaire à élever de 1 °C une masse de 1 kg de la substance considérée dans l'intervalle $[\theta_1, \theta_2]$.

Il faut bien noter que la chaleur massique d'une substance dépend de la zone de température dans laquelle on l'étudie ; si le système considéré est gazeux, il faut tenir compte, en conséquence, de la pression et du volume gazeux (voir ci-après). Nous avons donné, pp. 171-172, les valeurs de la chaleur massique et de la chaleur massique moyenne pour quelques corps gazeux, liquides et solides, avec quelques détails supplémentaires pour la chaleur massique de l'eau. En ce qui concerne cette dernière substance, qui sert très souvent de point de repère, voici deux remarques quantitatives.

1 - A 0°C ($T = 273{,}15$ K), on a $\bar{c} = 4{,}217\,4$ J/kg.K : c'est la valeur maximale de la chaleur massique de l'eau ; la valeur minimale $\bar{c}$ est atteinte pour $\theta = 35$ °C ($T = 308{,}5$ K) : $\bar{c} = 4{,}177\,9$ J/kg.K.

2 - La chaleur massique moyenne entre 0° et 10 °C (c'est-à-dire entre 273,15 K et 283,15 K) vaut $\bar{c} = 4{,}204\,1$ J/kg.K ; entre 10 °C et 20 °C, elle vaut $\bar{c} = 4{,}186\,45$ J/kg.K.

● *On appelle capacité thermique molaire* (1 mole = N_A molécules, N_A étant le nombre d'Avogadro) d'une substance le quotient :

$$c_n = \frac{C}{n} = \frac{1}{n}\frac{dQ}{dT}, \qquad (44)$$

n désignant le nombre de moles dans la quantité de matière considérée.

● *Exemple.* Soit un bloc d'aluminium de masse $m = 3$ kg, dont la température absolue passe de $T_a = 295$ K à $T_b = 395$ K entre les états a et b. La chaleur massique de l'aluminium entre 293 et 393 kelvins est constante et égale à :

$$c \approx 888 \text{ J/kg.K}, \qquad (45)$$

comme nous l'enseigne le tableau de la p. 171. Donc la capacité thermique du système est $C = mc$.

Le bloc d'aluminium est échauffé de :

$$\Delta Q = mc(T_b - T_a) = 3 \times 888 \times 100 = 266\,400 \text{ J}. \qquad (46)$$

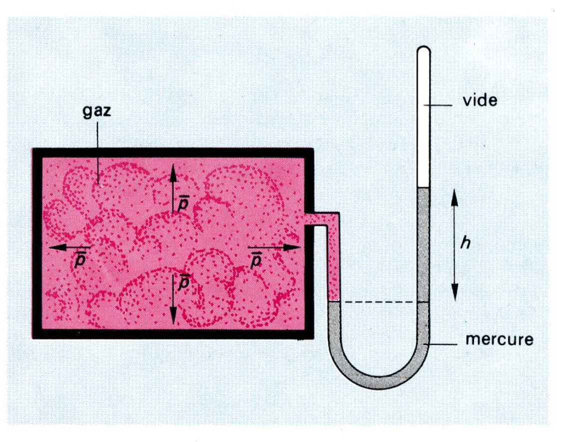
L'entropie S du système varie de :

$$\Delta S = C \ln \frac{T_b}{T_b} = 3 \times 888 \times \ln \frac{395}{295} \approx 777 \text{ J/K}. \qquad (47)$$

La théorie cinétique des gaz.

Généralités.

La notion de *gaz parfait* a été définie p. 34 : c'est un gaz dans lequel les molécules sont suffisamment indépendantes les unes des autres pour que leurs interactions soient négligeables en comparaison de leur énergie cinétique. Un gaz ordinaire dilué est une bonne approximation d'un gaz parfait. Le but de notre étude est de déterminer la relation $f(\bar{p}, V, T)$ qui existe entre les paramètres $\bar{p}$ (pression moyenne), V (volume) et T (température absolue) d'un système gazeux. Cette relation a été établie expérimentalement par les physiciens du début du XIXe siècle ; nous allons la découvrir à partir de la méthode statistique. Auparavant, nous allons définir quelques grandeurs moléculaires et les notions de libre parcours moyen et de section efficace.



Mesure de la pression moyenne d'un gaz.
L'enceinte contenant le gaz est en relation avec un manomètre (tube en U contenant du mercure) : la hauteur** h **de la dénivellation entre les deux niveaux du mercure mesure la pression moyenne** $\bar{p}$ **du gaz sur les parois de l'enceinte.

● *Grandeurs moléculaires.*

— Un gaz est composé de molécules, toutes identiques et neutres électriquement dans les conditions normales. Selon le nombre d'atomes contenus dans la molécule, le gaz est dit monoatomique (1 atome par molécule), diatomique (2 atomes par molécule), triatomique (3 atomes par molécule), etc. Voici quelques exemples :

1 - les *gaz nobles* (néon, argon, krypton, xénon, radon) sont monoatomiques ;

2 - l'hydrogène, l'oxygène, l'azote, le chlore sont des gaz diatomiques ; d'où la formule de leur molécule respective : H_2, O_2, N_2, Cl_2 ; des composés gazeux comme l'acide chlorhydrique sont aussi diatomiques (formule : HCl).

3 - les composés gazeux sont en général polyatomiques : l'eau à l'état de vapeur est triatomique (H_2O = 2 atomes d'hydrogène et 1 atome d'oxygène) ; le méthane est pentatomique (1 atome de carbone et 4 atomes d'hydrogène, d'où la formule CH_4) ; etc.

— Les molécules sont des objets extrêmement petits (leur masse est de l'ordre de 10^{-27} kg) ; il convient donc, pour les mesurer, d'employer des unités appropriées.

1 - L'*unité de masse atomique unifiée,* dont le symbole est u, a pour valeur :

$$1 \text{ u} = 1{,}660\,565\,5 \times 10^{-27} \text{ kg}. \qquad (1)$$

2 - La *masse atomique relative* d'un élément est la masse moyenne $\overline{m}_a$ d'un atome de cet élément exprimée en unités de masse atomique ; on la désigne par A_r. C'est un nombre sans dimension, puisqu'il représente le rapport $\overline{m}_a$/u de deux masses. Par exemple, pour le chlore (symbole : Cl) : $A_r(\text{Cl}) = 35{,}453$.

3 - La *masse moléculaire relative* d'un corps est la masse moyenne d'une molécule de ce corps exprimée en unités de masse atomique u ; on la désigne par M_r. C'est aussi un nombre sans dimension. Par exemple, la masse moléculaire relative du gaz « chlore » (Cl_2) est :

$$M_r(\text{Cl}_2) = 35{,}453 \times 2 = 70{,}906. \qquad (2)$$

4 – Le *nombre d'Avogadro*, désigné par N_A et que nous avons déjà utilisé à plusieurs reprises, est le nombre d'atomes de masse u dont la masse totale est égale à 1 g (10^{-3} kg). On a donc :

$$N_A = \frac{10^{-3}}{u} = 6{,}022\,045 \times 10^{23}\,. \qquad (3)$$

5 - La *quantité de matière* n est le rapport N/N_A du nombre de molécules du système au nombre d'Avogadro ; c'est aussi ce qu'on appelle le *nombre de moles* du système. Une mole est donc un ensemble de N_A molécules (ou de N_A atomes s'il s'agit d'un système d'atomes ou de molécules monoatomiques). La mole est une unité de quantité de matière ; son symbole est « mol ».

On peut écrire indifféremment :

— ce volume gazeux contient n moles de gaz ;

— la quantité de matière de ce volume gazeux est égale à n mol.

6 - La *masse molaire* M d'un système de masse au repos m est le quotient m/n ; c'est la masse d'une mole du système et on l'exprime en kilogrammes par mole (kg/mol). Si M_r est la masse moléculaire relative du corps considéré, on a :

$$M = M_r \text{ g/mol} = M_r \times 10^{-3} \text{ kg/mol}\,. \qquad (4)$$

7 - Le *volume molaire* V_m d'un système de volume V est le quotient V/n. Si le système est un gaz parfait dans les conditions STC (à 0 °C sous une pression égale à 101 325 pascals), V_m a la valeur V_0 caractéristique :

$$V_0 = 0{,}022\,413\,83 \text{ m}^3/\text{mol}\,, \qquad (5)$$

soit environ 22,4 litres par mole.

— On appelle *libre parcours moyen* d'une molécule la distance moyenne l que cette molécule parcourt avant d'entrer en collision avec une autre molécule.

— Pour étudier les collisions moléculaires, il est commode d'assimiler une molécule à une sphère de rayon a. Dès lors, il est clair qu'une molécule M entrera en collision avec une molécule M' si le centre de celle-ci se trouve à l'intérieur d'un volume cylindrique dont la base est un cercle de rayon 2 a (voir figure ci-dessous). La surface de ce cercle :

$$\sigma = 4\,\pi a^2 \qquad (6)$$

est appelée *section efficace* pour les collisions molécule-molécule.

— Supposons que le système soit constitué de N molécules occupant le volume V. On montre, par un raisonnement géométrique simple, que le libre parcours moyen l est égal à :

$$l \approx \frac{V}{N\sigma}\,; \qquad (7)$$

ou, en posant $N/V = \nu$ (nombre de molécules par unité de volume) :

$$l \approx \frac{1}{\nu\sigma}\,. \qquad (8)$$

— Cette relation (8) permet d'estimer l. Prenons le cas de l'azote dans les conditions STC. Nous savons, d'après (5), que le volume $V_0 \approx 0{,}022\,4$ m³ contient N_A molécules, d'où la valeur de ν :

$$\nu = \frac{N_A}{V_0} = \frac{6{,}02 \times 10^{23}}{0{,}022\,4} \approx 268 \times 10^{23} \text{ molécules/m}^3\,. \qquad (9)$$

Le rayon de la molécule d'azote a pour valeur :

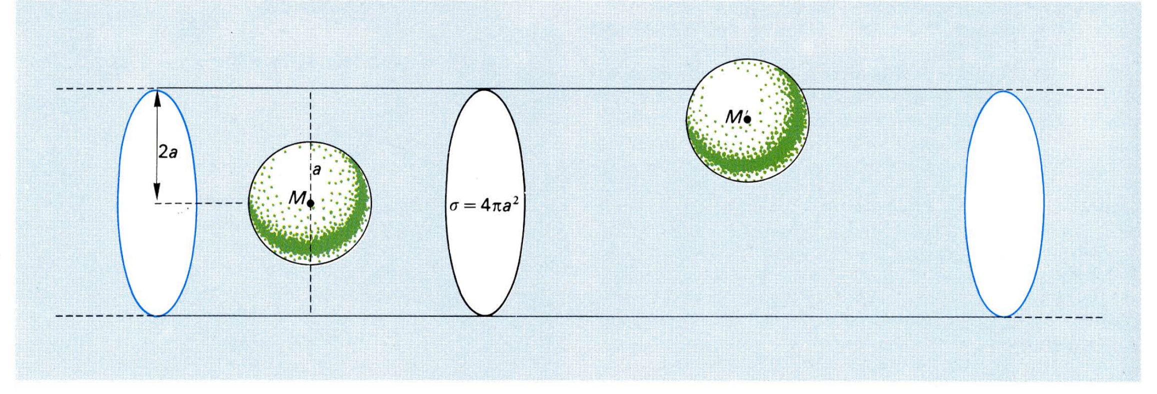
$$a \approx 1{,}6 \text{ Å} = 1{,}6 \times 10^{-10} \text{ m}\,, \qquad (10)$$

d'où, pour la section efficace de l'azote :

$$\sigma = 4\,\pi a^2 \approx 32 \times 10^{-20} \text{ m}^2\,, \qquad (11)$$

et le libre parcours moyen a pour valeur :

$$l \approx \frac{1}{268 \times 32 \times 10^3} = 1{,}16 \times 10^{-7} \text{ m}\,. \qquad (12)$$



Section efficace.
La molécule M se dirige vers la molécule M′ stationnaire avec la vitesse $\vec{v}$. Elle heurtera celle-ci à la condition que le centre M′ de la molécule stationnaire soit à l'intérieur du volume cylindrique de surface de base $\sigma = 4\,\pi a^2$.

En d'autres termes, le rayon de la molécule est de l'ordre de l'angström et le libre parcours moyen est de l'ordre de 10^3 Å, soit 1 000 fois plus grand.

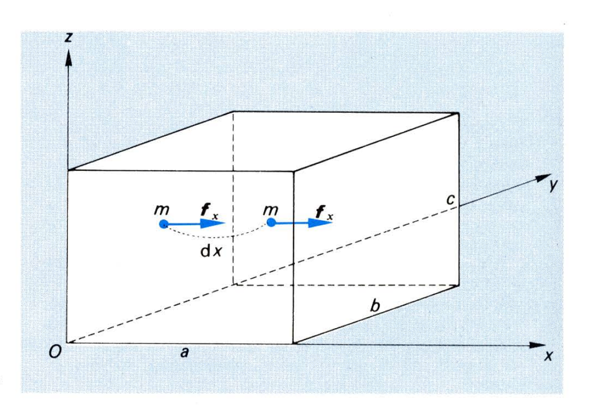
Équation d'état d'un gaz parfait.

● *La méthode que nous allons employer* pour déterminer l'équation d'état d'un système gazeux contenant N molécules est la suivante :

1 - nous déterminerons d'abord l'énergie moyenne $\bar{\varepsilon}$ d'une molécule quelconque et la force moyenne $\boldsymbol{f}$ qu'elle exerce sur une des parois du récipient que nous supposerons parallélépipédique (une boîte d'allumettes est un parallélépipède), d'arêtes a, b et c ;

2 - les produits $N\bar{\varepsilon}$ et $N\bar{\boldsymbol{f}}$ nous donneront respectivement l'énergie moyenne $\bar{E}$ et la force moyenne $\bar{\boldsymbol{F}}$ exercée sur une des parois du récipient par le volume gazeux $V = abc$, ce qui nous fournira l'équation d'état du système.

● *Que se passe-t-il pour une molécule ?* Raisonnons sur un gaz *monoatomique* (un atome par molécule) ; nous introduirons plus loin une correction pour les gaz polyatomiques. On démontre que la pression moyenne $\bar{\Pi}$ exercée par la composante f_x de la force $\boldsymbol{f}$ sur la surface bc, à laquelle elle est perpendiculaire, a pour valeur $\bar{\Pi} = f_x/bc$.



Un volume V de gaz est contenu dans l'enceinte d'arêtes (a, b, c), parallèles aux axes Ox, Oy et Oz. La pression exercée sur la face bc par une molécule quand elle se déplace de la longueur dx parallèlement à l'axe Ox est égale à $\bar{\Pi} = \frac{f_x}{bc}$.

— L'énergie cinétique ε d'une molécule dans un état quelconque i a la valeur ε_i ; le nombre ε_i est calculé selon les règles de la physique quantique, que nous ne pouvons exposer ici. La probabilité Pr (i) pour que la molécule possède l'énergie ε_i est fournie par la *distribution canonique* donnée dans l'équation (25) de la page 42. L'énergie moyenne $\bar{\varepsilon}$ de la molécule est donc la somme des produits Pr (i) ε_i, pour tous les états i du système. Le lecteur nous fera sans doute confiance en admettant le résultat :

$$\bar{\varepsilon} = \frac{3}{2} kT\,, \qquad (13)$$

k étant la constante de Boltzmann. Soulignons que ce résultat est obtenu par un *calcul* (assez compliqué et fastidieux, résumé pp. 172-173) et non par une expérience.

— Appelons f_x l'intensité de la force exercée par la molécule sur une paroi du récipient ; f_x est dirigée selon l'axe des x et exerce son action sur la paroi de surface bc à laquelle Ox est perpendiculaire (voir figure ci-après).

Si la molécule se déplace de la distance dx, elle accomplit le travail f_x dx, et son énergie cinétique ε diminue de la quantité dε, soit :

$$f_x\, dx = -\, d\varepsilon \qquad (14)$$

et, pour les valeurs moyennes :

$$\bar{f}_x\, dx = -\, d\bar{\varepsilon}\,, \qquad (15)$$

d'où :

$$\bar{f}_x = -\frac{d\bar{\varepsilon}}{dx}\,. \qquad (16)$$

— La pression moyenne $\bar{\Pi}$ exercée par la force $\bar{f}_x$ sur la surface bc est alors égale à :

$$\bar{\Pi} = \frac{\bar{f}_x}{bc}\,. \qquad (17)$$

● *Que se passe-t-il pour N molécules ?*

— L'énergie moyenne d'un gaz monoatomique est $\bar{E} = N\bar{\varepsilon}$, soit, d'après (13) :

$$\bar{E} = \frac{3}{2} NkT\,. \qquad (18)$$

— La force moyenne $\bar{F}_x$ qui s'exerce sur la surface bc a pour valeur :

$$\bar{F}_x = N\bar{f}_x = \frac{NkT}{a} \qquad (19)$$

(ce résultat est obtenu par un calcul que nous n'infligerons pas à nos lecteurs).

— La pression moyenne $\bar{p}$ exercée sur la surface bc a donc pour valeur :

$$\bar{p} = \frac{\bar{F}_x}{bc} = \frac{NkT}{abc}\,, \qquad (20)$$

mais le produit abc est précisément le volume V du gaz considéré, donc :

$$\bar{p} = \frac{NkT}{V}\,, \qquad (21)$$

relation qui s'écrit encore :

$$\bar{p}V = NkT \qquad (22)$$

L'équation (22) est l'*équation d'état* du gaz parfait considéré.

• *Remarques.*

1 - Pour un gaz polyatomique, le calcul montre que l'énergie moyenne d'une molécule est donnée par :

$$\bar{\varepsilon} = \frac{3}{2} kT + \varepsilon', \qquad (23)$$

le facteur correctif ε' étant une fonction de T.

2 - La relation (18) montre que l'énergie moyenne $\bar{E}$ d'un gaz parfait ne dépend que de sa température T : elle est indépendante des dimensions du récipient. Cette propriété est vraie pour tous les gaz, mono- ou polyatomiques, puisque le facteur correctif ε' de l'équation (23) ne dépend que de T.

3 - La pression moyenne $\bar{p}$ obtenue à l'équation (21) est la même sur toutes les faces du parallélépipède. En effet, la force $\boldsymbol{F}_y$ qui s'exerce sur la surface ac a pour valeur moyenne :

$$\bar{F}_y = \frac{NkT}{b}, \qquad (24)$$

d'où :

$$\bar{p} = \frac{NkT}{abc} = \frac{NkT}{V}. \qquad (25)$$

Il en est de même pour $\bar{F}_z$. D'où la loi bien connue expérimentalement des collégiens : la pression moyenne exercée par un gaz parfait est la même sur toutes les parois du récipient (c'est cette loi qui a été appliquée dans l'expérience du paragraphe **C**, *a*, pour mesurer $\bar{p}$).

• *Autre forme de l'équation d'état.* Pour relier l'équation (22) à l'expérience, il faut connaître N. Expérimentalement, on peut mesurer le nombre n de moles gazeuses du système (voir paragraphe **C**, *a*), d'où $N = nN_A$, en appelant N_A le nombre d'Avogadro. L'équation d'état peut alors s'écrire :

$$\bar{p}V = nRT, \qquad (26)$$

en posant $R = kN_A$. La constante R est appelée *constante des gaz parfaits* ; dans le système SI elle vaut :

$$R = 8{,}314\,41 \text{ J/mol.K}. \qquad (27)$$

A température constante le produit nRT est constant, et l'équation d'état s'écrit sous la forme particulière :

$$\bar{p}V = C^{te}, \qquad (28)$$

connue sous le nom de *loi de Boyle-Mariotte* (elle a été établie au XVII[e] siècle par ces deux physiciens, d'une manière expérimentale).

• *La méthode maxwellienne* qui permet d'obtenir l'équation d'état ne part pas du calcul quantique de ε_i évoqué plus haut, mais de la valeur la plus probable v de la vitesse d'une molécule : c'est une méthode statistique non quantique. Maxwell a supposé que les vitesses v des N molécules étaient distribuées statistiquement selon une fonction Pr (v) qu'on appelle *distribution des vitesses de Maxwell* et qui est un cas particulier de la distribution canonique définie ci-dessus, p. 42. La vitesse la plus probable d'une molécule de masse m est alors donnée par :

$$v_0 = \sqrt{\frac{2kT}{m}}. \qquad (29)$$

On peut ainsi calculer l'énergie cinétique la plus probable ε_0 d'une molécule et retrouver l'équation d'état.

Capacité thermique d'un gaz.

• *La capacité thermique molaire* d'un gaz contenant n moles de masse M est $C_m = \frac{C}{n}$. Il y a lieu de distinguer la *capacité thermique molaire à volume constant* C_v et la *capacité thermique molaire à pression constante* C_p, auxquelles correspondent les chaleurs massiques à volume constant et à pression constante c_v et c_p. On a, par sa définition :

$$C_v = Mc_v\,; \quad C_p = Mc_p. \qquad (30)$$

Si l'on fait $N = N_A$ dans la relation (18), on obtient :

$$\bar{E} = \frac{3}{2} kN_A T = \frac{3}{2} RT. \qquad (31)$$

A volume constant, toute variation d'énergie se traduit par une variation de la chaleur échangée, donc $\partial\bar{E} = \partial Q$ et :

$$C_v = \frac{\partial Q}{\partial T} = \frac{\partial E}{\partial T} = \frac{3}{2} R. \qquad (32)$$

A pression constante, on a $\partial Q = \partial(E + pV)$, soit, en posant $H = E + pV$,

$$C_p = \frac{\partial Q}{\partial T} = \frac{\partial H}{\partial T}. \qquad (33)$$

• *Loi de Mayer.* On démontre aussi la relation suivante, connue sous le nom de *loi de Mayer*

$$C_p - C_v = M(c_p - c_v) = R \qquad (34)$$

pour un gaz monoatomique.

On pose souvent :

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{c_p}{c_v}, \qquad (35)$$

ce qui permet d'écrire (34) sous la forme :

$$C_v(\gamma - 1) = R. \qquad (36)$$

Interaction thermodynamique en général.

Généralités.

Lorsque deux systèmes A et A' interagissent et qu'un ou plusieurs paramètres extérieurs varient, il ne s'agit plus d'une interaction thermique, mais d'une interaction thermodynamique en général. En d'autres termes, les deux systèmes échangent alors de l'énergie sous forme de chaleur et d'une énergie autre que la chaleur.

Si nous utilisons à nouveau l'objet thermodynamique type de la page 38, il faut le concevoir avec un piston mobile et bon conducteur de la chaleur. Si la température du système A augmente, le volume V de gaz se dilate et cette dilatation produit un déplacement du piston, de sorte que le volume V' du système A' diminue ; en outre une partie de la chaleur du système A est transférée au système A' par le piston. C'est ce qui se passe dans un *moteur thermique,* comme la machine à vapeur ou le moteur à explosion, dont le fonctionnement est régi par les lois de la thermodynamique. Cela dit, notons que, lorsque ces lois furent établies, il y avait belle lurette que des techniciens de génie, comme Watt, avaient construit des machines à vapeur en état de marche.

Comment allons-nous procéder pour étudier l'interaction thermodynamique générale ? En appliquant, tout simplement, les principes statistiques généraux énoncés p. 38, c'est-à-dire en calculant le nombre d'états Ω dans lequel se trouve le système considéré, états correspondant à un intervalle d'énergies comprises entre E et $E + \delta E$. Cependant, alors que dans le cas de l'interaction thermique Ω était uniquement une fonction de E, et que nous pouvions l'écrire sous la forme $\Omega(E)$, ici, ce nombre va être fonction de E et du ou des paramètres extérieurs qui varient. Pour simplifier les choses, admettons qu'il n'y ait qu'un paramètre extérieur x variable. Nous écrirons Ω comme la fonction de deux variables $\Omega(E, x)$.

Résultats fondamentaux.

Pour éviter à certains lecteurs les ennuis d'un calcul différentiel en apparence rébarbatif (en apparence seulement), nous allons énoncer les résultats fondamentaux relatifs à l'interaction thermodynamique en général dans deux cas : lorsque les systèmes A et A' qui interagissent forment un système isolé résultant B à l'équilibre et lorsque la transformation qui fait passer un système A de l'état a à l'état b est *quasistatique* (terme défini plus bas). Voir les calculs p. 173.

• *Conditions d'équilibre.* Soit donc deux systèmes A et A', que nous supposerons gazeux ; soit V et V' leurs volumes, $\bar{p}$ et $\bar{p}'$ les pressions moyennes qu'ils exercent sur les parois du récipient qui les contient et x le paramètre extérieur qui varie au cours de l'interaction (un cas important est celui où x = volume du récipient, ou, ce qui revient au même : x = une dimension du récipient).

On démontre qu'à l'équilibre on doit avoir :

$$\begin{cases} \beta = \beta'\,; \\ \bar{p} = \bar{p}'. \end{cases} \qquad (1)$$

L'égalité $\beta = \beta'$ est équivalente à $T = T'$, puisque $\beta = 1/kT$. On peut donc traduire (1) en disant : à l'équilibre, état vers lequel tend spontanément l'ensemble B des deux systèmes, la température et la pression des systèmes A et A' sont égales.

• *Transformation quasistatique.* Une transformation est dite *quasistatique* lorsqu'elle est suffisamment lente pour que le système étudié puisse être considéré à chaque instant comme infiniment proche de l'état d'équilibre.

On montre alors que la variation dS de l'entropie du système s'écrit sous la forme :

$$\boxed{\mathrm{d}S = \frac{\mathrm{d}Q}{T},} \qquad (2)$$

c'est-à-dire comme dans le cas d'une simple interaction thermique, voir p. 41, équation (23) ; nous avons dit alors que cette relation était appelée *relation fondamentale de la thermodynamique* ou *principe de Carnot* dans certains cas particuliers).

Commentons rapidement l'équation (2).

— Si le système est isolé thermiquement, dQ = 0, donc dS = 0 : l'entropie ne varie pas. Or nous avons déjà expliqué qu'un système en équilibre voyait son entropie, c'est-à-dire son état de désordre, croître spontanément. Si dS = 0, cela signifie que l'ordre est maintenu : tout se passe comme si, à chaque instant, la variation du paramètre x opérait une remise en ordre du système.

— La relation (2) s'écrit aussi :

$$T\,\mathrm{d}S = \mathrm{d}Q. \qquad (3)$$

Mais, d'autre part, le principe de conservation de l'énergie s'écrit :

$$\mathrm{d}\bar{E} = \mathrm{d}Q + \mathrm{d}W; \qquad (4)$$

donc (3) peut aussi s'écrire :

$$T\,\mathrm{d}S = \mathrm{d}\bar{E} - \mathrm{d}W, \qquad (5)$$

dW étant la variation d'énergie non thermique du système. Dans le cas où le paramètre extérieur qui varie est le volume V du gaz, le travail des forces de pression est dW = $-\bar{p}$ dV, et l'équation (5) devient :

$$T\,\mathrm{d}S = \mathrm{d}\bar{E} + \bar{p}\,\mathrm{d}V = \mathrm{d}Q. \qquad (6)$$

— L'application de la relation fondamentale (2) aux gaz parfaits conduirait à l'équation :

$$T^{c_v/R}\, V = C^{te}. \qquad (7)$$

Conclusion.

Nous pouvons maintenant résumer les lois générales de la thermodynamique, qui ont été rencontrées au cours de cet exposé théorique. Nous les présentons dans un ordre « déductif », à partir de la fonction Ω qui désigne le nombre des états accessibles d'un système.

Un système, isolé ou en interaction avec un autre système, possède Ω états accessibles. La fonction Ω dépend de l'énergie E du système et de ses paramètres extérieurs ; lorsque ceux-ci restent constants, elle ne dépend que de l'énergie E.

1 - On peut caractériser l'état d'un système par son *entropie S* définie par :

$$\boxed{S = k \ln \Omega,} \qquad (1)$$

k étant la constante de Boltzmann. Cette fonction a été introduite pp. 41-42.

2 - La probabilité Pr (i) pour que l'entropie d'un système macroscopique ait la valeur S_i est donnée par la *distribution canonique* :

$$\boxed{\Pr(i) = C\,\mathrm{e}^{S_i/k}} \qquad (2)$$

(C = constante ; k = constante de Boltzmann).

3 - Quand un système est en équilibre, tous les états i sont équiprobables ; s'il y a Ω_i états on a donc, à l'équilibre :

$$\boxed{\Pr(i) = \frac{\Omega_i}{\Omega}.} \qquad (3)$$

4 - Quand, au cours d'une transformation quasistatique, un système absorbe une quantité infinitésimale dQ d'énergie calorifique, son entropie varie de la quantité dS telle que :

$$dS = \frac{dQ}{T}, \quad (4)$$

T étant la température d'équilibre du macroétat lorsqu'il absorbe la quantité de chaleur dQ.

Cette loi est appelée *relation fondamentale de la thermodynamique* ou *deuxième principe de la thermodynamique.* Il peut être énoncé sour la forme suivante :

Quand un système thermiquement isolé passe d'un macroétat à un autre, l'entropie tend à augmenter, soit :

$$\Delta S \geqslant 0. \quad (4 \text{ bis})$$

5 - Quand la température absolue du système tend vers zéro, l'entropie tend vers une valeur limite S_0 indépendante du système :

$$T \to 0, \quad S \to S_0. \quad (5)$$

6 - L'énergie interne $\bar{E}$ d'un système isolé reste constante, conformément au principe de conservation de l'énergie. Si le système passe d'un macroétat à un autre, son énergie interne varie de la quantité $\Delta\bar{E}$ qui peut être mise sous la forme :

$$\Delta\bar{E} = W + Q. \quad (6)$$

L'énergie W est appelée *travail reçu* par le système et l'énergie Q est appelée *chaleur absorbée* par le système. Ces grandeurs peuvent être positives ou négatives (si le système *reçoit* un travail W négatif, cela signifie qu'il *fournit* un travail W positif par exemple).

Pour des variations infinitésimales la loi (6) s'écrit sous la forme :

$$d\bar{E} = dW + dQ. \quad (6 \text{ bis})$$

La loi n° 6 est appelée *premier principe de la thermodynamique* ou *principe de l'équivalence.*

Quand il y a interaction entre deux systèmes A et A', l'énergie de chaque système varie de $\Delta\bar{E}$ et de $\Delta\bar{E}'$. Si les paramètres extérieurs d'un système ne varient pas, $dW = 0$ (ou $W = 0$), et l'interaction est dite *thermique* : seule est échangée la quantité de chaleur dQ (ou Q). Sinon elle est dite *thermodynamique générale.*

CONSÉQUENCES DES LOIS DE LA THERMODYNAMIQUE.

Équilibre des systèmes.

Cas d'un système isolé.

Soit un système isolé qui peut être décrit macroscopiquement par un paramètre y (ou par un ensemble de paramètres analogues à y). Nous appelons encore $\Omega(y)$ le nombre d'états accessibles du système pour lesquels la valeur du paramètre est comprise entre y et $y + \delta y$. A l'équilibre, tous les états sont équiprobables, et cette probabilité a pour valeur :

$$\Pr(y) = C\Omega(y), \quad (1)$$

C étant une constante de proportionnalité. En utilisant la loi n° 2 ci-dessus, on peut écrire cette équation en fonction de la valeur S_y que prend l'entropie du système lorsque le paramètre a la valeur y, soit :

$$\Pr(y) = C\, e^{S_y/k}. \quad (2)$$

Appelons y_0 la valeur du paramètre pour un état de base (qui peut être défini par convention) du système ; $\Pr(y_0)$ la probabilité correspondante et S_{y_0} l'entropie correspondante. On doit avoir :

$$\Pr(y_0) = C\, e^{S_{y_0}/k}, \quad (3)$$

et, en divisant membre à membre les équations (2) et (3), pour éliminer C :

$$\frac{\Pr(y)}{\Pr(y_0)} = \frac{e^{S_y/k}}{e^{S_{y_0}/k}}. \quad (4)$$

Posons par définition $\Pr(y_0) = P_0$; l'équation (4) devient :

$$\Pr(y) = P_0\, e^{\frac{1}{k}(S_y - S_{y_0})} = P_0\, e^{\Delta S/k}, \quad (5)$$

en appelant ΔS la variation d'entropie $S_y - S_{y_0}$.

La valeur la plus probable y^* du paramètre est celle pour laquelle $\Pr(y)$ est maximale, c'est-à-dire celle pour laquelle ΔS est maximale, donc S maximale. A l'équilibre, le/les paramètres sont tels que l'entropie S du système est maximale. C'est là une conséquence importante, comme on le voit, des lois de la thermodynamique : un système en équilibre tend à être dans son état de désordre maximal.

Équilibre métastable.

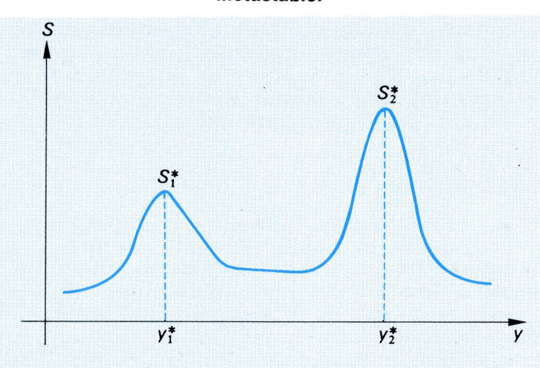
Il peut se trouver que la fonction entropie admette deux maximums : l'un pour la valeur y_1^* et l'autre pour la valeur y_2^* du paramètre ($y_2^* > y_1^*$). *Dans ce cas, deux situations d'équilibre sont possibles* :

— ou bien $y = y_1^*$, et le système reste dans cet état, dit *état stable* ;

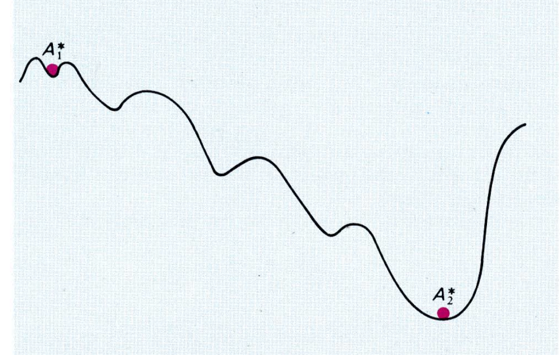
— ou bien $y = y_2^*$; dans ce cas le système est encore en équilibre, donc il cesse d'évoluer et n'atteint pas le stade y_2^* (pour l'atteindre, il devrait pouvoir passer spontanément par les états intermédiaires entre y_1^* et y_2^*, mais la probabilité de ces états est très faible — quasi nulle — tout comme leur entropie) ; toutefois, par une intervention extérieure, on peut provoquer ce passage : le système atteindra alors l'état stable y_2^*. L'état d'équilibre y_1^* est appelé *état métastable.*

Sur la figure ci-après, on a donné une analogie mécanique de la métastabilité.

État métastable.
I — Variation (arbitraire) de l'entropie d'un système en fonction d'un paramètre y. S est maximale pour deux valeurs y_1^* et y_2^* du paramètre considéré. L'état le plus probable est celui pour lequel $y = y_2^*$, c'est l'état stable. Mais, si le système se trouve dans l'état correspondant à $y = y_1^*$, il reste en équilibre et n'atteint la situation $y = y_2^*$ que s'il y a intervention extérieure : l'état y_1^* est alors dit métastable.
II — Analogie mécanique. La bille A roule sur des « montagnes russes ». Sa position d'équilibre la plus probable est la position A_2^*. Toutefois, si elle se trouve en A_1^*, dans une petite cuvette, elle y restera et n'atteindra A_2^* que sur intervention extérieure. A_2^* est l'image de l'état stable, et A_1^* celle de l'état métastable.



I — L'état S_1^* est métastable ; l'état S_2^* est stable.



II — L'état A_1^* est « métastable » : il faut une intervention extérieure (une pichenette par exemple) pour que la bille atteigne l'état stable A_2^*.

Cas d'un système en contact avec une source de chaleur.

● *Considérons un système (gazeux ou liquide) dont le volume V est maintenu constant,* et qui reçoit la quantité de chaleur Q par contact avec une source de chaleur. Son énergie moyenne varie de

$$\Delta\bar{E} = Q. \quad (6)$$

Conformément à la loi n° 6 de la thermodynamique (ci-contre), cette variation d'énergie interne se traduit notamment par un accroissement de la pression du liquide ou du gaz sur les parois du récipient qui le contient.

● *Si maintenant le volume V du système peut varier,* la pression étant maintenue constante à la valeur p_0, on montre que la relation (6) n'est plus valable et qu'il faut la remplacer par :

$$Q = \Delta H, \quad (7)$$

avec :

$$H = \bar{E} + p_0 V. \quad (8)$$

La fonction H est appelée *enthalpie* du système.

Supposons maintenant que le système de volume V soit en contact avec une source de chaleur — c'est-à-dire avec un autre système — dont la température T et la pression p sont maintenues constantes. On définit alors la fonction G, dite *enthalpie libre* ou *énergie libre de Gibbs* :

$$G = \bar{E} + pV - TS, \quad (9)$$

$\bar{E}$ = énergie moyenne du système ; S = entropie du système), et on démontre que, *à l'équilibre, la fonction G est minimale.*

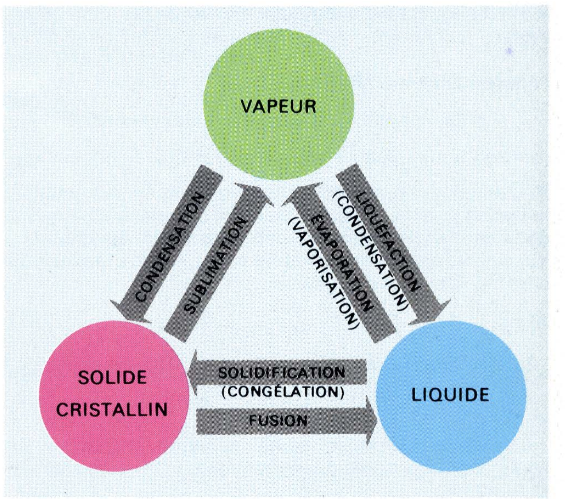
Changement d'états des corps.

Définitions.

● *Phases.* On appelle phase d'un système la forme solide, liquide ou gazeuse qu'il prend en fonction de l'arrangement des molécules qui le constituent ; la phase gazeuse est parfois appelée *vapeur.* Une phase déterminée est caractérisée par des domaines bien définis de température et de pression. Ainsi, à la pression atmosphérique normale, le domaine de température de la phase liquide de l'eau est compris entre 0 °C et 100 °C.

● *Changements de phases.* Si les conditions de température et de pression changent notablement, la phase d'un système peut changer : une phase solide devient liquide par *fusion* ; une phase gazeuse devient liquide par *liquéfaction* ; une phase solide devient gazeuse par *sublimation* ; une phase liquide devient gazeuse par *vaporisation* ; une phase liquide devient solide par *solidification.*

Changement d'états des corps.
La phase (gazeuse, liquide ou solide) dans laquelle se trouve un système (un corps) dépend de sa température et de sa pression.



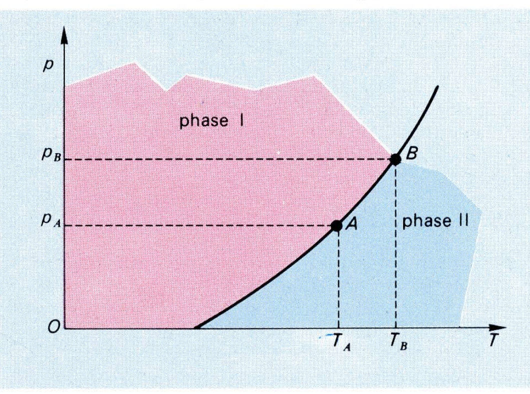
Étude théorique.

Considérons un système formé de N molécules toutes identifiées, et supposons que N_1 de ces molécules constituent une phase (*phase I*) du système et N_2 la *phase II* du système. Un exemple d'un tel système est donné par des glaçons en train de fondre dans un bac qu'on a sorti d'un réfrigérateur : les N molécules d'eau contenues dans ce système sont réparties en phase solide (les glaçons) et en phase liquide (l'eau plus ou moins froide dans laquelle baignent les glaçons) : il y a *coexistence* des deux phases, solide et liquide. Plus le temps passe, plus les glaçons fondent, et, au bout d'un certain temps, il n'y a plus que de l'eau liquide dans le bac : cela provient du fait que la température T du système, qui était inférieure à 273,16 kelvins dans le congélateur, a augmenté (le système reçoit de la chaleur de l'environnement lorsqu'il est sorti de son enceinte réfrigérée). Nous allons nous demander comment se comportent les deux phases en fonction des variables T et p, et quel est l'état du système à l'équilibre.

● *Macroscopiquement,* les choses se passent ainsi : le système a une énergie interne moyenne $\overline{E}$, une entropie S et il occupe un volume V ; il est en contact avec une source de chaleur qui lui impose la température T et nous appelons p la pression à laquelle il est soumis. Alors son enthalpie libre a pour valeur :

$$G = \overline{E} + pV - TS, \qquad (1)$$

comme on vient de le définir. D'après ce qui vient d'être dit, le système évolue de sorte que G atteigne sa valeur minimale, valeur atteinte pour un certain nombre de couples de valeurs (T, p) de la température et de la pression. Nous pouvons construire expérimentalement cette courbe (voir figure ci-après) : pour tout couple de valeurs (T, p) correspondant à un point de la courbe, le système est en équilibre, c'est-à-dire que les deux phases coexistent d'une manière stable. Pour tout couple de valeurs (T, p) situé d'un côté ou de l'autre de la courbe, l'équilibre est rompu, l'une des phases l'emporte sur l'autre, et, à l'équilibre (nouveau) qui s'établira, le système ne comprendra plus qu'une seule phase (par exemple, s'il s'agit du bac à glaçons du réfrigérateur, à l'équilibre, la quantité de glace et la quantité d'eau liquide sont stables ; sinon le système évolue vers un état monophasé liquide ou solide, d'après les valeurs prises par T et p).



Courbe d'équilibre des phases.
Pour tout couple (T, p) de valeurs de la température et de la pression correspondant à un point de la courbe, les deux phases coexistent séparément en équilibre. Pour tout couple de valeurs (T, p) situé dans la zone bleue, seule la phase (II) peut exister en équilibre ; pour tout couple de valeurs (T, p) situé dans la zone rouge, seule la phase (I) peut exister en équilibre.

● *Microscopiquement,* on peut raisonner comme suit, en appelant G l'enthalpie libre des N_1 molécules de la phase I, G_2 l'enthalpie libre des N_2 molécules de la phase II, g_1 et g_2 les enthalpies libres d'une molécule appartenant respectivement à la phase I et à la phase II (g_1 et g_2 sont aussi appelés *potentiels chimiques* des phases I et II). On a alors, immédiatement :

$$G = G_1 + G_2, \qquad (2)$$

et

$$G_1 = N_1 g_1 ; \quad G_2 = N_2 g_2 . \qquad (3)$$

D'où :

$$G = N_1 g_1 + N_2 g_2 . \qquad (4)$$

Supposons que dN_1 molécules de la phase I passent dans la phase II, dont le nombre N_2 de molécules varie donc de $dN_2 = - dN_1$. Il résulte de cette variation une variation dG_1 et dG_2 de l'enthalpie libre des deux phases, soit :

$$dG_1 = g_1 \, dN_1 \quad \text{et} \quad dG_2 = g_2 \, dN_2 = - g_2 \, dN_1 . \qquad (5)$$

La variation d'enthalpie libre totale du système est :

$$dG = dG_1 + dG_2 = (g_1 - g_2) \, dN_1 . \qquad (6)$$

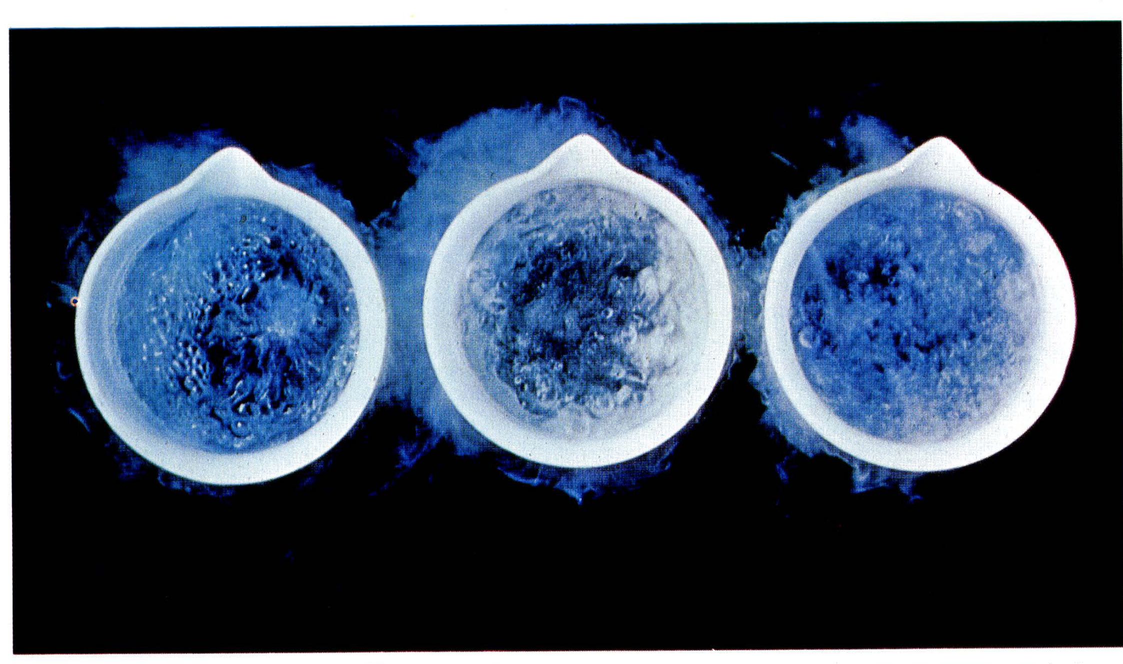
D'après ce que nous avons dit précédemment (équation (9) p. 46, ci-dessus), la fonction G doit être minimale à l'équilibre, ce qui implique d G = 0, d'où, d'après (6) :

$$g_1 = g_2 . \qquad (7)$$

L'équation (7) exprime qu'à l'équilibre les deux phases coexistent si l'enthalpie libre de chaque molécule de la phase I est égale à l'enthalpie libre de chaque molécule de la phase II.

La courbe d'équilibre des phases, tracée plus haut, est l'image de l'ensemble des états (T, p) pour lesquels $g_1 = g_2$. Dans la zone bleue, g_1 est supérieur à g_2, et dans la zone rouge, g_1 est inférieur à g_2.

L'opération de **fusion** ***est d'une importance capitale en métallurgie ; elle a lieu dans des*** **fours** ***(fours Martin, fours à réchauffer, etc.), dont la nature dépend du minerai métallique ou du métal traité et du processus particulier de fusion (avec ou sans réactions chimiques d'accompagnement). Le métal ou l'alliage métallique fondu peut être*** **coulé** ***dans des moules, à des températures déterminées. Ci-dessous : coulage de l'acier, à plus de 1 600 °C.***



Ph. © L'Air liquide. T.

Ces bols d'air liquide vaporisent de l'azote (à – 193 °C sous la pression normale. L'oxygène se vaporisera ensuite à – 182 °C). Cette différence permet la distillation de l'air en ses composants.

● *L'équation* de la courbe d'équilibre des phases $p = f(T)$ est une équation différentielle connue sous le nom d'*équation de Clausius-Clapeyron.* Nous la donnons sans commentaires :

$$\frac{dp}{dT} = \frac{\Delta S}{\Delta V}. \qquad (8)$$

Autrement dit : la dérivée de la fonction $p = f(T)$ est égale au quotient de la variation de l'entropie du système par la variation du volume du système.

Étude pratique.

La courbe $p = f(T)$ peut être construite expérimentalement pour n'importe quel système (il suffit d'avoir de la patience et de bons instruments de mesure).

● *Chaleurs latentes.* La relation (8) peut être transformée à partir de la relation fondamentale (quatrième loi de la thermodynamique) $dS = dQ/T$, en remplaçant la quantité infinitésimale dQ par l'accroissement ΔQ ; on a alors :

$$\frac{dp}{dT} = \frac{\Delta Q}{T\,\Delta V}. \qquad (9)$$

ΔQ est la quantité de chaleur absorbée par le système quand on passe de la phase I à la phase II. On la désigne habituellement par le symbole L ou encore L_{1-2}, L étant la *chaleur latente de transformation* qui est absorbée quand une quantité donnée de phase I est transformée en phase II à partir du liquide. Si ΔV est exprimé en volume molaire, L est la chaleur latente par mole ; si ΔV est le volume par kilogramme (volume massique), L est la chaleur latente par kilogramme ou chaleur latente massique.

D'après ce qui vient d'être dit, une expression comme « l'eau bout à 100 °C » n'a aucun sens : il faut préciser que cette température d'ébullition est celle qui correspond à une certaine valeur de la pression (en l'occurrence la pression atmosphérique normale). Cette remarque est valable pour les point de fusion, point de solidification, etc., des diverses substances (voir à ce sujet les tableaux sur les propriétés physiques des éléments chimiques, p. 134).

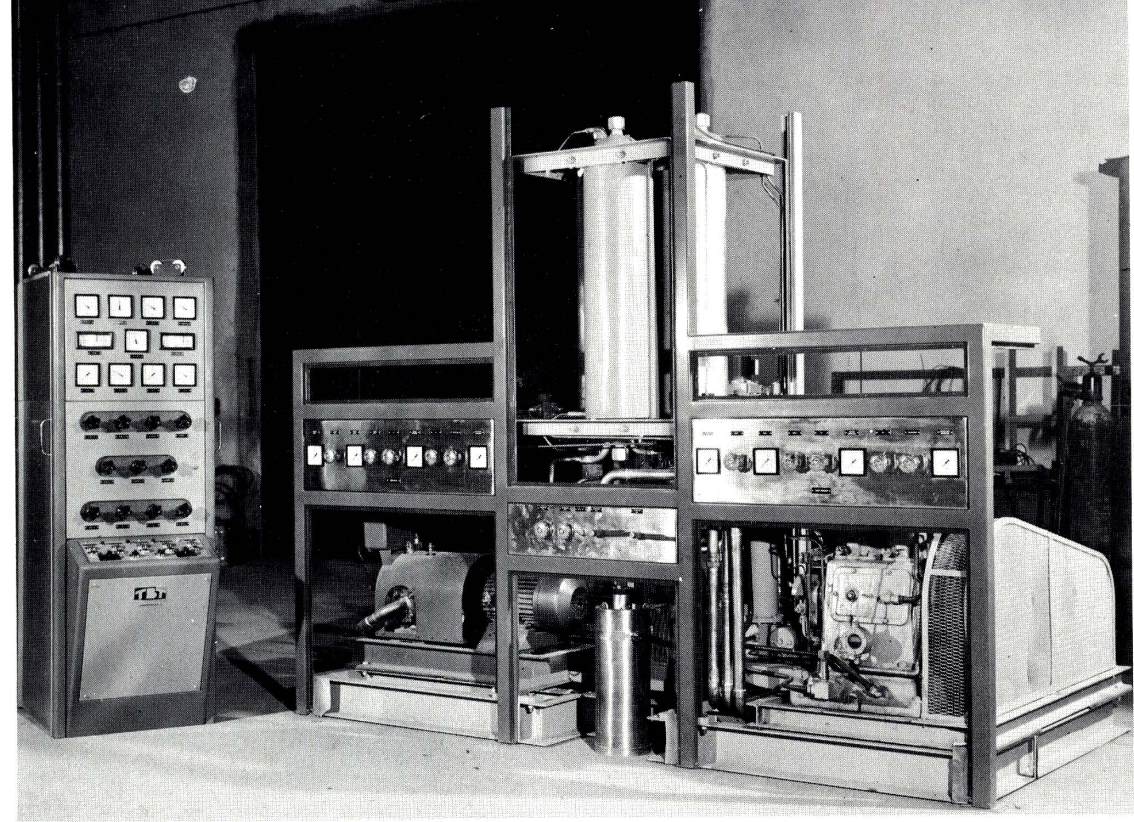
● *Point triple, point critique.*
— Si l'on trace sur un même graphique les trois courbes d'équilibre correspondant aux trois combinaisons possibles de phases (solide/liquide, solide/gaz, liquide/gaz), on constate qu'elles se coupent en un point t appelé *point triple* et correspondant à une température T_t et à une pression p_t caractéristique de la substance considérée. Tous les corps simples ont un point triple *à l'exception de l'hélium.*

Quand une substance est à son point triple, les trois phases coexistent à l'équilibre. C'est notamment le cas de l'eau, dont le point triple sert à définir l'échelle des températures absolues :

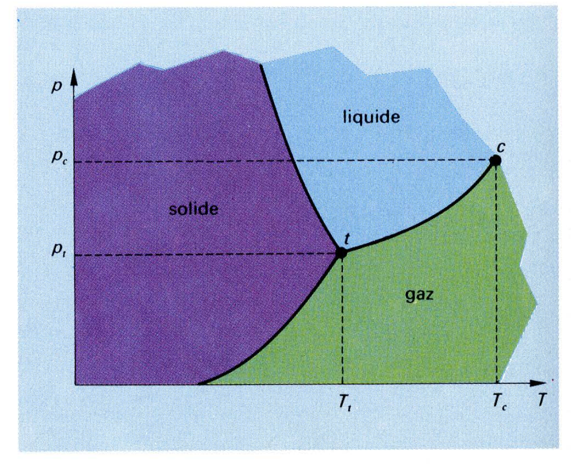
$$T_t \text{ de l'eau} = 273{,}16 \textit{ par définition}. \qquad (10)$$

La courbe d'équilibre liquide/gaz s'arrête en un point c appelé *point critique.* La température T_c est la *température critique* du gaz considéré ; il lui correspond une pression critique p_c. Au-delà de cette température, il n'y a plus de changement de phases : le gaz est suffisamment condensé pour être considéré comme un liquide ; sa condensation est due à l'élévation de la pression à la valeur p_c de la pression (d'où la méthode de liquéfaction des gaz qui consiste à les porter d'abord à la pression p_c, puis à amener la température au niveau de la température critique).

La cryogénie est l'ensemble des techniques du froid, qui jouent un rôle important dans la technique contemporaine : l'hydrogène liquide est utilisé comme combustible dans les fusées, l'hélium liquide est utilisé pour exploiter les propriétés supraconductrices des alliages mécaniques. Ci-dessous : liquéfacteur d'hydrogène et d'hélium du Centre de recherche sur les très basses températures de Grenoble (CNRS).



Ph. © Photopress-Grenoble - Centre National de la Recherche Scientifique.



Point triple et point critique.
Le point triple *t* ***correspond à un système dont les trois phases coexistent à l'équilibre. Le point critique*** *c* ***est tel que, pour*** $T > T_c$ ***et*** $p > p_c$, ***le gaz est toujours liquide.***

● *Pression de vapeur.* Lorsqu'une substance est en équilibre à l'état solide/vapeur ou liquide/vapeur, il est intéressant de connaître la pression p de la vapeur à la température T. On démontre la relation suivante, qui se déduit de l'équation de Clausius-Clapeyron :

$$p \approx p_0\, e^{-1/RT}, \qquad (11)$$

dans laquelle p_0 est une constante.

Pour l'eau, la pression de vapeur à l'équilibre (pression de vapeur saturante) est donnée par les formules d'approximation suivantes :
— entre 95 et 105 °C :

$$p_s = 760 + 27{,}13(t - 100) + 0{,}4(t - 100)^2 \qquad (12)$$

(en mm de mercure) ;
— entre 100 et 100 °C :

$$p_s = \left(\frac{t}{100}\right)^4; \qquad (13)$$

cette dernière relation est appelée *formule de Duperray.*

Variation de l'entropie d'un système.

Nous allons commenter ici la quatrième loi de la thermodynamique (voir p. 46), qui dit que l'entropie d'un système isolé qui passe d'un macroétat *A* à un macroétat *B tend toujours à s'accroître* :

$$\Delta S \geqslant 0 . \quad (1)$$

Si ce principe vous semble futile, révisez bien vite votre opinion. Sachez qu'il régit toutes les transformations biochimiques qui rendent la vie possible sur la Terre et que sa découverte a permis la révolution industrielle (c'est Carnot qui a été le premier à l'énoncer sous forme d'une loi générale qu'on appelle *principe de Carnot*).

Nous avons vu que l'entropie mesurait le désordre d'un système. Il y a *ordre parfait* lorsqu'un système ne peut occuper qu'un seul état (situation d'ailleurs imaginaire), et *désordre* lorsqu'il peut occuper plusieurs états. Plus le nombre Ω d'états est grand, plus le désordre est grand. Or nous avons vu (première loi générale p. 45 ci-dessus) que l'entropie d'un système est égale à :

$$S = k \ln \Omega , \quad (2)$$

c'est-à-dire proportionnelle au logarithme népérien du nombre Ω. Comme le logarithme d'un nombre croît (assez lentement du reste s'il s'agit d'un logarithme népérien) avec ce nombre, il en résulte que *S* croît avec Ω, c'est-à-dire avec le désordre du système considéré.

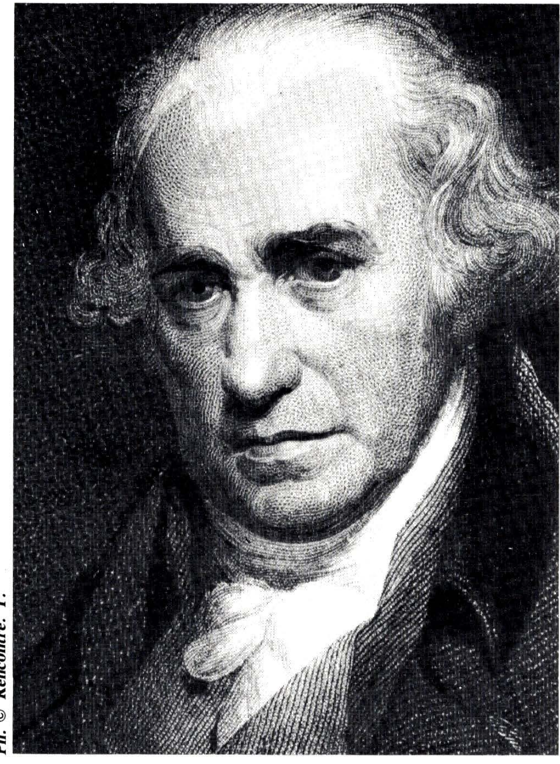
La relation (1) nous dit qu'un système isolé, livré à lui-même, va voir son entropie croître, ou, au mieux, rester constante. C'est-à-dire que son désordre ne peut que s'accroître. Certes, la quatrième loi est une loi statistique : il est *probable* que l'on ait $\Delta S \geqslant 0$. Mais cette probabilité est très grande, très voisine d'une certitude. Le passage à un degré d'ordre supérieur a une probabilité si petite qu'on peut la considérer comme négligeable (cf. l'exemple de la maison démolie et reconstruite, p. 37 à propos de la notion d'irréversibilité).

Supposons maintenant que le système *A* étudié ne soit plus isolé, mais en interaction avec un système *A'*, le système $B = A + A'$ étant isolé. La variation $\Delta\Sigma$ de l'entropie du système *B* doit respecter l'inégalité (1), et l'on doit avoir

$$\Delta\Sigma = \Delta S + \Delta S' \geqslant 0 . \quad (3)$$

Dès lors, si l'entropie *S* du système *A diminue* ($\Delta S < 0$), l'entropie *S'* du système *A'* va augmenter d'une quantité $\Delta S'$ *au moins égale* à $-\Delta S = \Delta S'$ (ΔS étant négatif, $-\Delta S$ est positif). D'où la conclusion très importante suivante :

L'entropie d'un système peut diminuer à la condition que ce système ne soit pas isolé et qu'il interagisse avec un autre système dont l'entropie, au cours de cette interaction, augmente d'une quantité au moins égale, en valeur absolue, à la diminution d'entropie du premier système.


Ph. © Rencontre. T.

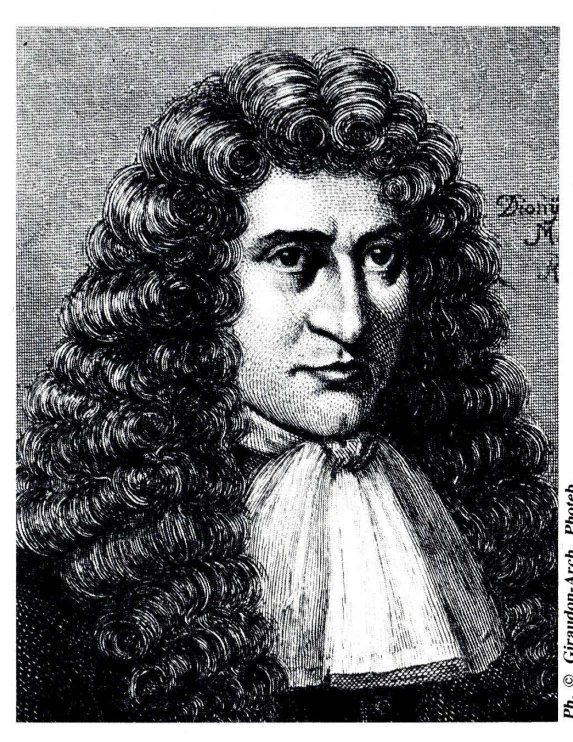
James Watt (1736-1819).
Mécanicien de génie, il a mis au point le projet de la machine à vapeur à double effet. On a donné son nom à une unité de puissance.

Moteurs thermiques.

Un *moteur* est un dispositif qui fournit de l'énergie sous forme de *travail* (énergie mécanique). Les moteurs les plus simples sont les *machines*, comme la poulie, le treuil ou le levier, qui fournissent du travail à partir d'un autre travail. Quand la source d'énergie n'est plus mécanique, on parle de *moteurs* : moteurs thermiques quand la source est calorifique, moteurs électriques, moteurs nucléaires par exemple. L'idée d'utiliser la « puissance motrice du feu », selon l'expression de Sadi Carnot, est bien antérieure à la

Un peu plus d'un demi-siècle après les travaux de Denis Papin, l'ingénieur français Joseph Cugnot (1725-1804) réalisait en 1770 une** voiture à vapeur **et en 1771 une seconde version de ce véhicule, appelé** fardier **(il était destiné à transporter de lourds** fardeaux**), représenté ci-dessous.

Ph. © Rencontre. T.



Denis Papin (1647-1714) a mis au point sa fameuse « marmite » en 1679. C'est en 1687 qu'il a publié un mémoire intitulé* Description et usages de la nouvelle machine à élever l'eau, *ancêtre de la machine à vapeur.

création de la thermodynamique et les ingénieurs et techniciens du XVIIIe siècle ont fait, tel M. Jourdain faisant de la prose, de la thermodynamique sans le savoir : Denis Papin a été sans doute le premier à envisager la force de pression de la vapeur d'eau et il expérimenta, en 1707, un bateau à vapeur muni de roues à aubes (en Allemagne, où il avait dû se réfugier en tant que protestant après la révocation de l'Édit de Nantes, pour fuir les persécutions religieuses organisées par Louis XIV). A la fin du XVIIIe siècle et au début du XIXe siècle, des ingénieurs patients comme Watt ou Trevithick ont construit les premières locomotives et c'est pour rendre compte scientifiquement de ces premiers résultats, qui sont comme l'aurore de la révolution industrielle, que Carnot a créé la thermodynamique.

Voici les bases théoriques des moteurs thermiques (machines à vapeur, moteurs à explosion, moteurs Diesel).

Le moteur idéal ne peut pas exister.

Nous pouvons envisager de construire un moteur thermique à trois éléments :

1 - une source de chaleur A ;

2 - un dispositif M transformant la chaleur Q extraite de cette source en énergie mécanique $W = Q$;

3 - un système B qui utilise le travail W.

Par exemple A peut être une chaudière à eau chaude, fournissant de la vapeur d'eau (machine à vapeur), ou un mélange gazeux (air-essence) qu'une petite étincelle électrique fait exploser (moteur à explosion). Le système M est un cylindre, dans lequel peut circuler un piston ; il contient un certain gaz (par exemple de l'air) qui, lorsqu'il reçoit la chaleur Q voit sa pression augmenter et pousse le piston : c'est à ce niveau que la chaleur Q se transforme en travail W. Le système B est un système utilisant le travail W (système bielle-manivelle, dispositif de levage, etc.).

Ce qui est remarquable, c'est que le système M accomplit un cycle de transformations, c'est-à-dire qu'il retourne à son macroétat initial une fois l'interaction thermodynamique terminée. Donc son entropie ne varie pas. D'autre part, l'entropie du système B ne varie pas non plus, puisque le travail W fait varier simplement un de ses paramètres extérieurs (par exemple le déplacement d du piston). En conséquence, seule l'entropie S du système A va varier ; d'après la quatrième loi générale de la page 46, cette variation est égale à :

$$\Delta S = \frac{Q}{T}, \qquad (1)$$

Q étant une quantité de chaleur négative, puisqu'il s'agit d'une chaleur perdue par le système A. En d'autres termes, le système Σ, somme des systèmes A, M et B, et qui est un système isolé, voit son entropie globale *diminuer,* ce qui est impossible d'après la loi $\Delta S \geqslant 0$, c'est-à-dire d'après ce fameux principe de Carnot.

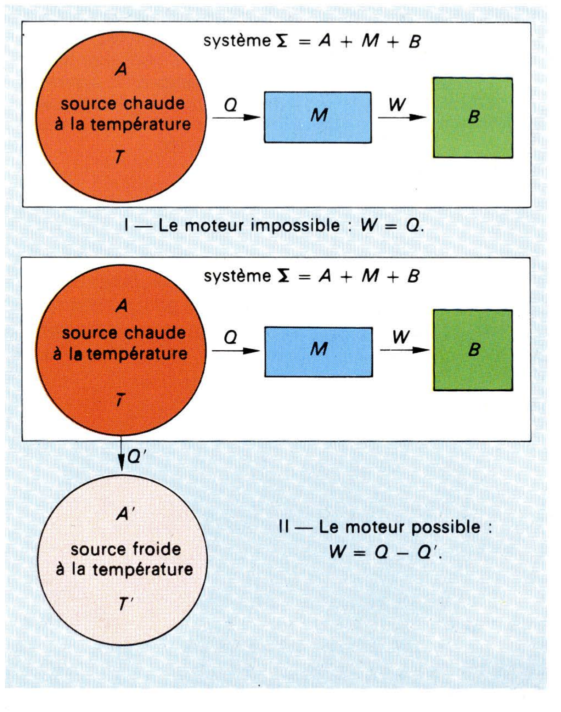
Il est donc impossible de construire un moteur thermique tel que la chaleur Q fournie par la source chaude soit entièrement transformée en travail $W = Q$.

Le moteur thermique réel.

Il doit être réalisé en tenant compte de ce que nous avons dit au paragraphe **C**. Supposons que le système $\Sigma = A + M + B$, dont l'entropie varie de la quantité négative ΔS soit en interaction avec un autre système A', à la température T', auquel il cède la quantité de chaleur Q' (positive). L'entropie du système A' augmente donc de la quantité :

$$\Delta S' = \frac{Q'}{T'}, \qquad (2)$$

au moins égale en valeur absolue à ΔS. Dans ces conditions l'ensemble $\Sigma + A'$ voit son entropie varier de la quantité $\Delta S + \Delta S'$, qui est égale à 0 si $\Delta S' = -\Delta S$ (cas limite théorique), et supérieure à 0 dans tous les autres cas. Le principe de la variation positive de l'entropie d'un système isolé est vérifié, et le moteur peut fonctionner.



Un moteur thermique ne peut fonctionner que si la variation d'entropie du système qu'il constitue est positive ou nulle.

***I — Moteur idéal :** A **cède la quantité de chaleur** Q **à** M, **qui la transforme en travail** W = Q, **ce qui fait varier un paramètre extérieur de** B **qui est un dispositif purement mécanique. La variation d'entropie du système** $\Sigma = (A + M + B)$ **se réduit à la variation d'entropie de la source chaude** A : $\Delta S = Q/T$ **; comme la chaleur** Q **est** perdue **par la source chaude au profit de** M, ΔS **est négatif ce qui viole la loi fondamentale** $\Delta S \geqslant 0$.*

II — Moteur réel : au système précédent** $\Sigma = (A + M + B)$ **on a adjoint un système** A' **(source froide) à la température** T', **en interaction thermique avec** Σ. **Cette source** reçoit **la quantité de chaleur positive** Q' **et son entropie augmente de la quantité** $\Delta S'$ **au moins égale en valeur absolue à** ΔS. **La variation d'entropie du système** $\Sigma + A'$ **est donc** $\Delta S + \Delta S'$, **nulle si** $\Delta S' = -\Delta S$ et positive si $\Delta S' > -\Delta S$, **donc** $\Delta S + \Delta S' \geqslant 0$ **ce qui est en accord avec la loi fondamentale.

Conséquence.

● *Le théorème de Carnot.* Appliquons maintenant le principe de conservation de l'énergie au système précédent. La source chaude a fourni une quantité de chaleur Q dont nous noterons la valeur absolue sous la forme q. Une partie de cette chaleur Q', dont la valeur absolue est q' est transférée à la source froide, de sorte que la quantité de chaleur transformée en travail par le système M est :

$$q - q' = W. \qquad (3)$$

La variation globale d'entropie est $\Delta S + \Delta S' \geqslant 0$, soit, en exprimant ΔS et $\Delta S'$ à l'aide des valeurs absolues q et q' :

$$\Delta S = -\frac{q}{T}; \quad \Delta S' = \frac{q'}{T'}; \qquad (4)$$

d'où la relation :

$$-\frac{q}{T} + \frac{q'}{T'} \geqslant 0. \qquad (5)$$

D'après (3), $q' = q - W$, donc l'inéquation (5) s'écrit :

$$-\frac{q}{T} + \frac{q - W}{T'} \geqslant 0, \qquad (6)$$

inéquation d'où l'on tire :

$$\frac{W}{q} \leqslant 1 - \frac{T'}{T} = \frac{T - T'}{T}. \qquad (7)$$

Le rapport W/q du travail obtenu à la chaleur fournie pour l'obtenir est appelé *rendement* du moteur thermique considéré ; on le désigne habituellement par le symbole η (lettre grecque « *êta* »). On peut donc écrire :

$$\eta \leqslant \frac{T - T'}{T}. \qquad (8)$$

On remarque : 1° que le rendement η est toujours inférieur à 1 (s'il était égal à 1, on aurait $W = Q$, et le moteur serait *impossible*) ; 2° que sa valeur maximale est :

$$\eta_{max} = \frac{T - T'}{T}. \qquad (9)$$

Ce dernier résultat s'interprète ainsi : lorsque $\eta = \eta_{max}$, $\Delta S + \Delta S' = 0$, autrement dit l'entropie du système global $\Sigma + A'$ ne change pas : la transformation est alors *quasistatique* (voir p. 46).

● *Concrètement,* les résultats précédents peuvent s'exprimer comme suit.

1 - Pour qu'un moteur thermique fonctionne, il faut qu'il possède une source chaude à la température T et une source froide à la température T'. Alors l'énergie Q cédée par la source chaude sous forme de chaleur se répartit entre la source froide qui reçoit la chaleur Q', et le dispositif moteur qui reçoit l'énergie $W = q - q'$ (q et q' étant les valeurs absolues de Q et de Q'). Ce résultat constitue le *principe de Carnot* ; sous sa forme générale $\Delta S \geqslant 0$, il constitue le deuxième principe de la thermodynamique (c'est la quatrième loi générale exposée p. 46).

2 - Le rendement d'un moteur thermique est toujours inférieur à l'unité. Autrement dit, la chaleur Q ne se transforme pas entièrement en travail. La valeur maximale η_{max} est atteinte lorsque la transformation opérée par le moteur est quasistatique ; elle est donnée par l'équation (9). Ce résultat constitue le *théorème de Carnot.*

Un exemple de moteur thermique est donné par la machine à vapeur : la source chaude est la chaudière, la source froide est l'atmosphère dans laquelle se refroidit la vapeur d'eau après avoir travaillé dans le piston, ou bien le *condenseur,* appareil qui refroidit la vapeur d'eau après qu'elle ait travaillé et qui la renvoie ainsi refroidie vers la chaudière. Le moteur à explosion est un autre exemple de moteur thermique : à chaque cycle, la source chaude est le mélange air/essence qui explose sous l'action d'une étincelle électrique (à la *bougie*), la source froide est l'atmosphère où s'échappent les gaz brûlés.

Une machine quasistatique est une machine réversible, c'est-à-dire une machine qui peut fonctionner dans les deux sens, puisqu'elle se trouve toujours au voisinage de l'équilibre (une machine réversible est évidemment théorique : il faut assimiler le fluide qui y circule à un gaz parfait et considérer que les températures T et T' des deux sources s'établissent instantanément). Le théorème de Carnot peut alors s'énoncer de la façon suivante : le rendement d'une machine thermique est maximal lorsque cette machine est réversible.


Ph. © Doisneau-Rapho. T.

L'acoustique est une des sciences occidentales les plus anciennes ; au VIe siècle av. J.-C., les philosophes de l'école de Pythagore avaient déjà remarqué qu'une lyre « sonnait » l'accord parfait (do-mi-sol) lorsque les trois cordes en vibration, également tendues, de même matière et de même section, avaient des longueurs proportionnelles à 3, 4 et 5. L'acoustique et la musique se sont développées en même temps : instruments à cordes, instruments à vent, instruments à percussion, réalisent d'une façon sensible les lois abstraites des physiciens. Ci-dessus, un instrument de musique moderne : les « orgues de cristal » de Claude Lasry.

PHYSIQUE DES ONDES

GÉNÉRALITÉS.

Un phénomène est dit *périodique* lorsqu'il se répète intégralement à intervalles de temps réguliers. Le temps qui sépare deux apparitions successives et identiques du phénomène considéré est appelé sa *période* ; on le désigne classiquement par la lettre T. Exemples de phénomènes périodiques : les oscillations d'un pendule, les battements du cœur d'un animal, le mouvement apparent des étoiles dites « fixes », le son, la lumière, le courant électrique alternatif, l'onde associée à un électron, etc. Ils peuvent être divisés en deux grandes classes :

1 - ceux qui se déroulent dans des *systèmes fermés,* comme les oscillations d'un pendule ou les vibrations d'une corde élastique (corde de guitare ou corde de piano) ;

2 - ceux qui se déroulent dans des *systèmes ouverts,* à l'infini, comme la propagation d'un son dans l'air, la propagation de la lumière ou d'une onde électromagnétique quelconque dans le vide.

Dans le premier cas, toute l'énergie mise en jeu reste à l'intérieur du système, et l'on parle d'*oscillations* ou de *vibrations*. Dans le deuxième cas, l'énergie se propage de proche en proche, à partir d'une source émettrice oscillante, et l'on parle d'*ondes progressives,* ou, plus brièvement, d'*ondes*.

Systèmes oscillants fermés.

Généralités.

Lorsqu'un système oscille autour d'une position d'équilibre, on peut le décrire en étudiant les variations d'un paramètre Ψ, appelé *élongation,* en fonction du temps. Ce paramètre peut être une longueur, un angle, l'intensité d'un courant, un champ électrique, etc. Pour souligner sa dépendance par rapport au temps t, nous l'écrirons sous la forme $\Psi(t)$ s'il s'agit d'une grandeur scalaire, et sous la forme $\mathbf{\Psi}(t)$ s'il s'agit d'une grandeur vectorielle.

● *Définitions.*

— La fonction Ψ est appelée *élongation.*

— La valeur maximale de l'élongation est appelée *amplitude* ; on la désigne habituellement par la lettre A. Dans le cas d'un pendule pesant, par exemple, A est le plus grand angle d'écart du système par rapport à la verticale, dans le sens positif convenablement choisi ; dans le cas d'un circuit oscillant, A est la valeur maximale de l'intensité pendant une période.

— La *période* T est le temps nécessaire pour que le système accomplisse un cycle complet de transformations. Elle se mesure en unités de temps (la seconde et ses sous-multiples dans le système SI).

— La *fréquence* f est le nombre de cycles par seconde ; on la calcule en divisant 1 par T exprimé en secondes :

$$f = \frac{1}{T}. \qquad (1)$$

Dans le système SI, on exprime une fréquence en *hertz* (symbole : Hz) ou, parfois, en cycles par seconde (cps), unité qui est à déconseiller.

Exemples : le courant alternatif domestique (celui qui alimente votre lampe, votre téléviseur, votre fer à repasser, etc.) a, en France, une fréquence $f = 50$ Hz : cela signifie qu'en une seconde, il passe 50 fois dans un sens et 50 fois dans l'autre. Sa période est $T = 1/f = 0{,}02$ s ; la fréquence des vibrations d'un diapason qui donne le *la* des musiciens a pour valeur $f = 435$ Hz, d'où $T \approx 1/f = 2{,}3$ ms ; etc.

— Au lieu de caractériser une vibration par sa fréquence, on peut aussi la caractériser par sa *fréquence angulaire* ou *pulsation* ω, donnée par la relation :

$$\omega = 2\,\pi f. \qquad (2)$$

La pulsation est une grandeur qui s'exprime en radians par seconde (rad/s). Par exemple, la pulsation d'un courant alternatif de 50 Hz vaut $\omega = 100\,\pi \approx 314$ rad/s ; la pulsation du mouvement du diapason donnant le *la* des musiciens vaut

$$\omega = 870\,\pi \approx 2\,733 \text{ rad/s};$$

etc.

— Au temps $t = 0$, il peut se trouver que le paramètre Ψ soit nul ; mais ce n'est là qu'un cas particulier. Dans le cas général, pour $t = 0$, Ψ prend la valeur Ψ_0 qu'on peut caractériser par un angle φ qu'on appelle *phase* ou *constante de phase* du phénomène. Nous avons déjà rencontré cette notion en étudiant le mouvement rectiligne sinusoïdal, p. 11.

● *Degrés de liberté.* On appelle nombre de degrés de liberté d'un système oscillant le nombre de variables indépendantes qui peuvent varier autour d'une valeur centrale, chacune d'entre elles étant représentée mathématiquement par une fonction d'onde $\Psi(t)$. Le balancier d'une horloge de campagne, astreint à rester toujours dans un même plan vertical, est un système à un degré de liberté : la seule variable oscillante est l'angle θ d'écart par rapport à sa position d'équilibre. En revanche, un pendule simple, dont l'image peut être donnée par un fil à plomb classique, est un système à deux degrés de liberté : il peut osciller dans n'importe quelle direction, et il faut deux coor-

données pour déterminer sa position. Il en est de même pour une corde élastique ou un ressort porteur de deux masses couplées, pour deux circuits oscillants associés, etc. Plus généralement, on peut imaginer des systèmes à n degrés de liberté.

Nous retiendrons pour l'instant que les systèmes les plus simples sont évidemment les systèmes à un degré de liberté ; on les nomme *systèmes harmoniques* ou encore *systèmes sinusoïdaux* (parce que l'expression du paramètre Ψ fait intervenir une fonction sinusoïdale).

● *Amortissement.* Lorsqu'un système oscillant vibre, une partie plus ou moins grande de l'énergie mise en jeu se dissipe en chaleur (par frottements s'il s'agit d'un système mécanique, par effet Joule s'il s'agit d'un système électrique), et les oscillations *s'amortissent,* puis disparaissent. La caractéristique de cet amortissement est la diminution, plus ou moins régulière de l'amplitude. Si l'on veut que les oscillations se prolongent longtemps, il faut munir le système d'un dispositif entretenant les oscillations : le moteur mécanique d'une pendule entretient les oscillations du balancier ; un dispositif électrique convenable rechargeant constamment un condensateur qui se décharge entretient le courant de charge dans un circuit oscillant ; etc.

Systèmes oscillants harmoniques.

Prenons l'exemple d'un pendule oscillant dans un plan (balancier d'une horloge de campagne). Sa position d'équilibre est la position verticale. Si on l'écarte d'un angle θ de cette position, la pesanteur a tendance à l'y rappeler. Son mouvement est dû à l'action de cette *force de rappel* en vertu de laquelle le pendule de masse m prend une accélération $\vec{\gamma}$; il est donc soumis à une *force d'inertie* :

$$\boldsymbol{F} = m\vec{\gamma}\,. \qquad (3)$$

C'est cette force qui « prolonge » le mouvement du pendule en l'écartant d'un angle $-\theta$ de sa position d'équilibre lorsqu'il l'a rejointe. Pour écrire l'équation du système oscillant harmonique, il faut exprimer en langage mathématique l'égalité :

$$\text{force de rappel} = \text{force d'inertie}\,. \qquad (4)$$

On peut aussi raisonner énergétiquement. A l'équilibre, le système oscillant a une énergie nulle $E = 0$. Si on l'écarte de sa position d'équilibre, il acquiert une énergie potentielle $E = U$; quand cette énergie se réalise, elle se transforme en énergie cinétique (s'il s'agit d'un système mécanique) ou autre. Soit K cette énergie ; elle est telle qu'à chaque instant $U + K = E$. Lorsque le système atteint, à nouveau, sa position d'équilibre, on a $U = 0$, et $E = K$: cette énergie cinétique lui permet de retourner à l'état $E = U$ et $K = 0$, et le cycle recommence. S'il n'y avait aucun frottement, les oscillations dureraient indéfiniment ; en fait le système gaspille toujours une partie de son énergie, et il y a *amortissement.*

● *Principe de l'étude théorique.* Limitons-nous au cas d'un système mécanique. Appelons Ψ l'élongation d'une particule de masse m (c'est-à-dire sa position — linéaire ou angulaire — par rapport à une position d'équilibre). On dit qu'il s'agit d'un *oscillateur harmonique* si la force de rappel $\boldsymbol{F}$ qui s'exerce sur une masse unité est proportionnelle à l'élongation, c'est-à-dire de la forme :

$$F = -\omega^2\,\psi\,, \qquad (5)$$

en appelant ω^2 une constante caractéristique du système et en ne considérant que l'intensité F de la force $\boldsymbol{F}$. La force d'inertie agissant sur la masse m a pour intensité $m\gamma$ d'après la loi de Newton ; pour une masse unité sa valeur est donc γ (γ est une accélération linéaire si Ψ est une longueur, et angulaire si Ψ est un angle). En raisonnant sur une masse unité, on peut donc écrire l'équation (4) sous la forme :

$$-\omega^2\,\psi = \gamma\,. \qquad (6)$$

Mais nous avons vu en cinématique que l'accélération γ d'un mouvement était la dérivée seconde du chemin (linéaire ou angulaire) parcouru, soit, ici $\gamma = \Psi''$. D'où :

$$-\omega^2\,\psi = \psi'' \qquad (7)$$

et

$$\psi'' + \omega^2\,\psi = 0\,. \qquad (8)$$

L'équation (8) nous fournit une relation entre la fonction Ψ (que nous cherchons à déterminer) et sa dérivée seconde : c'est ce qu'on appelle une *équation différentielle du second ordre, linéaire* (= du 1er degré) et *à coefficients constants* (les coefficients sont 1 et ω^2), dont la forme générale est :

$$ay'' + by' + cy = 0 \qquad (9)$$

(ici : $a = 1$, $b = 0$ et $c = \omega^2$).

On démontre en Analyse que la fonction $\Psi(t)$ qui vérifie (8) doit être de la forme :

$$\psi(t) = A\cos(\omega t + \varphi)\,. \qquad (10)$$

1 - Tout système oscillant dont l'élongation Ψ est représentée par une équation telle que (10) est appelé un *oscillateur harmonique.* Dans notre étude, nous avons supposé que Ψ était une longueur ou un angle ; mais ce peut être aussi bien une énergie, un champ électrique, etc. Un exemple dynamique d'oscillateur harmonique a été donné p. 169.

2 - La fonction Ψ prend la même valeur pour ωt, $\omega t + 2\pi$, $\omega t + 4\pi$, ..., $\omega t + 2n\pi$. En posant $\omega = 2\pi/T$, cela signifie que la fonction Ψ prend les mêmes valeurs aux temps t, $t + T$, $t + 2T$, ..., $t + nT$. La grandeur $T = 2\pi/\omega$ est la *période* des oscillations.

3 - L'équation (8) n'est pas absolument exacte ; pour la poser, il faut faire un certain nombre d'approximations. On montre qu'elles sont valables si l'amplitude A de la variation est petite à l'échelle du phénomène étudié : c'est ce qu'on nomme l'*isochronisme des petites oscillations.*

4 - Au temps $t = 0$, on a $\Psi = A\cos\varphi$: la constante φ, dite *constante de phase,* ou *phase,* caractérise la situation du système au temps $t = 0$.

Systèmes à plusieurs degrés de liberté :

● *Commençons par donner deux exemples simples de systèmes à deux degrés de liberté.*

— Réalisons le petit montage illustré par la figure ci-dessous, composé de trois petits ressorts à boudin de masse négligeable, tendus entre deux parois par l'intermédiaire de deux masses a et b, toutes deux égales à m. A l'équilibre, chaque ressort a une longueur x_0 et subit une tension T_0. Écartons le système de sa position d'équilibre en donnant un coup sec, avec une règle, aux masses a et b : il oscille de haut en bas par rapport à sa position d'équilibre horizontale. Pour le décrire, il faut connaître la valeur, à chaque instant, de la position des masses a et b, positions qui sont données par deux fonctions d'onde Ψ_a et Ψ_b. Un tel système, muni de deux fonctions variables périodiquement, est un système à deux degrés de liberté.

En plaçant n masses analogues à a et b entre les deux extrémités du ressort, on construirait un système oscillant mécanique à n degrés de liberté.

— Deux balanciers d'horloge reliés par un ressort à boudin sont un autre exemple mécanique de système à deux degrés de liberté : le mouvement de chaque balancier est influencé par le mouvement de l'autre, et cette influence dépend des caractéristiques du ressort.

● *L'analyse de Fourier.* Fourier est un mathématicien et physicien français qui a établi, dans les premières années du XIXe siècle, une méthode d'analyse des fonctions périodiques à l'aide de séries dites *séries de Fourier.* Sans entrer dans les détails complexes de ce problème de mathématiques, retenons-en l'idée essentielle : une fonction périodique $\Psi(t)$ quelconque peut être considérée comme la somme de n fonctions harmoniques, de la forme (10) ci-dessus, ce qui s'écrit :

$$\Psi(t) = \psi_1 + \psi_2 + \cdots + \psi_n\,. \qquad (11)$$

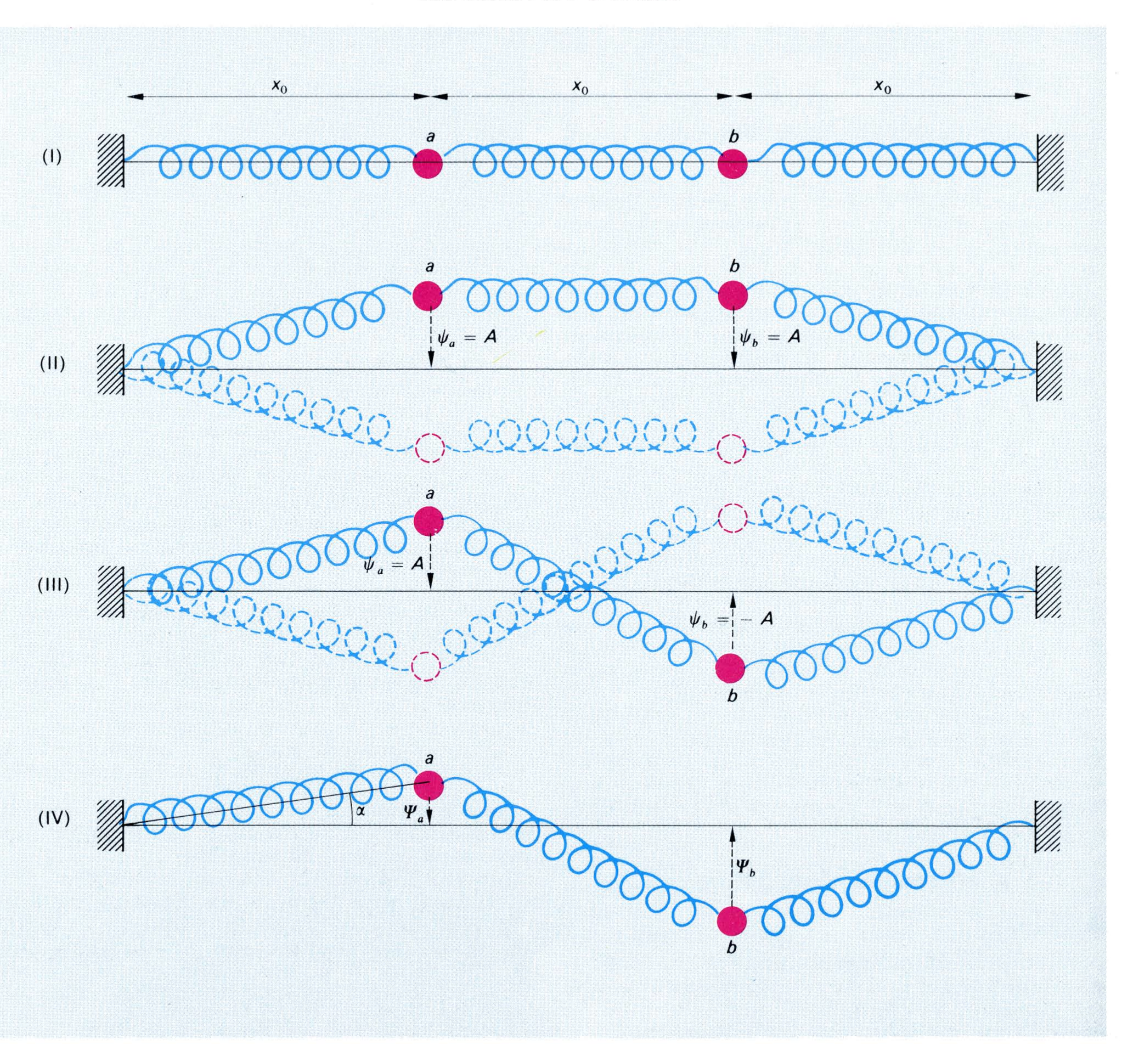
Fourier a donné une méthode pour calculer les coefficients de ces fonctions partielles, qu'on appelle en physique les *modes* du système oscillant.

Un système à deux degrés de liberté possède deux modes ψ_1 et ψ_2, et se décrit par la fonction d'onde :

$$\Psi(t) = \psi_1 + \psi_2\,. \qquad (12)$$

Système à deux degrés de liberté.

I — Système au repos.
II — Mode I : à chaque instant $\psi_a = \psi_b = A$ (amplitude). En pointillés : la position extrême opposée.
III — Mode II : à chaque instant, $\psi_a = -\psi_b$. On a figuré l'instant où ψ_a et ψ_b atteignent leur valeur maximale ; en pointillés, la position extrême opposée.
IV — Aspect du système à un instant t quelconque : le mouvement de la masse a et de la masse b est la superposition des modes I et II ci-dessus.



Un système à trois degrés de liberté a trois modes ; etc. Chaque mode ψ_i est de la forme :

$$\psi_i = A_i \cos(\omega_i t + \varphi_i) . \qquad (13)$$

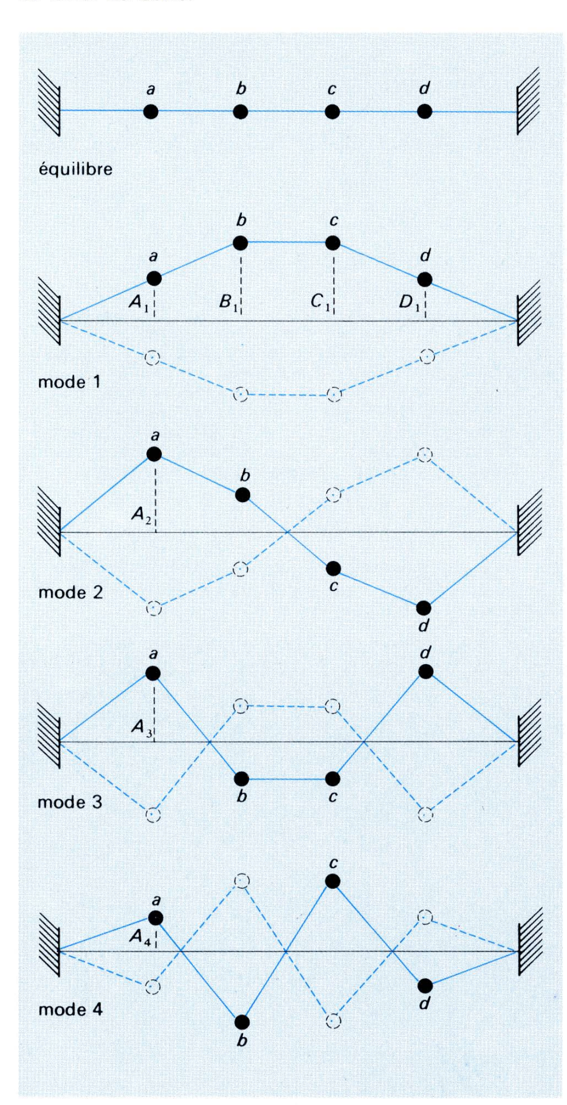
A titre d'exemple, nous avons représenté sur la figure ci-dessous un système à quatre degrés de liberté, composé d'une corde élastique tendue entre deux parois et lestée de quatre masses égales *a, b, c* et *d*. Le système peut osciller verticalement, de part et d'autre de sa position d'équilibre. Pour le décrire mathématiquement, il faut exprimer les fonctions Ψ_a, Ψ_b, Ψ_c, Ψ_d qui donnent la distance des masses *a, b, c* et *d* à leur position d'équilibre en fonction du temps. Chacune de ces fonctions est la somme de quatre fonctions harmoniques de la forme ψ_i, correspondant aux quatre modes des systèmes qui ont été dessinés sur la figure (on a représenté les quatre masses dans leurs deux positions maximales opposées pour chaque mode, ce qui permet de comparer leurs amplitudes A_1, B_1, etc.). Ainsi, par exemple, Ψ_a a pour valeur (en supposant les phases toutes nulles) :

$$\Psi_a = A_1 \cos \omega_1 t + A_2 \cos \omega_2 t + A_3 \cos \omega_3 t + A_4 \cos \omega_4 t . \qquad (14)$$

On aurait de même

$$\Psi_b = B_1 \cos \omega_1 t + B_2 \cos \omega_2 t + \text{etc.} ;$$

et ainsi de suite.



Système à quatre degrés de liberté.
Le mouvement du système est la superposition de quatre modes harmoniques qui ont été figurés (en traits pleins : positions maximales ; en traits interrompus : positions opposées ; en noir : la corde à l'équilibre). Il faut noter que cet exemple est particulièrement simplifié : les masses sont égales et équidistantes, les phases sont nulles et l'ensemble est symétrique.

● *Le cas d'un système à deux modes* est particulièrement intéressant. Appelons f_1 et f_2 les fréquences des deux modes, ω_1 et ω_2 leurs pulsations. On démontre, par un calcul trigonométrique simple (voir p. 173) que la superposition de ces deux modes est la fonction périodique :

$$\Psi(t) = A(t) \cos \omega t \qquad (15)$$

(nous avons supposé que les phases φ_1 et φ_2 sont nulles).

Si donc deux phénomènes périodiques harmoniques de fréquence f_1 et f_2 se superposent, il en résulte un phénomène décrit par la fonction $\Psi(t)$ de l'équation (15). Sa fréquence est

$$f = \frac{f_1 + f_2}{2} , \qquad (16)$$

d'où l'on tire :

$$\omega = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} ; \qquad (17)$$

son amplitude $A(t)$ varie elle-même périodiquement et on montre, par un calcul trigonométrique simple, que la fréquence f_a des variations de l'amplitude est :

$$f_a = \frac{| f_1 - f_2 |}{2} , \qquad (18)$$

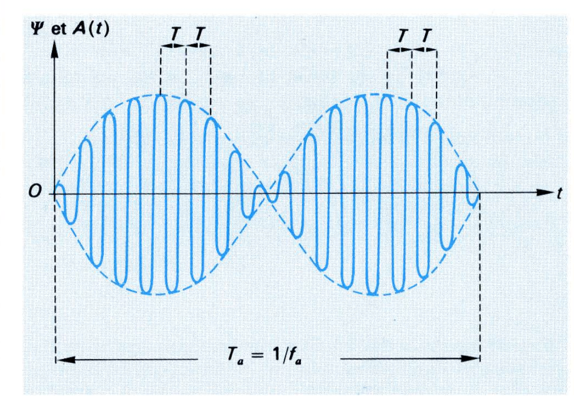
d'où :

$$\omega_a = \frac{| \omega_1 - \omega_2 |}{2} , \qquad (19)$$

(les barres verticales signifient « valeur absolue de $f_1 - f_2$ »). On écrira donc :

$$A(t) = A_0 \cos \omega_a t , \qquad (20)$$

A_0 étant la valeur maximale de l'amplitude (si les deux modes harmoniques ont même amplitude *B*, on a $A_0 = 2B$; voir p. 173). Une amplitude qui varie périodiquement est dite *modulée*; f_a est la *fréquence de modulation*.



Modulation d'amplitude.
On a figuré en traits pleins les variations de la fonction $\Psi(t)$, de fréquence $f = 1/T = \frac{f_1 + f_2}{2}$. L'amplitude $A(t)$ varie en fonction de T et ses variations ont été représentées en traits interrompus ; sa fréquence est f_a et sa période $T_a = 1/f_a$.

● *Battements.* Une amplitude modulée passe f_a fois par seconde par un maximum positif et f_a fois par seconde par un maximum négatif. Si l'on ne considère que les valeurs absolues, la fréquence des valeurs maximales est donc $f_b = 2 f_a = | f_1 - f_2 |$; f_b est aussi la fréquence du carré A^2 de l'amplitude $A(t)$: on l'appelle *fréquence de battements*.

Pour comprendre à quoi correspond la notion de battement, considérons les sons harmoniques émis par deux diapasons de fréquences voisines $f_1 = 435$ Hz et $f_2 = 435{,}25$ Hz. Leur superposition est une vibration $\Psi(t)$ de fréquence $f = 435{,}125 \approx 435$ et d'amplitude modulée $A(t)$; la fréquence de modulation vaut $f_a = 0{,}25$. L'oreille humaine ne percevant que les valeurs absolues de $A(t)$ va donc percevoir $f_b = 0{,}5$ maximums sonores par seconde, c'est-à-dire un son dont l'intensité croît et décroît périodiquement, avec un maximum toutes les T_b secondes, T_b étant égale à $1/f_b = 2$. Chaque fois que l'intensité est maximale, on dit qu'il y a *battement*.

On remarquera que l'oreille humaine détecte f_b fréquence de la fonction A^2 (fonction *quadratique*) et non f_a : on dit qu'elle constitue un *détecteur quadratique*.

● *Résonance.* Si $f_1 = f_2$, la fréquence de modulation est nulle. Cela signifie que l'amplitude $A(t)$ est constante ; l'oscillation Ψ, somme des modes ψ_1 et ψ_2, est alors de la forme :

$$\Psi(t) = A_0 \cos \omega t . \qquad (21)$$

Si les deux modes ont même amplitude *B*, on a $A_0 = 2B$. Reprenons les deux diapasons précédents : si leurs fréquences sont égales, le son résultant émis a toujours la même amplitude A_0, et il n'y a plus de battements.

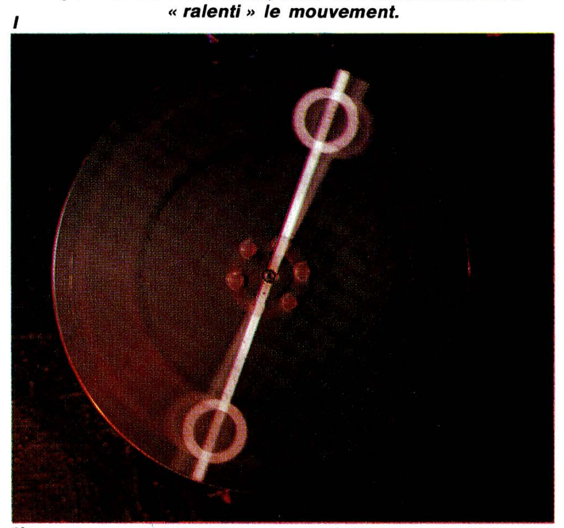
● *Voici deux autres exemples classiques.*

— Deux pendules, de fréquence f_1 et f_2, oscillent à partir d'un même instant $t = 0$. La fréquence des battements $f_b = | f_1 - f_2 |$ est la fréquence des passages simultanés des deux pendules par la position d'équilibre, dans un sens ou dans un autre. S'il y a résonance ($f_1 = f_2$), les deux pendules sont *synchrones*.

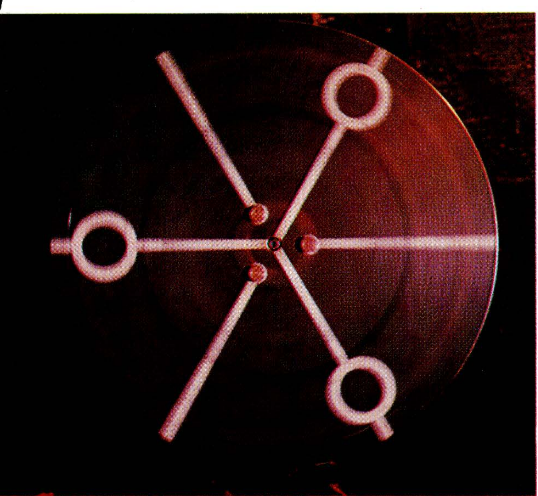
— Un *stroboscope* est un dispositif d'éclairage périodique. Il comporte un disque tournant à la vitesse

Stroboscopie.
Selon la fréquence des éclairs du stroboscope, le repère peint sur le disque est visible deux fois (I), trois fois (II) ou huit fois par tour (III) et le disque semble immobile. Une très légère variation, et le repère semblera tourner, mais très lentement : on a « ralenti » le mouvement.

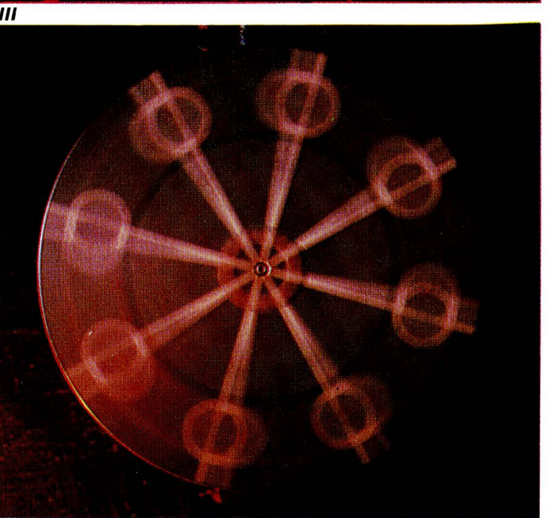
I



II



III



de n tours par minute et percé de p trous ; ce disque tourne devant une source lumineuse qu'il occulte $f' = np$ fois par seconde. Éclairons avec ce dispositif un phénomène périodique de fréquence f (par exemple les oscillations d'un diapason). Le phénomène apparent a pour fréquence $f_s = | f - f' |$ (*fréquence stroboscopique*) : il est donc ralenti. Si $f = f'$, il y a *résonance*, $f_s = 0$ et le diapason semble immobile.

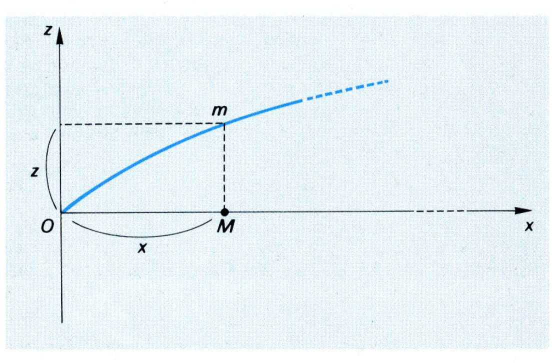
Ondes stationnaires.

Voir aussi p. 173.

Lorsque le nombre de degrés de liberté tend vers l'infini, les oscillations du système forment ce qu'on appelle des *ondes stationnaires.* L'expression n'est d'ailleurs pas heureuse, parce que l'idée d'onde est associée à la propagation d'une oscillation à tous les points de l'espace, de proche en proche, tandis qu'un système stationnaire ne se propage pas : il vibre sur place.

Soit donc une corde élastique homogène de longueur $OA = L$, soumise à une tension T_0 dans la position d'équilibre, et soit α_0 sa masse linéique à l'équilibre (c'est-à-dire sa masse par unité de longueur). Une corde de guitare tendue et immobile est une image concrète valable de ce système. Nous pouvons considérer qu'il s'agit d'une corde lestée d'une infinité de masses égales, a, b, ..., c'est-à-dire une généralisation, pour n tendant vers l'infini, du système à quatre degrés de liberté qui vient d'être décrit. Si nous pinçons la corde, en l'écartant de sa position d'équilibre, chacun de ces points va osciller sur place avec une amplitude qui lui est propre et avec une fréquence f qui est la même pour tous les points de la corde. Tout se passe comme si l'oscillation se propageait le long de la corde, de O vers A, puis retournait de A vers O, recommençait le trajet OA, et ainsi de suite. Selon que la corde est plus ou moins tendue et en fonction de sa longueur, elle va nous donner l'impression de vibrer en un ou plusieurs *fuseaux*, en vertu de la persistance des impressions lumineuses sur la rétine (tout un chacun peut faire l'expérience avec un bout de ficelle quelque peu élastique d'une cinquantaine de centimètres de long tendu entre les deux mains et mis en vibration soit d'un coup de dent, soit en faisant appel à un assistant bénévole). On dit que la corde est le siège d'ondes stationnaires. La partie la plus large du fuseau est appelée *ventre* de vibrations, et les points où naissent et où se terminent les fuseaux, et qui sont immobiles, sont des *nœuds* de vibrations.

● *Explication du phénomène.* Soit M un point de la corde d'abscisse $OM = x$. Son état vibratoire est défini par une fonction d'onde $\Psi(t)$ qui indique à quelle distance il se trouve de sa position d'équilibre, c'est-à-dire à quelle hauteur z il se trouve par rapport à la corde horizontale (z étant positif pour des positions au-dessus de l'horizontale, et négatif pour des positions au-dessous de l'horizontale).



La position du point M d'abscisse OM = x à l'équilibre est, au temps t, le point m. La distance $z = \overline{Mm}$ est la fonction d'onde $\Psi(t)$ du point M. Elle dépend de deux variables : x et t. En M se superposent deux oscillations : celles qui viennent du point O (mouvement vibratoire incident) et celles qui viennent du point A après réflexion (mouvement vibratoire réfléchi).

1 - Si ces deux oscillations sont en phase (c-est-à-dire maximales en même temps, nulles en même temps, minimales en même temps, leurs amplitudes s'ajoutent et le déplacement $z = \overline{Mm}$ du point M est maximal : M est un ventre de vibrations.

2 - Si elles sont en opposition de phases, alors leurs amplitudes sont égales et de sens contraire, et leur somme est nulle : le point M est immobile, c'est un nœud de vibrations.

3 - Entre ces cas extrêmes, il y a place pour une infinité de valeurs du déplacement $z = \overline{Mm}$ compris entre $-z_m$ et $+z_m$, z_m désignant la valeur de l'amplitude du point M.

● *Le calcul montre* que le mouvement vibratoire appliqué à l'origine O de la corde se propage le long de OA à la vitesse constante v_φ appelée *vitesse de phase* et qui vaut, dans le cas présent :

$$v_\varphi = \sqrt{\frac{T_0}{\alpha_0}}. \qquad (22)$$

Le chemin parcouru pendant une période $T = 1/f$ par l'oscillation le long de la corde est appelé *longueur d'onde* de l'onde stationnaire :

$$\lambda = v_\varphi T = \frac{v_\varphi}{f}. \qquad (23)$$

L'amplitude du point M dépend de sa distance x à l'origine. On montre qu'il y a un *nœud de vibrations* pour :

$$x = 0, \quad \frac{\lambda}{2}, \quad \lambda, \quad \frac{3\lambda}{2}, \ldots, n\frac{\lambda}{2}. \qquad (24)$$

Il y a un *ventre de vibrations* pour :

$$x = \frac{\lambda}{4}, \quad \frac{3\lambda}{4}, \quad \frac{5\lambda}{4}, \ldots, (2n+1)\frac{\lambda}{4}. \qquad (25)$$

● *Dispersion des fréquences.* La fréquence d'une corde vibrante dépend de la vitesse v_φ de propagation de l'onde stationnaire, donc des facteurs T_0 et α_0. Pour une valeur donnée de la tension T_0, elle ne dépend que de la grandeur $\alpha_0 = m/L$, c'est-à-dire, en définitive de la longueur L de la corde. Il est commode de relier les fréquences obtenues à L en calculant le *nombre de fuseaux.*

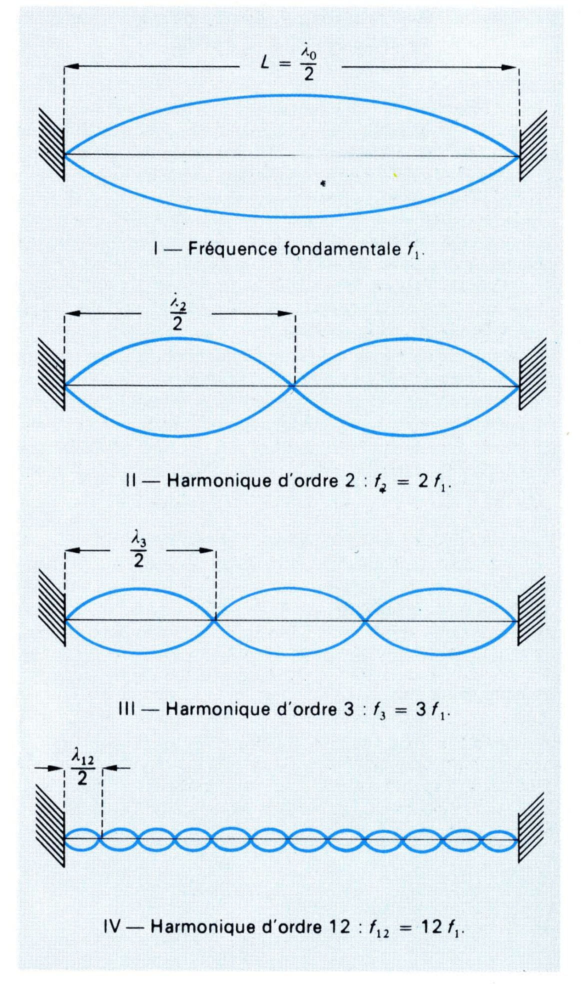
— Si la corde vibre en un seul fuseau, il y a un nœud en O et un nœud en A ; la longueur L est égale à $\lambda/2$, ce qui correspond à une *fréquence fondamentale* f_1 telle que $\lambda_1 = 2L$, soit d'après (23) :

$$f_1 = \frac{v_\varphi}{2L}. \qquad (26)$$

— Si la corde vibre en deux fuseaux, la fréquence est $f_2 = 2f_1$; pour trois fuseaux, on aurait $f_3 = 3f_1$; et ainsi de suite. Pour n fuseaux :

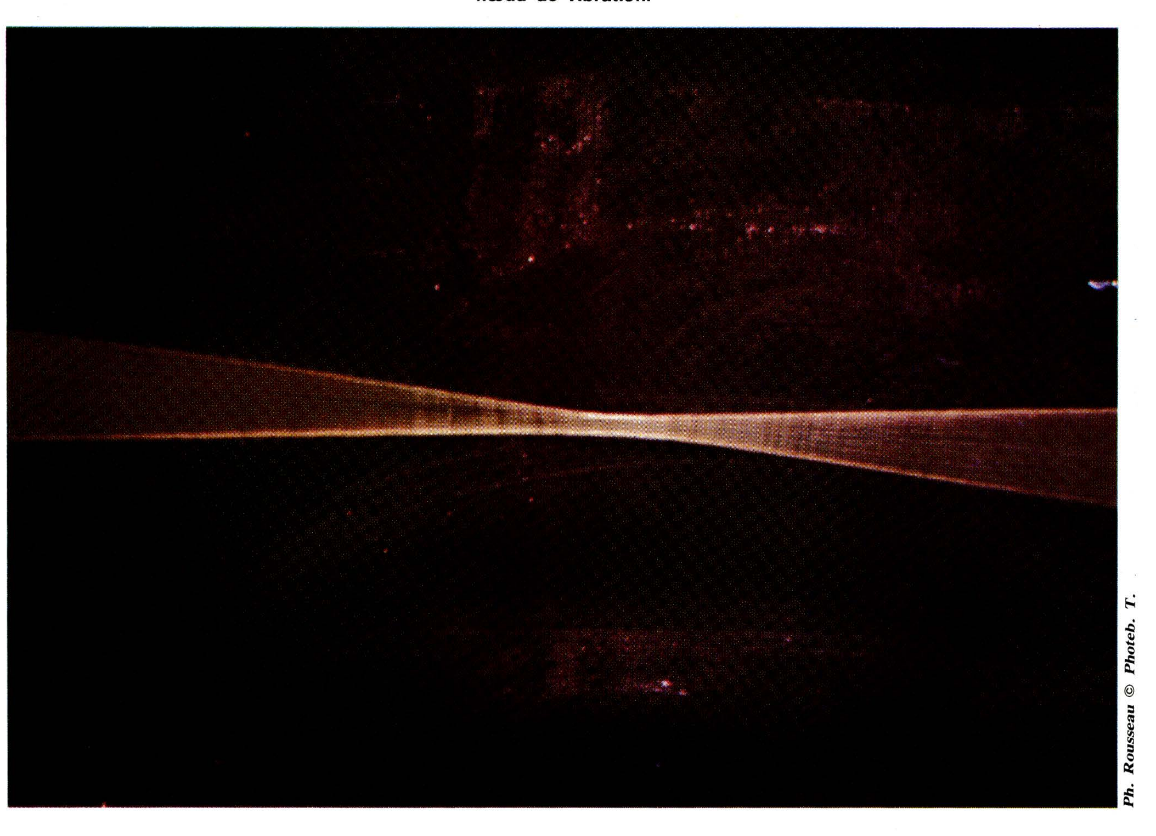
$$f_n = nf_1. \qquad (27)$$

Les fréquences f_1, f_2, ..., f_n sont appelées les *harmoniques* de la fréquence fondamentale (d'ordre 2, 3, ..., n).



États vibratoires d'une corde élastique. En réglant convenablement la tension T_0 de la corde on obtient un nœud à chaque extrémité. Lorsque la corde vibre en un seul fuseau, la fréquence correspondante f_1 est la fréquence fondamentale. Les fréquences $f_2 = 2f_1$, $f_3 = 3f_1$, etc., appelées harmoniques d'ordre 2, 3, etc., correspondent à des vibrations en deux fuseaux, trois fuseaux, etc.

Photographie d'une corde vibrante observée au stroboscope ; l'appareil a été réglé de telle sorte que la corde soit photographiée dans deux positions opposées. On constate qu'il y a un point commun à ces deux positions, c'est un nœud de vibration.

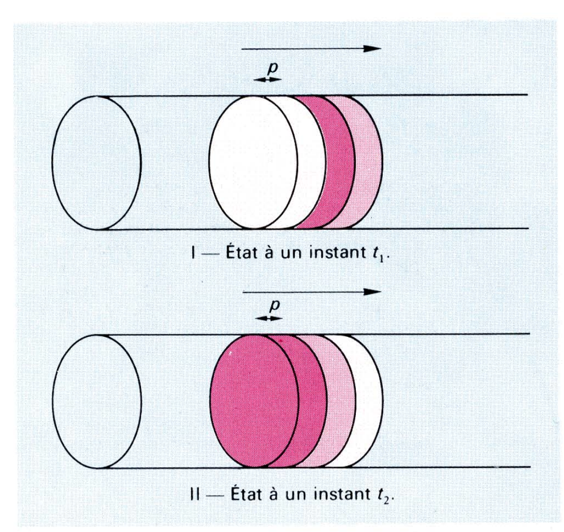


Systèmes oscillants ouverts : propagation des ondes.

Généralités.

Lorsqu'une oscillation se propage de proche en proche, à l'infini, dans un milieu donné, le phénomène périodique observé est dit ondulatoire : on le nomme *onde* ou, parfois, *rayonnement* (terme généralement réservé aux ondes électromagnétiques). Le système oscillant n'a plus de limite ; c'est un système ouvert. Exemples : vagues se propageant à la surface de l'eau, oscillations de la pression de l'air à partir d'un diapason vibrant (l'onde propagée est appelée *son*), oscillations électromagnétiques des atomes constituant un morceau de sodium en train de brûler (*lumière visible*), oscillations électromagnétiques produites par un émetteur radio par la vibration des atomes d'hydrogène ou d'hélium de certains axes (ondes hertziennes), oscillations électromagnétiques produites par un tube émetteur de *rayons X*, ou par des noyaux atomiques excités (*rayonnement gamma* de la radioactivité).

● *Ondes longitudinales et ondes transversales.* — Une onde est dite *longitudinale* lorsque les oscillations ont lieu dans la direction de propagation. C'est le cas, par exemple, des ondes sonores dans un tuyau plein d'air : la compression oscillatoire des molécules se propage dans la direction de l'axe du tuyau, et elle a lieu dans la même direction (les molécules « se serrent » les unes contre les autres dans une tranche d'air, à un instant donné, et « s'éloignent » mutuellement dans la tranche suivante). Les zones de pression maximale sont appelées des *crêtes* et les zones de pression minimale des *creux*, par analogie avec les ondes transversales dont il va être question.



Ondes longitudinales dans un tuyau. L'onde qui se propage est une variation périodique de pression : le mouvement des molécules se fait dans la direction de l'axe du tuyau, et les variations de pression se propagent dans la même direction. On a figuré deux états du tuyau au temps t_1 et t_2, pour des tranches voisines arbitraires.

— Une onde est dite *transversale* lorsque les oscillations qui se propagent sont perpendiculaires à la direction de propagation. C'est le cas des ondes à la surface de l'eau ou d'une corde qui vibre. Les points où la vibration est maximale sont appelés des *crêtes* ; ceux où elle est minimale (algébriquement) des *creux*.

● *Ondes sphériques et ondes planes.* — Quand un oscillateur (mécanique, électromagnétique ou autre) vibre au sein d'un milieu homogène dont les différentes parties sont susceptibles de vibrer de la même façon, il est la source d'ondes longitudinales ou transversales qui se propagent dans toutes les directions. A un instant donné, tous les points qui se trouvent à la surface d'une sphère centrée sur l'oscillateur (surface d'onde) sont dans le même état vibratoire (mécanique, électromagnétique, etc.). On dit que l'onde est *sphérique*. Dans le cas particulier d'un liquide (rides à la surface de l'eau), la propagation ne se fait que dans le plan de la surface : les surfaces d'ondes se réduisent à des cercles concentriques.

— Quand les surfaces d'ondes sont des plans, c'est-à-dire lorsque les points qui se trouvent, à un instant donné, dans le même état vibratoire sont dans le même plan, l'onde est dite *plane*. Par exemple les vibrations sonores qui se propagent dans un tuyau forment des ondes planes : les « tranches » de tuyau où la pression est la même à un instant donné sont des images « grossières » de ces surfaces d'ondes.

Grandeurs caractéristiques d'une onde.

Les grandeurs liées à l'oscillateur, source du phénomène ondulatoire, sont évidemment caractéristiques du phénomène : nous déterminerons donc une onde par son amplitude A et par sa fréquence $f = 1/T$ (ou par sa pulsation $\omega = 2\pi f$). Mais ces grandeurs ne mesurent que le fait de l'oscillation ; elles ne nous renseignent pas sur le *fait de la propagation*, d'où la nécessité d'introduire d'autres caractéristiques.

● *Vitesse de phase.* L'onde se déplace dans l'espace en fonction du temps t. Elle possède donc une vitesse de propagation qu'on appelle *vitesse de phase* et qui dépend de la nature de l'oscillation et de celle du milieu oscillant. Le *vecteur vitesse de phase* est désigné par $\boldsymbol{v}_\varphi$; nous verrons que, dans le cas des vibrations électromagnétiques on le désigne par $\boldsymbol{c}$ (initiale de *célérité*). En général nous nous contenterons de raisonner sur le module de ce vecteur, noté v_φ ou c.

● *Phase.* Le fait qu'une onde ne se propage pas d'une manière instantanée a pour conséquence un *déphasage* entre les différents points de l'espace. Le temps nécessaire à une onde dont la vitesse de phase est v_φ pour atteindre un point M à la distance $OM = r$ de la source est :

$$\Delta t = \frac{r}{v_\varphi}. \tag{1}$$

De sorte que l'état vibratoire du point M à l'instant t est le même que celui de la source O à l'instant $t - \Delta t$.

Supposons que la source O vibre harmoniquement selon l'équation :

$$\Psi(t) = A\cos\omega t\,; \tag{2}$$

alors la fonction d'onde du point M sera :

$$\Psi_M(t) = A\cos\omega(t - \Delta t)\,. \tag{3}$$

Comme, d'après l'équation (1), $\Delta t = r/v_\varphi$, si nous posons $-\omega r/v_\varphi = \varphi$, l'équation (3) s'écrit :

$$\Psi_M(t) = A\cos(\omega t + \varphi)\,. \tag{4}$$

Le fait que la propagation ne soit pas instantanée fait apparaître la phase φ : l'expression *vitesse de phase* est donc préférable à *vitesse de propagation*.

● *Longueur d'onde.* La distance λ parcourue par l'onde pendant le temps $T = 1/f$ est appelée *longueur d'onde* :

$$\lambda = v_\varphi T = \frac{v_\varphi}{f}. \tag{5}$$

On peut se représenter concrètement cette grandeur quand il s'agit d'une vibration mécanique transversale (vagues à la surface de l'eau par exemple) : la longueur d'onde est la distance qui sépare deux crêtes ou deux creux consécutifs de l'onde.

Les deux nombres λ et f peuvent être indifféremment utilisés pour caractériser une onde de nature donnée. Toutefois, lorsqu'il s'agit d'onde dont la vitesse de phase est variable, il vaut mieux l'identifier par sa fréquence qui est constante. Pour les ondes électromagnétiques se propageant dans le vide, nous verrons que la vitesse de phase c est constante : on peut donc les caractériser soit par leur fréquence, soit par leur longueur d'onde.

● *Vecteur d'onde et vecteur de propagation.* — On appelle *nombre d'onde linéique* l'inverse de la longueur d'onde, qu'on désigne par la lettre grecque σ :

$$\sigma = \frac{1}{\lambda} = \frac{f}{v_\varphi}. \tag{6}$$

La grandeur σ indique le nombre de longueurs d'onde par unité de longueur ; dans le système SI, elle s'exprime en « mètres à la puissance moins un » (symbole : m^{-1}). Dans certains cas, il est utile de représenter cette grandeur par un vecteur $\boldsymbol{\sigma}$, appelé *vecteur d'onde* : il a pour module $1/\lambda$ et même sens et même direction que le vecteur vitesse de phase (c'est-à-dire qu'il est parallèle à la direction de propagation).

— On appelle *nombre d'onde angulaire* le nombre k défini par :

$$k = \frac{\omega}{v_\varphi} = 2\pi\sigma\,. \tag{7}$$

Le vecteur $\boldsymbol{k}$, de module k et orienté comme le vecteur $\boldsymbol{\sigma}$ est appelé *vecteur de propagation* (signalons toutefois que le vecteur k est parfois appelé, par abus toléré de langage, « vecteur d'onde »).

● *Notion de vitesse de groupe.* Les ondes que l'on rencontre en physique ne sont pas, en général, des ondes harmoniques, mais une superposition d'ondes harmoniques, auxquelles on peut appliquer l'analyse de Fourier.

Considérons donc un ensemble d'ondes harmoniques de fréquence angulaire $\omega_1, \omega_2, \omega_3, ..., \omega_n$. Posons :

$$\Delta\omega = \omega_n - \omega_1\,. \tag{8}$$

Nous dirons que les pulsations des ondes de l'ensemble considéré remplissent l'intervalle $\Delta\omega$. Chaque onde se propage avec la vitesse de phase $v_\varphi = \omega/k$, d'après l'équation (7). Par conséquent les vecteurs de propagation $\boldsymbol{k}_1, \boldsymbol{k}_2, ..., \boldsymbol{k}_n$ varient dans un intervalle $\Delta\boldsymbol{k}$. L'ensemble d'ondes ainsi défini s'appelle un *paquet d'ondes* ou encore un *groupe d'ondes*, et nous désignerons par $\psi_1, \psi_2, ..., \psi_n$ les fonctions sinusoïdales qui leur correspondent. Si nous faisons la somme de ces fonctions simples, nous obtenons *une onde résultante* de la forme :

$$\Psi = \psi_1 + \psi_2 + \cdots + \psi_n\,, \tag{9}$$

qui se propage avec une vitesse u qu'on appelle vitesse de groupe. On peut montrer que, si v_φ n'est pas la même pour toutes les ondes du groupe, la vitesse de groupe a pour module :

$$u = \frac{d\omega}{dk}. \tag{10}$$

Si toutes les ondes se propagent avec la même vitesse de phase v_φ, alors la vitesse de groupe est égale à la vitesse de phase et l'on peut écrire :

$$u = v_\varphi\,. \tag{11}$$

Signalons dès maintenant que toutes les radiations électromagnétiques se propagent avec la même vitesse de phase $v_\varphi = c$ dans le vide. Donc une radiation composée de plusieurs ondes électromagnétiques de fréquences différentes possède une vitesse de groupe *dans le vide* telle que :

$$u = v_\varphi = c\,. \tag{12}$$

Fort heureusement pour nous, la plupart des ondes que nous rencontrerons en physique macroscopique sont dans ce cas, de sorte que la distinction entre vitesse de phase (ou célérité) et vitesse de groupe ne s'imposera pas. Lorsque $v_\varphi \neq u$, le système est dit *dispersif* ; c'est le cas des ondes sonores se propageant dans les solides aux très petites longueurs d'onde.

Propriétés générales des ondes.

● *Réflexion.* Lorsqu'une onde progressive rencontre une discontinuité dans le milieu où elle se propage, sa direction de propagation change : on dit qu'il y a *réflexion* (exemples : réflexion de la lumière sur une surface métallique ou un miroir, écho sonore, réflexion des ondes radar sur les obstacles, etc.).

● *Réfraction.* Lorsqu'une onde passe d'un milieu de propagation (I) dans un autre (II), son vecteur vitesse de phase $\boldsymbol{v}_\varphi$ change en général de direction et de module : on dit qu'il y a *réfraction*. Appelons $\boldsymbol{v}'_\varphi$ le vecteur vitesse de phase dans le milieu (II) ; le rapport :

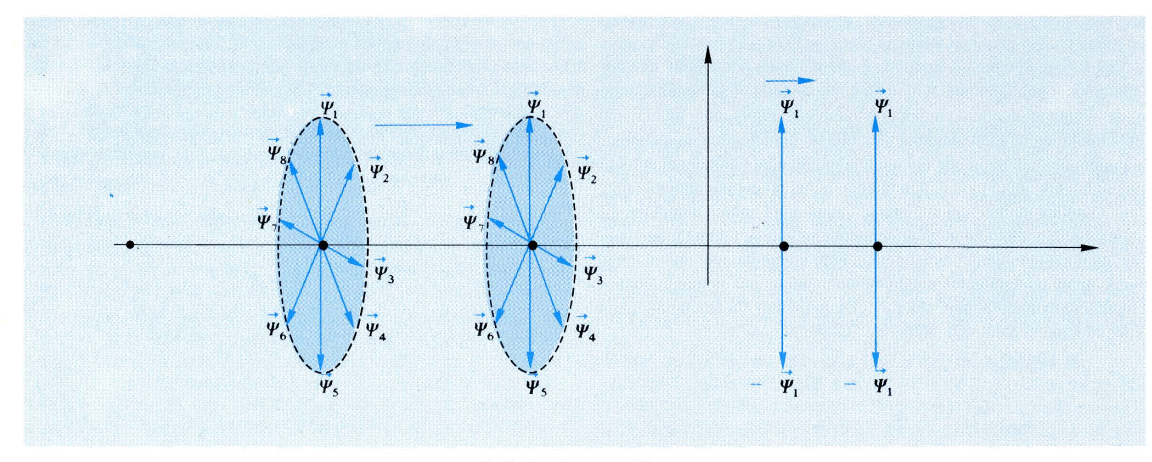
$$n_{1,2} = \frac{\boldsymbol{v}_\varphi}{\boldsymbol{v}'_\varphi} \tag{13}$$

est appelé *indice de réfraction* du deuxième milieu par rapport au premier. Le phénomène est tout à fait remarquable avec les ondes lumineuses (voir pp. 68-69).

● *Polarisation.* Lorsqu'une onde est transversale, le vecteur $\boldsymbol{\Psi}(t)$ qui la représente est constamment perpendiculaire à la direction Ox de propagation, dans toutes les directions de l'espace. Si, en un point O' de Ox, à une certaine distance de la source vibrante O, on place un dispositif convenable, on peut annuler tous les vecteurs $\boldsymbol{\Psi}$ sauf celui qui a la direction préférentielle $O'z$: on dit que l'onde est *polarisée* par le dispositif *polariseur* O'. Si ce dispositif est confondu avec la source, l'onde est dite *polarisée à l'émission*. On précise aussi que la polarisation est *rectiligne* et de direction Oz (voir figure à la page suivante et p. 174).

● *Interférences.* Lorsque deux ondes de même nature se superposent dans une région de l'espace, on dit qu'elles *interfèrent* ; le résultat de cette superposition est une *figure d'interférence*.

Le phénomène est net et relativement facile à étudier si les ondes émises par deux sources S_1 et S_2 sont rigoureusement cohérentes, c'est-à-dire si elles ont même longueur d'onde λ. On obtient généralement ce



Polarisation rectiligne.
L'onde émise par la source O se propage selon la direction Ox ; à chaque instant le point M vibre dans toutes les directions perpendiculaires à Ox, d'où une infinité de vecteurs $\vec{\Psi}$ remplissant la surface d'un cercle de centre M (on a représenté quelques-uns de ces vecteurs au moment où ils atteignent leur valeur maximale). En O', un dispositif polariseur annule tous les vecteurs $\vec{\psi}$, à l'exception de ceux qui sont parallèles à O'z : il y a polarisation rectiligne de l'onde selon l'axe O'z.

résultat en partant d'une source ondulatoire S, qu'on dédouble par un procédé adéquat. Par exemple on fait tomber la lumière issue d'une source lumineuse ponctuelle sur un écran percé de deux trous S_1 et S_2 : on obtient ainsi deux sources S_1 et S_2 émettant une même lumière.

En tout point M de l'espace où les ondes qui interfèrent arrivent en phase, elles s'additionnent et le point M est un point d'oscillation maximale ; on dit que l'interférence est *constructive*. En tout point où les ondes arrivent en opposition de phase leur somme est nulle et le point en question n'oscille pas : l'interférence est dite *destructive*. Les parties de l'espace (lignes, surfaces) où l'interférence est constructive sont appelées des *ventres* : celles où l'interférence est destructive sont des *nœuds*.

Supposons que deux sources S_1 et S_2 émettent une onde (de nature quelconque) de longueur d'onde λ, qui se propage à la vitesse de phase v. Examinons l'état vibratoire d'un point M situé à la distance r_1 de S_1 et à la distance r_2 de S_2. L'onde issue de S_1 parcourt la distance r_1 dans le temps $t_1 = r_1/v$; l'onde émise par S_2 parcourt la distance r_2 dans le temps $t_2 = r_2/v$. La *différence de temps de marche est* :

$$\Delta t = t_1 - t_2 = \frac{r_1 - r_2}{v} \qquad (14)$$

et la *différence de marche* est :

$$\Delta r = r_1 - r_2 = v(t_1 - t_2) \,. \qquad (15)$$

Le point M est un ventre de vibrations si les ondes arrivent en phase, donc si l'on a, en appelant T la période de l'onde :

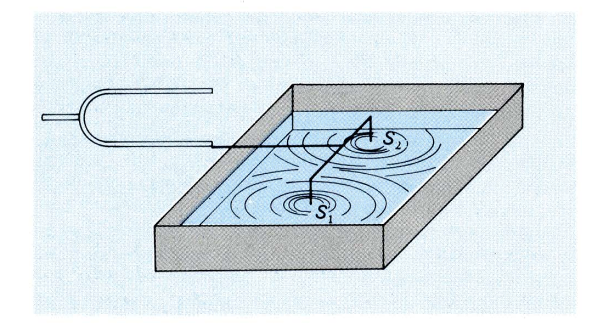
$$\Delta t = nT\,; \quad \Delta r = n\lambda \,. \qquad (16)$$

Le point M est un nœud de vibrations si les ondes arrivent en opposition de phase, donc si l'on a :

$$\Delta t = (2\,n + 1)\,\frac{T}{2}\,; \Delta r = (2\,n + 1)\,\frac{\lambda}{2}\,. \qquad (17)$$

(Voir aussi p. 174.)

Le diapason (D) transmet ses vibrations aux deux sources S_1 et S_2, qui sont rigoureusement cohérentes : les ondes mécaniques émises par S_1 et S_2 se propagent à la surface de l'eau de la cuve, où elles interfèrent.



● *Diffraction.* La diffraction est un cas particulier d'interférence : si, au lieu de disposer de deux sources synchrones S_1 et S_2, on dispose d'un très grand nombre de sources S_1, S_2, ..., S_n juxtaposées d'une façon continue, les ondes émises par ces sources interfèrent. La figure d'interférence obtenue est appelée *figure de diffraction*. Le phénomène est particulièrement spectaculaire lorsqu'il s'agit de la lumière (voir pp. 72-73).

Trains d'ondes.

Considérons une source vibrante qui émet une onde sinusoïdale de la forme :

$$\Psi(t) = A \sin \omega t \,. \qquad (18)$$

Si rien ne vient perturber la source, l'onde émise est sans fin. Le phénomène se perpétuera. Ainsi la lumière ou les ondes hertziennes émises à partir de certaines galaxies, il y a plusieurs milliards d'années, continuent de se répandre dans l'espace. La représentation graphique de l'état d'un point M de l'espace est alors une sinusoïde infinie.

● *Soit maintenant* un point M de l'espace qui voit son état modifié par le passage d'un *train d'ondes* entre le temps t_1 et le temps t_2. Nous représentons les variations de cet état par une portion de sinusoïde, qui peut être d'amplitude constante ou d'amplitude modulée. Dans ce dernier cas, nous supposerons que l'amplitude est maximale au temps :

$$t_0 = \frac{t_1 + t_2}{2} \,. \qquad (19)$$

La représentation graphique du train d'ondes dans les deux cas est indiquée sur la figure ci-après.

● *Il faut bien comprendre* que la fonction $\Psi(t)$ qui représente l'état vibratoire du point M à l'instant t est nulle pour $t < t_1$, c'est-à-dire *avant* l'arrivée du train d'ondes au point M, et pour $t > t_2$, c'est-à-dire *après* le passage du train d'ondes.

Fourier a montré que la fonction $\Psi(t)$ pouvait être représentée par une somme de fonctions sinusoïdales $\psi_1 + \psi_2 + \cdots + \psi_n$, dont les fréquences f_1, f_2, ..., f_n constituent une *bande de fréquences* de largeur $\Delta f = f_n - f_1$ à laquelle correspond la *bande de pulsations* $\Delta\omega = \omega_n - \omega_1$ (puisque $\omega = 2\pi f$). Entre $\Delta\omega$ et $\Delta t = t_2 - t_1$, temps de passage du train d'ondes, existe la relation :

$$\Delta\omega \; \Delta t \geqslant 2\,\pi \,. \qquad (20)$$

Pour $t < t_1$ et pour $t > t_2$, la somme $\psi_1 + \psi_2 + \cdots \psi_n$ est nulle, les ondes ψ_1, ψ_2, ... s'annulant par interférences destructives ; pour $t_1 \leqslant t \leqslant t_2$, elles s'ajoutent par interférences constructives. Les ondes ψ_1, ψ_2, ..., ψ_n constituent un *groupe d'ondes* ; chaque onde se déplace avec la vitesse de phase v_1, v_2, ..., v_n selon les cas, soit, en appelant v la vitesse de phase d'une onde de pulsation ω quelconque :

$$v = \frac{\omega}{k} \,, \qquad (21)$$

k étant le module du vecteur de propagation $\boldsymbol{k}$ défini au paragraphe **B**, *b*, équation (7) ci-dessus.

La crête maximale de l'onde résultante se propage alors à la *vitesse de groupe u*, telle que :

$$u = \frac{d\omega}{dk} \,. \qquad (22)$$

● *Relations de Fourier.* Un calcul simple montrerait que l'inéquation (20) est équivalente au système suivant, dans lequel Δk_x, Δk_y, et Δk_z sont les composantes scalaires du vecteur :

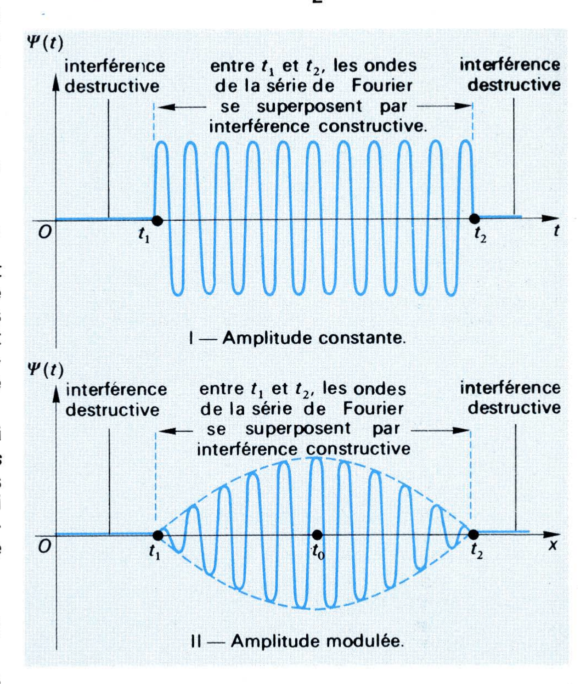
$$\Delta\boldsymbol{k} = \boldsymbol{k}_n - \boldsymbol{k}_1 \qquad (23)$$

et Δx, Δy, Δz les composantes du vecteur $\Delta\boldsymbol{r}$, qui définissent le déplacement de l'onde dans l'espace :

$$\begin{cases} \Delta k_x \,.\, \Delta x \geqslant 2\,\pi\,; \\ \Delta k_y \,.\, \Delta y \geqslant 2\,\pi\,; \\ \Delta k_z \,.\, \Delta z \geqslant 2\,\pi\,. \end{cases} \qquad (24)$$

Ces *relations de Fourier* sont d'une importance capitale, car on en déduit les *relations d'indétermination de Heisenberg* (voir le n° **538.2, A**).

Train d'ondes en un point M de l'espace.
La courbe représente les variations de l'état du point M décrites par la fonction $\psi(t)$ (déplacement, état électromagnétique, etc.) entre les temps t_1 et t_2. Cet état est nul pour $t \leqslant t_1$ et $t \geqslant t_2$.
I — Cas où l'amplitude est constante.
II — Cas où l'amplitude est modulée (= varie périodiquement) ; elle est alors maximale au temps $t_0 = \frac{t_1 + t_2}{2}$.



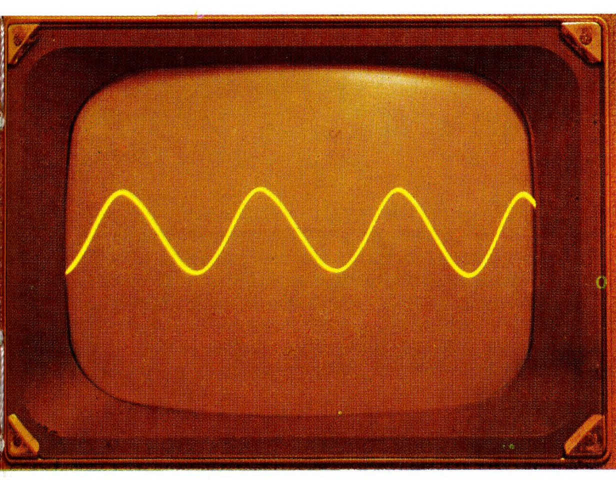
ACOUSTIQUE.

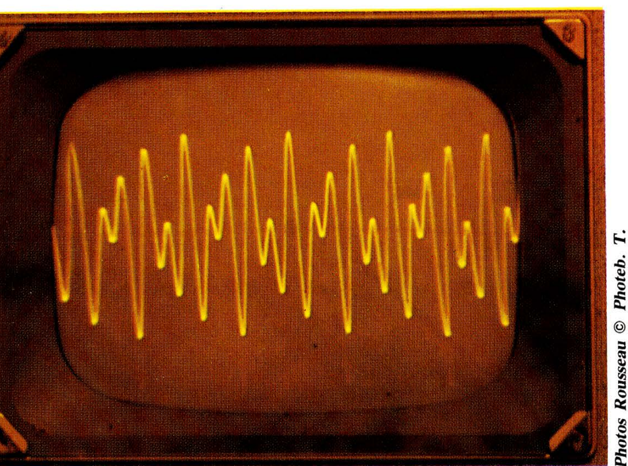
L'*acoustique* (du grec *akous* = « oreille ») est la science des sons. Inaugurée par les études des anciens Pythagoriciens, aux VIe et Ve siècles av. J.-C., elle s'est développée en rapport avec la musique. Ce n'est qu'au XVIIIe siècle qu'elle est devenue une branche à part entière de la physique. Les bases théoriques de l'acoustique ont été établies au début du XIXe siècle (analyse des fonctions périodiques par la méthode de Fourier), et elles ont permis les recherches ultérieures de Hertz sur l'analyse et la synthèse des sons, dans la seconde moitié du XIXe siècle. Les mesures acoustiques, en particulier les mesures énergétiques, ont pu être affinées au XXe siècle, grâce à l'électro-acoustique qui est, de nos jours, une branche sophistiquée de la technologie.

Les ondes sonores.

Qu'est-ce que le son ?

Il y a impression sonore lorsque sont excitées les terminaisons nerveuses du *nerf cochléaire*, dans l'oreille interne. L'influx nerveux résultant de cette excitation parvient au cortex cérébral par les voies nerveuses auditives (8e paire de nerfs crâniens). La zone du cortex responsable de nos perceptions auditi-





Photos Rousseau © Photeb. T.

Les vibrations sonores peuvent être transformées en oscillations électromagnétiques (microphone) et « enregistrées » sur l'écran d'un oscillographe cathodique. En haut, un son simple : il est représenté par une sinusoïde. En bas, un son complexe : il peut être considéré, du point de vue mathématique, comme la somme de plusieurs fonctions sinusoïdales.

ves est localisée dans le lobe temporal du cerveau.

A l'origine de l'excitation physiologique du nerf cochléaire, il y a un ensemble de phénomènes mécaniques qui peuvent se résumer comme suit.

1 - Le pavillon de l'oreille recueille des vibrations de fréquence f comprise entre 15 Hz et 20 000 Hz (on rappelle que « Hz » est l'abréviation de l'unité de fréquence *hertz*) qui font vibrer la membrane du *tympan*. Ces vibrations sont, en général, transportées par l'air ambiant, d'où la définition du son comme une vibration de l'air. En fait, tout milieu matériel apte à véhiculer des ondes mécaniques de fréquence f comprise dans l'intervalle indiqué, peut servir de milieu de propagation aux ondes sonores (on entend le bruit d'un cheval au galop en collant son oreille au sol, un nageur sous l'eau entend les bruits de surface, etc.).

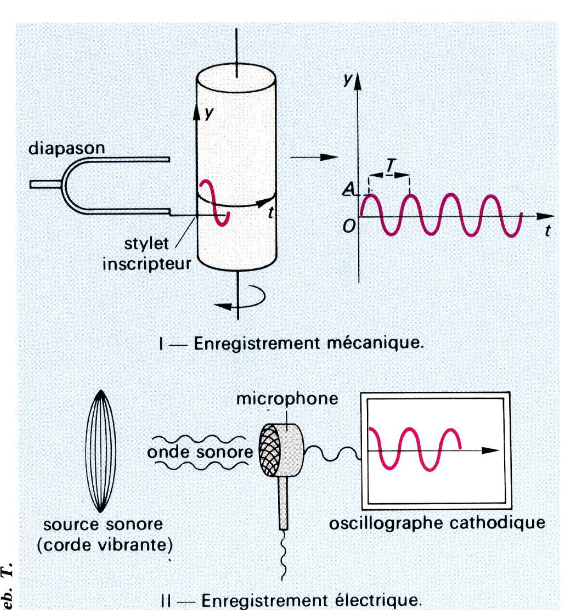
2 - Les vibrations du tympan sont transmises par la chaîne des *osselets* jusqu'à un orifice obstrué d'une membrane : la *fenêtre ovale*. Cette membrane communique les vibrations du tympan à un liquide contenu dans la *cochlée* ou *limaçon*, petit organe osseux contourné qui se trouve à l'intérieur de l'oreille interne.

3 - Les vibrations du liquide cochléaire sont transmises à des cellules nerveuses munies de cils vibratiles et dont l'ensemble constitue l'*organe de Corti*. Ces cellules transforment les vibrations mécaniques qu'elles reçoivent, et qui sont des vibrations de pression, en décharges d'influx nerveux, transmises au nerf cochléaire.

Pour produire un son, il est donc nécessaire de disposer de deux systèmes : 1° un système oscillant (corde vibrante, diapason, tuyau sonore, etc.) ; 2° un milieu susceptible de propager les oscillations du système en question sous forme d'ondes sonores (en général ce milieu est l'air ambiant). Comme on l'a indiqué p. 55, les ondes sonores sont des variations périodiques de pression du milieu de propagation ; il s'agit d'ondes longitudinales.

Sons simples et sons complexes.

● *L'enregistrement graphique* d'une onde sonore peut être réalisé à l'aide d'un dispositif mécanique ou d'un dispositif électrique, comme on le résume sur la figure ci-dessous. La courbe obtenue est le graphe de la fonction d'onde $\Psi(t)$ qui décrit les variations périodiques de la pression. On peut mesurer sur ces graphiques l'amplitude A et la période T de l'onde sonore étudiée.



Enregistrement graphique d'une onde sonore.
I — Enregistrement mécanique : les vibrations du diapason, qui ont lieu parallèlement à l'axe Oy, sont transmises à un stylet inscripteur qui vibre lui-même parallèlement à l'axe du cylindre. Celui-ci tourne autour de cet axe et le stylet inscrit, sur une feuille au noir de fumée, enveloppant le cylindre, la représentation graphique du mouvement.
II — Enregistrement électrique : les vibrations mécaniques sont transformées en vibrations électriques par le microphone. Les courants variables qui en résultent sont reçus par un oscillographe cathodique. Les courbes qui se forment sur l'écran de l'appareil représentent la fonction d'onde Ψ(t) de l'onde sonore.

● *Classification des sons.*

— Les *sons simples* sont décrits par des fonctions harmoniques du temps, de la forme :

$$\Psi(t) = A\cos(\omega t + \varphi)\,, \tag{1}$$

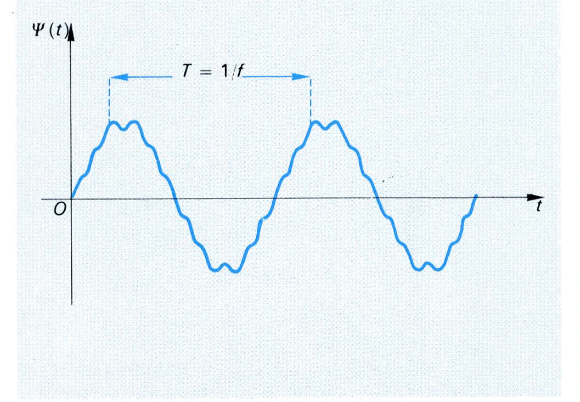
A est l'amplitude de l'onde sonore, ω sa pulsation et φ sa constante de phase. On rappelle que la pulsation ω est reliée à la fréquence f par la relation :

$$f = \frac{\omega}{2\pi}\,. \tag{2}$$

L'enregistrement graphique d'un son simple donne une *sinusoïde* : c'est le cas, par exemple, lorsque le son est produit par les vibrations d'un diapason.

— Les *sons complexes* sont la résultante de la superposition de plusieurs sons simples, de fréquence f, $2f$, $3f$, ... Leur représentation graphique est une courbe périodique dont l'amplitude est variable ; nous en avons donné un exemple arbitraire sur la figure ci-dessous.

Enregistrement graphique d'un son complexe de fréquence f.
La fonction Ψ(t) est périodique, elle est la somme de fonctions sinusoïdales $\psi_1, \psi_2, ..., \psi_n$ de fréquence respective $f_1, f_2, ..., f_n$.



— L'oreille humaine ne peut percevoir que les sons dont la fréquence est comprise entre 15 Hz et 20 000 Hz. Encore faut-il que l'intensité sonore (voir ci-dessous p. 58) soit suffisante. Les ondes sonores de fréquence f inférieure à 15 Hz sont appelées *infrasons* ; lorsque leur fréquence est supérieure à 20 000 Hz, ce sont des *ultrasons*. Infrasons et ultrasons ne sont pas perceptibles par l'oreille humaine. Mais certaines espèces animales perçoivent des sons de fréquence $f = 100\,000$ Hz et même davantage : c'est le cas notamment des Chauves-souris. Leur intérêt est souligné plus bas (pp.59-60).

Vitesse de phase du son.

Lorsqu'on veut déterminer, avec une petite marge d'erreur, à quelle distance est tombée la foudre lors d'un orage, on compte le nombre de secondes qui s'écoulent entre la vision d'un éclair dans le ciel et la perception du bruit du tonnerre. On applique ensuite la règle empirique :

$$3 \text{ secondes} \triangleq 1 \text{ km}\,. \tag{3}$$

Ce faisant, on suppose que la vitesse de la lumière est infinie et que la vitesse de phase (vitesse de propagation) du son dans l'air est d'environ 333 m/s. Nous allons retrouver ce résultat et le préciser à partir de considérations expérimentales et théoriques.

● *Mesures expérimentales de la vitesse de phase du son dans l'air.* Le principe de l'expérience est simple : on tire un coup de canon en un point A et un observateur placé en un point B, à la distance L de A, mesure, à l'aide d'un chronomètre, le temps t qui s'écoule entre la vision de l'éclair et la perception du coup de canon. La vitesse de phase du son, dans les conditions de l'expérience, est alors $v_\varphi = L/t$. La première expérience de ce type a été réalisée en 1738 sur une distance de 23 km (à vol d'oiseau) entre Montmartre et Montlhéry ; l'expérience a été reprise en 1822 sur une distance de 18 km entre Villejuif et Montlhéry. On a ainsi trouvé :

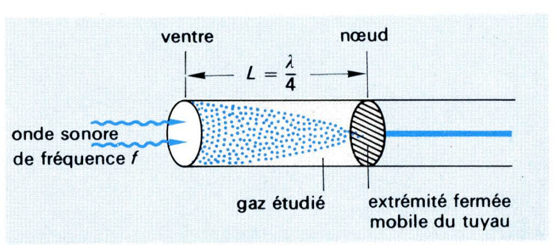
$$\begin{cases} v_\varphi = 332 \text{ m/s} & \text{en } 1738\,; \\ v_\varphi = 331{,}2 \text{ m/s} & \text{en } 1822\,; \end{cases} \tag{4}$$

(les mesures étaient faites à une température voisine de 0 °C).

Par la suite on a utilisé des mesures plus précises. Victor Regnault, avec des méthodes d'enregistrement automatique, a trouvé, à 0 °C, des valeurs comprises entre 330,1 m/s et 331,7 m/s.

● *Mesures de la vitesse de phase du son dans un gaz quelconque.* L'expérience précédente n'est plus réalisable quand il s'agit d'un gaz autre que l'air. On utilise alors un dispositif appelé tuyau sonore fermé, empli du gaz étudié, et dans lequel on réalise un système d'ondes stationnaires. On peut visualiser la présence de ces ondes en plaçant dans le tuyau une fine poudre : en régime stationnaire, les ventres de vibrations sont indiqués par un étalement de la poudre, et les nœuds par son immobilité. Le son est produit à une extrémité du tuyau par un diapason ou un piston vibrant ; le système d'ondes stationnaires présente un ventre à l'entrée du tuyau et un nœud à l'autre extrémité, si on règle convenablement la longueur du tuyau. La longueur d'onde λ du son produit est alors égale au quadruple de la longueur du tuyau (voir p. 54). De la relation $\lambda = v_\varphi/f$, qui définit la longueur d'onde, on tire $v_\varphi = \lambda f$: comme on connaît la fréquence f du son émis et la longueur $L = \lambda/4$ du tuyau, on peut calculer v_φ.

Ondes stationnaires dans un tuyau fermé.
La longueur L du tuyau fermé est réglée en faisant coulisser l'extrémité amovible de sorte qu'on ait un nœud de vibrations à l'extrémité fermée et un ventre à l'extrémité ouverte. La poudre placée dans le tuyau se dispose en fuseau.



● *Formule de Laplace.* Dans un gaz parfait dont la pression à l'équilibre est p et dont la masse volumique est ρ, la vitesse de phase du son est donnée par la relation suivante dite *formule de Laplace* :

$$v_\varphi = \sqrt{\gamma \frac{p}{\rho}}, \qquad (5)$$

γ désignant le rapport c_p/c_v des chaleurs massiques à pression constante et à volume constant du gaz considéré (voir ci-dessus, p. 45).

Cette formule a été établie à partir d'une méthode imaginée par Newton qui supposait que les variations longitudinales de pression dans un tube étaient comparables aux compressions et dilatations périodiques des spires d'un ressort à boudin. Newton était parvenu à la formule (fausse) $v_\varphi = \sqrt{p/\rho}$, car il avait supposé que la température du gaz à l'intérieur du tuyau restait constante pendant le passage de l'onde sonore. En fait, la température des zones comprimées augmente par rapport à celle des zones dilatées, et la pression y est supérieure à celle que prévoyait Newton par simple application des lois de la mécanique.

Dans l'air assimilé à un gaz parfait, à la pression p égale à la pression atmosphérique normale et, à la température de 0 °C, le coefficient γ vaut à peu près 1,4 ; en outre on a :

$$\begin{cases} p = 1 \text{ atmosphère normale} \approx 1{,}01 \times 10^5 \text{ Pa}; \\ \rho \approx 1{,}29 \text{ kg/m}^3. \end{cases} \qquad (6)$$

On trouve donc pour l'air, dans les conditions STC :

$$v_\varphi = \sqrt{1{,}4 \times \frac{1{,}01 \times 10^5}{1{,}29}} \approx 331{,}08 \text{ m/s}, \qquad (7)$$

ce qui recoupe la règle énoncée plus haut : « 3 secondes $\triangleq$1 kilomètre ».

● *Vitesse de phase du son dans les liquides et les solides.* On montre que, dans les liquides, la vitesse de phase du son dépend de la masse volumique ρ et du ***coefficient de compressibilité*** K du liquide considéré, selon la relation

$$v_\varphi = \sqrt{\frac{1}{K\rho}}. \qquad (8)$$

Dans les solides, le problème est plus complexe et les formules théoriques difficiles à établir. On préfère se contenter, en général, de mesures expérimentales.

Nous avons donné dans le tableau ci-dessous la vitesse de phase du son dans quelques milieux de propagation et dans quelques conditions déterminées.

Milieu de propagation	Vitesse de phase du son en m/s
Gaz : (1)	
Air à 0 °C	331,4
Air à − 100 °C	263
Air à 20 °C	343,5
Air à 100 °C	388
Azote à 0 °C	338
Oxygène à 0 °C	316
Hydrogène à 0 °C	1 262
Liquides :	
Eau à 15 °C	1 447
Eau à 8 °C	1 435
Alcool à 15 °C	1 275
Mercure à 20 °C	1 407
Tiges solides :	
Fonte	3 000
Acier	5 000
Cuivre	3 500
Quartz, verre	4 000 à 6 000
Sols :	
Terre ou sable	2 000 à 3 000
Roches compactes	5 000 à 6 000

(1) A la pression atmosphérique normale.

Vitesse du son dans quelques milieux de propagation déterminés.

● *Effet Doppler.* Lorsqu'une source vibratoire est en mouvement par rapport à un observateur, la fréquence de l'onde émise est modifiée : elle *augmente* si la source se rapproche de l'observateur immobile, et elle *diminue* dans le cas contraire. En appelant f la fréquence émise et f' la fréquence apparente, cette variation est donnée par la formule :

$$f' = \frac{v_\varphi}{v_\varphi \pm v} f, \qquad (9)$$

v désignant la vitesse de la source vibratoire.

Si la source est immobile et si l'observateur s'en rapproche ou s'en éloigne avec la vitesse v', la fréquence apparente a pour valeur :

$$f' = \frac{v_\varphi \pm v'}{v_\varphi} f. \qquad (10)$$

(Ici aussi f' augmente si la distance source-observateur diminue, et elle diminue dans le cas contraire).

Les formules (9) et (10) se résument en une seule :

$$f' = \frac{v_\varphi \pm v'}{v_\varphi \pm v} f, \qquad (11)$$

avec la règle de signes suivante :

1 - on a le signe « + » au numérateur et le signe « − » au dénominateur si la source et l'observateur se dirigent l'un vers l'autre avec les vitesses respectives v et v' ;

2 - on a le même signe aux deux termes de la fraction si les vecteurs vitesse de la source et de l'observateur ont même sens ; ce signe est « + » si la source précède l'observateur, et « − » si l'observateur précède la source.

Amortissement des ondes sonores.

Les ondes sonores s'amortissent naturellement, soit parce que l'énergie vibratoire est transformée en chaleur à l'occasion des collisions moléculaires, soit parce qu'elles se perdent dans le milieu ambiant. Cet amortissement se traduit par une diminution progressive de l'amplitude A de l'onde sonore.

L'étude théorique de l'amortissement des ondes sonores est complexe. Nous nous contenterons de donner le résultat théorique suivant : si A est l'amplitude de l'onde à sa source et A_r son amplitude à la distance r de la source, on montre que :

$$A_r = A\, e^{-\mu r}, \qquad (12)$$

μ étant un coefficient d'absorption caractéristique du milieu de propagation et qui dépend des conditions de l'expérience, en particulier de la fréquence de l'onde émise, de la vitesse de phase, de la température, de la masse volumique du milieu de propagation, de sa viscosité et de ses caractéristiques thermiques.

Propriétés physiologiques des sons.

On désigne ainsi les qualités du *son perçu* par l'oreille humaine, à savoir sa *hauteur*, son *intensité* et son *timbre*. Les propriétés correspondent à des caractéristiques physiques de l'onde sonore.

Hauteur des sons.

C'est une propriété qui dépend de la fréquence de l'onde sonore : plus elle est élevée, plus le son est aigu, plus elle est basse, plus le son est grave.

Pour comparer deux sons du point de vue de leur hauteur, on calcule soit le rapport f_2/f_1 de leurs fréquences ($f_2 > f_1$), soit le logarithme décimal de ce rapport. Dans le premier cas, on obtient l'*intervalle musical* entre les deux sons ; dans le deuxième cas, on obtient l'*intervalle logarithmique* des fréquences. Si x désigne l'intervalle musical de deux fréquences et lg x leur intervalle logarithmique, la quantité 1 000 lg x est exprimée en *savarts* (du nom du physicien Savart qui a étudié ces questions au XIX[e] siècle).

Si $f_2 = f_1$, l'intervalle musical est égal à 1 et l'intervalle logarithmique est nul : on dit qu'il y a unisson. Si $f_2 = 2\, f_1$, l'intervalle musical est égal à 2 : on le nomme *octave*. L'intervalle logarithmique correspondant à une octave est lg 2 = 0,301.

On peut donc écrire l'équivalence :

$$1 \text{ octave} = 301 \text{ savarts}. \qquad (13)$$

Ainsi les théories des *gammes*, utilisées en musique, sont liées à la notion d'intervalle.

Intensité des sons.

● *Puissance transportée par une onde.* On montre que la réaction du milieu vibrant à la propagation d'une onde quelconque est proportionnelle à la dérivée $\Psi'(t)$ de la fonction d'onde $\Psi(t)$:

$$\boldsymbol{F}' = -Z\boldsymbol{\Psi}'(t), \qquad (14)$$

le signe « − » rappelant qu'il s'agit d'une force de réaction et la constante Z étant caractéristique du milieu de propagation. D'autre part, la dérivée $\Psi'(t)$ étant la vitesse d'oscillation (elle désigne, par exemple, la distance parcourue par une molécule en une unité de temps), le produit $F' \times \Psi'(t)$ désigne le travail de la force $\boldsymbol{F}'$ par unité de temps, c'est-à-dire la puissance transportée P qui s'écrit par conséquent :

$$P = -Z[\Psi'(t)]^2. \qquad (15)$$

La fonction $\Psi(t)$ est périodique, de fréquence f et d'amplitude A ; sa dérivée $\Psi'(t)$ est elle aussi périodique, de même fréquence et d'amplitude proportionnelle à A. Donc la puissance transportée est proportionnelle au carré A^2 de l'amplitude.

Si $\Psi(t)$ est une fonction harmonique de la forme $A \cos \omega t$, alors on a, par simple application des règles du calcul des dérivées :

$$\Psi'(t) = -A\omega \sin \omega t \qquad (16)$$

et

$$P = -ZA^2\, \omega^2 \sin^2 \omega t, \qquad (17)$$

soit, en posant $-Z\omega^2 \sin^2 \omega t = K$,

$$P = KA^2. \qquad (18)$$

● *Intensité acoustique.* Lorsqu'il s'agit d'une onde sonore, $\Psi(t)$ représente les variations périodiques de pression de l'air (ou de tout autre fluide) dans lequel le son se propage. Si la propagation a lieu à l'intérieur d'un tuyau sonore, on démontre que $Z = \sqrt{\gamma p \rho}$, γ étant le rapport des chaleurs spécifiques, p et ρ désignant respectivement la pression et la masse volumique du gaz de propagation. Dans l'air, à 0 °C et à la pression atmosphérique normale, on a, dans le système SI, $Z = 428$. Z s'appelle *impédance acoustique*.

La puissance P transportée par l'onde s'appelle *puissance acoustique* ; on la mesure donc en watts dans le système SI. *L'intensité acoustique* I se définit comme la valeur moyenne de la puissance par unité de surface ; elle se mesure donc en watts par mètre carré (W/m²).

L'intensité du son le plus faible qui puisse être perçu dépend de sa fréquence. Aux environs de la fréquence du *la* des musiciens ($f = 435$ Hz), le seuil d'audition d'un individu normal est en moyenne égal à :

$$I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2. \qquad (19)$$

L'oreille humaine peut détecter auditivement des intensités acoustiques comprises entre cette intensité seuil et des intensités de l'ordre de 1 W/m². Pour des intensités supérieures, l'impression auditive se transforme en une sensation de douleur.

● *Le décibel* (symbole : dB) est une unité de *niveau de puissance acoustique*, grandeur sans dimensions désignée par le symbole L_W et définie par

$$L_W = 10 \lg \frac{P}{P_0}. \qquad (20)$$

Si l'on fait, par convention, $P_0 = 10^{-12}$ watt, c'est-à-dire correspondant au seuil d'intensité acoustique, le niveau de puissance acoustique est dit égal à 1 décibel si $P/P_0 = \sqrt[10]{10}$. En effet, on a :

$$\lg \sqrt[10]{10} = \frac{1}{10} \lg 10 = 0{,}1 \qquad (21)$$

et :

$$L_W = 10 \lg \sqrt[10]{10} = 10 \times 0{,}1 = 1 \text{ dB}. \qquad (22)$$

Concrètement, le décibel mesure l'augmentation relative de l'intensité d'un son, par référence à la puissance standard P_0 et à l'intensité standard I_0 qui lui correspond. Pour fixer les idées, un son de fréquence $N = 1\,000$ Hz (voix très aiguë), au niveau acoustique de la conversation normale, a un niveau de puissance acoustique de 60 dB ; un son dont le niveau de puissance acoustique dépasse 60 dB est très intense et difficile à supporter ; au-delà il devient douloureux.

● *La sonie* est un caractère de la sensation auditive lié principalement à la pression acoustique. On la mesure en une unité appelée *sone* : 1 sone est la

sonie d'un son pur de fréquence 1 000 Hz et de niveau de pression acoustique 40 dB, qui se propage par ondes planes face aux auditeurs.

● *L'isosonie,* ou plus exactement le *niveau d'isosonie* est défini par le rapport :

$$L_N = 20 \lg \left(\frac{p}{p_0}\right)_{1000\,\text{Hz}} \qquad (23)$$

p/p_0 est le rapport des pressions acoustiques, p_0 étant la pression standard correspondant à la puissance standard précédemment définie ; le rapport est établi comparativement à un son simple de fréquence égale à 1 000 Hz. L'unité de niveau d'isosonie est le *phone.* C'est une unité qui mesure, concrètement, une grandeur de la même nature que les décibels. La correspondance avec les décibels est donnée par :

$$x \text{ phones} = (x + 3,8) \text{ dB} . \qquad (24)$$

Timbre des sons.

Le *la* du diapason sonné au violon, au piano ou à la trompette n'a pas le même effet auditif sur un auditeur, même si les intensités acoustiques sont égales. Ce caractère spécifique est appelé *timbre* du son considéré.

Physiquement, le timbre d'un son est la conséquence de la superposition de plusieurs ondes harmoniques ψ_1, ψ_2, ... dont la résultante est le son considéré représenté par la fonction d'onde $\Psi(t)$. Lorsqu'on fait vibrer une corde tendue, par exemple une corde de guitare, on provoque le son fondamental de fréquence f_1 (telle que la longueur de la corde soit égale à $\lambda_1/2$), qui vibre avec une amplitude A_1 très élevée ; mais on provoque aussi les harmoniques de fréquences 2 f_1, 3 f_1, 4 f_1, etc., dont l'amplitude est beaucoup plus faible. L'oreille perçoit ces fréquences en bloc, avec une nette dominante pour la fréquence fondamentale.

Pour analyser expérimentalement le timbre d'un son, on peut se servir d'un résonateur de Helmholtz (voir photographie page suivante ; on peut aussi enregistrer graphiquement le son produit et analyser la courbe obtenue selon la méthode de Fourier.



L'acoustique est la science des sons : la musique est l'art de les produire et de les harmoniser. Ci-dessus : Louis Armstrong, un des plus grands trompettistes de l'histoire du jazz.

Compléments.

Instruments producteurs de sons.

Les instruments de musique — traditionnels ou non — utilisent les vibrations de tiges vibrantes (exemple : diapason, xylophone), de cordes vibrantes (instruments à cordes divers), de tuyaux sonores ouverts ou fermés (instruments à vent), de membranes vibrantes (instruments à percussion). On peut aussi produire des sons par des moyens électroacoustiques. Les progrès de l'électronique ont permis de combiner à l'infini, et avec un très grand nombre de nuances, les harmoniques les plus variées et de *synthétiser* des sons.

Physiquement, il est intéressant de connaître la vitesse de propagation de l'onde sonore dans ces instruments et la fréquence *f* du son fondamental émis en fonction de quelques caractéristiques mesurables. Le tableau ci-contre énumère les principaux résultats à connaître.

Ultrasons.

Les ultrasons sont des ondes sonores dont la fréquence dépasse 20 000 Hz ; ils ne sont pas audibles par l'homme.

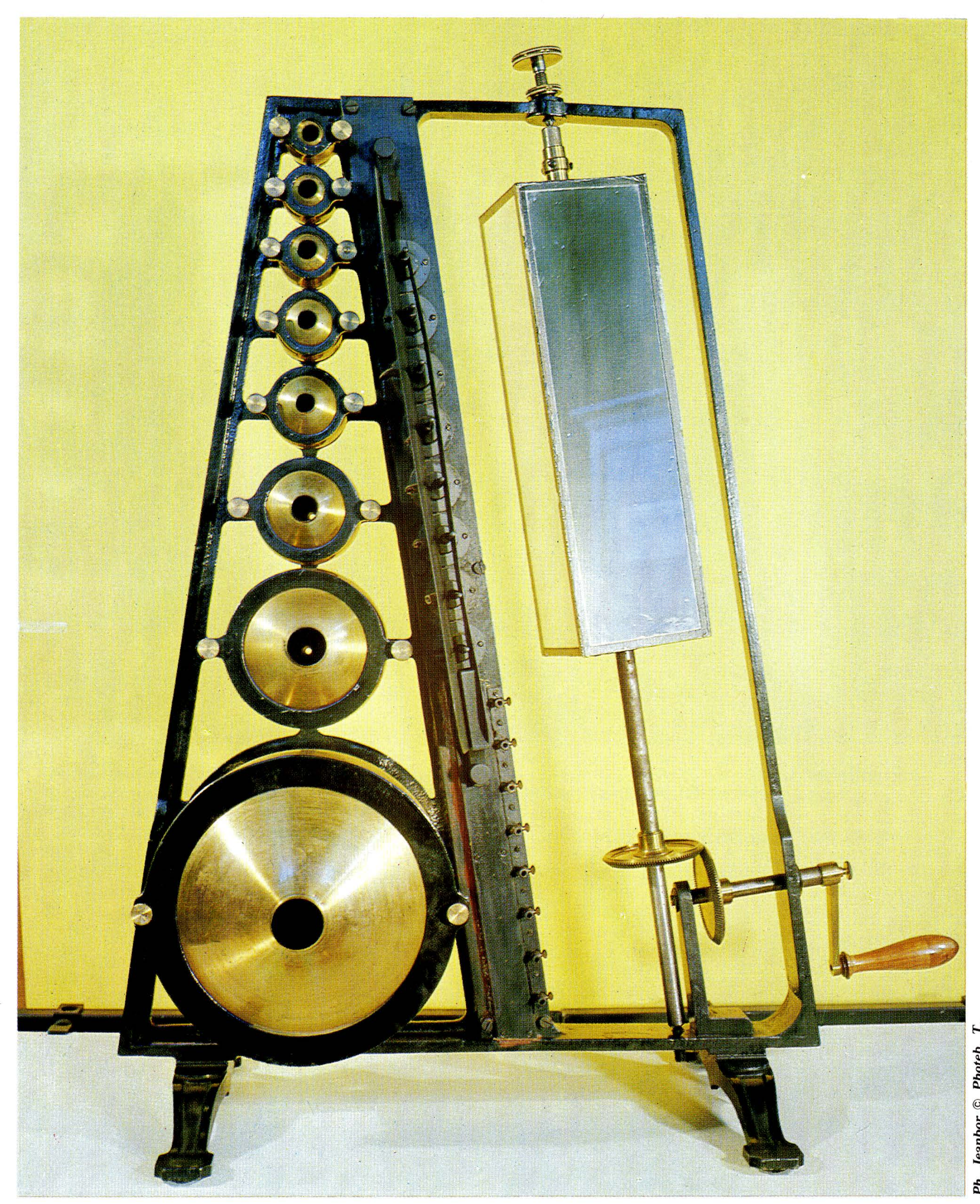
● *Production des ultrasons.* On peut produire des ultrasons avec les sirènes et les sifflets utilisés pour produire des sons audibles (sifflet de Galton, utilisé pour le dressage des chiens policiers par exemple). Les ultrasons s'amortissent très rapidement et leur faible portée dans l'air les rend rapidement inutilisables : quelques mètres, pour des fréquences comprises entre 50 000 et 100 000 Hz ; 1,70 m, pour $f = 100\,000$ Hz ; 0,17 mm, pour $f = 10^6$ Hz. Dans l'eau, par contre, la portée reste appréciable, même aux fréquences élevées : quelques kilomètres jusqu'à $f = 100\,000$ Hz ; 3,4 km pour cette dernière fréquence et 34 m pour $f = 10^6$ Hz. Nous décrirons la production d'ultrasons dans les liquides.

Le procédé généralement utilisé repose sur la propriété suivante d'un cristal de quartz convenablement taillé : si l'on exerce une pression ou une traction sur les faces d'un tel cristal, on obtient une différence de potentiel électrique entre les faces, et, inversement, si l'on applique une différence de potentiel alternative aux faces d'un tel cristal, celui-ci se comprime périodiquement. Si le générateur électrique utilisé est un générateur de haute fréquence, les déformations du quartz par compression auront elles aussi une fréquence très élevée. La puissance dissipée est optimale

Vitesse de propagation et fréquence du son fondamental pour quelques instruments acoustiques.

Instrument		Vitesse de phase v_φ	Fréquence fondamentale f_1
Corde vibrante (1)	$L = \frac{\lambda_1}{2}$ — son fondamental ; $L = \lambda_2$ — harmonique $f_2 = 2 f_1$	$\sqrt{\frac{T_0}{\alpha_0}}$	$\frac{v_\varphi}{2L}$
Tuyau ouvert (2)	$\lambda/4$; V N V ; L	$\sqrt{\gamma \frac{p}{\rho}}$	$\frac{v_\varphi}{2L}$
Tuyau fermé (2)	$L = \lambda/4$; V N	$\sqrt{\gamma \frac{p}{\rho}}$	$\frac{v_\varphi}{4L}$
Lame vibrante (3)	V N V ; $\lambda/4$; lame libre V N ; $\lambda/4 = L$; lame avec obstacle fixe	$\frac{E}{\rho}$	$\frac{v_\varphi}{2L}$ $\frac{v_\varphi}{4L}$
Membrane (4)	r	—	$\frac{2,96\,e}{2\pi r^2}\sqrt{\frac{E}{\rho}}$

(1) T_0 : tension de la corde à l'équilibre ; α_0 = masse de la corde par unité de longueur.
(2) p : pression du gaz à l'intérieur du tuyau ; ρ : masse volumique du gaz ; $\gamma = c_p/c_v$ (voir n° 534.3, B, *f*).
(3) ρ : masse volumique ; E : coefficient d'élasticité.
(4) E : coefficient d'élasticité ; e : épaisseur.



Ph. Jeanbor © Photeb. T.

Résonateur de Helmholtz.
Chaque volume de cuivre (approximativement des sphères) est susceptible de vibrer avec une fréquence propre caractéristique. Si l'on émet à proximité de l'appareil un son simple de fréquence N égale à la fréquence propre de l'une des « boules » du résonateur, celle-ci entre à son tour en vibration par résonance et le son émis est amplifié. Si l'on émet un son complexe, comprenant, par exemple, les harmoniques N, N' et N'' qui entrent en vibration par résonance, les résonateurs correspondants vibreront. L'appareil permet donc d'analyser un son en ses harmoniques.

lorsque la fréquence de la tension utilisée est égale à la fréquence propre du cristal, qui est inversement proportionnelle à son épaisseur (40 000 Hz pour 56 mm). Comme un cristal de cette épaisseur est pratiquement irréalisable, on utilise une mosaïque de petits cristaux de quartz convenablement taillés, collés en « sandwich » entre deux lames d'acier.

Les générateurs à quartz (générateurs piézoélectriques) peuvent servir de récepteurs d'ultrasons : les fréquences qu'ils reçoivent provoquent l'apparition d'une différence de potentiel alternative entre les faces, recevable sur un oscillographe et dont la fréquence nous renseigne sur la fréquence captée.

● *Propriétés des ultrasons.* Les ultrasons ont les mêmes propriétés de propagation que les sons audibles. Dans l'air, leur vitesse de phase est d'environ 332 m/s dans les conditions normales ; dans l'eau elle est de l'ordre de 1 500 m/s. Ils subissent, comme les ondes sonores, réflexion et réfraction.

En traversant un milieu, comme toutes les radiations, ils perdent de leur énergie par absorption. On peut mesurer l'importance de cette absorption par l'échauffement du milieu traversé. L'énergie vibratoire mise en jeu est relativement considérable (de l'ordre de plusieurs centaines de watts). Cela explique ce qui se produit dans un liquide où se propagent des ultrasons (soulèvement de colonne de liquide, dégagement de bulles gazeuses dues à la création de dépressions, etc.).

Outre ces actions physiques remarquables et des actions chimiques variées (formation d'eau oxygénée, dénaturation des substances azotées, rupture de liaisons chimiques provoquant la dépolymérisation de substances organiques), les ultrasons ont aussi des actions biologiques. Des cellules vivantes en suspension dans le liquide où ils se propagent éclatent instantanément ; les petits animaux aquatiques (crustacés, têtards, etc.) peuvent être tués ou paralysés partiellement ou totalement par les ondes ultrasoniques. Tous ces phénomènes sont liés à l'*effet de cavitation* (provocation de dépressions à l'intérieur du liquide) caractéristique des suspensions insuffisamment concentrées. Par contre, dans les tissus des animaux supérieurs, la cavitation ne se produit plus et les altérations qui surviennent (hémorragies, œdèmes) n'ont rien de typique.

● *Applications des ultrasons.* Les ultrasons peuvent être émis sous forme d'ondes à peu près planes, comme la lumière d'un projecteur. On peut donc s'en servir notamment pour mesurer des distances importantes dans des liquides par réflexion contre des fonds marins par exemple, ou pour détecter des obstacles sous-marins. D'autre part, la vitesse de propagation des ultrasons de très haute fréquence dépendant de leur fréquence, toute variation de f fournit des informations importantes sur le comportement des molécules composant le milieu traversé. D'où l'utilisation des ultrasons pour obtenir des images rapides sans utiliser les rayons X (cardiologie, médecine prénatale).

OPTIQUE.

Les ondes électromagnétiques et la lumière.

La lumière visible est un cas particulier d'onde électromagnétique, de longueurs d'onde comprises entre 3 900 Å et 7 600 Å environ, transportant de l'énergie sous forme de quantités discontinues q appelées *photons*, de l'ordre de l'électronvolt. Il a fallu plus de trois siècles, depuis la création de l'optique géométrique par Snell et Descartes, pour qu'on puisse écrire une phrase en apparence aussi simple. Les intermédiaires théoriques par lesquels sont passés les physiciens méritent d'être contés dans le détail, car les théories de la lumière sont étroitement liées aux théories sur la matière et à l'histoire de toute la physique.

Rappel historique.

● *De Lucrèce à Newton.* Les Anciens croyaient que les corps lumineux émettaient des corpuscules qui, en atteignant notre œil, y formaient des images. Cette théorie corpusculaire remonte à Épicure (IVe siècle av. J.-C.) et a été exposée par le poète latin Lucrèce, au Ier siècle apr. J.-C., dans le *De Rerum natura.*

Les phénomènes lumineux ont été étudiés scientifiquement à partir de la fin du XVIe siècle et du début du XVIIe siècle, en rapport avec les soucis techniques des premiers opticiens (dont les plus fameux étaient alors les Hollandais). La *propagation rectiligne* de la lumière était connue depuis l'Antiquité ; le Hollandais Snellius (= Snell van Royen) a découvert, en 1620, les lois de la réfraction ; Descartes a regroupé en 1637 tous les faits optiques connus dans le traité intitulé *Dioptique* (première partie de ses *Essais*, qui avaient pour préface le *Discours de la méthode*) ; Fermat a énoncé le *principe de l'optique géométrique* qui résume les lois de la réflexion et de la réfraction.

C'est Newton qui a formulé, d'une façon explicite et doctrinale, la *théorie corpusculaire de la lumière* selon laquelle les corps lumineux émettent des corpuscules qui se déplacent très rapidement dans le vide et divers milieux transparents. Newton a montré que la fusion de lumières dont les couleurs sont celles de l'arc-en-ciel donne la lumière blanche (expérience du *disque de Newton*) et a découvert le phénomène dit des *anneaux de Newton* et celui de la *diffraction*, sans toutefois pouvoir les expliquer. Son *Traité d'optique* a été publié en 1704 seulement.

● *De Huygens à Maxwell.* En 1690, le Hollandais Huygens avait émis l'hypothèse que la lumière était une onde se propageant dans un milieu invisible appelé l'*éther*, comme le son est une onde aérienne. Cette idée a été reprise au début du XIXe siècle par Fresnel pour rendre compte des faits d'interférence et de diffraction, phénomènes qui ne peuvent être décrits par la théorie corpusculaire. Il en est résulté la *théorie ondulatoire* de la lumière : la lumière est une vibration se propageant dans l'éther, milieu subtil répandu partout, même dans le vide, à une vitesse considérable qu'on estimait, vers 1827, comprise entre 200 000 et 300 000 km/s. Enfin Fresnel expliqua comment les lois de l'optique géométrique (réflexion, réfraction) peuvent être déduites de l'hypothèse ondulatoire.

Les travaux de Fresnel datent de 1812-1827, ils sont contemporains de l'analyse mathématique des fonctions périodiques établies par Fourier (voir pp. 52-53) qui ont constitué un instrument analytique de premier ordre pour l'optique ondulatoire.


Ph. © Rencontre. T.

Augustin Fresnel (1788-1827) : il a énoncé la théorie ondulatoire de la lumière en 1819.

Les problèmes posés par la théorie de Fresnel étaient cependant très embarrassants et concernaient principalement la nature de l'éther qui devait être un fluide infiniment ténu, dénué de masse, prodigieusement élastique et en même temps parfaitement rigide. Nous avons vu, pp. 12-13, que les physiciens ont abandonné l'idée d'éther en 1905 seulement, lorsque Einstein, interprétant les expériences de Michelson et Morley sur la vitesse de la lumière, démontra qu'il s'agissait d'un concept vide de tout contenu. Cependant ces mêmes physiciens auraient pu renoncer à ce concept dès 1865, après la publication des travaux de Maxwell, comme on va le voir ci-après.

● *La théorie de Maxwell* est grandiose. Elle ouvre la voie à la physique moderne. Voici, schématiquement, en quoi elle consiste.

1 - L'expérience montre que tout *champ électrique variable* ***E*** en un point *M* de l'espace entraîne l'apparition en ce point d'une *induction magnétique* ***B*** (qui se manifeste notamment par son action sur une petite aiguille aimantée).

2 - Maxwell a montré que, si ***E*** est alternatif, ces deux grandeurs étaient vectorielles (c'est pourquoi nous les avons écrites en caractères gras) et que leurs directions étaient perpendiculaires. Il a de plus établi un ensemble de quatre relations concernant les vecteurs ***E*** et ***B*** qu'on nomme *équations de Maxwell* et qui résument la totalité des phénomènes électromagnétiques.

3 - Si le vecteur ***E*** varie périodiquement en un point *O*, il en est de même du vecteur ***B*** ; l'ensemble de vecteurs oscillants (***E***, ***B***) est un oscillateur électromagnétique de fréquence *f*, qui peut être élevée.

4 - L'oscillation (***E***, ***B***) peut se transmettre de proche en proche à tous les points de l'espace, et constitue alors une *onde électromagnétique*, dont la vitesse de phase est $c \approx 300\ 000$ km/s et qui se propage dans une direction *Oz* de vecteur unitaire ***w*** tel que le trièdre ***E***, ***B***, ***w*** soit direct, c'est-à-dire respecte la règle du tire-bouchon (voir p. 55).

5 - La lumière visible est une onde électromagnétique particulière, dont la fréquence *f* est comprise entre deux valeurs seuil : la fréquence de la lumière rouge $f_{rouge} = f_r$ et la fréquence de la lumière violette $f_{violet} = f_v$. Il doit exister des ondes électromagnétiques de fréquences $f < f_r$ ou $f > f_v$ (lorsque Maxwell mourut, en 1879, les seules ondes électromagnétiques invisibles connues étaient les rayons infrarouges et les rayons ultraviolets).

Concrètement, que signifie la théorie de Maxwell en ce qui concerne les ondes lumineuses ? Tout simplement que, lorsque de la lumière parcourt dans l'espace le trajet *AB*, tous les points situés entre *A* et *B* sont soumis à des oscillations électromagnétiques, c'est-à-dire que leur état électrique et leur état magnétique varient périodiquement, avec une fréquence énorme, de l'ordre de 10^{14} oscillations par seconde.

Dès lors que la lumière est une onde électromagnétique, il n'est plus nécessaire de faire appel à un milieu matériel vibrant, tel l'éther. Le fait que les physiciens aient cependant cru à l'existence de l'éther (inutile et contradictoire) pendant un demi-siècle après l'exposé par Maxwell de ses théories montre combien est paralysant pour l'esprit le poids de la tradition. Ajoutons que l'échelle des radiations électromagnétiques prévue par Maxwell s'est agrandie rapidement : Hertz a découvert les *ondes hertziennes* en 1887 ; Röntgen a découvert les *rayons X* en 1895 (leur nature ondulatoire a été définitivement confirmée en 1912) ; Becquerel a découvert les *rayons gamma* de la radioactivité en 1896.

● *La théorie des photons*, énoncée par Einstein en 1905, a relancé le problème de la nature corpusculaire ou ondulatoire de la lumière, tout comme l'expérience des trous de Young avait bouleversé les esprits vers 1800.

Le point de départ de la théorie d'Einstein est l'observation de l'*effet photoélectrique*, découvert par Hertz en 1887. Pour en rendre compte d'une manière satisfaisante, il faut supposer que l'énergie lumineuse est corpusculaire, chaque « corpuscule » d'énergie étant appelé un *photon* et possédant l'énergie :

$$q = hf, \tag{1}$$

h étant la constante de Planck (voir p. 4) et *f* la fréquence de la lumière considérée. La théorie des photons est en accord avec d'autres phénomènes lumineux comme l'*effet Compton* (collision d'un photon de rayons X et d'un électron, découvert en 1922) ou les propriétés des rayons X (voir ci-dessous, p. 77).

● *Les théories de la physique quantique* ont réglé le problème de la contradiction entre la théorie ondulatoire électromagnétique de la lumière et la théorie des photons. Nous verrons en effet que l'un des principes de cette physique est la dualité ondes/corpuscules : toute réalité physique existe sous ces deux aspects *séparément* (donc sans contradiction). A toute onde de fréquence *f* correspond, lors des échanges énergétiques avec la matière, des photons d'énergie égale à *hf*, et inversement à tout corpuscule de masse *m* et de quantité de mouvement $p = mv$ correspond une *onde associée* $\Psi(t)$ de longueur d'onde $\lambda = h/p$.

La théorie des photons est donc une *théorie quantique* de la lumière. Avec elle se déchirent les derniers coins du voile qui recouvrait les ondes électromagnétiques. En effet, la théorie ondulatoire ne donnait aucune explication satisfaisante des *raies spectrales* (voir ci-dessous, p. 74), dont l'explication a été fournie par les théories quantiques, en rapport avec la structure électronique des atomes.

Origine et énergie des ondes électromagnétiques.

● *Les ondes électromagnétiques sont produites par de la matière excitée.* Les atomes matériels, on le sait, sont constitués d'un *noyau* autour duquel se meuvent des *électrons*, porteurs de la charge électrique $-e$. Un atome est un système énergétique, susceptible d'être étudié avec les méthodes de la physique statistique qui ont été expliquées pp. 36-50. A l'état d'équilibre — appelé *état fondamental* — l'atome ne rayonne pas d'ondes électromagnétiques. Lorsqu'il n'est plus dans cet état, on dit qu'il est *excité* : c'est ce qui se passe lorsqu'on chauffe un morceau de matière, ou lorsqu'on le soumet à un bombardement d'électrons (*rayons cathodiques*, voir p. 77) par exemple. Les atomes excités émettent des ondes électromagnétiques, dont la longueur d'onde λ dépend de l'énergie d'excitation mise en jeu : les oscillations des électrons autour d'un niveau d'énergie créent, dans l'espace qui entoure l'atome, une variation périodique de champ électromagnétique qui se propage dans toutes les directions de l'espace et qu'on appelle, selon la grandeur de λ, des ondes *hertziennes, radar, infrarouges, lumineuses visibles, ultraviolettes, X*; l'excitation du noyau de l'atome (et non plus de ses électrons) produit des ondes électromagnétiques appelées *rayons* γ.

● *Énergie transportée par les ondes électromagnétiques.* Comme on l'a dit p. 60, une onde de fréquence *f* transporte de l'énergie par quantités discrètes appelées *quanta* en général et *photons* lorsqu'il s'agit d'ondes électromagnétiques (Planck, 1900; Einstein, 1905). L'énergie d'un photon a pour valeur $q = hf$, *h* étant la constante de Planck (voir p. 94). Comme la fréquence est liée à la longueur d'onde par la relation $\lambda = c/f$, *c* étant la vitesse de propagation de la lumière dans le vide, l'énergie d'un photon s'écrit aussi :

$$q = \frac{hc}{\lambda}. \tag{2}$$

Un photon est donc d'autant plus énergétique que la fréquence de l'onde est plus élevée ou, ce qui revient au même, que sa longueur d'onde est plus petite.

La lumière jaune du sodium par exemple, pour laquelle on a $\lambda \approx 0{,}55 \times 10^{-6}$ m, transporte des photons d'énergie :

$$q = \frac{6{,}626 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^{8}}{0{,}55 \times 10^{-6}} \approx 36{,}14 \times 10^{-20}\ \text{J}. \tag{3}$$

Un rayonnement X, de fréquence $f = 10^{18}$ Hz (rayons X utilisés en radiologie), transporte des photons d'énergie :

$$q = 6{,}626 \times 10^{-34} \times 10^{18} \approx 6{,}62 \times 10^{-16}\ \text{J}. \tag{4}$$

Ces quantités d'énergie ont avantage à être exprimées en *électronvolts*, car cette unité est à l'échelle des phénomènes étudiés (1 eV $\approx 1{,}6 \times 10^{-19}$ J). On trouve alors, pour la lumière jaune $q \approx 2{,}25$ eV et pour les photons X $q \approx 4\ 130$ eV soit *environ* deux mille fois plus.

● *Propriétés des photons.*

— *Masse du photon en mouvement.* D'après la loi d'Einstein, $E = mc^2$; en remplaçant *E* par sa valeur $E = hf$, la masse $m(v)$ du photon a donc pour valeur :

$$m(v) = \frac{hf}{c^2}. \tag{5}$$

— *Masse du photon au repos.* D'après la loi d'Einstein sur la variation de la masse (voir p. 27), on doit avoir, en appelant *m* la masse au repos d'une particule et *m* (*v*) sa masse à la vitesse *v* :

$$m = m(v)\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}. \tag{6}$$

Ici, $v = c$; donc $v^2/c^2 = 1$ et $1 - v^2/c^2 = 0$; il en résulte que :

$$m = 0. \tag{7}$$

La masse du photon au repos est nulle.

— *Quantité de mouvement.* Le vecteur quantité de mouvement du photon a pour valeur :

$$\boldsymbol{p} = m(v)\ \boldsymbol{c}, \tag{8}$$

c étant le vecteur vitesse de la lumière. La valeur absolue de ***p*** est, en tenant compte de (5) :

$$p = \frac{hf}{c}. \tag{9}$$

— *Les vecteurs d'onde* **σ** *et de propagation* ***k*** de l'onde de fréquence *f* sont alors définis par :

$$\boldsymbol{\sigma} = \frac{\boldsymbol{p}}{h}; \quad \boldsymbol{k} = \frac{\boldsymbol{p}}{\hbar}. \tag{10}$$

($\hbar$ se lit « *h* barre » et signifie $h/2\pi$). Les équations (10) découlent de la définition des vecteurs **σ** et ***k***, données p. 55, équations (6) et (7).

Caractères généraux des ondes électromagnétiques.

● *Propagation.* Les ondes électromagnétiques sont des ondes sphériques dont la vitesse de phase dans le vide a pour valeur :

$$c = 299\ 792\ 458\ \text{m/s} \pm 1{,}2\ \text{m/s}. \tag{11}$$

Dans les calculs courants, on peut se contenter de l'approximation $c = 3 \times 10^8$ m/s (300 000 km/s). Cette vitesse est indépendante de la longueur d'onde de l'onde considérée.

Dans les milieux autres que le vide, la vitesse de phase c_φ est inférieure à *c* :

$$c_\varphi = \frac{c}{n}. \tag{12}$$

Le nombre $n > 1$ caractérise le milieu considéré ; on l'appelle *indice de réfraction absolu.* Pour l'air atmosphérique on a, dans les conditions STC :

$$n_{air} = 1{,}000\ 292\ 6.$$

En première approximation, on prend parfois $n_{air} \approx 1$.

● *Vitesse de groupe.* La notion est définie p. 55 ; dans le vide, la vitesse de groupe u de la lumière est égale à sa vitesse de phase :

$$u = c_\varphi = c\,, \tag{13}$$

de sorte qu'il n'est pas nécessaire de préciser de quelle vitesse on parle.

Dans un milieu autre que le vide, l'indice de réfraction n dépend de la longueur d'onde λ de la lumière, et il en est de même de la vitesse de phase c_φ. Quant à la vitesse de groupe, elle est donnée par la relation :

$$u = \frac{c}{n}\left(1 + \frac{\lambda}{n}\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}\lambda}\right). \tag{14}$$

● *Cohérence et dispersion.* Les oscillations *d'un seul* électron dans un atome produisent une onde harmonique représentée par la fonction sinusoïdale :

$$\psi = A \cos \omega t\,. \tag{15}$$

Une source d'ondes électromagnétiques comprend une multitude d'émetteurs d'ondes ψ_1, ψ_2, ... L'onde résultante est la superposition de toutes ces ondes harmoniques :

$$\Psi = \psi_1 + \psi_2 + \cdots + \psi_n\,, \tag{16}$$

n pouvant être *très grand.*

Une onde harmonique est dite aussi *monochromatique* ; une onde telle que Ψ est dite *polychromatique* et, pratiquement, nous n'observons que des ondes polychromatiques, composées d'ondes monochromatiques dont les fréquences sont comprises entre deux extrêmes f_1 et f_n ; on dit aussi que l'onde est *dispersée* dans la *bande de fréquences* $\Delta f = f_n - f_1$. La fréquence apparente f de l'onde étudiée est comprise entre f_1 et f_n ; si les fréquences $f_1, ..., f_n$ sont très voisines de f, l'onde est dite *cohérente.*

● *Train d'ondes.* Ce qui a été dit p. 56, sur les trains d'ondes est valable pour les ondes électromagnétiques. Si l'on appelle Δt le temps de passage d'un train d'ondes au point M (pendant le temps Δt, M oscille N fois) et Δf la largeur de la bande de fréquences, on démontre que :

$$\Delta f \,.\, \Delta t \geqslant 1\,. \tag{17}$$

Si les phases des ondes monochromatiques Ψ sont égales (source *cohérente*), on a :

$$\Delta f \,.\, \Delta t \approx 1\,. \tag{18}$$

● *Étude expérimentale et théorique d'une onde électromagnétique.*

— « Mesurer » une onde revient, pour l'essentiel, à déterminer sa fréquence apparente f (ou sa longueur d'onde apparente λ). Pour cela il faut pouvoir réaliser une expérience d'interférence et mesurer la distance qui sépare deux ventres consécutifs. S'il s'agit de lumière visible, il suffit de recevoir l'onde à étudier sur un dispositif dans le genre de ceux qui sont décrits p. 71, ci-dessous, et d'observer la figure d'interférence sur un écran (les ventres sont des raies brillantes, séparées par des raies obscures qui sont des nœuds). Pour des lumières invisibles de faibles longueurs d'onde (rayons X, rayons γ), on reçoit l'onde à étudier sur un réseau cristallin, et on observe les phénomènes de diffraction enregistrés sur une plaque photographique.

— « Analyser » une onde, c'est séparer les fréquences f_1, f_2, ..., f_n qui la composent. Pour cela on la reçoit sur un dispositif adéquat, appelé *spectroscope,* qui a la propriété de disperser les ondes d'après leur fréquence. L'opération est une *analyse spectrale.* Selon la *finesse* de l'instrument, on pourra ainsi *séparer les fréquences.*

— L'étude théorique d'une onde Ψ, dont la fréquence a été mesurée expérimentalement et dont l'amplitude (généralement variable) peut être déterminée par des mesures d'énergie, consiste à analyser la fonction $\Psi(t)$ à l'aide des *séries de Fourier,* ce qui permet de retrouver les fréquences f_1, f_2, ..., f_n des ondes monochromatiques qui la composent.

● *Différents types d'ondes électromagnétiques.* Les seules ondes électromagnétiques visibles sont les ondes lumineuses, dont les longueurs d'onde sont comprises entre 3 900 et 7 500 Å environ (l'*angström* — ainsi nommé en hommage au physicien suédois A. J. Angström — est une unité qui vaut 10^{-10} m et qu'on utilise pour mesurer les longueurs d'onde ; ce n'est pas un sous-multiple *légal* du mètre, mais son emploi est toujours très répandu). Toutes les autres radiations électromagnétiques sont invisibles, et il faut des dispositifs adéquats pour les mettre en évidence (récepteurs de radio pour les ondes hertziennes, récepteurs thermiques pour les infrarouges, plaques photographiques pour les autres).

La lumière visible.

Ce qui précède nous dispense de commenter la définition de la lumière visible donnée au début de cet exposé. Nous allons préciser quelques caractères importants de cette lumière.

● *Lumière solaire.* La plus grande partie de la lumière que nous recevons sur la Terre nous vient du Soleil ; une faible partie nous provient des étoiles plus ou moins lointaines qui constellent la voûte céleste.

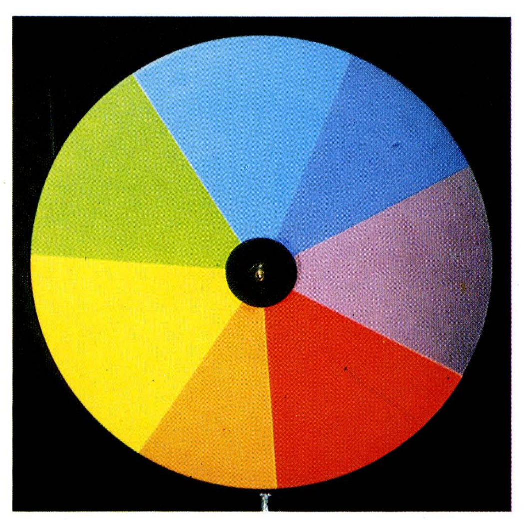
La lumière solaire est appelée *lumière blanche.* Si on la fait tomber sur un prisme de verre, on constate

Les ondes électromagnétiques.

(1) 1 nm = 10^{-9} m ; 1 µm = 10^{-6} m.

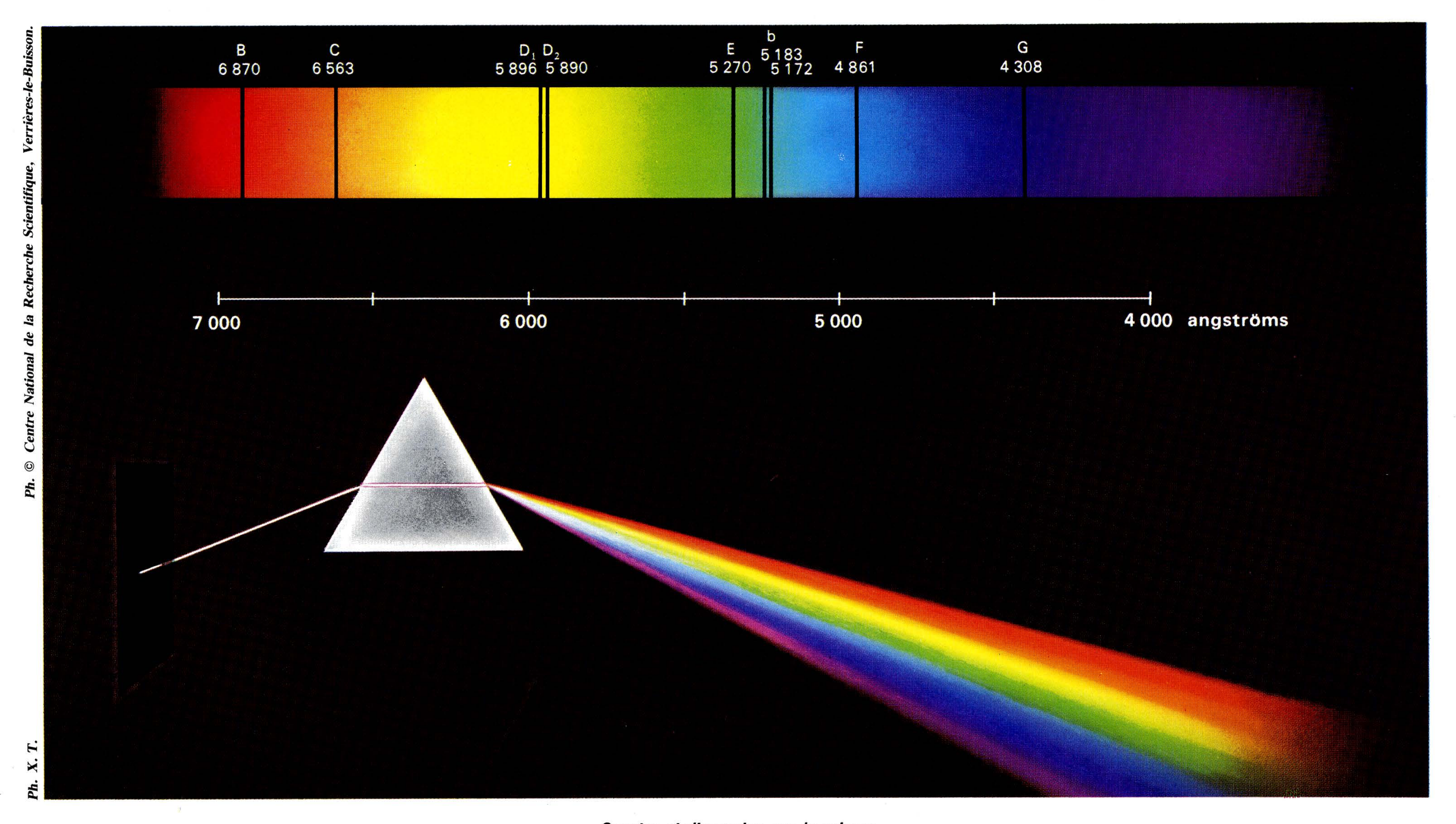
Radiations		Longueurs d'onde en angströms Å	en unités légales (mètre et ses sous-multiples) (1)	
RAYONS	Rayons γ des transformations nucléaires	0,001 4 à 1,5 Å	0,100 14 à 0,15 nm	
	Rayons γ diffractés par les cristaux	0,1 à 1 Å	0,01 à 0,1 nm	Radiothérapie — **RAYONS X diffractés sur les cristaux**
	Rayons γ du polonium	2,5 Å	0,25 nm	Radiographie
		10 Å 100 Å	1 nm 10 nm	Rayons mous ordinaires
ULTRA-VIOLET	Étincelle dans le vide, λ supérieur à	10 Å	1 nm	**RAYONS X intermédiaires**
	Ultraviolet de Lyman, λ supérieur à	500 Å	50 nm	
	Ultraviolet de Schumann, λ supérieur à	1 215 Å	0,121 5 µm	
SPECTRE VISIBLE	Limites	3 900 à 7 600 Å	0,39 à 0,76 µm	
	Emplacement spectral moyen des couleurs :			
	Violet	4 100 Å	0,41 µm	
	Bleu	4 700 Å	0,47 µm	
	Vert	5 200 Å	0,52 µm	
	Jaune	5 800 Å	0,58 µm	
	Orange	6 000 Å	0,60 µm	
	Rouge	6 500 Å	0,65 µm	
INFRA-ROUGE	Limite de transparence des verres	10 000 à 30 000 Å	1 à 3 µm	
	Limite infrarouge solaire		10 µm	
	Limite de transparence du sel gemme		14 µm	
	Rubens et V. Bayer. 1913		100 à 343 µm	
	Spectroscopie des radiations au moins jusqu'à		1 mm	
ONDES HERTZIENNES			1 mm	
			0,01 m	
			0,1 m	
			1 m	Ondes courtes et Petites ondes
			10 m	
			100 m	
			1 000 m	Moyennes ondes
			10 000 m	Grandes ondes
			100 000 m	

Expérience du disque de Newton.
Ci-dessous, le disque immobile avec sept secteurs circulaires (les « sept couleurs de l'arc-en-ciel »). En bas : le disque tourne rapidement, le mélange optique des sept couleurs a pour résultante une impression nouvelle, le disque semble blanc.





Photos Rousseau © Photeb. T.



Spectre et dispersion par le prisme.
La lumière blanche, passée au travers d'une fente et d'un prisme, est dispersée et décomposée en lumières de différentes couleurs (figure du bas). En haut de la page, on a représenté le spectre de la lumière solaire : il comprend un fond continu coloré sur lequel se détachent des raies obscures qui forment un spectre d'absorption. Ces raies, appelées raies de Fraunhofer, ont été désignées par des lettres conventionnelles (B, C, F, etc.) ; on les a calibrées ici en angströms.

qu'elle se décompose en lumières colorées qu'on a réparties, assez arbitrairement d'ailleurs, en 7 couleurs : rouge, orangé, jaune, vert, bleu, indigo, violet, les frontières entre ces nuances sont très indistinctes. Ces lumières colorées correspondent à des bandes de fréquences différentes (basse fréquence : rouge ; haute fréquence : violet). En graduant le spectre selon les longueurs d'onde $\gamma = c/f$, exprimées en angströms, on a les bandes indiquées sur la figure de la page ci-contre :

Si on peint sur un disque sept secteurs selon les couleurs de l'arc-en-ciel et qu'on le fait tourner rapidement devant les yeux, le disque paraît blanc. Cette expérience dite du *disque de Newton*, qui produit de la lumière blanche par synthèse optique des couleurs du spectre visible, est illustrée sur les figures ci-dessous.

Le phénomène bien connu de l'arc-en-ciel s'explique par la dispersion de la lumière solaire : les gouttelettes d'eau en suspension dans l'atmosphère analysent la lumière blanche comme autant de petits prismes. L'addition de tous ces effets donne l'image de l'arc-en-ciel.

● *Sources de lumière.* Pour produire de la lumière artificielle (la lumière solaire étant la seule qui soit « naturelle » selon le langage courant), on dispose de très nombreux moyens.

— L'éclairage par *incandescence* est obtenu en portant à une très haute température des particules matérielles. L'exemple le plus simple est celui de la flamme d'une bougie. Dans les lampes électriques un filament de tungstène est porté à l'incandescence (par effet calorifique du courant électrique) ; le filament est placé au centre d'une ampoule contenant un gaz rare (argon, krypton, etc.) sous très faible pression.

— L'*arc électrique* est une longue étincelle qui s'installe entre deux électrodes portées à une différence de potentiel élevée. Le passage de l'électricité dans l'air, entre les deux électrodes, provoque la luminescence des molécules gazeuses et l'incandescence des électrodes. La couleur de la lumière obtenue dépend de la nature chimique des électrodes (en général des morceaux de carbone auxquels on a ajouté des sels de calcium, de magnésium, etc.) et de l'atmosphère gazeuse dans laquelle se produit l'étincelle.

— L'éclairage par *fluorescence* est obtenu par l'électrisation des molécules d'un gaz sous basse pression soumis à un champ électrique intense (voir ci-dessous, p. 77).

— Les *lasers* sont des instruments qui fournissent une lumière extrêmement cohérente. La lumière d'un laser est très peu dispersée (c'est une lumière très pure, presque monochromatique) et le faisceau obtenu diverge très peu (il s'élargit d'environ 1 mm pour une distance L de 1 km par exemple). Le mot *laser* est formé des initiales de *Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation*, qui signifie « amplification de la lumière par émission stimulée de radiation ». Signalons que les *masers* (*Microwave Amplification*, etc., c'est-à-dire amplification de microondes par... etc.) fournissent, selon un procédé identique à celui des lasers, des ondes hertziennes de fréquence inférieure à 10^{12} Hz (voir paragraphe suivant).

L'énergie lumineuse.

Interactions matière-lumière.

● *Niveaux d'énergie.* La matière est composée d'atomes, groupés en molécules. Un atome est composé d'un *noyau*, que nous supposerons stable (c'est le cas pour la plupart des éléments chimiques), entouré d'électrons disposés en *couches* (désignées par les lettres *K, L, M, N*, ...) et en *sous-couches*.

A l'équilibre, l'énergie E_1 d'un atome est le plus bas niveau d'énergie possible pour cet atome : on l'appelle *état fondamental*. Les autres niveaux d'énergie sont des *états excités*. Lorsqu'un atome passe d'un niveau à un autre, on dit qu'il effectue une *transition*. Celle-ci est caractérisée par le « saut » d'un électron d'une couche à une autre ou, pour parler plus clairement, par une variation ΔE de l'énergie qui lie cet électron à l'atome. Ainsi, dans le cas de l'atome d'hydrogène (un seul électron), l'énergie vaut $E_1 = -13{,}6$ eV à l'état fondamental (couche K), $E_2 = -3{,}4$ eV, $E_3 = -1{,}51$ eV, $E_4 = -0{,}85$ eV, ..., $E_n = E_1/n^2$ dans les états excités 2 (couche L), 3 (couche M), etc. (Le signe « − » indique qu'il s'agit d'une énergie de liaison).

Quand un atome est excité, il ne reste pas longtemps dans cet état et tend à retourner spontanément à son état fondamental, soit en passant directement de E_n à E_1, soit « en cascade » par transitions successives. Chaque transition d'un état E_n à un état E_m inférieur (c'est-à-dire supérieur en valeur absolue puisqu'il s'agit d'énergies négatives) s'accompagne de l'émission d'un photon de fréquence $f_{n,m}$ telle que :

$$f_{n,m} = \frac{E_n - E_m}{h}. \qquad (1)$$

L'atome dans l'état fondamental n'émet pas de photons : il est en état d'équilibre.

● *Spectre d'émission des atomes excités.* Si l'excitation est très « désordonnée », tous les atomes d'un système sont le siège de transitions extrêmement variées, et les très nombreuses fréquences émises se superposent, donnant une onde lumineuse composite qui s'étale en un spectre continu (du rouge au violet quand il s'agit de la lumière solaire par exemple). Dans certaines conditions expérimentales, l'excitation est homogène. Dès lors, tous les atomes émettent la même fréquence, ou, du moins, dans une bande de fréquences étroite. La lumière obtenue reçue sur un prisme n'est pas dispersée et on observe ce qu'on appelle des *raies spectrales* (voir ci-dessous, p. 75). Si la matière excitée est faite de molécules polyatomiques, chaque molécule émet des raies très voisines, provenant des atomes qui la constituent ; en se fondant les unes dans les autres, ces raies forment des *bandes spectrales*, plus ou moins larges.

Voici une comparaison. Supposons que 100 000 personnes chantent toutes en même temps, dans un stade par exemple. Si chaque individu (= chaque atome) chante sa propre chanson, la fusion de ces 100 000 chansons va provoquer un brouhaha indescriptible, c'est l'image d'un *spectre continu*. Si les chants sont « excités » par un chef d'orchestre énergique, qui obtient par exemple que 1 000 individus chan-

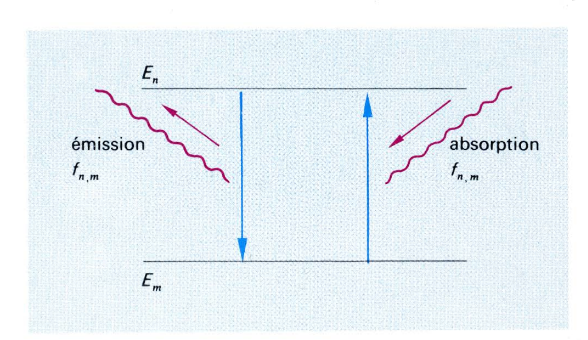
tent exactement la même chanson, d'une manière intense, par exemple *Au Clair de la Lune*, les 99 000 autres chantant ce qu'ils veulent *mezza voce*, le résultat sera le suivant : on entendra *Au Clair de la Lune* se détacher nettement sur un brouhaha confus et faible. C'est l'image d'une *raie spectrale* se détachant sur un spectre continu. Si les 1 000 individus qui chantent *Au Clair de la Lune* se répartissent en 10 groupes (= molécules) de 100 individus, chaque groupe chantant *Au Clair de la Lune* dans un ton différent : les 10 interprétations de la mélodie vont se fondre auditivement, et la chanson sera moins nette : c'est l'image d'un *spectre de bande*.

● *Excitation par irradiation.* Si l'on fait tomber sur des atomes une radiation de fréquence f, de deux choses l'une :

1 - ou bien f est égal à l'une des fréquences $f_{n,m}$ de transition possibles ;

2 - ou bien f est différent de toutes les valeurs possibles de $f_{n,m}$.

Dans le premier cas, l'atome *absorbe* le photon hf et son énergie augmente de l'état E_m à l'état E_n ; dans le second cas, il n'y a pas absorption. Les deux processus d'émission et d'absorption d'un photon sont inverses ; ils sont schématisés sur la figure ci-après.



On a figuré les deux états E_m et E_n par deux traits horizontaux ($E_m < E_n$).
I — Si l'atome passe de E_n à E_m, il émet le photon de fréquence $f_{n,m}$.
II — Si l'atome dans l'état E_m absorbe le photon extérieur de fréquence $f_{n,m}$, il passe à l'état E_n. L'émission fait chuter l'énergie de l'atome ; l'absorption l'augmente.

● *Réactions de l'atome irradié.* L'atome répond à l'irradiation par une sorte de loi du *talion* : œil pour œil, dent pour dent, photon pour photon. Toutefois la réponse n'est pas tout à fait de la même nature selon que l'irradiation tombe sur des atomes dans l'état fondamental ou sur des atomes dans l'état excité. Nous allons voir que, dans ce dernier cas, il y a amplification de la réponse : la loi du talion, pour l'atome excité, équivaut à « pour une dent toute la mâchoire » !

— Les atomes dans l'état fondamental E_1 sont portés, par l'irradiation, à l'état excité E_n. Ils retournent ensuite spontanément à l'état E_1 en émettant des photons $E_{n,1}$, ou bien par une émission en cascade (de E_n à E_{n-1}, ..., de E_2 à E_1).

Appliquons les lois de la physique statistique, étudiée pp. 36-50, à un ensemble d'atomes. Après quelques manipulations dont on peut faire grâce au lecteur et, en appelant N le nombre d'atomes excités qui existent encore au temps t et N_0 le nombre d'atomes excités au temps t_0 où on a commencé l'expérience, on démontre que :

$$N = N_0 \exp\left(-\frac{t - t_0}{\tau}\right), \qquad (2)$$

τ étant une grandeur statistique qu'on appelle *durée de vie moyenne* de l'état excité. La valeur de τ est très faible : elle varie de 10^{-6} s à 10^{-15} s, selon la nature de l'onde irradiante.

On notera que N est une *fonction décroissante* du temps, c'est-à-dire que, pour t suffisamment grand, N tend vers zéro : à ce moment, il n'y a plus d'atomes excités, donc les émissions spontanées de photons cessent.

— Que se passe-t-il si les photons incidents tombent sur des atomes excités dans l'état E_n ? Ces atomes absorbent les photons de fréquence $f_{n,m}$ comme précédemment, mais, au lieu de retourner à l'état fondamental, directement ou en cascade, ils réagissent en émettant des photons *de même fréquence que les photons incidents.* (C'est ce qu'on nomme une *émission stimulée*, le phénomène a été établi par Einstein en 1917.)

Alors que la lumière émise spontanément (dans le cas précédent) était une lumière peu cohérente (elle est émise dans toutes les directions et les fréquences sont différentes de la fréquence d'irradiation), la lumière provenant d'une émission stimulée est hautement cohérente : tous les atomes transmettent la même fréquence $f_{n,m}$, égale à la fréquence incidente. Le rayonnement retransmis est plus cohérent et plus *pur* : il y a *amplification* du rayonnement.

● *Masers et lasers.* Considérons un volume gazeux dans un tube. La population atomique qui le constitue contient, à l'équilibre, N_1 atomes dans l'état fondamental et un nombre négligeable N_n d'atomes excités dans l'état E_n. Si on irradie cette population avec une fréquence $f_{n,1}$, c'est-à-dire telle que $hf_{n,1} = E_n - E_1$, il va y avoir absorption suivie d'émission spontanée : puisque la quasi-totalité des atomes irradiés étaient dans l'état fondamental.

Pour obtenir une émission stimulée, il faut *inverser la population*, et faire en sorte que le nombre N_n d'atomes excités soit très grand. Alors la fréquence $f_{n,1}$ atteindra principalement des atomes excités, et il y aura retransmission de cette fréquence avec amplification. Le dispositif réalisant une telle inversion de population est appelé *maser* si la fréquence incidente est celle d'une onde hertzienne, et *laser* si c'est une fréquence lumineuse visible (voir pp. 62-63, l'origine de ces mots).

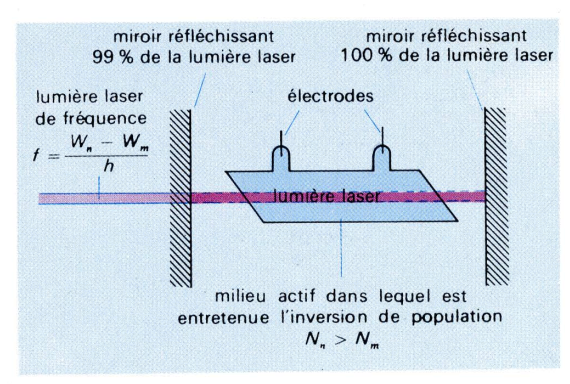


Schéma d'un laser.

Dans un *laser* (voir figure ci-dessus), la lumière émise par stimulation est maintenue à l'intérieur du tube par un jeu de miroirs. Elle continue, par conséquent, d'exciter les atomes qui sont retournés à l'état fondamental après l'avoir émise. Si l'un des deux miroirs laisse sortir du tube une fraction de la lumière (1 % par exemple), on obtient la *lumière laser*, remarquable par sa faible dispersion, la finesse du faisceau de sortie (quelques millimètres de diamètre) et son caractère unidirectionnel.

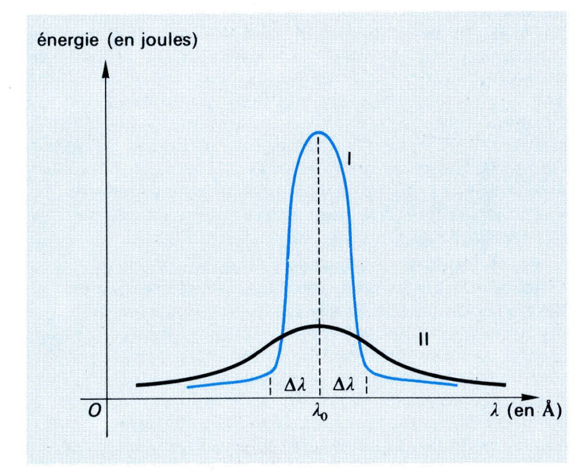
La lumière laser a des propriétés remarquables : finesse du faisceau, très peu divergent, finesse de la bande de fréquences, concentration de la puissance lumineuse, cohérence de l'onde lumineuse.

L'énergie rayonnante.

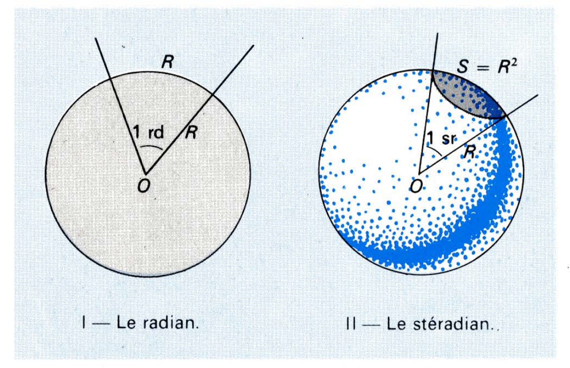
● *Spectre énergétique.* Pour mesurer l'énergie transportée par un faisceau lumineux, on le fait tomber sur un corps noir et on mesure l'échauffement de ce récepteur par la relation :

$$\Delta Q = mc\,\Delta\theta\,, \qquad (3)$$

m étant la masse du récepteur, *c* sa chaleur massique et $\Delta\theta$ la variation de température provoquée par l'irradiation. On obtient un tel récepteur en construisant une enceinte aux parois épaisses, percée d'un petit orifice : les radiations pénètrent dans l'enceinte et *n'en ressortent pas* (elles sont absorbées par réflexion sur les parois).



Spectre énergétique d'une lumière.
Courbe I — La plus grande partie de l'énergie est transportée par des radiations de longueurs d'onde $\lambda_0 \pm \Delta\lambda$. $\Delta\lambda$ est la « bande de longueurs d'onde », elle correspond à une bande de fréquences Δf.
Courbe II — Lumière composée : l'énergie rayonnante est dispersée ; elle est maximale pour $\lambda = \lambda_0$.



Angle solide.
On a comparé sur la figure la définition du stéradian et celle du radian.
I — Le radian est l'angle qui découpe sur le cercle de rayon R un arc de longueur R.
II — Le stéradian est l'angle solide qui découpe sur la surface sphérique de rayon R une surface égale à R^2.

Comme une onde lumineuse est toujours composite, on peut séparer les longueurs d'onde λ_1, λ_2, ... qui la composent et étudier les énergies Q_1, Q_2, ... qu'elles véhiculent. La fonction $Q(\lambda)$ est représentée par une courbe d'autant plus évasée que la lumière est plus dispersée (pour une lumière « pure » la courbe est très étroite).

● *Grandeurs énergétiques.* La mesure des énergies lumineuses fait l'objet de la *photométrie.* L'unité de base choisie est la *candela* (symbole : cd), unité d'*intensité lumineuse* ainsi définie :

la candela est l'intensité lumineuse, dans la direction perpendiculaire, d'une surface 1/60 cm² d'un *radiateur intégral* (=corps noir, parfaitement absorbant) à la température de congélation du platine sous la pression de 101 325 pascals.

Cette intensité lumineuse correspond, pour fixer les idées, à une puissance rayonnée d'environ 20,3 mW.

Pour distinguer les unités énergétiques (qui s'expriment en joules, en watts, etc.) des unités lumineuses, on utilise les indices *e* (initiale « d'énergie ») et *v* (initiale de « visible »). Ces indices peuvent être supprimés, lorsqu'il n'y a pas d'ambiguïté dans l'expression. Le tableau ci-dessous donne la définition des différentes grandeurs énergétiques et photométriques, les unités employées officiellement et leurs symboles. L'unité de flux énergétique exige que soit employée la notion d'*angle solide* définie sur la figure ci-contre.

● *Expression mathématique de l'énergie lumineuse.* L'onde lumineuse est une onde électromagnétique représentée par une équation de la forme :

$$\Psi(t) = E = E_0 \cos \omega t\,, \qquad (4)$$

dans laquelle *E* est la valeur du champ électrique au temps *t*, E_0 son amplitude (modulée : E_0 est elle-même variable), ω la pulsation de l'onde, reliée à la fréquence *f* par la relation $\omega = 2\,\pi f$.

On montre que, d'une manière générale, le flux énergétique de l'onde au point *M* a pour valeur :

$$\Phi = Z\mathbf{E}^2\,, \qquad (5)$$

Z étant l'*impédance* du milieu, définie par :

$$Z = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}\,, \qquad (6)$$

ε étant la permittivité et μ la perméabilité du milieu (dans le vide, $Z = \sqrt{\varepsilon_0/\mu_0}$, avec $\mu_0 = 4\,\pi \times 10^{-7}$ dans le système SI et $\mu_0\,\varepsilon_0\,c^2 = 1$).

Le vecteur champ est lié à ses composantes scalaires E_x, E_y et E_z par la relation $E^2 = E_x^2 + E_y^2 + E_z^2$; si l'on choisit l'axe *Oz* comme direction de propagation de l'onde transversale qu'est la lumière, on a $E_z = 0$, et finalement :

$$\Phi = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}\,(E_x^2 + E_y^2)\,. \qquad (7)$$

On remarquera que l'énergie rayonnante est proportionnelle au carré du champ électrique : elle est donc perçue par un *détecteur quadratique* (l'œil ou toute surface réceptrice de chaleur par exemple). On peut aussi *compter* les photons *hf* transportés par l'onde lumineuse.

Unités utilisées pour l'étude des rayonnements électromagnétiques et d'optique.
On a cité en parallèle les unités énergétiques générales et les unités lumineuses correspondantes, utilisées en photométrie.

Symboles	UNITÉS ÉNERGÉTIQUES (U_e)			UNITÉS LUMINEUSES (U_v)		
	Grandeur	**Définition**	**Unité**	**Grandeur**	**Définition**	**Unité**
Q	Énergie rayonnante	Énergie émise, transportée ou reçue sous forme de rayonnement	joule (J)	Quantité de lumière	Énergie lumineuse transportée pendant un temps *t* ; c'est une grandeur dérivée du flux (voir ci-dessous), à laquelle elle est liée par la relation : $Q = \Phi \times \Delta t$, Δt étant l'intervalle de temps d'émission ou de réception de la lumière.	lumen-seconde (lm.s)
Φ	Flux énergétique = puissance rayonnante	Puissance (= énergie par unité de temps) émise, transportée, ou reçue sous forme de rayonnement.	watt (W)	Flux lumineux	Le flux Φ d'une source d'intensité lumineuse *I* dans un élément d'angle solide Ω a pour valeur $\Phi = I\Omega$.	lumen (lm)
I	Intensité énergétique	Pour une source dans une direction donnée : quotient du flux énergétique Φ quittant cette source dans un élément $d\Omega$ d'angle solide contenant la direction donnée, par cet élément d'angle solide : $I = \frac{\Phi}{d\Omega}$.	watt par stéradian (¹) (W/sr)	Intensité lumineuse	Unité fondamentale de photométrie : la candela est l'intensité lumineuse dans la direction perpendiculaire d'une surface de 1/60 cm² d'un radiateur intégral à la température de congélation du platine sous la pression de 101 325 pascals.	candela (cd)
L	Luminance énergétique = radiance	En un point d'une surface et dans une direction perpendiculaire à cette surface : quotient *I/S* de l'intensité énergétique de cette surface supposée homogène par son aire.	watt par stéradian-mètre carré (W/sr.m²)	Luminance	En un point d'une surface *S* lumineusement homogène d'intensité lumineuse *I*, quotient des grandeurs *I* et *S* : $L = I/S$.	candela par mètre carré (cd/m²) (1 cd/m² = 1 nit)
M	Exitance énergétique	Quotient du flux énergétique Φ quittant une surface *S* par cette surface.	watt par mètre carré (W/m²)	Exitance lumineuse (= émittance lumineuse)	En un point d'une surface *S*, quotient Φ/S	lumen par mètre carré (lm/m²)
E	Éclairement énergétique	En un point d'une surface *S*, quotient du flux énergétique reçu par un élément de cette surface par l'aire de cet élément : $E = \Phi/S$	watt par mètre carré (W/m²)	Éclairement	En un point d'une surface *S*, quotient du flux lumineux reçu par cette surface par l'aire de cette surface $E = \Phi/S$.	lumen par mètre carré (lm/m²)

L'effet photoélectrique.

L'énergie lumineuse a non seulement le pouvoir d'échauffer un corps noir ou d'exciter notre rétine, mais aussi celui de se transformer en énergie chimique (action sur les sels d'argent, permettant la photographie) ou d'expulser des électrons d'une plaque métallique. Ce dernier effet, appelé *effet photoélectrique*, a été découvert par Hertz en 1887 et expliqué en 1905 par Einstein, qui introduisit à cette occasion la notion de *photon* en physique.

Soit une plaque métallique (zinc, césium, silicium par exemple), dont les électrons exigent, pour être extraits, une énergie d'extraction E_0. Si on fait tomber sur cette plaque une lumière de fréquence f, les photons d'énergie hf absorbés par la plaque communiquent cette énergie aux électrons qu'elle contient. Cette énergie sert : 1° à les extraire de la plaque (énergie E_0) ; 2° à leur communiquer une énergie cinétique K. D'où l'égalité :

$$hf = E_0 + K\,. \qquad (8)$$

Le phénomène ne peut se produire que si la fréquence f est au moins égale à une *fréquence-seuil* f_0 telle que :

$$hf_0 = E_0\,, \qquad (9)$$

soit $hf \geqslant hf_0$, c'est-à-dire :

$$f > \frac{E_0}{h}\,. \qquad (10)$$

L'énergie cinétique de l'électron expulsé a pour valeur :

$$K = \frac{1}{2} m_e v^2 = h(f - f_0)\,, \qquad (11)$$

d'où :

$$v^2 = \frac{2\,h(f - f_0)}{m_e}\,, \qquad (12)$$

m_e désignant la masse de l'électron.

Une cellule photoélectrique est une petite ampoule vide d'air dont une partie est recouverte d'une calotte métallique (on choisit un métal dont l'énergie d'extraction E_0 n'est pas très élevée : potassium, césium, silicium par exemple). Cette calotte est reliée au pôle négatif d'une batterie d'accumulateurs : c'est donc une électrode négative, ou *cathode* (on précise qu'il s'agit d'une *photocathode*). En face de la photocathode, on place un filament conducteur en forme de cercle, relié au pôle positif du générateur : c'est une électrode positive ou *anode*. Entre l'anode et la photocathode existe une différence de potentiel U (voir p. 82), mais il ne passe aucun courant électrique puisque le circuit est interrompu à l'intérieur de l'ampoule. La lumière incidente traverse l'anode évidée (c'est d'ailleurs pour cela qu'elle a été évidée) et les photons qu'elle transporte expulsent les électrons de la plaque métallique. Ces *photoélectrons* sont doués d'une énergie cinétique K et d'une énergie électrique eU (e : charge de l'électron en valeur absolue). Si eU est supérieure à K, les électrons restent au voisinage de la plaque dont ils ont été extraits : ils sont *freinés*. Pour atteindre l'anode, il faut que le potentiel U soit supérieur à la valeur U_0 telle que $K = eU_0$. Dans ce cas, les électrons atteignent l'anode et ferment le circuit électrique à l'intérieur de l'ampoule : un courant passe, qui peut être mesuré à l'aide d'un appareil enregistreur très sensible : c'est un courant *photoélectrique* (sa valeur est de quelques microampères).

La valeur minimale du potentiel de freinage est U_0. On peut la calculer à partir de l'équation (8), il vient :

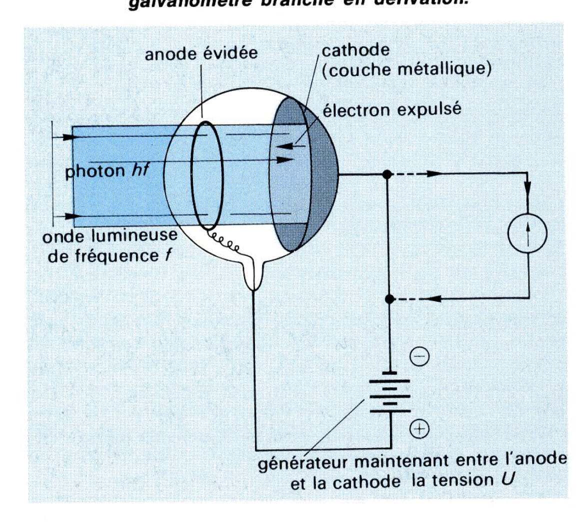
$$U_0 = \frac{h}{e} f - \frac{E_0}{e}\,. \qquad (13)$$

On peut se faire une idée de l'ordre de grandeur du potentiel de freinage U_0 en calculant la valeur du rapport hf/e, sachant que la charge élémentaire $e = 1{,}602 \times 10^{-19}$ C et que, pour une lumière bleue par exemple, la fréquence est de l'ordre de 7×10^{14} Hz. On a alors :

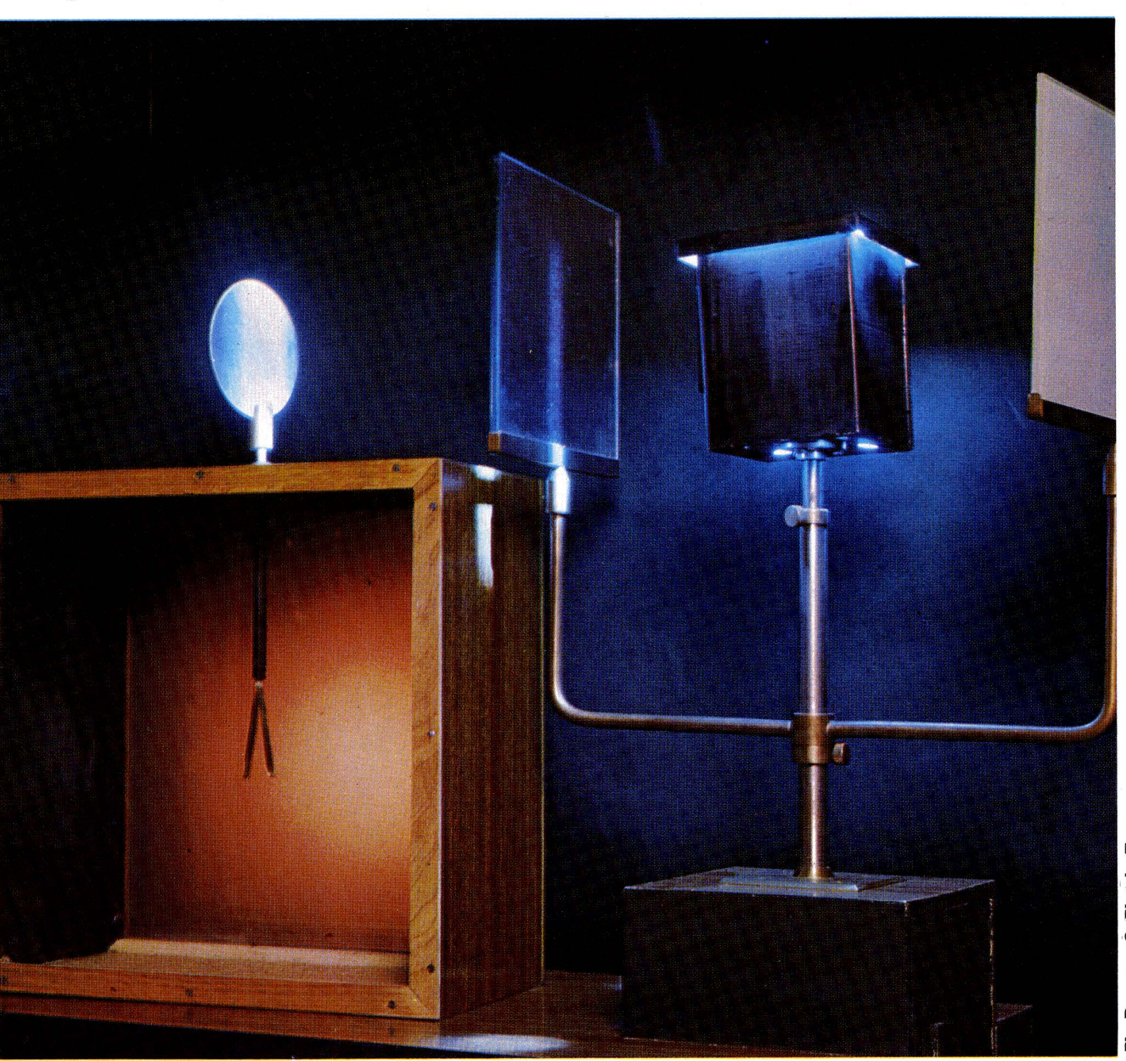
$$\frac{hf}{e} \approx \frac{6{,}62 \times 7 \times 10^{-34} \times 10^{14}}{1{,}602 \times 10^{-19}} \approx 2{,}9 \text{ volts}\,. \qquad (14)$$

Le potentiel de freinage est donc, dans ce cas, inférieur à 2,9 V, d'après la relation (13). Pour les métaux alcalins (césium, sodium, etc.), le rapport E_0/e — deuxième terme de l'équation (13) — est aussi de l'ordre du volt. C'est pourquoi, en construisant une cellule photoélectrique avec un tel métal et en l'irradiant avec de la lumière bleue, on obtient un potentiel de freinage voisin de zéro, ce qui est très commode.

Cellule photoélectrique.
La lumière incidente de fréquence *f* ***expulse des électrons de la calotte métallique et leur communique une énergie cinétique*** *K = hf — E₀, E₀* ***étant l'énergie d'extraction caractéristique du métal. Entre la photocathode et l'anode évidée est maintenue une différence de potentiel*** *U,* ***grâce à une batterie d'accumulateurs. En l'absence de lumière incidente, aucun courant ne passe (le circuit est interrompu dans l'ampoule). Dès qu'il y a irradiation, les électrons expulsés sont reçus sur l'anode et le courant photoélectrique est créé : on peut le mesurer à l'aide du galvanomètre branché en dérivation.***



Expérience de Holweck (1890-1941) : la lumière qui tombe sur la plaque métallique en expulse des électrons qui chargent l'électroscope dont les feuilles s'écartent. Cette expérience met en évidence l'effet photoélectrique.



Ph. Rousseau © Photeb. T.

Optique géométrique.

L'optique géométrique étudie le comportement de la lumière lorsqu'elle se réfléchit ou se réfracte dans des instruments d'optique formés de surfaces réfléchissantes (miroirs) ou de milieux réfringents (lentilles et prismes de verre, etc.). Dans cette étude, on fait abstraction de l'étalement des faisceaux lumineux dus à la diffraction et on ne considère que la direction dominante des faisceaux, appelée *rayons lumineux*.

Généralités.

● *Objet ponctuel.* Dans tout ce qui suit, et sauf indications contraires, nous supposerons que la lumière se propage dans des milieux homogènes, transparents et isotropes (c'est-à-dire possédant les mêmes propriétés dans toutes les directions). Une petite surface lumineuse, par exemple la flamme d'une bougie, sera considérée comme une source ponctuelle : nous l'appellerons *objet lumineux*. De même nous nommerons objet lumineux tout objet de taille relativement petite par rapport aux instruments d'optique. Conformément aux conventions usuelles, nous orienterons cet objet à l'aide d'une flèche.

● *Faisceaux lumineux.* Les rayons issus d'un objet ponctuel partent dans toutes les directions : on dit qu'ils *divergent*, et un faisceau quelconque de ces rayons est un *faisceau divergent*. Certains instruments d'optique peuvent modifier les directions de ces rayons : ils fournissent des *faisceaux parallèles* ou des *faisceaux convergents*.

Pour construire la marche des rayons lumineux dans un système optique, il faut connaître les lois de la réflexion et de la réfraction.

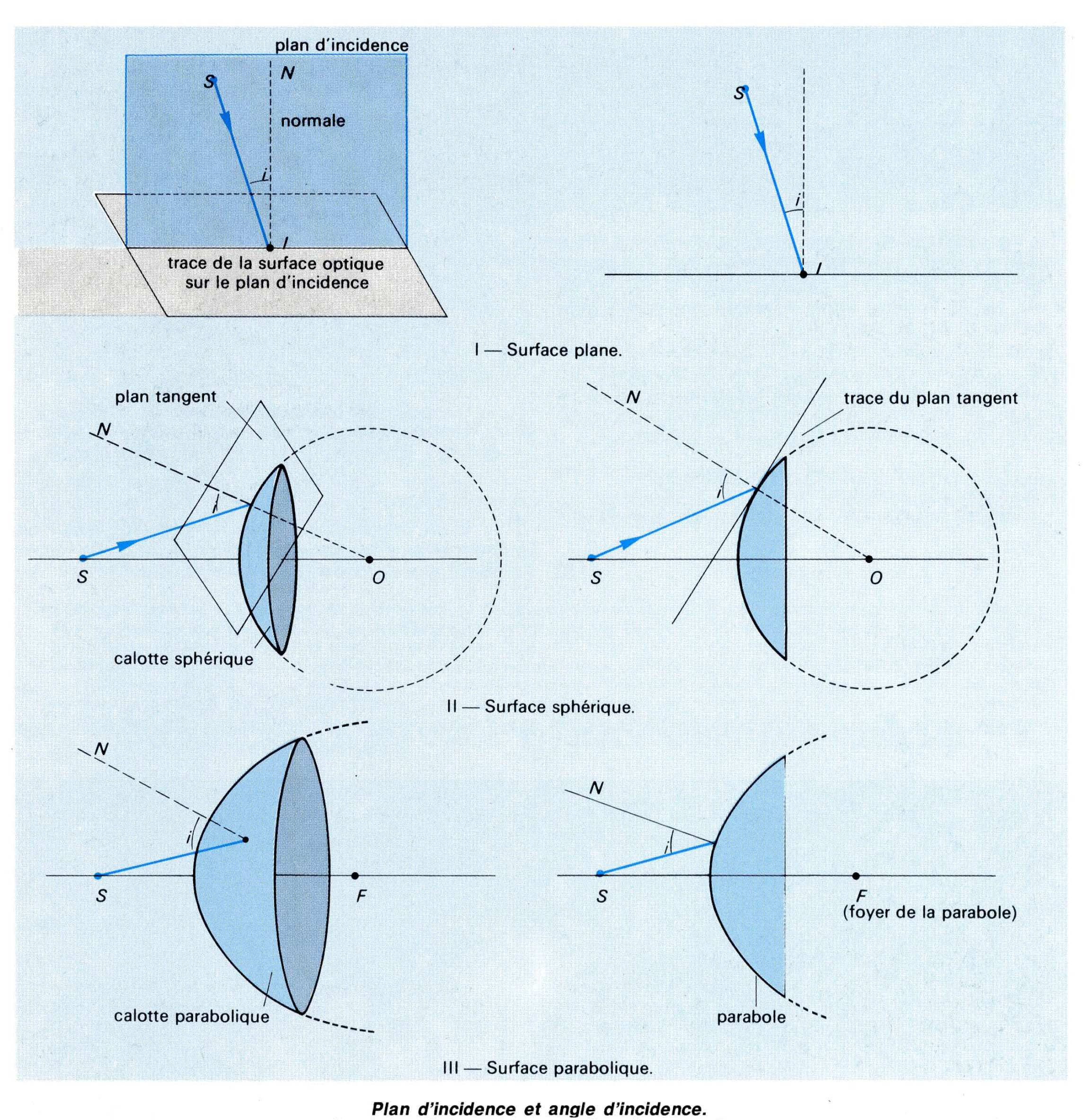
● *Images.* D'un objet lumineux, un instrument d'optique donne une *image* lumineuse, qui est dite, selon les cas, *réelle* ou *virtuelle*. Une image est réelle lorsqu'elle est l'aboutissement d'un faisceau convergent ; elle est virtuelle dans le cas contraire. Expérimentalement, on place un écran au point où se forme une image ; si celle-ci est réelle, on la voit sur l'écran ; si elle est virtuelle, on ne voit aucune image sur l'écran.

Regardez-vous dans un miroir plan (la glace de votre salle de bains par exemple) : vous y voyez votre image, et cette image semble être située derrière le miroir (les lois de l'optique montrent en effet que l'image est symétrique de l'objet par rapport au miroir). Cependant, si vous placez une plaque photographique ou un écran derrière le miroir, vous n'enregistrez aucune image : l'image fournie par le miroir est *virtuelle*.

● *Plan d'incidence.* Dans un instrument d'optique, un rayon lumineux issu d'une source ponctuelle et tombant sur une surface réfléchissante ou réfractante est appelé *rayon incident.* Le plan défini par le rayon lumineux et la normale à la surface en question est appelé *plan d'incidence.* L'angle que fait le rayon avec cette normale est l'*angle d'incidence i*, ou, plus brièvement, *l'incidence* de la lumière. Si la surface est courbe, on peut la remplacer par le plan tangent à cette surface au point d'incidence.

Les surfaces employées le plus généralement en optique sont des surfaces sphériques. Leur trace dans le plan d'incidence est un cercle dont le centre est le centre de la sphère. On utilise aussi des surfaces paraboliques, dont les traces sont des paraboles, et, plus rarement, des surfaces elliptiques ou hyperboliques dont les traces sont des ellipses ou des hyperboles. Paraboles, ellipses, hyperboles et cercles sont des courbes qui constituent, en géométrie, la famille des *coniques,* (on les obtient en coupant un cône de révolution par un plan : selon l'inclinaison du plan par rapport à l'axe du cône, la section est circulaire, elliptique, hyperbolique ou parabolique). On retiendra qu'on peut la caractériser par une droite appelée *directrice* de la courbe et par un ou deux points appelés *foyers.* Ainsi la parabole est le lieu des points équidistants d'une directrice et d'un foyer.

Les constructions de l'optique géométrique se font habituellement dans le plan d'incidence. Si la surface optique sur laquelle tombent les rayons lumineux est plane (miroir plan, dioptre plan par exemple), elle est représentée par sa *trace* sur le plan d'incidence, c'est-à-dire par une ligne droite. Sinon, elle est figurée par une ligne courbe (arc de cercle, arc de parabole, etc...), comme on l'a expliqué sur la figure ci-dessous.



Plan d'incidence et angle d'incidence.
I — La surface optique est elle-même un plan.
II — La surface optique est un segment de sphère.
III — La surface optique est parabolique. Les figures de la colonne de gauche sont en perspective ; dans la colonne de droite on a représenté la construction dans le plan d'incidence.

Réflexion de la lumière.

● *Lois de la réflexion.* Lorsqu'un rayon lumineux rencontre une surface plane d'un matériau non translucide, on observe qu'il se réfléchit. Les lois de la réflexion sont au nombre de deux :

1 - le rayon réfléchi est dans le plan d'incidence ;

2 - l'angle d'incidence i est égal à l'angle de réflexion r :

$$i = r. \qquad (1)$$

● *Explication physique.* Les photons de l'onde lumineuse incidente excitent les électrons contenus dans la matière réfléchissante qui « rerayonne » de la lumière. Les ondes ainsi rayonnées interfèrent et le rayon réfléchi n'est autre que la droite qui joint les ventres d'interférence de la lumière réfléchie. On peut montrer aisément que cette direction est symétrique des rayons incidents par rapport à la normale.

● *Les miroirs* sont des instruments d'optique servant à réfléchir la lumière. Ils sont généralement taillés dans du verre parfaitement poli et recouverts d'une fine pellicule métallique (argent, aluminium, chrome, mercure). On distingue, selon la nature des surfaces, des miroirs plans, sphériques, paraboliques, etc.

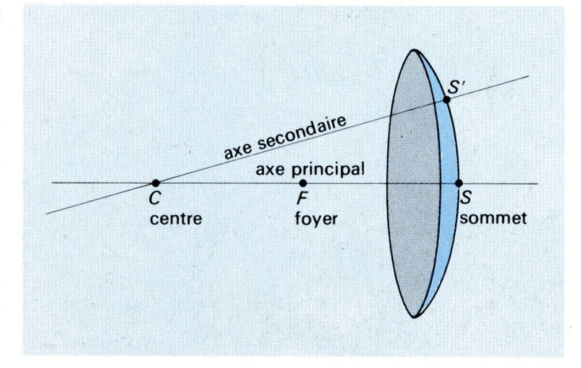
Les miroirs plans donnent d'un objet lumineux A une image virtuelle A' symétrique de A par rapport au miroir (lorsque nous levons le bras droit devant une glace, notre image lève le bras gauche).

Les miroirs sphériques sont caractérisés par leurs *éléments* (centre C, sommet S, foyer F au milieu de CS) ; le diamètre CS est l'*axe principal* ; les autres diamètres sont des *axes secondaires.* Le plan perpendiculaire à l'axe principal et passant par F est le *plan focal* du miroir. La loi de la réflexion $i = r$ permet de construire les rayons réfléchis quand on connaît les rayons incidents.

● *Formules des miroirs sphériques.* Soit $\mathbf{AB}$ un objet lumineux orienté de A vers B, perpendiculaire à l'axe principal et de petites dimensions ; soit $\mathbf{A'B'}$ son image. Orientons l'axe principal dans le sens contraire de propagation de la lumière et posons :

$$\overline{SA} = p\,; \quad \overline{SA'} = p'\,; \quad \overline{SF} = f\,. \qquad (2)$$

Éléments d'un miroir sphérique (on a pris le cas d'un miroir concave : la surface réfléchissante est en bleu). Le foyer F est au milieu du segment SC ; la distance f = SF = R/2 est la distance focale du miroir.



On démontre les formules suivantes, dites *formules de Descartes :*

$$\begin{cases} \dfrac{1}{p} + \dfrac{1}{p'} = \dfrac{1}{f}\,; \\ \gamma = \dfrac{\mathbf{A'B'}}{\mathbf{AB}} = -\dfrac{p'}{p}\,. \end{cases} \qquad (3)$$

En prenant comme origine le foyer F, en orientant l'axe principal comme le vecteur $\mathbf{FC}$ et en posant $\overline{FA} = x$, $\overline{FA'} = x'$, on obtient les *formules de Newton* :

$$xx' = -f^2$$

$$\gamma = \frac{x'}{f} = -\frac{f}{x}\,. \qquad (4)$$

● *Aberration des miroirs.* Il y a *aberration optique* lorsqu'une image n'est pas nette ou lorsqu'elle est déformée. Les miroirs plans ne présentent pas d'aberration, car l'image d'un point (en grec : *stigma*) est toujours un point : ils sont dits *stigmatiques.* En revanche, les miroirs sphériques ne sont rigoureusement stigmatiques que pour le centre C, ils sont *astigmatiques* pour tout autre point (l'image d'un point lumineux autre que C n'est pas un point mais une petite « tâche » lumineuse).

Réfraction de la lumière.

Il y a *réfraction* de la lumière lorsqu'un rayon incident passe d'un milieu à un autre (par exemple de l'air dans l'eau). On observe alors que le rayon lumineux est dévié de sa trajectoire (un bâton plongé dans l'eau semble brisé). L'ensemble des deux milieux est appelé un *dioptre* ; quand la surface de séparation est plane on dit qu'il s'agit d'un *dioptre plan*.

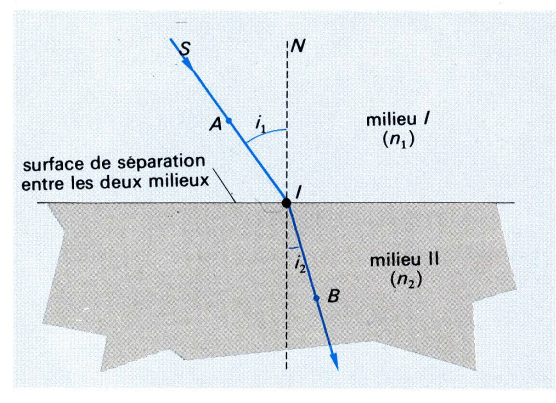
● *Lois de Snell-Descartes.* On rappelle que l'indice de réfraction d'un milieu est le rapport c/c_φ de la vitesse de la lumière dans le vide à la vitesse de phase de la lumière dans le milieu considéré (voir ci-dessus p. 61, équation (12)).

Considérons deux milieux d'indices respectifs n_1 et n_2 et un rayon lumineux qui se réfracte en passant du premier milieu dans le second. En appelant i_1 l'angle d'incidence et i_2 l'angle de réfraction (voir figure), on observe expérimentalement les faits suivants :

1 - le rayon incident et le rayon réfracté sont dans le plan d'incidence ;

2 - les angles i_1 et i_2 sont liés par la relation :

$$n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2 \,. \tag{5}$$



Réfraction de la lumière.
Le milieu I a pour indice n_1 ***; le milieu II a pour indice*** n_2***. Les angles*** i_1 ***et*** i_2 ***sont liés par la relation*** $n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$.

● *Explication.* Le vecteur vitesse de phase $\boldsymbol{c}$ de la lumière dans le vide est constant, quelle que soit la longueur d'onde considérée. Dans un milieu autre que le vide, ce vecteur $\boldsymbol{c}_\varphi$ change à la fois de direction et de module, selon la nature du milieu, plus ou moins apte à laisser passer la lumière. Le rapport des modules de ces deux vecteurs c/c_φ est toujours supérieur à 1, puisqu'on à toujours $c > c_\varphi$; la valeur n de ce rapport est l'indice de réfraction absolu du milieu.

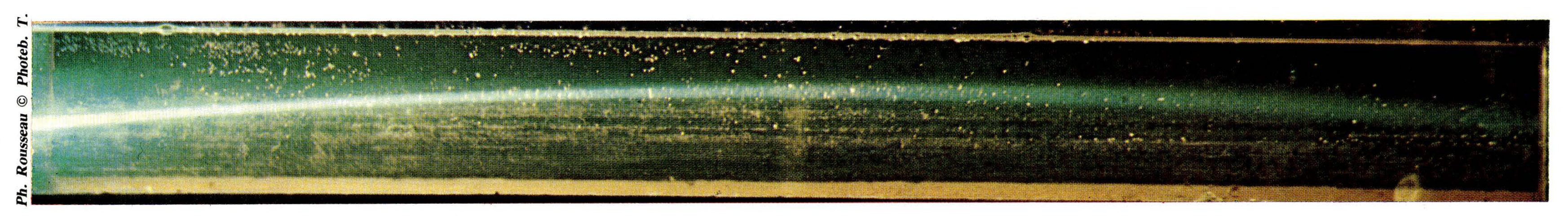
La différence entre c et c_φ peut aussi s'énoncer sous la forme que lui a donnée Fermat (contemporain de Descartes). On appelle *chemin optique* d'un segment *AI*, orienté dans le sens de la propagation de la lumière (de *A* vers *I* par exemple), le produit nl de l'indice de réfraction du milieu par la longueur de ce segment, compté positivement dans le sens de propagation de la lumière. On aura par exemple : $\overline{AI} = nl$ et $\overline{IA} = -nl$. Quand un rayon lumineux passe d'un milieu d'indice n_1 à un milieu d'indice n_2, il parcourt le chemin optique $AI = n_1 l_1$ dans le premier milieu et $IB = n_2 l_2$ dans le second. Le principe de Fermat consiste à dire que le chemin optique total *AIB* est le plus court possible, c'est-à-dire que la fonction *L* telle que :

$$L = n_1 \, l_1 + n_2 \, l_2 \tag{6}$$

est minimale. De cette condition, on peut *déduire* la loi de Descartes, donnée par l'équation (5).

La fameuse **Ronde de nuit** ***de Rembrandt est une belle illustration des propriétés géométriques de la lumière (réflexion), qui étaient bien connues des savants et des opticiens hollandais, au XVIIe siècle.***

Ph. SCALA, Florence, © Archives Photeb.



Quand un rayon lumineux traverse un milieu transparent dont la densité — et par conséquent la réfringence — varie avec l'altitude, il subit une série de réfractions qui donne à la trajectoire résultante l'allure d'une* ligne courbe. *Ainsi s'explique le phénomène du* mirage *: un rayon lumineux partant d'un objet lumineux à gauche sur la photographie ci-dessus, aurait tendance à se diriger obliquement vers le haut ; mais il subit des réfractions successives qui le « courbent » et le conduisent vers le bas, à droite où un observateur voit l'image de l'objet lumineux (et non cet objet lui-même).

Mathématiquement, le principe de Fermat peut s'exposer ainsi. Le point d'incidence I est sur la surface de séparation entre les deux milieux de propagation ; on peut définir sa position par deux coordonnées x et y, de sorte que les longueurs l_1 et l_2 soient toutes deux fonctions de x et de y. La fonction L est elle aussi une fonction des deux variables réelles x et y. Dire que $L(x, y)$ est minimale c'est écrire que ses deux dérivées partielles $\partial L/\partial x$ et $\partial L/\partial y$ sont nulles.

● *Remarques.*

1 - Le rapport $n_{2,1} = n_2/n_1$ de deux indices absolus est appelé *indice de réfraction relatif* du milieu 2 par rapport au milieu 1. La loi de la réfraction peut alors s'écrire sous la forme :

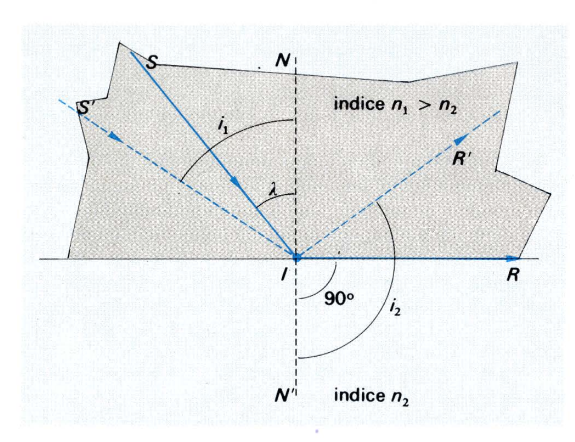
$$\sin i_1 = n_{2,1} \sin i_2 . \qquad (7)$$

2 - Quand la lumière passe d'un milieu moins réfringent à un milieu plus réfringent ($n_1 < n_2$), elle se rapproche de la normale et l'angle de réfraction i_2 est toujours inférieur à 90°, quel que soit l'angle d'incidence. Par contre, lorsqu'elle passe d'un milieu plus réfringent à un milieu moins réfringent, elle s'écarte de la normale. Ce dernier cas mérite d'être discuté, car, pour une certaine valeur λ de l'angle d'incidence i_1, on a un angle de réfraction $i_2 = 90°$, soit, puisque sin 90° = 1 :

$$n_1 \sin \lambda = n_2 . \qquad (8)$$

Si i_1 est supérieur à λ, i_2 est supérieur à 90°, c'est-à-dire que le rayon réfracté ne pénètre pas dans le milieu II : il est renvoyé dans le milieu I. On dit qu'il y a *réflexion totale.* L'angle λ, appelé angle limite, est défini par :

$$\sin \lambda = \frac{n_2}{n_1} . \qquad (9)$$



Angle limite.
Le milieu I est plus réfringent que le milieu II ($n_1 > n_2$). Pour une incidence $i = \lambda$, le rayon réfracté i, rase la surface de séparation des deux milieux. Pour $i > \lambda$ (par exemple $i = i_1$), le rayon réfracté i, fait avec la normale IN' un angle i_2 supérieur à 90° : il y a réflexion totale, le rayon réfracté est renvoyé vers le milieu I.

3 - La réfringence $n = c/c_\varphi$ d'un milieu dépend de la longueur d'onde de la lumière étudiée. On a en effet :

$$\frac{c}{c_\varphi} = \frac{\lambda}{\lambda_\varphi} = n . \qquad (10)$$

4 - On trouvera un tableau des indices de réfraction de quelques substances au n° **535.3***, **A** de l'*Annexe.*

Applications.

Dans tout ce qui suit nous supposerons que l'air a la même réfringence que le vide (ce qui n'est qu'une approximation ; en fait l'indice de l'air est $n \approx 1{,}000\,3$).

Lorsque les rayons issus d'un objet lumineux passent à travers des matériaux de réfringence déterminée, ils sont déviés selon les lois de la réfraction. On peut ainsi obtenir d'un objet une image plus grande ou plus petite que l'objet, droite ou renversée, etc. L'usage des lentilles et des prismes est d'une importance capitale, tant pour la science que pour les techniques.

● *Lame à faces parallèles.* Une telle lame donne d'un objet A une image A' virtuelle déviée (voir figure). L'amplitude de la déviation est donnée par la formule

***René Descartes (1596-1650) est le créateur de l'optique géométrique (qu'il a développée dans une partie de ses* Essais, *publiés en 1636, intitulée la* Dioptrique*). La préface de ces* Essais *— écrite comme eux en français et non en latin comme c'était la coutume pour les ouvrages savants à l'époque — n'est autre que le fameux* Discours de la Méthode. *Descartes ne s'est pas prononcé sur la nature de la lumière : on peut la comparer à un jet de petits corpuscules, disait-il, mais c'est aussi un certain mouvement. Considérée comme un phénomène corpusculaire, la lumière est l'objet de l'*optique géométrique *; considérée comme un « certain mouvement » (un phénomène périodique), elle est étudiée par l'*optique ondulatoire *; conçue comme ayant une double nature (ondulatoire et corpusculaire), elle est l'objet de la* théorie des photons. *Ci-dessus, un extrait de la* Dioptrique.**

DE LA REFRACTION.

Diſcours Second.

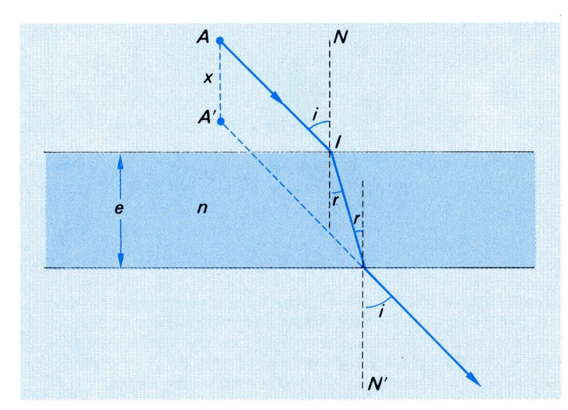
D'autant que nous aurons beſoin cy aprés de ſçauoir exactement la quantité de cete refraction, & qu'elle peut aſſés commodement eſtre entendue par la comparaiſon dont ie viens de me ſeruir, ie croy qu'il eſt a propos que ie taſche icy tout d'vn train de l'expliquer, & que ie parle premierement de la reflexion, afin d'en rendre l'intelligence d'autant plus ayſée. Penſons donc qu'vne bale, eſtant pouſſée d'A vers B, rencontre, au point B, la ſuperficie de la terre CBE, qui, l'empeſchant de paſſer outre, eſt cauſe qu'elle ſe détourne ; & voyons vers quel coſté. Mais afin de ne nous embaraſſer point en de nouuelles difficultés, ſuppoſons que la terre eſt parfaitement platte & dure, & que la balle va touſiours d'eſgale viteſſe, tant en deſcendant qu'en remontant, ſans nous enquerir en aucune

ci-dessous, qui se calcule à partir des lois de la réfraction (en appelant e, l'épaisseur des lames à faces parallèles) :

$$AA' = \frac{e \sin (i - r)}{\sin i \cos r} . \qquad (11)$$

Dans le cas de petits angles ($\sin i \simeq i$), la loi de Descartes s'écrit $i = nr$ et on a :

$$AA' = e\left(1 - \frac{1}{n}\right) \qquad (12)$$



Lame à faces parallèles.

● *Prisme réfringent.* Le phénomène est le même que dans le cas précédent : la lumière subit deux déviations successives. En appelant A, l'angle au sommet du prisme, la déviation du rayon incident a pour valeur :

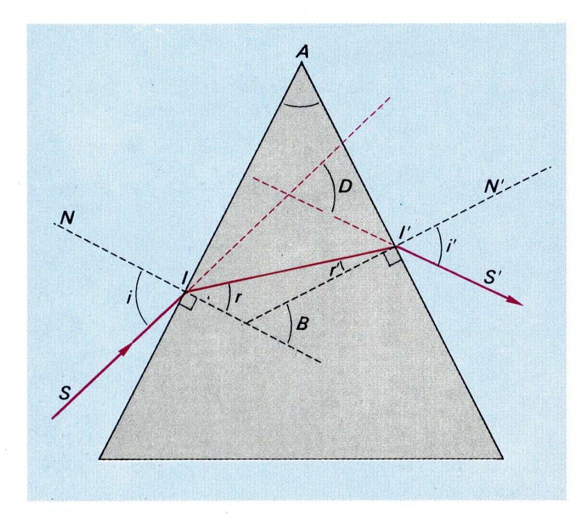
$$D = i + i' - A , \qquad (13)$$

et, dans le cas de petits angles :

$$D = A(n - 1) . \qquad (14)$$

La déviation est minimale pour $i = i'$; on a alors $r = r' = A/2$ et :

$$D_m = 2i - A . \qquad (15)$$



Marche des rayons dans le prisme. La déviation D est fonction de l'indice n du prisme et cet indice dépend lui-même de la longueur d'onde λ de la lumière incidente.

● *Lentilles.* Une lentille est une masse de substance transparente limitée par deux surfaces sphériques (l'une d'entre elles pouvant être plane, c'est-à-dire de rayon infini). Quand la plus grande épaisseur d'une lentille est petite en comparaison des rayons de courbure des deux faces, on parle de *lentille mince.* Quand la partie centrale d'une lentille mince est plus épaisse que ses bords, c'est une lentille à *bords minces* ou *convergente* ; c'est une lentille *à bords épais* ou *divergente* dans le cas contraire. On représente conventionnellement une lentille convergente par un segment muni de deux flèches s'éloignant l'une de l'autre ; une lentille divergente est représentée par un segment muni de deux flèches se dirigeant l'une vers l'autre.

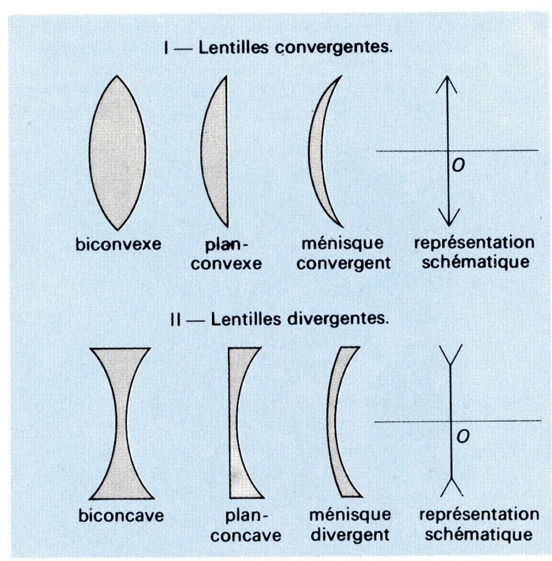
1 - L'axe principal d'une lentille est la droite C_1C_2 qui joint les centres des deux surfaces sphériques constituant la lentille. Cet axe coupe les surfaces en deux points S_1 et S_2, que l'on considère confondus en un seul point O, appelé *centre optique* de la lentille mince. Toute droite autre que C_1C_2 passant par O est un *axe secondaire* de la lentille.

2 - On appelle *foyers* d'une lentille deux points F et F' situés sur l'axe principal et symétriques par rapport au centre optique O. La grandeur $f = OF = OF'$ est la *distance focale* de la lentille. On montre que pour une lentille mince :

$$\frac{1}{f} = (n - 1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right), \qquad (16)$$

R_1 et R_2 étant les rayons de courbure des deux faces de la lentille. La grandeur $C = 1/f$ est la *vergence* du système ; si f est en mètres, C s'exprime en *dioptries* (symbole : δ).

3 - Les plans issus de F et F' et perpendiculaires à l'axe principal sont les *plans focaux* de la lentille.



Différents types de lentilles minces. I — Lentilles à bords minces (convergentes). II — Lentilles à bords épais (divergentes).

Une *lentille épaisse* est limitée, elle aussi, par deux surfaces sphériques, mais son épaisseur n'est pas négligeable devant les rayons de courbure R_1 et R_2. On ne peut plus confondre, dès lors, les points S_1 et S_2 où l'axe principal coupe les surfaces sphériques. Le centre optique O est défini par la relation :

$$\frac{OS_1}{OS_2} = \frac{R_1}{R_2} . \qquad (17)$$

● *Systèmes centrés.* On appelle ainsi la juxtaposition de plusieurs milieux réfringents, limités par des surfaces planes ou sphériques. S'il n'y a que des dioptres, la lumière qui les traverse subit une série de réfractions : c'est un *système centré dioptrique.* S'il n'y a que des miroirs, la lumière n'y subit que des réflexions : c'est un *système centré catadioptrique.* La théorie des systèmes centrés en général est faite p. 174. Les lentilles minces sont des systèmes centrés particuliers dont l'importance en optique n'est plus à souligner. Leur théorie est faite p. 175.

● *Application du calcul matriciel à l'optique géométrique.* Considérons un axe principal $x'\,x$ et un rayon lumineux effectuant le trajet II' ; le trajet est parfaitement défini si l'on connaît les ordonnées y et y' des points I et I' et les angles θ et θ' qu'ils font avec l'axe des x. Le rayon en I est représenté par la matrice à deux lignes et à une colonne :

$$\begin{bmatrix} y \\ \theta \end{bmatrix}$$

et le rayon en I' par une matrice analogue :

$$\begin{bmatrix} y' \\ \theta' \end{bmatrix} .$$

Le passage de l'état I à l'état I' peut s'écrire algébriquement :

$$y' = y + E\theta$$
$$\theta' = k\theta .$$

On peut aussi écrire matriciellement que :

$$\begin{bmatrix} y' \\ \theta' \end{bmatrix} = [T] \begin{bmatrix} y \\ \theta \end{bmatrix} .$$

La matrice $[T]$ par laquelle il faut multiplier à gauche la matrice initiale pour obtenir la matrice finale s'appelle *matrice de transfert.*

Si le rayon traverse les systèmes sucessifs (dans cet ordre) : S_1, S_2, S_3, ... S_n, et en appelant $[T_1]$, $[T_2]$, $[T_3]$, ... $[T_n]$ les matrices de transfert correspondantes, on aura :

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ \theta_1 \end{bmatrix} = [T_1] \begin{bmatrix} y \\ \theta \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} y_2 \\ \theta_2 \end{bmatrix} = [T_2] \begin{bmatrix} y_1 \\ \theta_1 \end{bmatrix} = [T_2]\,[T_1] \begin{bmatrix} y \\ \theta \end{bmatrix}$$

et ainsi de suite :

$$\begin{bmatrix} y_n \\ \theta_n \end{bmatrix} = [T_n]\,[T_{n-1}] \ldots [T_2]\,[T_1] \begin{bmatrix} y \\ \theta \end{bmatrix}$$

Le produit des matrices carrées $[T_n]$, $[T_{n-1}]$, ... est lui-même une matrice carrée de la forme :

$$[T] = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}$$

et l'on peut écrire :

$$\begin{bmatrix} y_n \\ \theta_n \end{bmatrix} = [T] \begin{bmatrix} y \\ \theta \end{bmatrix}$$

Pour déterminer la situation d'un rayon lumineux qui parcourrait le trajet suivant : translation sans déviation de I à I', traversée en I' d'un dioptre plan, en I'' d'un dioptre sphérique, et I''' d'une lentille mince, il suffit de faire le produit matriciel suivant (en respectant l'ordre des termes) :

$$[T] = \begin{bmatrix} 1 & E \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \dfrac{n_1}{n_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \dfrac{n_1 - n_2}{n_1 R} & \dfrac{n_1}{n_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\dfrac{1}{\varphi} & 1 \end{bmatrix}$$

et l'on a la situation du rayon à la sortie du système

$$\begin{bmatrix} y' \\ \theta' \end{bmatrix} = [T] \begin{bmatrix} y \\ \theta \end{bmatrix}$$

On constate ainsi l'intérêt de ce calcul général, qui peut être effectué par une machine.

Instruments d'optique.

Les instruments d'optique les plus courants sont des montages de lentilles, de prismes et de miroirs, permettant de diriger la lumière qui y pénètre dans diverses directions. L'instrument d'optique naturel dont nous nous servons pour voir les objets est notre *œil.* On peut améliorer ses performances à l'aide de loupes, de microscopes et de lunettes diverses.

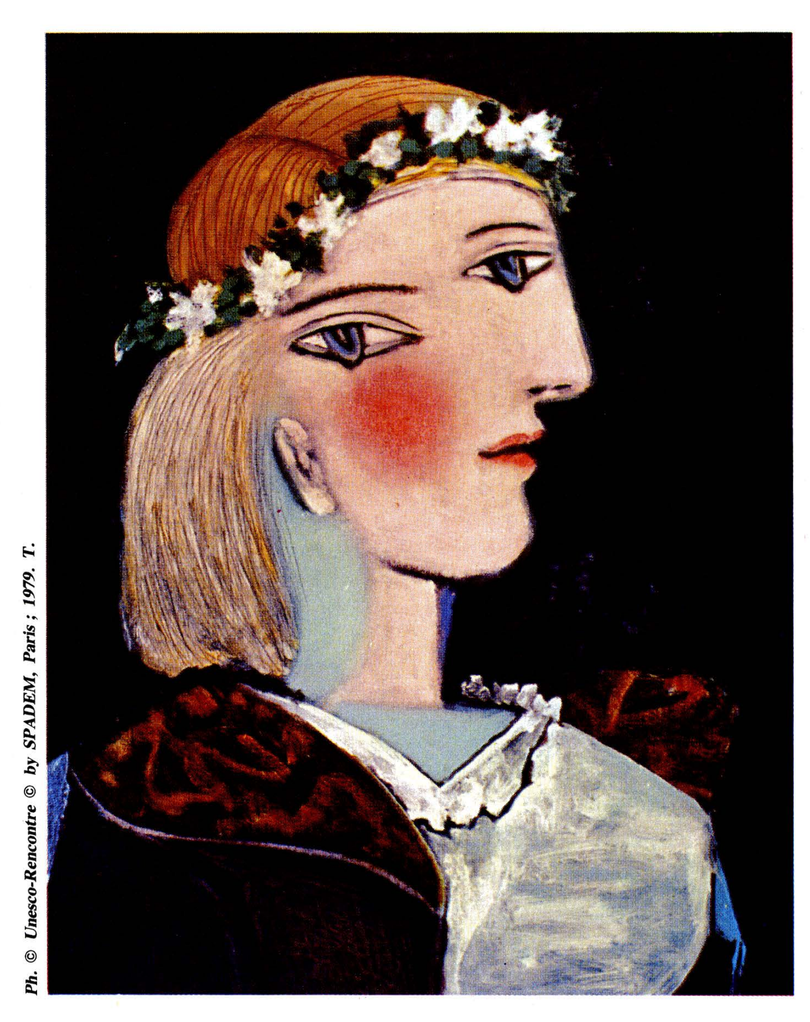
● *Caractéristiques d'un instrument d'optique.* Soit un objet AB, vu sous un angle α par l'œil nu. Un instrument d'optique nous en donne une image $A'B'$ droite ou renversée selon les cas, vue sous l'angle α'.

— Le *grandissement* d'un instrument est le rapport $\gamma = A'B'/AB$ de la grandeur de l'image à la grandeur de l'objet.

— La *puissance* d'un instrument est le rapport $P = \alpha'/AB$ de l'angle sous lequel on voit l'image dans les conditions optimales à la grandeur linéaire de l'objet. Si l'angle est mesuré en radians et AB en mètres, P s'exprime en *dioptries.*

— Le *grossissement* d'un instrument est le rapport $G = \alpha'/\alpha$ entre les diamètres apparents de l'image et de l'objet vus à l'œil nu au punctum proximum (voir ci-dessous). Si l'on appelle d la distance du punctum proximum, le grossissement a donc pour valeur $G = Pd$ (P : puissance de l'instrument).

— Le *grossissement commercial* est, par convention, le quart de la puissance optique.



L'œil est un ensemble de milieux réfringents... Peinture de Pablo Picasso. (« Marie-Thérèse à la guirlande » 6 février 1937. — Kunstsammlung Nordrhein-Westfalen).

— Le *pouvoir séparateur* ou *résolution angulaire* est la capacité de percevoir de petits objets, il se mesure par le diamètre apparent du plus petit objet visible dans l'instrument.

● *L'œil humain* comporte plusieurs milieux réfringents, dont le cristallin, qui est une lentille convergente de convergence variable, placé devant la rétine où sont logées des cellules nerveuses sensibles à la lumière (les unes sont sensibles aux couleurs, les autres à l'intensité). Schématiquement, l'œil humain peut donc être assimilé à une chambre noire, munie d'une lentille convergente variable (le cristallin), d'un diaphragme (la pupille) et d'une plaque photosensible (la rétine).

— Un œil normal donne, d'un point lumineux à l'infini, une image ponctuelle qui se forme sur la rétine, le cristallin étant au repos. Si l'objet se rapproche et si l'œil restait au repos, l'image se formerait en arrière de la rétine, et notre vision serait floue. En fait, le cristallin ne reste pas au repos, et sa convergence croît lorsqu'on cherche à voir un objet rapproché. Ce phénomène est appelé *accommodation,* il est obtenu par la pression des petits muscles entourant le cristallin. L'accommodation a des limites : lorsque l'objet se trouve à une distance trop rapprochée, elle cesse. La distance minimale *d* en deçà de laquelle il n'y a plus accommodation est appelée *punctum proximum* de l'œil. Pour un sujet normal jeune, elle est de l'ordre de 15 à 20 cm. La distance *D* à partir de laquelle l'œil n'accommode plus (c'est l'infini optique) est appelée *punctum remotum.*

— Les anomalies optiques de l'œil qu'on appelle des amétropies sont dues à des défauts de convergence du cristallin.

● *La loupe.* La loupe est une lentille convergente qui donne d'un objet une image virtuelle agrandie. Si l'objet est placé au foyer objet de la lentille, son image se forme à l'infini, et peut être regardée sans accommodation (donc sans fatigue musculaire) par un œil normal.

● *Le microscope* est une combinaison de deux lentilles convergentes : l'*oculaire* (près de l'œil) et l'*objectif* (près de l'objet). L'objectif donne de l'objet une image réelle renversée faiblement agrandie et vue à travers l'oculaire fonctionnant comme une loupe et donnant de cette image une image virtuelle inversée très agrandie (mettre au point le microscope revient à faire varier la position de l'oculaire et de l'objectif pour que l'image finale se fasse à l'infini).

En immergeant la première lentille de l'objectif d'un microscope et la préparation à observer, on réalise un objectif à *immersion,* qui agrandit l'ouverture de l'appareil (c'est-à-dire qui permet d'obtenir de bonnes images lorsque les rayons sont très inclinés sur l'axe.

L'ultramicroscope, utilisé pour l'observation de particules trop petites pour « accrocher » la lumière, utilise un éclairage à fond noir (on peut ainsi apercevoir des particules colloïdales de métaux dont la dimension est d'environ 100 Å).

● *La lunette astronomique* sert à la vue des objets lointains, dont elle augmente le diamètre apparent. Le *télescope* permet de voir des objets lointains faiblement lumineux (grâce à un objectif très vaste, il recueille plus de lumière qu'une simple lunette astronomique).

Optique ondulatoire.

L'optique ondulatoire étudie des phénomènes lumineux qui ne peuvent pas être expliqués par une théorie corpusculaire, à savoir les interférences, la diffraction et la polarisation.

Interférences lumineuses.

Le phénomène est étudié en général pp. 55-56. Pour l'observer lorsqu'on opère avec de la lumière visible, on reçoit les faisceaux qui interfèrent sur un écran : on observe alors des bandes lumineuses (*franges brillantes*) là où les interférences sont constructives et des bandes obscures (*franges sombres*) là où elles sont destructives. Si l'on appelle a la distance entre les deux sources, L la distance du plan des sources à l'écran et λ la longueur d'onde de la lumière utilisée, on démontre que l'*interfrange i,* c'est-à-dire la distance qui sépare les milieux de deux franges brillantes consécutives, a pour valeur :

$$i = \lambda \frac{L}{a}. \qquad (1)$$

● *Dispositifs expérimentaux.* Pour obtenir deux sources cohérentes et synchrones, on dédouble une source unique par un dispositif adéquat, comme nous l'indiquons sur la figure ci-dessous.

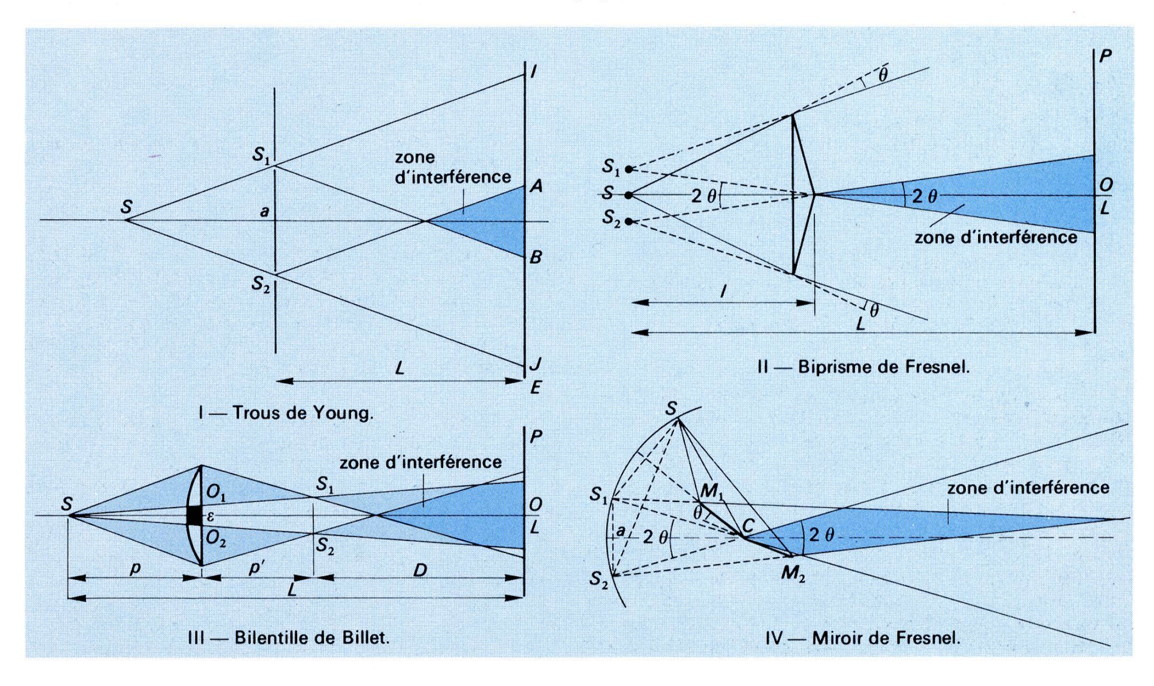
Réalisation d'expériences d'interférence lumineuse.

I — Expérience des trous de Young. La lumière issue de la source S tombe sur un écran percé de deux trous S_1 et S_2 ($S_1 S_2 = a$). Les points S_1 et S_2 sont deux sources lumineuses cohérentes ; les ondes interfèrent sur l'écran placé à la distance L des sources S_1 et S_2.

II — Biprisme de Fresnel. Les deux prismes accolés par leur base commune, d'indice n et d'angle au sommet A, donnent d'une fente lumineuse S deux images virtuelles S_1 et S_2, distantes de $a = 2\,(n-1)\,AL$.

III — Bilentilles de Billet. La lentille convergente de distance focale f a été coupée en deux selon un diamètre ; l'écartement des deux demi-lentilles est $O_1 O_2 = \varepsilon$. On a deux images S_1 et S_2 de la source ponctuelle S, distantes de $S_1 S_2 = a = p - f$.

IV — Miroirs de Fresnel : la fente lumineuse S donne, par réflexion sur les deux miroirs M_1 et M_2 deux images S_1 et S_2 distantes de $S_1 S_2 = a = 2\,\theta R$.



● *Remarques.*

1 - L'interfrange est proportionnel à λ : le phénomène est donc plus net avec de la lumière rouge qu'avec de la lumière violette, puisque $\lambda_{rouge} > \lambda_{violet}$. Avec des lumières invisibles, on remplace l'écran par une plaque photographique : les franges sont très nettes en infrarouge, mais réduites à des traits fins en ultraviolet ; avec les rayons X, les dispositifs utilisés ne fournissent aucun résultat observable (voir ci-dessous pp.77-78).

2 - Lorsqu'on opère avec de la lumière blanche, chaque radiation (rouge, orangée, ..., violette) fournit son propre système de franges : le spectre est dit *cannelé*. Pour obtenir des franges très nettes, on utilise une lumière aussi cohérente que possible (raies spectrales de certains corps, lumière laser).

3 - On tire de (1) la relation :

$$\lambda = \frac{ai}{L}. \qquad (2)$$

Comme a, i et L sont des grandeurs faciles à mesurer, l'expérience permet de mesurer λ : l'appareil, convenablement étalonné, s'appelle alors un *interféromètre*.

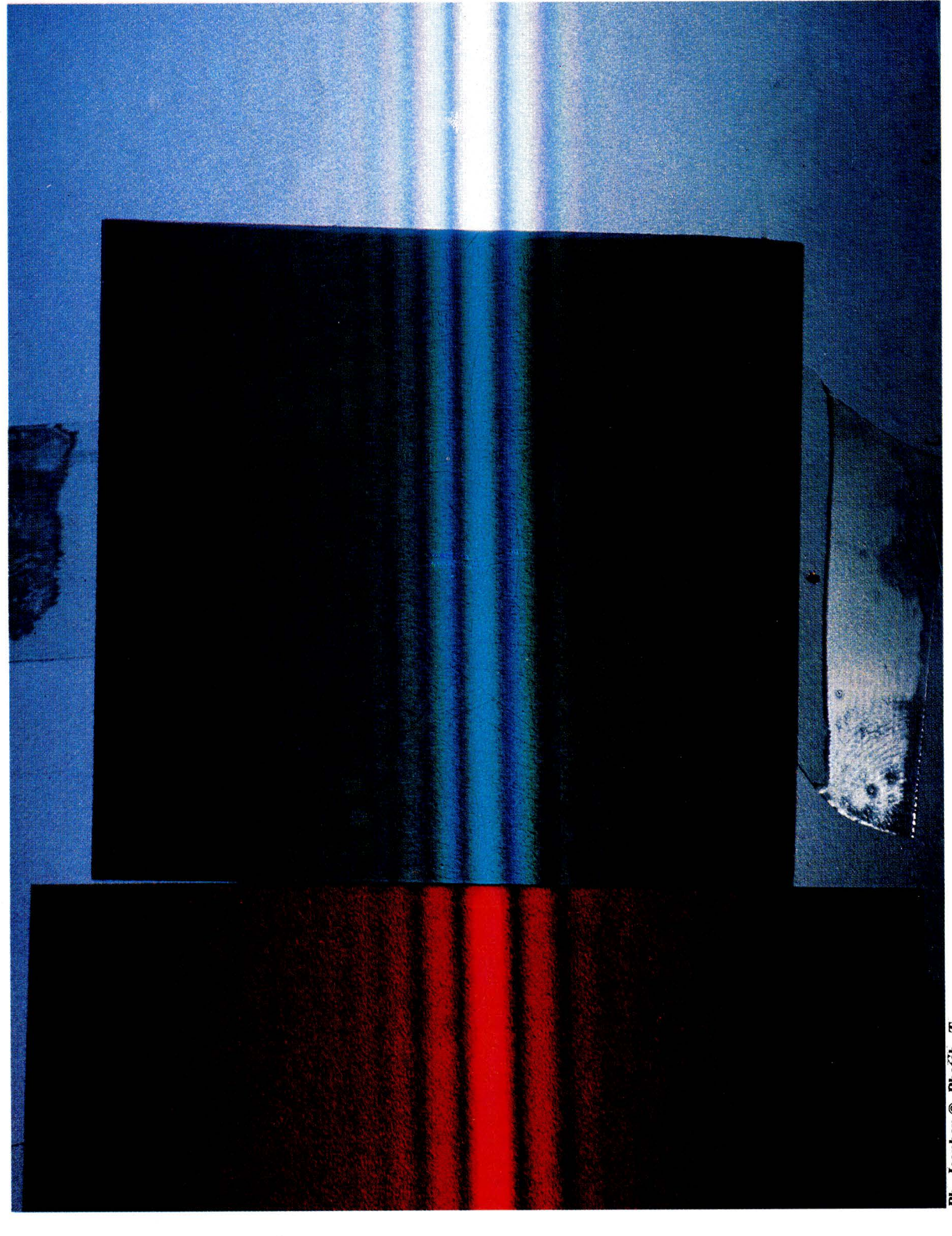
4 - Dans l'expérience du biprisme de Fresnel, on calcule la distance a par la relation :

$$a = 2(n - 1)\,AL \qquad (3)$$

(voir figure à la page précédente). En opérant avec une longueur d'onde connue, on peut aussi tirer a de la formule (1) : $a = \lambda L/i$, et le reporter dans (3) ce qui donne la valeur de l'indice n du matériau utilisé :

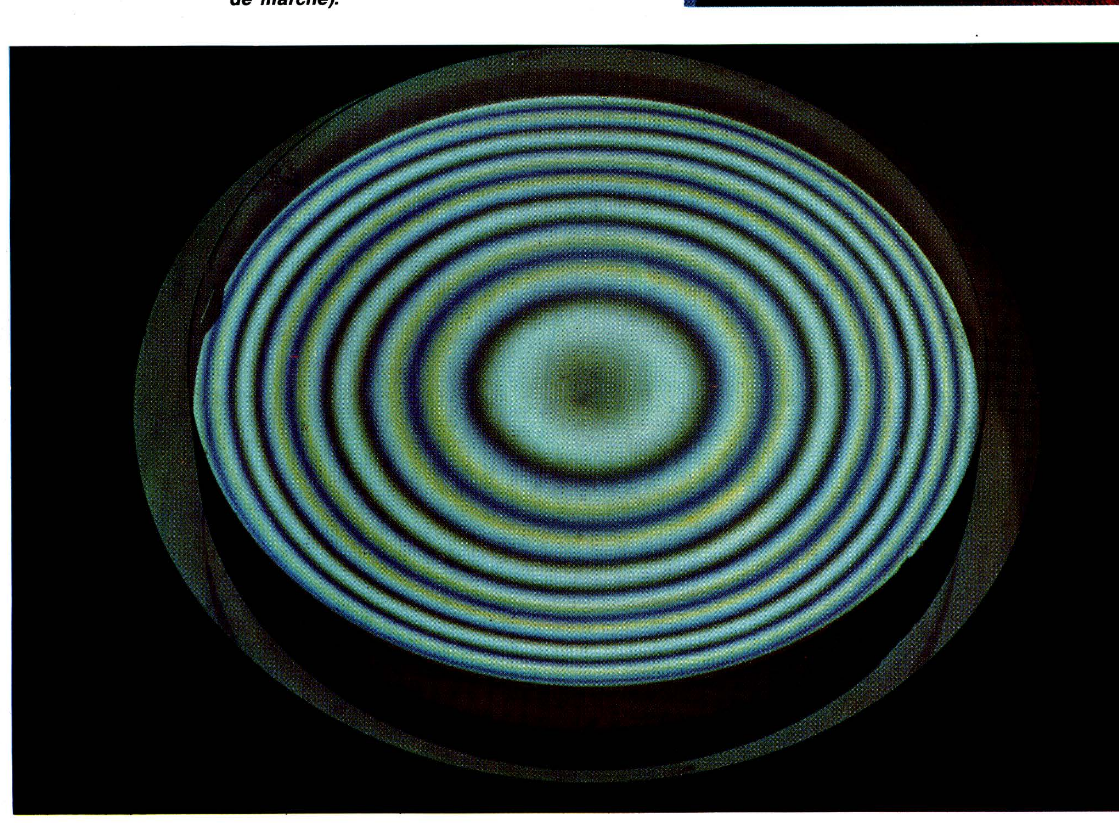
$$n = \frac{\lambda}{2\,Ai} + 1 \qquad (4)$$

D'où une méthode interférométrique de mesure des indices de réfraction.



Ph. Jeanbor © Photéb. T.

Franges d'interférence. *On remarque que l'interfrange (distance entre les milieux de deux franges brillantes consécutives) diffère selon la couleur. En effet, l'interfrange est fonction de la longueur d'onde et c'est la variation de celle-ci qui provoque les différences de couleur.*



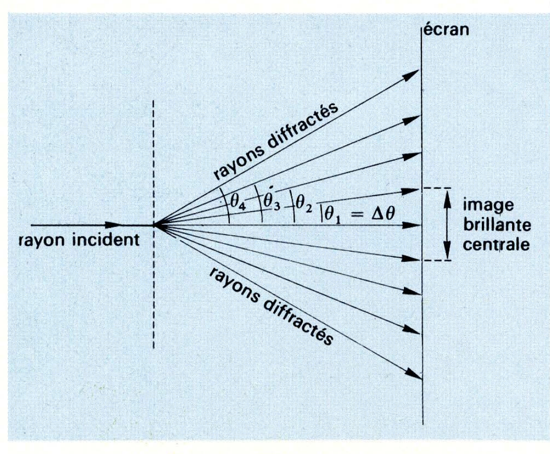
Ph. © Institut d'Optique d'Orsay. T.

Expérience dite des « anneaux de Newton ». *Le dispositif comprend une lentille de verre de grand rayon reposant en équilibre instable sur un plan de verre. On forme ainsi, entre la surface courbe de la lentille et la surface plane de la lame de verre, une lame d'air dont l'épaisseur augmente du centre vers la périphérie. En observant la lumière réfléchie par le système, on observe de beaux anneaux (l'anneau central est noir) qui sont — comme devait le montrer plus tard Fresnel — des franges d'interférence (les rayons réfléchis par les deux faces, courbe et plane, de la lame mince présentent une différence de marche).*

Diffraction de la lumière.

● *Réseau de diffraction.* Reprenons le principe de l'expérience de Young (de la lumière tombant sur deux fentes fines distantes de a), mais, au lieu d'utiliser deux fentes, juxtaposons plusieurs centaines de fentes extrêmement fines (100 fentes par millimètre par exemple). On peut obtenir ce résultat en traçant au diamant sur une lame de verre des traits équidistants (100 traits par millimètre) : l'intertrait est une fente très fine. Le dispositif ainsi réalisé est un *réseau de diffraction*.

Si nous éclairons ce réseau au moyen d'une fente lumineuse parallèle aux traits, nous obtiendrons des interférences provenant de la superposition, non plus de deux sources comme dans le cas de l'expérience de Young, mais de 100, ou de 1 000 sources. La lumière *diffractée* par le réseau se répartit en plusieurs faisceaux, symétriques deux à deux par rapport au faisceau central, et dont les directions font des angles θ_1, θ_2, ... avec la normale au réseau (voir figure).



Diffraction de la lumière : le faisceau incident s'élargit ; les rayons diffractés font des angles θ_1, θ_2, ... avec la direction d'incidence. Sur un écran parallèle au réseau, on obtient donc des cercles lumineux concentriques.

● *Pour déterminer l'angle θ_i* d'un rayon diffracté, on peut faire le raisonnement suivant (voir figure ci-dessous).

1 - Appelons *A, B, C, D*, ... les fentes du réseau ; la distance entre deux fentes consécutives est *a*.

2 - Les ondelettes qui passent par *A, B, C, D*, présentent une *différence de marche* :

$$\delta = BB' = CC' = DD' = \cdots = a \sin \theta . \qquad (5)$$

3 - Si cette différence de marche est égale à λ, 2λ, 3λ, ..., $k\lambda$, elles arrivent en phase au point *A'* (à l'infini dans la direction indiquée sur la figure), et les interférences en *A'* sont constructives. On obtient donc une « frange » brillante (sur l'écran, c'est un cercle) pour θ_1 tel que :

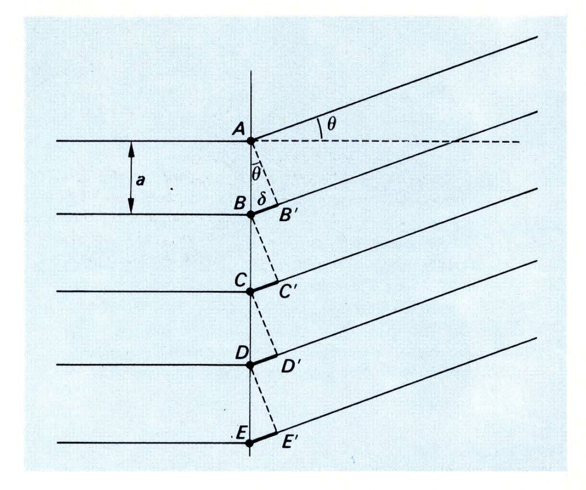
$$a \sin \theta_1 = \lambda , \quad \text{soit} \quad \sin \theta_1 = \frac{\lambda}{a} . \qquad (6)$$

Un deuxième cercle est obtenu pour :

$$\sin \theta_2 = 2 \frac{\lambda}{a} \qquad (7)$$

et ainsi de suite :

$$\sin \theta_i = k \frac{\lambda}{a} . \qquad (8)$$



Les rayons diffractés font avec le rayon incident des angles θ_1, θ_2, ..., tels que :

$$\sin \theta_i = k \frac{\lambda}{a}$$

avec $k = \{ 1, 2, ... \}$.

● *Plus généralement*, si on remplace les 1 000 fentes du réseau par une infinité de fentes, il va se produire le même phénomène : une infinité d'ondelettes diffractées interfèrent dans la direction *A'*. Appelons *d* la largeur de la fente constituée d'une infinité de petites fentes ; pour de petits angles, on aura :

$$\Delta\theta = \frac{\lambda}{d} . \qquad (9)$$

$\Delta\theta$ est l'*interfrange angulaire*.

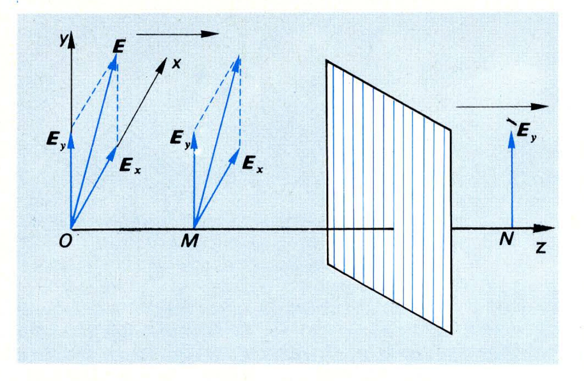
Polarisation de la lumière.

● *Une expérience imaginaire.* Nous avons déjà dit que la fonction $\Psi(t)$ qui représente une onde électromagnétique décrit les variations périodiques d'un champ électrique $\boldsymbol{E}$. Supposons que $\boldsymbol{E}$ se propage selon la direction *Oz*, comme $\boldsymbol{E}$ est perpendiculaire à *Oz*, on a $\boldsymbol{E}_z = 0$ et :

$$\boldsymbol{E} = \boldsymbol{E}_x + \boldsymbol{E}_y , \qquad (10)$$

en appelant $\boldsymbol{E}_x$, $\boldsymbol{E}_y$ les composantes de $\boldsymbol{E}$ selon les axes *Ox* et *Oy*.

Sur le trajet de la lumière et perpendiculairement à celui-ci, disposons une grille très serrée. Si les mailles de la grille sont parallèles à *Ox*, la composante $\boldsymbol{E}_x$ passe et la composante $\boldsymbol{E}_y$ est éteinte. Si on fait tourner la grille de 90° autour de *Oz*, nous éteindrons la composante $\boldsymbol{E}_x$ et seule passera la composante $\boldsymbol{E}_y$.



Une expérience (imaginaire) de polarisation de la lumière.
Le champ variable $\vec{E}$ est décomposé en $\vec{E}_x$ et $\vec{E}_y$. Selon l'orientation de la grille, qui sert de polariseur, on éteint l'une ou l'autre des deux composantes (dans notre exemple, la composante $\vec{E}_x$ est éteinte et seule passe la lumière résultant des oscillations de $\vec{E}_y$).

● *Réalisation pratique d'expérience de polarisation.* Pour obtenir de la lumière polarisée, il faut disposer d'une « grille » aux mailles extrêmement fines : leur largeur doit être notablement inférieure à la longueur d'onde de la lumière incidente. Ces grilles existent dans la nature : ce sont les alignements moléculaires à l'intérieur des cristaux (voir ci-après pp. 127-128, sur la structure cristalline). On peut aussi fabriquer des dispositifs polariseurs artificiels (exemple : le *polaroïd*).

● *Biréfringence.* Supposons maintenant que nous fassions tomber un faisceau de lumière sur un spath d'Islande, taillé de telle sorte que ses faces soient perpendiculaires à son axe principal. Le cristal étant un milieu réfringent, il va y avoir réfraction de la lumière. Mais ce n'est pas un milieu *isotrope*, c'est-à-dire qu'il n'est pas traversé de la même façon par les ondes lumineuses dans toutes les directions. Il va donc en résulter des écarts par rapport à la loi de Descartes. C'est effectivement ce qu'a constaté Bartholin en 1669 : un faisceau lumineux est *dédoublé* après passage dans le spath d'Islande. Le cristal étant une lame à faces parallèles, on s'attend à voir sortir un faisceau parallèle au faisceau incident dévié selon la formule des lames à faces parallèles, donnée pp. 69-70. On observe deux faisceaux à la sortie du cristal, tous deux parallèles au faisceau incident ; l'un est dévié selon la formule classique, c'est-à-dire qu'il respecte la loi de Descartes, on l'appelle *faisceau ordinaire* ; l'autre est dévié différemment, c'est le *faisceau extraordinaire*.

En d'autres termes, l'indice de réfraction du cristal n'est pas le même pour tous les rayons lumineux. Il dépend de leur direction. Le phénomène a été étudié par Huygens au XVII[e] siècle, puis par Malus au début du XVIII[e] siècle.

● *Le spath d'Islande est un polariseur.* En effet, sa structure cristalline joue le rôle d'une grille ultrafine (les distances intermoléculaires sont de l'ordre de quelques angströms), de sorte que la lumière qui sort du spath d'Islande est polarisée : au lieu d'osciller dans tous les azimuts, comme c'était le cas avant son passage à travers le cristal, le champ électrique et l'induction magnétique qui en résultent oscillent dans une seule direction après passage à travers le cristal.

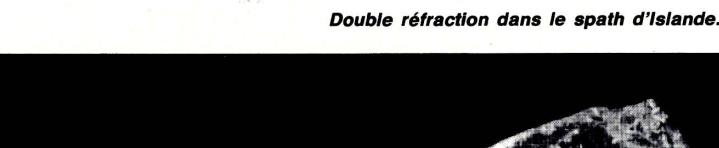
Toutefois, si nous regardons la lumière polarisée par le spath d'Islande, nous ne nous apercevons pas qu'elle est polarisée, car notre œil réagit de la même façon à la lumière non polarisée et à la lumière polarisée. Plaçons donc un second cristal après le premier. Deux cas extrêmes sont possibles :

1 - son axe principal est parallèle à celui du spath polariseur ;

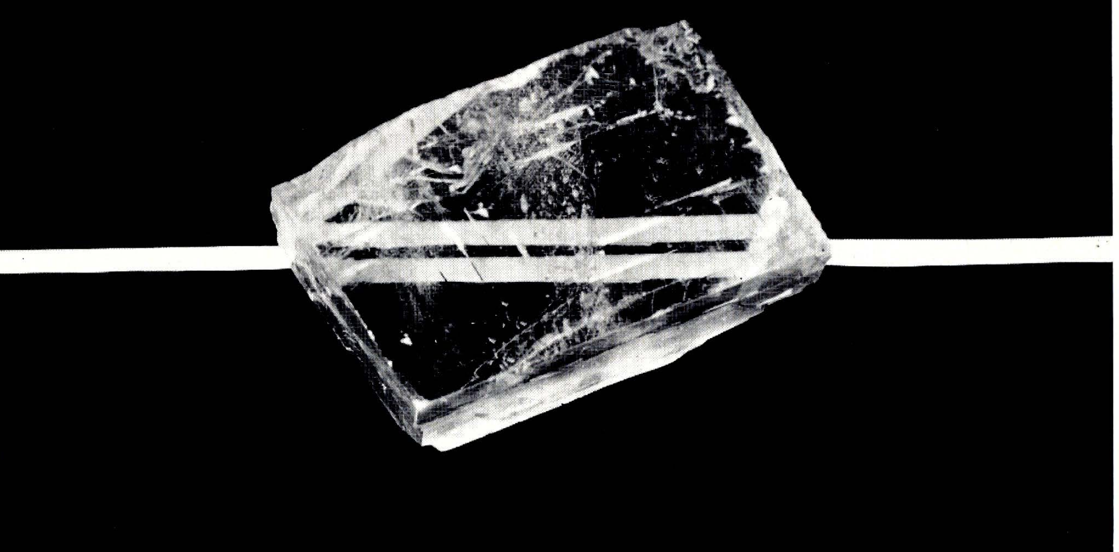
2 - son axe principal est perpendiculaire à celui du spath polariseur.

Dans le premier cas, la lumière polarisée le traverse sans problème et donne, sur un écran, une tache brillante. Dans le second cas, elle ne peut le traverser : le deuxième cristal éteint la lumière polarisée (on dit qu'il est *croisé* avec le premier) et la tache brillante disparaît. Ce second cristal, capable de détecter la lumière polarisée, est un *analyseur*.

On comprend maintenant les résultats de l'expérience classique suivante qui est schématisée sur la figure ci-après : prenons deux cristaux de spath et disposons-les de telle sorte que leurs sections principales soient parallèles et leurs axes optiques dans la même direction. La lumière traverse le premier spath et se dédouble, par biréfringence, en un faisceau ordinaire et un faisceau extraordinaire, déviés. Masquons ce dernier par un écran et recevons le faisceau ordinaire sur un deuxième spath : il se dédouble à nouveau en deux faisceaux, ordinaire et extraordinaire. Or, nous constatons que, sur un écran, on ne voit que la tache correspondant au rayon ordinaire. Mais, si l'on fait tourner le second spath autour de la direction du



Double réfraction dans le spath d'Islande.





Ph. © Rencontre. T.

Etienne Louis Malus (1775-1812) : il a découvert la polarisation de la lumière en 1808.



Ph. © Citroën. T.

Les dispositifs polariseur-analyseur peuvent permettre de lutter contre l'éblouissement.

faisceau lumineux, on voit deux taches correspondant aux deux rayons réfractés, la tache extraordinaire tournant autour de la tache ordinaire. Pour une rotation de 90°, la tache ordinaire est invisible et la tache extraordinaire est à son maximum d'intensité.

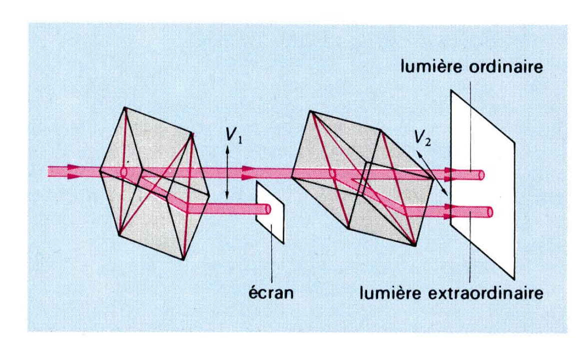
Les variations de l'intensité des taches obtenues sur l'écran correspondent à une variation d'intensité de la lumière analysée. Si les axes des deux cristaux font un angle θ, on montre que l'intensité lumineuse transmise I_{tr} est liée à l'intensité incidente I par la relation :

$$I_{tr} = I \cos^2 \theta \qquad (11)$$

pour la lumière ordinaire et par la relation :

$$I'_{tr} = I' \sin^2 \theta \qquad (12)$$

pour la lumière extraordinaire. Ce double résultat est connu sous le nom de *loi de Malus*.



La lumière incidente tombe sur un premier cristal biréfringent et se dédouble en un faisceau ordinaire, polarisé, et un faisceau extraordinaire, arrêté par un écran. Le faisceau polarisé traverse un second cristal, identique au premier, dont l'axe optique (v_1) fait un angle θ avec l'axe optique (v_2) du premier cristal. L'intensité transmise est proportionnelle à $\cos^2 \theta$ pour la lumière ordinaire et à $\sin^2 \theta$ pour la lumière extraordinaire.

● *Pouvoir rotatoire de certaines substances.* Plaçons deux nicols (prismes biréfringents) croisés l'un à la suite de l'autre ; la lumière polarisée par le premier est éteinte par le second. Si nous refaisons l'expérience en plaçant entre les deux nicols un morceau de quartz taillé perpendiculairement à son axe optique, la lumière, éteinte par le deuxième nicol croisé avec le premier, revient (pas nécessairement à son intensité maximale), et elle s'éteint à nouveau quand on fait tourner le quartz d'un angle convenable α.

Explication : le polariseur a envoyé sur le quartz une lumière polarisée dans la direction *OA*, et celui-ci a fait tourner d'un angle α cette direction, en *OA'*. Par conséquent la lumière reçue par l'analyseur n'est pas une vibration rectangulaire par rapport à celui-ci. Ce pouvoir qu'a le quartz de faire tourner la vibration polarisée s'appelle le *pouvoir rotatoire* du quartz ; il se mesure par l'angle α et par le sens dans lequel se fait cette rotation : si l'observateur recevant la lumière voit tourner les vibrations dans le sens des aiguilles d'une montre (vers la droite), la rotation est dite *dextrogyre* ; elle est *lévogyre* dans le cas contraire.

L'angle de rotation dépend : de l'épaisseur *e* de la lame de quartz interposée, de la longueur d'onde λ de la lumière incidente et, bien entendu, de la matière utilisée. Finalement on peut écrire :

$$\alpha = \pm k \frac{e}{\lambda^2}, \qquad (13)$$

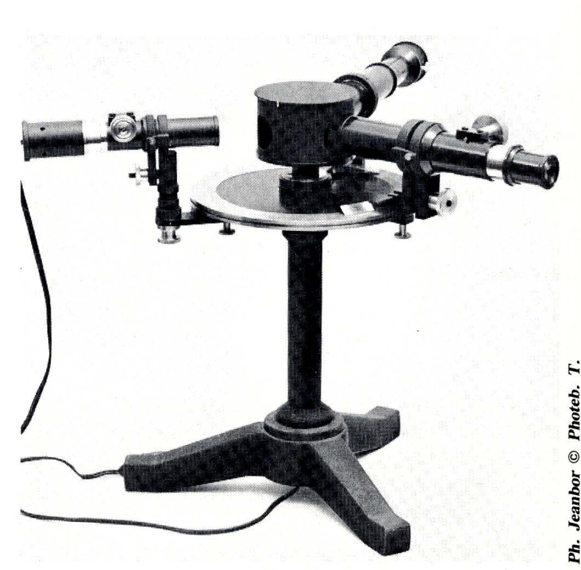
k étant une constante caractéristique de la matière employée (la rotation est plus intense pour les petites longueurs d'onde : c'est ce qu'on appelle une *rotation dispersive*).

Le pouvoir rotatoire d'une substance permet de la caractériser du point de vue de sa structure moléculaire, d'où l'importance des *polarimètres*, appareils permettant de mesurer avec précision la rotation d'une vibration rectiligne.

L'analyse spectrale et l'aurore de la physique quantique.

Le spectroscope.

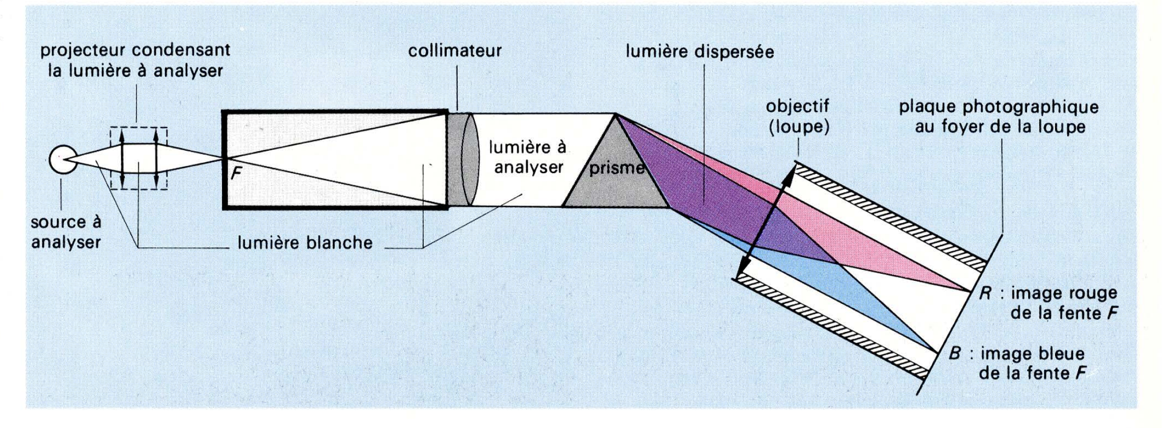
● *Principe.* Lorsqu'on fait tomber une lumière composite sur un prisme réfringent, on observe une *dispersion* de la lumière ; l'exemple classique est celui de l'arc-en-ciel. L'opticien munichois J. von Fraunhofer a mis au point, au début du XIXe siècle, le *spectroscope*, appareil à analyser la lumière, qui fut perfectionné ultérieurement par le Français Antoine Masson. La lumière à analyser est envoyée, par l'intermédiaire d'un dispositif dit *collimateur* comportant une fente très fine *F*, sur un prisme logé dans un réceptacle fixe. La lumière dispersée est reçue sur une loupe (lentille convergente) qui fait converger les diverses radiations dans son plan focal image. Une plaque photographique disposée dans ce plan recueille les images de la fente *F* pour chaque catégorie de radiations. Ces images ont la forme de petites raies brillantes ou sombres : ce sont les *raies spectrales*, dont l'ensemble constitue le *spectre* de la lumière étudiée.



Ph. Jeanbor © Photeb. T.

Un spectroscope. Branche de gauche : éclairement ; branche de droite : en avant lunette ; branche arrière : collimateur. Le prisme est dans le réceptacle central.

Schéma d'un spectroscope. L'indice de réfraction du prisme n'étant pas le même pour toutes les longueurs d'onde, celles-ci sont plus ou moins déviées, ce qui permet l'analyse de la lumière incidente.



La longueur d'onde d'une raie spectrale peut être déterminée à l'aide d'un interféromètre (voir ci-dessus, p. 72).

● *Différents types de spectres.* Nous avons déjà dit (ci-dessus, p. 63) qu'il existait des *spectres continus,* des *spectres de bandes* et des *spectres de raies.* Nous allons plus spécialement nous intéresser à ces derniers.

La position des raies spectrales, sur la photographie d'un spectre, est bien déterminée et dépend de leurs longueurs d'onde. Selon les cas, la raie obtenue est brillante ou sombre ; on parle dans le premier cas d'un *spectre d'émission* et, dans le deuxième cas, d'un *spectre d'absorption.*

En effet, si l'espace compris entre la substance émettrice de raies et le spectroscope contient des atomes ou des molécules de cette substance, les raies émises vont être absorbées électivement par ces particules, et on observera sur l'écran de l'appareil des raies sombres à la place des raies brillantes.

● *Origine des raies spectrales.* On sait depuis 1913 (Niels Bohr) qu'une raie spectrale de fréquence f est émise par un atome lorsqu'il passe d'un état énergétique supérieur E_n à un état inférieur (en valeur absolue) E_m de sorte que :

$$f = \frac{E_n - E_m}{h}, \qquad (1)$$

h étant la constante de Planck.

Ce résultat de formulation très simple n'a pu être atteint qu'après un siècle environ d'hésitations, d'expériences et d'hypothèses. Il implique un certain nombre d'hypothèses sur la structure de l'atome : c'est l'étude des raies spectrales qui nous a permis de comprendre comment sont disposés les électrons à l'intérieur de l'atome et qui a ouvert la voie à la physique quantique. Nous allons donc examiner les étapes qui ont conduit les physiciens à la loi (1).

L'étape expérimentale.

● *Les raies spectrales de l'hydrogène.* Elles ont été découvertes dans le courant du XIX[e] siècle et au tout début du XX[e] siècle. Leur longueur d'onde varie de quelques centaines d'angströms (ultraviolet lointain), à près de 9 000 Å (infrarouge) ; on les a réparties en *séries*, au fur et à mesure de leur découverte :

— la *série de Balmer* comprend les raies visibles et quelques raies dans l'ultraviolet (jusqu'à 3 647 Å) ;

— la *série de Lyman* contient les raies dans l'ultraviolet lointain (jusqu'à environ 900 Å) ;

— la *série de Paschen* contient les raies infrarouges jusqu'aux environs de 8 200 Å ;

— la *série de Brackett* contient les raies dans l'infrarouge lointain.

Balmer était un instituteur de Bâle, à qui un physicien de l'Université de Bâle, Hagenbach, avait communiqué les longueurs d'onde des raies spectrales de l'hydrogène connues à l'époque. Ces raies visibles, au nombre de quatre, sont les suivantes :

Nom des raies	λ_{air} en Å	Couleur approximative
H_α	6 563	Rouge orangé.
H_β	4 861	Vert tirant sur le bleu.
H_γ	4 340	Bleu indigo.
H_δ	4 101	Violet.

Raies de Balmer (1885) : en première approximation on peut admettre que $\lambda_{air} \approx \lambda_{vide}$.

● *La série de Balmer.* En se livrant à divers tâtonnements arithmetiques, Balmer découvrit que les longueurs d'onde des raies visibles étaient liées par la relation :

$$\sigma = \frac{1}{\lambda} = R_\infty\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{m^2}\right) \qquad (2)$$

dans laquelle $m = 3, 4, 5$ ou 6 et R_∞ est une constante (on l'appelle *constante de Rydberg* ; dans le système SI, elle vaut $R_\infty = 1{,}097\,373\,177 \times 10^7$). Le lecteur constatera aisément qu'en remplaçant m par 3, 4, 5 ou 6 on obtient, avec des différences négligeables, les valeurs du tableau précédent.

Pour $m = 7$, la formule (2) donne $\lambda = 3\,970$ Å, c'est-à-dire une raie à la limite du violet visible. Pour $m>7$, les longueurs d'onde correspondent à l'ultraviolet (ces raies étaient inconnues du temps de Balmer). Quand m tend vers l'infini, $1/m^2$ tend vers zéro et l'on trouve :

$$\sigma_\infty = \frac{R_\infty}{4}; \qquad (3)$$

la longueur d'onde correspondante est :

$$\lambda_\infty = \frac{1}{\sigma_\infty} = 3\,645\ \text{Å}. \qquad (4)$$

En résumé : la série de Balmer contient des raies spectrales distinctes ; elle est limitée à $\lambda = 3\,645$ Å.

● *Généralisation.* En remplaçant, dans l'équation (2), le terme $1/2^2$ par $1/1^2 = 1$, on obtient une autre série de raies, observées par Lyman au début de ce siècle :

$$\sigma = \frac{1}{\lambda} = R_\infty\left(1 - \frac{1}{m^2}\right). \qquad (5)$$

La série est limitée, pour $m = 2$, par $\lambda \approx 1\,200$ Å et, pour m infini, par $\lambda \approx 900$ Å.



Johann Jakob Balmer (1825-1898) : il a découvert, en 1885, que les longueurs d'onde des raies spectrales visibles de l'hydrogène étaient liées par la formule : $1/\lambda = R(1/2^2 + 1/m^2)$, R étant une constante et m un nombre entier égal à 3, 4, 5 ou 6. C'est pour expliquer la formule de Balmer que le physicien Niels Bohr imagina le premier modèle quantique de l'atome d'hydrogène, en 1913.

On obtient la série de Paschen par la relation :

$$\sigma = \frac{1}{\lambda} = R_\infty\left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{m^2}\right), \qquad (6)$$

et celle de Brackett par la relation :

$$\sigma = \frac{1}{\lambda} = R_\infty\left(\frac{1}{4^2} - \frac{1}{m^2}\right). \qquad (7)$$

En résumé, la formule (2) est un cas particulier de la loi suivante, qui donne les raies spectrales de l'hydrogène :

$$\sigma = \frac{1}{\lambda} = R_\infty\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2}\right), \qquad (8)$$

avec n entier et différent de 0 et m entier, supérieur à n.

● *Le rayonnement du corps noir.* Un corps noir (voir sa définition p. 65), quand il est chauffé, émet, comme tous les corps, des radiations. Les lois de ce rayonnement ont été établies expérimentalement et sont au nombre de quatre :

1 - L'énergie rayonnée est la même dans toutes les directions et ne dépend que de la température T à laquelle est porté le corps noir (loi de Lambert).

2 - L'énergie émise par un corps noir est supérieure à l'énergie émise par n'importe quel autre corps porté à la même température (loi de Kirchhoff).

3 - La puissance émise par unité de surface (c'est-à-dire la densité des flux énergétiques $\varphi = \Phi/S$) est donnée par la *loi de Stefan* (1869) :

$$\varphi = \sigma T^4\ \text{W/m}^2, \qquad (9)$$

T étant la température absolue du corps noir et σ une constante appelée *constante de Stefan-Boltzmann*, dont la valeur dans le système SI est :

$$\sigma = 5{,}670\,32 \times 10^{-8}\ \text{W/(m}^2.\text{K}^4). \qquad (10)$$

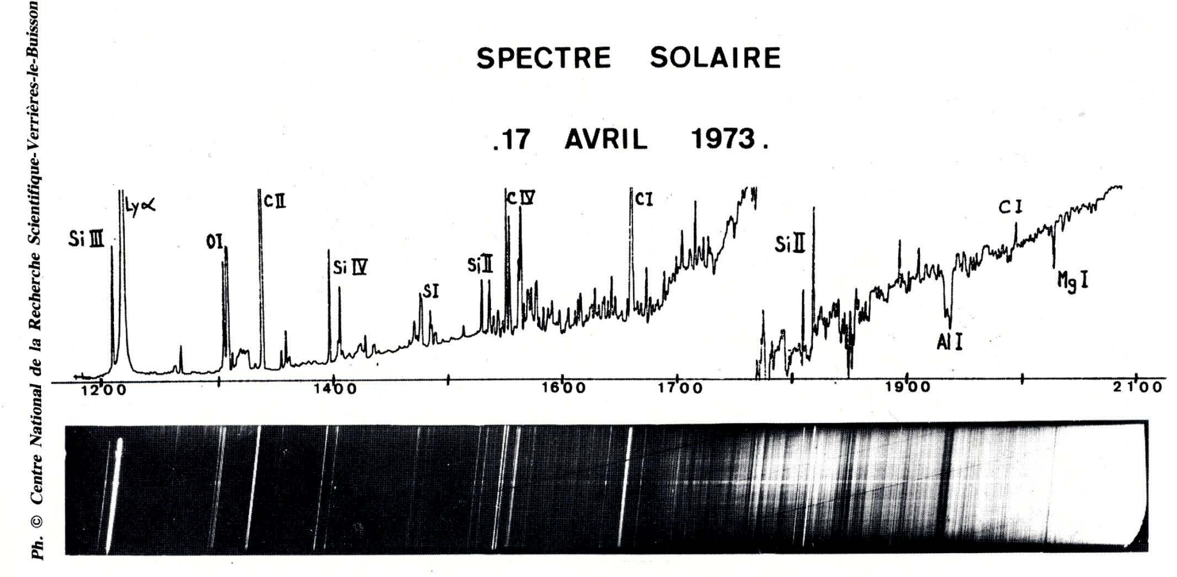
4 - La puissance rayonnée est maximale pour une valeur λ_{max} des radiations émises ; cette longueur d'onde est donnée par la *loi de Wien* (1893) :

$$\lambda_{max} T = c_0. \qquad (11)$$

La constante c_0 ayant pour valeur dans le système SI (λ mesuré en mètres et T en kelvins) :

$$c_0 = 0{,}002\,898\ \text{m.K}. \qquad (12)$$

Les différentes radiations constituant la lumière solaire peuvent être analysées à l'aide d'un dispositif spectroscopique adapté aux longueurs d'onde étudiées. Si l'appareil est placé au-delà de l'atmosphère terrestre, on obtient des raies d'émissions, brillantes, qui apparaissent en blanc sur une photographie (et en noir sur le négatif). Ci-dessous : Spectre du disque solaire entre 1 200 Å et 2 100 Å (ultraviolet), obtenu à partir d'une fusée entre 172 km et 160 km d'altitude. Le graphique qui accompagne la photographie mesure l'intensité des raies en fonction de leurs longueurs d'onde ; les raies les plus caractéristiques ont une dénomination particulière (par exemple Ly_α est la raie α de Lyman, vers 1 225 Å).





André-Marie Ampère (1775-1836). Les premières recherches de cet illustre savant concernent la théorie mathématique du jeu (1802), la théorie des fonctions (1806), le calcul différentiel et intégral (1815) et la classification des corps simples (1816). En 1820-1821, Ampère a orienté ses travaux vers les phénomènes électriques et magnétiques ; il a expliqué l'expérience d'Œrsted et créé l'électrodynamique. On lui doit notamment d'avoir précisé les concepts de courant et de tension électriques et une théorie électrique du magnétisme.

Max Planck, pour expliquer ces lois et les relier aux lois générales de la thermodynamique a fait l'hypothèse hardie suivante : l'énergie rayonnée par le corps noir est un *multiple entier* du nombre *hf*, *f* étant la fréquence émise et *h* une constante, qu'on appelle la *constante de Planck* et qui devait avoir une destinée prodigieuse dans le domaine de la physique. Avec cette hypothèse, l'énergie *E* correspondant à une température *T* et à une longueur d'onde λ est donnée par la célèbre *formule de Planck*.

$$E(\lambda, T) = \frac{8\,\pi hc}{\lambda^5} \frac{1}{\exp \dfrac{c_2}{\lambda T} - 1} . \qquad (13)$$

Dans cette formule, *h* et *c* sont les constantes bien connues (constante de Planck et vitesse de la lumière) ; c_2 est appelée *deuxième constante de la loi du rayonnement*. On l'exprime souvent en fonction de la constante *k* de Boltzmann (voir p. 40) :

$$c_2 = \frac{hc}{k} = 0{,}014\,387\,86 \text{ m.K} . \qquad (14)$$

De la formule de Planck on tire la loi de Wien. (c_2 est appelée « deuxième » constante, parce qu'il en existe une autre, qu'on écrit, selon les cas $c_1 = 8\,\pi hc$ ou $c_1 = 2\,\pi hc^2$; dans ce dernier cas, la formule de Planck prend une forme légèrement différente.)

L'étape hypothétique.

Niels Bohr a abordé, en 1911, le problème de l'interprétation de la loi de Balmer généralisée. Il en a exposé la solution en 1913 en formulant deux hypothèses :

1 - Les raies spectrales sont émises à l'occasion de changements énergétiques à l'intérieur des atomes (*transitions*).

2 - Ces transitions sont limitées et l'énergie émise par un atome au cours d'une transition est égale au *quantum* d'énergie *q* = *hf*, *h* étant la constante de Planck et *f* la fréquence de la raie spectrale considérée.

Ces deux hypothèses étaient liées à une conception de l'atome d'hydrogène qu'on appelle le *modèle semi-classique de Bohr* (nous comprendrons plus loin le sens de « semi-classique »).

● *Le modèle de Rutherford*, proposé en 1911, faisait de l'atome un *système solaire* avec, au centre, le noyau positif et, à la périphérie, des électrons négatifs tournant autour du noyau comme les planètes autour du Soleil.

Ce modèle ne convenait guère, car, du fait de sa rotation autour du noyau, l'électron devait peu à peu perdre son énergie et s'écraser sur le noyau (le calcul montre qu'un atome de Rutherford aurait un cent millionième de seconde à vivre !).

● *Le modèle semi-classique de Bohr*. Ce modèle a été proposé pour décrire l'atome d'hydrogène, qui possède un électron unique de charge − *e* tournant autour du noyau, de charge + *e*.

— Selon les lois de l'électrostatique (voir pp. 80-81), **la force d'attraction exercée par le noyau sur l'électron a pour valeur :**

$$F = \frac{1}{4\,\pi\varepsilon_0} \frac{e^2}{r^2} . \qquad (15)$$

Dans cette formule $1/4\,\pi\varepsilon_0$ est une constante qui dépend du système d'unités, *r* est la distance qui sépare l'électron du noyau, l'orbite de l'électron étant considérée, en première approximation, comme circulaire. L'énergie électrostatique totale emmagasinée dans l'atome a donc pour valeur :

$$W = \text{force} \times \text{déplacement} = Fr = \frac{1}{4\,\pi\varepsilon_0} \frac{e^2}{r} . \qquad (16)$$

Cette énergie se répartit également entre le proton (charge + *e*) et l'électron (charge − *e*) ; l'énergie de liaison de l'électron est donc égale à *W*/2, soit :

$$E = \frac{W}{2} = -\frac{1}{8\,\pi\varepsilon_0} \frac{e^2}{r} . \qquad (17)$$

La loi (15) n'est autre que la loi de Coulomb ; elle définit un champ de forces analogue au champ de gravitation : l'électron a donc un mouvement *planétaire*.

— Bohr a ajouté à cette remarque *classique* l'hypothèse *non classique* suivante : le moment cinétique de l'électron sur son orbite est égal à un nombre entier de fois la quantité $\hbar = h/2\,\pi$, *h* étant la constante de Planck.

Le moment cinétique d'une particule tournant sur un cercle de rayon *r* a été défini p. 16 ; il vaut $b = m_e vr$ dans le cas de l'électron de masse m_e. L'hypothèse de Bohr s'écrit donc :

$$m_e vr = n\hbar \quad (n = \text{entier positif}) . \qquad (18)$$

On dit encore que le moment cinétique est *quantifié*, c'est-à-dire qu'il ne peut prendre qu'une série discontinue de valeurs $b_1, b_2, ..., b_n$, pour $n = 1$, $n = 2$, etc. L'équation (18) s'appelle alors la *condition de quantification de Bohr*.

● *Conséquences*. De l'équation (18) nous allons pouvoir tirer des renseignements très précieux sur l'atome d'hydrogène, à savoir son rayon et l'énergie de liaison qui lui correspond.

1 - De l'équation (18), on tire :

$$r = \frac{n\hbar}{m_e v} , \qquad (19)$$

relation qui donne la distance *r* de l'électron au noyau pour $n = 1$, $n = 2$, etc., quand on connaît sa vitesse *v*. Pour déterminer *v*, écrivons que l'énergie cinétique de l'électron est égale à son énergie électrique, donnée par l'équation (17) ; en prenant les valeurs absolues, on a :

$$\frac{1}{2} m_e v^2 = \frac{1}{8\,\pi\varepsilon_0} \frac{e^2}{r} . \qquad (20)$$

On en tire :

$$v = \frac{e}{\sqrt{4\,\pi\varepsilon_0 m_e r}} . \qquad (21)$$

En portant *v* dans (19), on obtient le rayon *r* de l'orbite parcourue par l'électron :

$$r = 4\,\pi\varepsilon_0 \frac{n^2 \hbar^2}{m_e e^2} . \qquad (22)$$

La plus petite valeur de *r* est obtenue pour $n = 1$; on la désigne par a_0. Elle vaut approximativement :

$$r_1 = a_0 \approx 0{,}53 \times 10^{-10} \text{ m} = 0{,}53 \text{ Å} \qquad (23)$$

(ce résultat est obtenu en remplaçant les constantes ε_0, $\hbar$, m_e et *e* par leurs valeurs données au tableau des constantes physiques fondamentales pp. 161-162.

Les *orbites permises* par la condition (18) ont donc pour rayons successifs, en faisant $n = 1, 2, 3$ ... :

$$r_1 = a_0 ; \quad r_2 = 4\,a_0 ; \quad r_3 = 9\,a_0 ; \ldots ; \quad r_n = n^2\,a_0 . \qquad (24)$$

Les grandeurs des orbites sont donc, elles aussi, *quantifiées*.

2 - L'énergie de liaison de l'électron est, *en valeur absolue*, inversement proportionnelle à *r*, d'après (17). Sa plus grande valeur absolue est donc obtenue pour $r = a_0$. Comme il s'agit, en fait, d'une énergie négative, la valeur relative correspondante est donc la plus petite valeur de l'énergie de liaison : c'est, par définition, l'énergie de l'*état fondamental* (équilibre) de l'atome d'hydrogène. On peut calculer sa valeur E_1 d'après (17) :

$$E_1 = -\frac{1}{8\,\pi\varepsilon_0} \frac{e^2}{a_0} \approx -13{,}6 \text{ eV} \qquad (25)$$

(on rappelle que 1 eV ≈ 1,6 × 10^{-19} J).

Les états successifs de l'atome d'hydrogène sont donc les suivants (ils dépendent de la valeur du nombre entier *n*) :

n	**Rayons *r* de l'orbite en angströms**	**Énergie *E* de liaison en électronvolts**
1	$r_1 = a_0 = 0{,}53$	$E_1 = -13{,}6$
2	$r_2 = 4\,a_0 = 2{,}12$	$E_2 = -3{,}4$
3	$r_3 = 9\,a_0 = 4{,}77$	$E_3 = -1{,}51$
4	$r_4 = 16\,a_0 = 8{,}48$	$E_4 = -0{,}85$
etc.	etc.	etc.
n	$r_n = n^2\,a_0$	$E_n = \frac{E_0}{n^2}$

● *L'explication des raies spectrales* devient alors un jeu d'enfant. L'atome émet une raie spectrale de fréquence *f* toutes les fois qu'il passe d'un état excité E_n à un état moins énergétique E_m ; la fréquence *f* est donnée par l'équation (1) ci-dessus, à savoir :

$$f = \frac{E_n - E_m}{h} . \qquad (26)$$

Le lecteur constatera, s'il a la patience de faire un petit calcul, que la transition $E_3 - E_2$, par exemple, fournit une raie spectrale de longueur d'onde $\lambda = c/f \approx 6\,563$ Å, c'est-à-dire la raie H_α de la série de Balmer. Plus généralement, en écrivant toutes les transitions possibles, on retrouverait toutes les raies spectrales de l'hydrogène.

● ***La concordance du modèle de Bohr avec la loi de Balmer*** **peut être établie sans difficulté. Rappelons d'abord cette loi, donnée à l'équation (8) :**

$$\sigma = \frac{1}{\lambda} = R_\infty \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right) . \qquad (27)$$

En posant :

$$T_n = \frac{R_\infty}{n^2} \quad \text{et} \quad T_m = \frac{R_\infty}{m^2} , \qquad (28)$$

la loi de Balmer s'écrit :

$$\sigma_{n,m} = T_n - T_m ; \qquad (29)$$

les termes T_n et T_m sont appelés *termes spectraux*.

Selon le modèle de Bohr, et en tenant compte de $f = c/\lambda = c\,\sigma$, on a une raie $\sigma_{n,m}$ pour la transition $E_n - E_m$ selon la relation :

$$E_n - E_m = hf = hc\,\sigma_{n,m} . \qquad (30)$$

Or nous savons que $E_n = E_1/n^2$ et $E_m = E_1/m^2$; on peut donc écrire ; d'après (28)

$$\sigma_{n,m} = \frac{E_n - E_m}{hc} = \frac{E_1}{hc} \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right) . \qquad (31)$$

Calculons E_1/hc, en tenant compte de (25) et des valeurs de *h* et *c* ; il vient, dans le système SI :

$$\frac{E_1}{hc} \approx 1{,}096 \times 10^7 \approx R_\infty , \qquad (32)$$

R_∞ étant la constante de Rydberg, donnée ci-dessus, à l'équation (2). Autrement dit le terme spectral T_n de la formule de Balmer n'est autre que l'expression du niveau d'énergie E_n de l'atome, quand l'électron est sur une orbite de rayon r_n.

L'étape théorique.

● *Le modèle de Bohr est insuffisant* et voici les raisons de cette insuffisance.

1 - Il suppose que l'orbite de l'électron est circulaire ; en fait, selon les lois de la mécanique, l'électron doit décrire une orbite elliptique, dont le noyau occupe un des foyers. Cette simplification est responsable de la petite différence qui existe entre E_1/hc et R

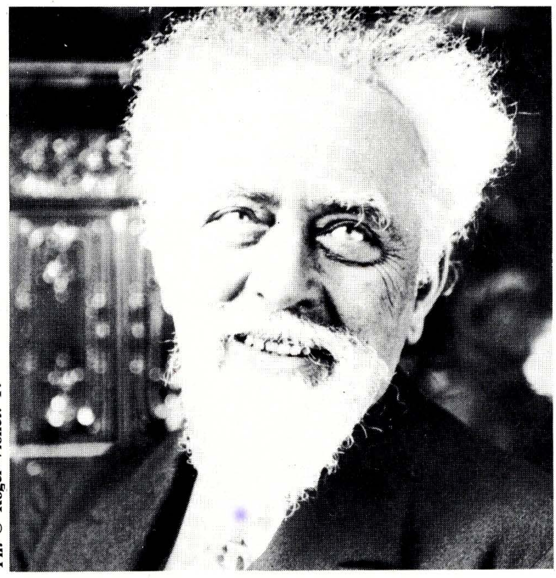
2 - Il suppose que la masse m_e de l'électron est constante : or cette masse varie avec la vitesse, conformément aux lois de la relativité.

3 - Il ne tient pas compte du fait que l'électron est une charge électrique en mouvement, donc d'émettre de l'énergie, en conséquence, de créer une induction magnétique dont le sens dépend de l'orientation de l'orbite de l'électron.

4 - Il ne tient pas compte non plus du fait que l'électron tourne sur lui-même comme une toupie (*spin* de l'électron, de l'anglais *to spin* = « faire tourner »).

5 - Enfin, le modèle de Bohr n'est malgré tout qu'une hypothèse, suggérée par l'expérience : une vue d'ensemble théorique des choses est indispensable.

Nous verrons bientôt, p. 96, comment la physique quantique a modifié le modèle semi-classique de Bohr.


Ph. © Roger-Viollet. T.

Jean Perrin (1870-1942) : il a montré, en 1895, que les rayons cathodiques étaient constitués de corpuscules d'électricité négative. corpuscules que J.-J. Thomson devait identifier comme des électrons en 1897, caractérisés par le rapport e/m de leur charge électrique à leur masse.

Rayons cathodiques et rayons X.

On sait depuis le début du XIXe siècle qu'il existe des radiations électromagnétiques invisibles : Herschell a découvert les rayons infrarouges vers 1800 (ils ont été identifiés comme tels par Ampère, en 1835), Ritter et Wollaston ont reconnu, dès 1801, l'existence de « radiations chimiques obscures », identifiées en 1822, comme des ultraviolets par Arago et Bérard. La théorie de Maxwell (1865) prévoyait l'existence de radiations de grandes longueurs d'onde : elles furent découvertes en 1887 par Hertz (*ondes hertziennes*). Les rayons X furent découverts par Röntgen en 1895, à la suite d'expérimentations sur les rayons cathodiques que nous allons d'abord présenter.

Les rayons cathodiques.

● *Production.* Lorsqu'on rapproche deux électrodes entre lesquelles existe une différence de potentiel élevée il se produit une étincelle électrique d'une longueur plus ou moins grande. Si les deux électrodes sont placées dans un tube et si la pression à l'intérieur du tube diminue, on constate que l'étincelle est obtenue avec une différence de potentiel d'autant plus petite que la pression dans le tube est plus faible. Quand la pression est inférieure à 0,01 cm de mercure, on observe un faisceau de teinte mauve, issu de la *cathode* (électrode négative), provoquant sur le fond du tube une fluorescence verte. Le phénomène, découvert par Hittorf en 1869, est appelé « rayons cathodiques ».

● *Propriétés.* Les propriétés des rayons cathodiques ont été établies entre 1869 et 1897. On constate que :

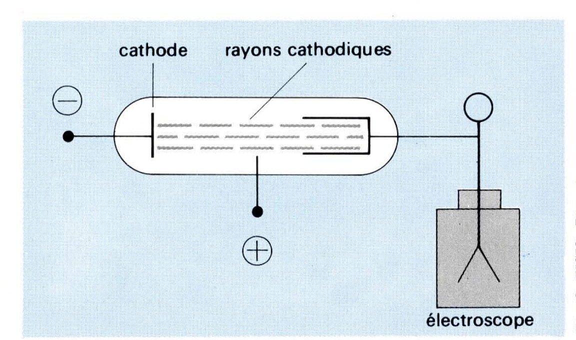
1 - ils provoquent la fluorescence de nombreuses substances ;

2 - ils se propagent normalement à la cathode ;

3 - ils transportent de l'énergie (effet calorifique, impression d'une plaque photographique) ;

4 - ils transportent des charges électriques négatives (l'expérience de Perrin, 1895).

Expérience de Perrin.
Les rayons cathodiques émis par la cathode sont reçus dans un cylindre en métal relié au plateau d'un électroscope à feuilles d'or, appareil qui met en évidence le transport de charges électriques négatives par les rayons cathodiques.



● *Nature.* J.-J. Thomson a montré, en 1897, que les rayons cathodiques étaient déviés par un champ électrique : il ne s'agit donc pas d'un phénomène ondulatoire (qui ne serait pas dévié), mais d'un faisceau de particules électrisées. Le sens de la déviation montre qu'il s'agit de particules électronégatives, que Thomson baptisa *électrons* (terme introduit par Stoney en 1891).

Les lois de l'électromagnétisme permettent de calculer la valeur e/m_e du rapport de la charge électrique e à la masse m_e de l'électron en fonction de la déviation du faisceau. Le dispositif expérimental, mis au point par Thomson, est appelé *spectrographe de masse.* Des expériences minutieuses ont montré alors que le rapport e/m_e valait environ $1{,}76 \times 10^{11}$ (en unités SI, c'est-à-dire en coulombs par kilogramme). La valeur actuellement admise est :

$$\frac{e}{m_e} = 1{,}758\,804\,7 \times 10^{11}\ \text{C kg}. \qquad (1)$$

● *Charge et masse de l'électron.* L'Américain Millikan a entrepris de mesurer la valeur de la charge élémentaire e en 1911, par une expérience dite *expérience de la goutte de Millikan.* En voici le principe. De fines gouttelettes d'huile (de rayon $R = 1\ \mu$m par exemple), chargées d'électricité par frottement dû à la pulvérisation, sont placées dans un champ électrique, entre les deux armatures d'un condensateur ; elles sont donc soumises à leur poids et à la force électrostatique $Q\mathbf{E}$, $\mathbf{E}$ étant le champ électrique et Q la charge inconnue de la gouttelette ; le condensateur est disposé de telle sorte que $\mathbf{E}$ soit de sens opposé à $\mathbf{P}$. En mesurant la vitesse limite de chute de la gouttelette en dehors du champ $\mathbf{E}$ et en présence du champ $\mathbf{E}$, on peut en déduire la valeur de la charge Q d'une gouttelette.

L'expérience, répétée un grand nombre de fois avec divers liquides autres que l'huile, en suspension dans l'air ou dans d'autres gaz, a montré que toutes les charges Q mesurées étaient des multiples entiers d'un nombre e égal à environ $1{,}6 \times 10^{-19}$ coulomb. C'est cette valeur qui constitue la *charge élémentaire.*

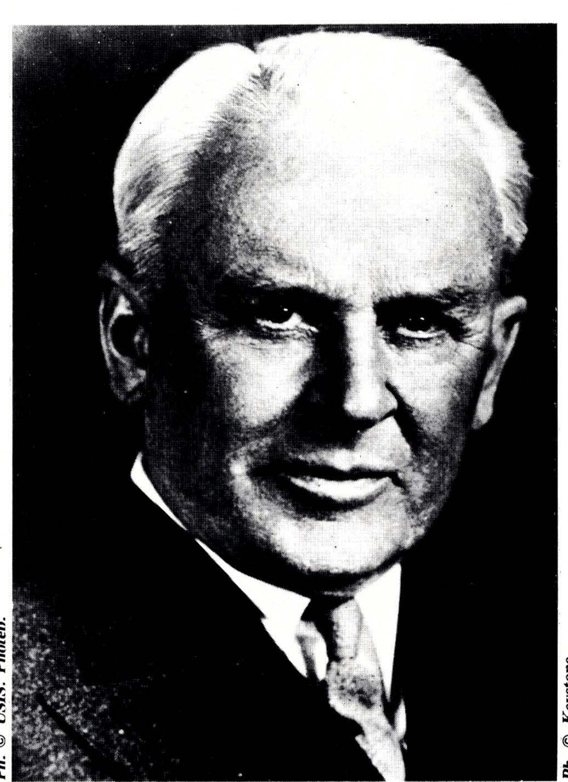
Quand on connaît e, on connaît m_e d'après la relation (1). Avec les valeurs approchées
$e/m_e = 1{,}76 \times 10^{11}$ et $e = 1{,}6 \times 10^{-19}$,
on trouve la masse de l'électron :

$$m_e \approx \frac{1{,}6 \times 10^{-19}}{1{,}76 \times 10^{11}} = 0{,}91 \times 10^{-30}\ \text{kg} \qquad (2)$$

Les rayons X.

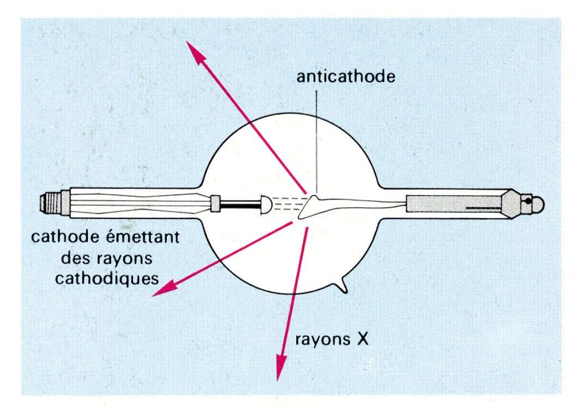
● *Production.* Lorsque les rayons cathodiques heurtent une plaque métallique, ils sont absorbés par la matière qui les reçoit et celle-ci rayonne des ondes électromagnétiques, de très petites longueurs d'onde ($\lambda = 10^{-8}$ m à $\lambda = 10^{-11}$ m environ, soit des fréquences qui varient de 10^{16} à 10^{19}Hz en ordre de grandeur), appelées *Rayons X.* Le phénomène fut découvert par Röntgen en 1895. Le dispositif utilisé pour produire des rayons X est un *tube de Coolidge* : les électrons sont produits par l'échauffement d'une *cathode* et bombardent une *anticathode* métallique ; la différence de potentiel entre les deux électrodes est très élevée (plusieurs milliers de volts).

Robert Andrews Millikan (1868-1953) : il a mesuré la charge de l'électron par l'expérience célèbre de la goutte de Millikan (1911) et déterminé la valeur de la constante de Planck (1916). Prix Nobel de physique en 1923.


Ph. © USIS. Photeb.

Wilhelm Conrad Röntgen (1845-1923) : il a découvert les rayons X (1895), étudié leur pouvoir de pénétration et montré qu'ils produisaient l'ionisation de l'air. Il fut le premier physicien à se voir décerner le prix Nobel (1901).


Ph. © Keystone.



Tube de Coolidge, pour produire des rayons X. Les électrons sont émis par la cathode incandescente, alimentée par un générateur auxiliaire. Ils tombent sur une anticathode métallique, dont on assure le refroidissement progressif. Les rayons X proviennent du bombardement de l'anticathode par les électrons.

● *Longueur d'onde.* Soit U la différence de potentiel entre les deux électrodes ; l'énergie électrique d'un électron est alors Ue. Elle est absorbée par la plaque métallique qui distribue un photon de fréquence f_0 telle que :

$$Ue = hf_0 . \qquad (3)$$

La longueur d'onde correspondante $\lambda_0 = c/f_0$ a donc pour valeur :

$$\lambda_0 = \frac{hc}{Ue} . \qquad (4)$$

En fait, l'énergie de l'électron absorbée est inférieure à Ue, car les électrons sont ralentis par diverses interactions à l'intérieur de l'anticathode (chocs, etc.). De sorte que le photon hf réellement émis est inférieur à hf_0 et que la longueur d'onde λ émise est supérieure à λ_0.

Les équations (3) et (4) donnent la fréquence maximale et la longueur d'onde minimale des rayons X émis : elles constituent la *loi de Duane et Hunt* (1915). En remplaçant h, c et e par leurs valeurs, on trouve :

$$\lambda_0 = 12{,}41 \times 10^{-7} \text{ m } U . \qquad (5)$$

Avec une différence de potentiel de U volts, on ne peut obtenir de longueurs d'onde inférieures à 12 410 Å par volt. Pour obtenir des rayons X tels que $\lambda = 1$ Å par exemple, il faut donc disposer d'au moins 12 410 volts.

● *Propriétés.*

— Les propriétés générales des rayons X sont bien connues : ils provoquent la luminescence caractéristique de certaines substances, traversent, grâce à la grande énergie de leurs photons, des substances qui sont opaques à la lumière visible (principe de la radioscopie), impressionnent les plaques photographiques (radiographie), provoquent l'électrisation (ionisation) des atmosphères qu'ils traversent, etc. D'autre part les propriétés physico-chimiques des rayons X ont d'importantes applications en biologie et en médecine.

— Les propriétés optiques des rayons X ne peuvent être mises en évidence avec les appareils de l'optique ordinaire, car ceux-ci sont conçus pour des longueurs d'onde de 10 à 10 000 fois plus grandes. Ainsi l'expérience de Young, faite avec deux orifices distants de $a = 10^{-4}$ m (0,1 mm), et un écran à 10 m des fentes, donnerait un interfrange i égal à 10^{-11} m (0,1 Å), si l'on opérait avec des rayons X tels que $\lambda = 1$ Å.

De même, pour obtenir un phénomène de diffraction des rayons X, il faut utiliser un réseau extrêmement serré, en se servant des mailles d'un cristal (voir p. 127 sur la structure cristalline). L'expérience a été réalisée pour la première fois en 1912, par Friedrich et Knipping ; on peut en fixer les résultats sur la plaque photographique et l'on obtient alors un *diagramme de von Laue,* caractéristique de la structure cristalline utilisée.

— La figure ci-après permet de comprendre la *loi de Bragg. SI* et *TJ* sont deux rayons appartenant à un faisceau de rayons X tombant sur un cristal composé de plusieurs couches moléculaires C_1, C_2, C_3, ... (les molécules ont été figurées par des points rouges sur la figure). *SI* heurte une de ces molécules et se diffracte selon *IS'* ; *TJ* se diffracte sur la seconde couche C_2 selon *JT'*. Les ondes ainsi diffractées interfèrent. La différence de marche entre deux rayons est $AJ + JB = 2\,AJ = 2\,d \sin\theta$. Si $2\,d \sin\theta$ est égal à un nombre entier de fois λ ($2\,d \sin\theta = n\lambda$), les ondes transmises par le cristal sont en phase et l'écran sur lequel on les recevra sera impressionné. Cela impose à l'angle θ d'incidence sur le cristal d'être tel que :

$$\sin\theta = \frac{n\lambda}{2\,d} , \qquad (6)$$

relation qu'on appelle *relation de Bragg.*

La relation de Bragg permet de calculer la longueur d'onde de rayons X quand on connaît l'angle θ (mesurable expérimentalement) et la distance d (déduite de nos connaissances sur les structures cristallines), et en faisant successivement $n = 1, 2, 3, \ldots$

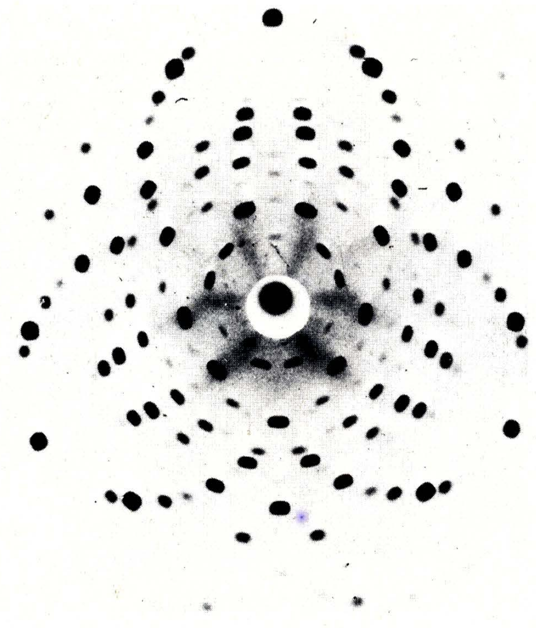
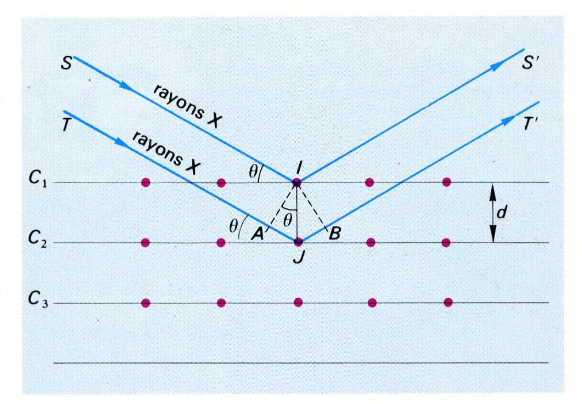


Diagramme de Laue, obtenu par diffraction des rayons X par un cristal. On peut déduire la structure cristalline du cristal étudié d'après l'aspect du diagramme.



Relation de Bragg.

— L'émission de rayons X par l'anticathode est le résultat de *transitions* à l'intérieur de l'atome. Les électrons d'énergie Ue excitent des atomes qui passent au niveau E_n, puis retombent à des niveaux inférieurs E_m. La fréquence X émise est telle que $hf = E_n - E_m$: c'est une raie spectrale caractéristique de la substance. Plus le nombre Z d'électrons est grand, plus le nombre de raies possibles est grand. On montre que :

$$\sqrt{f} = \alpha Z + \beta , \qquad (7)$$

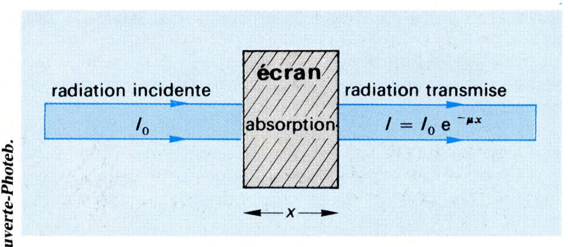
α et β étant des constantes caractéristiques des séries de raies. L'équation (7) traduit la *loi de Moseley.*

Absorption des rayons X.

● *Intensité transmise.* Lorsqu'une radiation incidente d'intensité I_0 traverse une épaisseur x d'une substance donnée, elle est en partie absorbée par cette substance. La radiation transmise a une intensité I donnée par la relation :

$$I = I_0\, e^{-\mu x} , \qquad (8)$$

μ étant le coefficient linéique d'absorption du rayonnement par la substance.



Absorption des rayons X par une couche matérielle d'épaisseur x.

● *Que devient l'énergie rayonnante absorbée par l'écran ?* L'énergie rayonnante absorbée va elle-même se transformer pour produire un *rayonnement secondaire,* dont la nature se comprend à partir de la théorie des quanta. Soit en effet hf un photon incident absorbé par la substance considérée.

1 - Ce photon peut exciter un atome de la substance dans laquelle il y a absorption, et cet atome va émettre à son tour un photon hf, de même longueur d'onde que le photon incident, mais avec changement du vecteur d'onde $\boldsymbol{h}$: il y a *diffraction* de la radiation.

2 - Le photon absorbé peut aussi exciter un atome en expulsant un électron de ses couches profondes (ce qui requiert l'énergie E), lequel est remplacé par un électron périphérique. Cette transition est accompagnée de l'émission d'un photon hf' tel que.

$$hf = E + hf' , \qquad (9)$$

On dit qu'il y a *diffusion* de la radiation. La fréquence f' émise correspond à la *fluorescence* de la substance.

3 - Le photon incident peut se transformer en deux particules de masse m_e et de charges opposées $+e$ et $-e$, conformément au principe d'équivalence de la masse et de l'énergie établi par la théorie de la relativité (voir p. 15). On a alors :

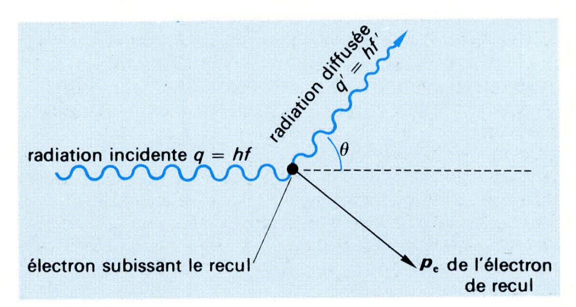
$$hf = 2\,m_e\,c^2 + E_1 + E_2 , \qquad (10)$$

E_1 et E_2 étant les énergies des deux corpuscules produits. Le corpuscule chargé d'électricité négative est un électron négatif ou *négaton* ; l'autre corpuscule est un *positon.* Le phénomène s'appelle *absorption par production de paires.*

4 - Enfin, le photon incident peut rencontrer dans la substance qui l'absorbe un électron libre auquel il communique une énergie cinétique. Un tel électron est appelé un *électron de recul* et le phénomène porte le nom d'*effet Compton.* Il a été découvert par Compton en 1922. L'effet Compton est expliqué sur la figure ci-après.

L'effet Compton.
Le photon incident possède l'énergie hf. Il entre en collision avec un électron initialement au repos de masse m_e***. Sous l'effet de cette collision, l'électron subit un recul et acquiert un vecteur vitesse*** $\vec{v}$ ***et un vecteur quantité de mouvement*** $\vec{p_e}$***. Quant au photon, il est rediffusé dans une direction qui fait un angle*** θ ***avec sa direction initiale, mais il a perdu de l'énergie (communiquée à l'électron), et il vaut maintenant*** $q' = hf'$***. On montre, en appliquant le principe de conservation de l'énergie et le principe de conservation de la quantité de mouvement, que la longueur d'onde du photon diffusé a pour valeur :***

$$\lambda' = \lambda + \frac{h}{m_e\,c}(1 - \cos\theta)$$



ÉLECTRICITÉ

La science de l'électricité comprend plusieurs branches, dont les principales sont l'*électrostatique*, l'*électrocinétique*, l'*électromagnétisme*, l'*électronique* et l'*électrotechnique*. Ces deux dernières disciplines ne sont pas étudiées ici.

ÉLECTROSTATIQUE.

L'électrostatique, comme son nom l'indique, est la science de l'« électricité immobile », c'est-à-dire des actions à distance que provoquent des charges immobiles.

Aperçu historique.

De Thalès à Coulomb.

L'*ambre jaune* est une résine fossile provenant de conifères, qui se dit *electron* en grec et *electrum* en latin. Le philosophe et savant grec Thalès (VIe siècle av. J.-C.) avait constaté que l'ambre frotté était capable d'attirer les corps légers, comme la moelle de sureau. Par la suite, on découvrit que d'autres substances avaient des propriétés analogues. On a nommé *electricitas*, dans le latin scientifique du XVIIe siècle, l'énergie subtile et mystérieuse qui produisait ces effets. Le mot *électricité* est apparu en français vers 1733.

Au XVIIe et au XVIIIe siècle, on a étudié principalement l'effet de l'électrisation sur les corps. L'instrument de prédilection est alors la sphère de cuivre, placée au bout d'un manche isolant, qu'on frotte avec un chiffon de laine ou qu'on bat avec une peau de chat. C'est l'époque des travaux de Gilbert, d'Otto von Guericke, de Boyle, de Du Fay, de Gray, de Benjamin Franklin. Au cours de cette période, on découvre le condensateur (la fameuse « bouteille de Leyde »), la distinction entre corps conducteurs (comme les métaux) et isolants (comme le verre ou la résine), l'existence de deux sortes d'électricité (Du Fay, 1733), baptisées *positive* et *négative* par Franklin, l'électrisation à distance ou *influence* (Otto von Guericke, Gray). L'aboutissement de ces travaux épars est la *loi fondamentale de l'électrostatique*, énoncée par le Français Coulomb en 1785. En 1787, Bennet invente l'électroscope à feuilles d'or, appareil à mesurer la « quantité d'électricité » ou « charge électrique » d'un corps électrisé.

Ph. Rousseau © Photeb. T.

En 1745, trois savants de Leyde, Van Musschenbroek, Allaman et Cunœus, reçurent d'une bouteille, qui avait été accrochée au conducteur d'une machine électrique, une décharge inopinée. Ils découvraient le principe du condensateur, qu'illustre la bouteille de Leyde (photographie ci-dessus).

De Coulomb à Maxwell.

La bouteille de Leyde, présentée en 1745 à Leyde par Van Musschenbroek, Allaman et Cunœus, fournissait une décharge électrique qui picotait plus ou moins désagréablement la main et le bras. Cette décharge était un *courant électrique.* Toutefois ce n'est qu'à partir du XIXe siècle qu'on a pu expérimenter sur le courant électrique, après l'invention de la pile électrique par l'Italien Volta en 1799.

● *L'expérience réalisée par le Danois Œrsted,* pendant l'hiver 1819, est l'expérience cruciale de l'histoire de l'électricité. A cette époque, on appelait *électricité* tout ce qui concernait les effets d'attraction et de répulsion des corps électrisés - c'est-à-dire l'électrostatique - et *galvanisme* ou *voltaïsme* les phénomènes concernant le courant électrique (Galvani avait montré, dès 1790, qu'on pouvait obtenir du courant électrique à partir de phénomènes chimiques, et Volta avait construit sa première pile en 1799). Œrsted a constaté que, si l'on faisait passer un courant « voltaïque » dans un fil conducteur parallèle à une aiguille aimantée, celle-ci déviait largement et qu'en inversant le sens du courant, la déviation avait lieu dans l'autre sens.

Cette expérience a servi de point de départ aux travaux de Faraday et d'Ampère. Celui-ci, en quelques mois, établit les lois du courant électrique et, en particulier, celles qui régissent les effets magnétiques. La découverte de l'*induction* par Faraday, en 1831, clôt cette première phase de l'histoire de l'électricité au XIXe siècle.

Ce qui est remarquable, c'est la tentative d'unification des phénomènes coulombiens, galvaniques, voltaïques et magnétiques par Faraday. Faraday a montré que l'électricité de Franklin et de Coulomb était de même nature que les courants voltaïques ou galvaniques, et qu'il y avait des rapports entre électricité et magnétisme (le magnétisme avait fait l'objet, au XVIIe siècle, des travaux d'un des plus illustres savants britanniques du temps, William Gilbert, auteur en 1600 d'un traité sur les aimants intitulé *De Magnete*). Ampère a établi la loi qui relie la force « magnétique » engendrée par le courant électrique et agissant sur un conducteur parcouru lui-même par un courant électrique.

Entre 1830 et 1850, Arago, Biot, Savart, Ohm, Joule, Pouillet, Kirchhoff, Gauss, Weber, Henry et quelques autres complètent les lois de Faraday et d'Ampère, étudient les lois du courant alternatif et précisent les méthodes de mesure et les unités.

● *L'ère des théories* s'ouvre avec les recherches de Maxwell (à partir de 1866), dont le *Traité d'électricité et de magnétisme* (1873) est, à l'instar des *Principia* de Newton, un des monuments de la physique. La théorie électromagnétique de Maxwell est sans doute la seule grande théorie de l'époque classique qui soit encore compatible avec la relativité et avec la physique quantique.

Avant Maxwell, Faraday et Ampère avaient tenté à leur manière d'expliquer les relations entre l'électricité et le magnétisme. Pour Faraday, les réactions à distance entre corps électrisés et corps aimantés seraient le résultat d'un « état de tension » du milieu dans lequel sont placés les corps. Pour Ampère, les propriétés dites magnétiques de la matière seraient dues à l'existence de charges en mouvement perpétuel au sein de cette matière. Ces idées préparent la voie à la grandiose théorie de Maxwell qui se résume en un système de quatre équations à juste titre très célèbre (voir ci-après, pp. 91-92).

De Maxwell à nos jours.

Aucun des résultats de Maxwell n'a été invalidé ; aucune théorie complémentaire n'a été nécessaire pour expliquer les phénomènes électromagnétiques. Bien plus :

— la théorie de Maxwell prévoyait l'existence d'ondes électromagnétiques autres que la lumière

visible, les rayons infrarouges et les ultraviolets : elles ont été découvertes par Hertz en 1887 et par Röntgen en 1895 ;

— la théorie de Maxwell rendait inutile le concept d'éther, et faisait de la vitesse de la lumière dans le vide un invariant fondamental : ce sont là les points de départ de la théorie de la relativité ;

— la découverte de l'électron et des particules subnucléaires n'exige pas une théorie électromagnétique nouvelle. En effet, les forces électromagnétiques subissent des modifications négligeables jusqu'à des distances de l'ordre de 10^{-12} m (le rayon de l'atome d'hydrogène est de l'ordre de 10^{-10} m, soit 100 fois plus grand) ; en conséquence, on peut traiter l'électricité « atomique » comme l'électricité à notre échelle ; pour des distances inférieures à 10^{-12} m, la théorie de Maxwell se combine aisément à la théorie quantique pour donner l'*électrodynamique quantique*.

La fée « Électricité ».

Les applications techniques et technologiques de l'électricité sont innombrables (éclairage, chauffage, moteurs, électronique, etc.). Nous nous limiterons ici aux aspects théoriques fondamentaux de l'électricité.

Électrostatique.

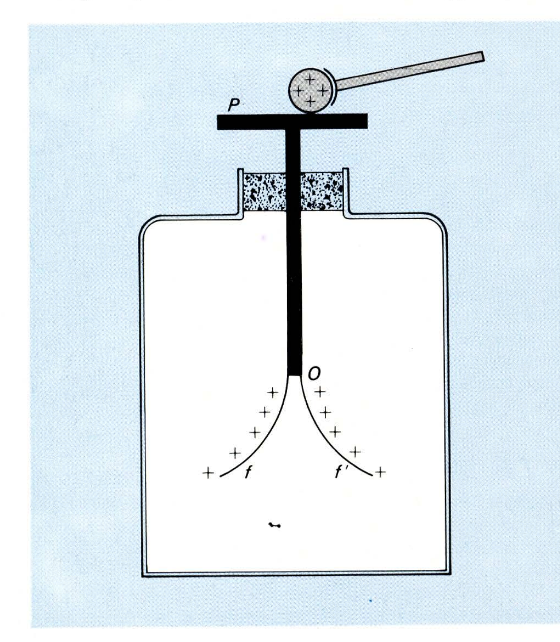
Électrisation.

● *Les phénomènes d'électrisation,* connus depuis la plus haute antiquité, sont familiers à tous. L'électrisation d'un corps peut se faire *par frottement, par contact* avec un autre corps électrisé, *par influence* en le rapprochant suffisamment d'un corps électrisé. L'électrisation d'un volume gazeux peut être obtenue à l'aide de divers procédés, en particulier en l'irradiant avec des rayons X (le gaz électrisé est dit *ionisé* ; les rayons X sont des radiations *ionisantes*).

Lorsqu'un corps est électrisé, on dit qu'il contient une *charge électrique* ; lorsqu'il perd son électrisation, on dit qu'il se *décharge.*

● *Pour mesurer l'électrisation d'un corps,* les physiciens du XVIIIe siècle ont utilisé principalement trois appareils : le *pendule électrique,* la *balance électrique* et l'*électroscope.*

Électroscope à feuilles d'or.
La petite sphère électrisée est mise en contact avec le plateau P de l'appareil et communique son électricité aux feuilles f et f' qui, chargées d'une même électricité (positive ou négative), se repoussent. L'appareil peut servir aussi à identifier la nature de la charge. Si, comme c'est le cas sur la figure, les feuilles d'or sont chargées positivement avec une sphère de charge connue, et qu'on approche du plateau de l'électroscope une charge de nature inconnue : 1° si la charge est positive, les feuilles s'écartent davantage encore ; 2° si la charge est négative, les feuilles ont tendance à se rapprocher.



Un pendule électrique est tout simplement une petite boule de moelle de sureau suspendue à un fil sans torsion (fil de soie). Une baguette de verre frottée avec une peau de chat attire le pendule, ce qui met en évidence son électrisation. Une petite boule électrisée au préalable par contact avec du verre électrisé et mise en présence d'une baguette électrisée est repoussée si la baguette est en verre et attirée si elle est faite d'ambre jaune (résine). Ce phénomène, et quelques autres du même genre, ont conduit Charles Du Fay à affirmer qu'il existait deux sortes d'électricité, qu'il nomma *vitreuse* et *résineuse,* adjectifs que Benjamin Franklin remplaça respectivement par *positive* et *négative* énonçant, après Du Fay, la loi célèbre :

> *« deux corps chargés d'une électricité de même nom se repoussent ; ils s'attirent dans le cas contraire. »*

A partir de cette loi, on peut construire une balance électrique pour mesurer la force d'attraction ou de répulsion électrique, et un électroscope (Bennet, 1787) pour observer les phénomènes d'électrisation.

La balance électrique est une balance ordinaire, à deux plateaux, dont l'un est porteur d'une tige rigide à l'extrémité de laquelle est suspendu un corps chargé d'électricité. L'équilibre est réalisé par une tare. Si on approche de la tige une petite sphère chargée d'électricité, la tige est repoussée ou attirée selon la nature des deux électricités en présence et l'équilibre est rompu. Pour le rétablir, il faut ajouter un poids à l'aide de masses marquées, sur l'un des deux plateaux de la balance (sur celui qui porte la tige s'il y a répulsion électrique, sur l'autre s'il y a attraction). Ce poids mesure l'intensité de la force électrique, qu'on appelle une *force de Coulomb.*

● *Quantification de l'électricité.* On sait, depuis les expériences de Perrin (1895) et de Millikan (1913), étudiées p. 78, que la charge électrique Q d'un système quelconque (sphère électrisée, gouttelettes de liquide, volume gazeux, etc.) est un *multiple entier,* généralement très élevé, d'une *charge élémentaire e* : on ne connaît pas de corps ou de particules dont la charge soit une fraction de e (en valeur absolue). Puisque, en dernière analyse, toute charge électrique se divise en petites quantités indivisibles de charge, on peut dire que l'électricité est *quantifiée* (voir p. 76).

● *Pourquoi un corps est-il électrisé ?* A cette question, les physiciens qui ont élaboré la science de l'électricité, Maxwell y compris, étaient incapables de répondre. Ils traitaient donc *le fait* de l'électrisation comme une donnée première. Les physiciens du XXe siècle voient les choses différemment, puisqu'ils connaissent l'existence de l'électron (depuis 1897), particule porteuse d'une charge élémentaire négative $-e$.

Considérons une petite sphère de cuivre, de masse m. Elle est composée d'un très grand nombre d'atomes de cuivre, dont chacun contient 29 électrons, maintenus au sein de l'atome par l'attraction électrique due au noyau atomique, porteur de 29 charges élémentaires positives. Tous les atomes étant neutres électriquement, la sphère de cuivre est elle-même neutre. Quand on excite les atomes de cuivre, ils sont susceptibles de perdre un ou plusieurs électrons (c'est le cas si on frotte la sphère de cuivre avec une peau de chat). La neutralité de la sphère est alors rompue : si elle a perdu n électrons, elle est devenue *électropositive,* et sa charge positive Q est égale, en valeur absolue, au nombre n de charges élémentaires négatives perdues, on a donc $Q = ne$. Inversement, un corps neutre qui reçoit un apport de n électrons devient *électronégatif* et sa charge électrique est égale à $-ne$.

En résumé, l'électrisation est le fait, pour un système, de perdre ou de gagner des électrons.

La loi de Coulomb.

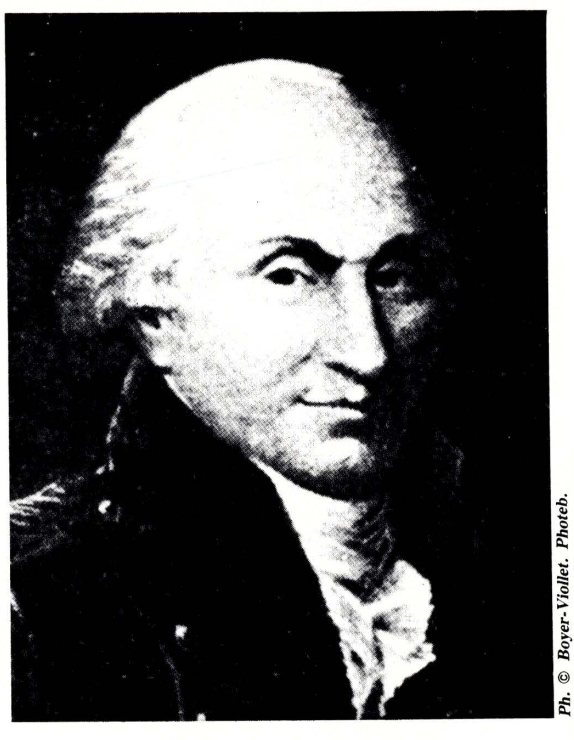
● *C'est la loi fondamentale de l'électrostatique,* établie partiellement par le Français Coulomb en 1785. Elle se résume ainsi :

> *« deux charges électriques Q et Q' stationnaires (= immobiles) s'attirent ou se repoussent mutuellement avec une force proportionnelle au produit QQ' des valeurs de leurs charges et inversement proportionnelle au carré de la distance r qui les sépare. »*

Cette loi, qui peut être vérifiée à l'aide de la balance électrique, s'énonce quantitativement de la façon suivante, en considérant l'intensité F de la force de Coulomb :

$$F = k\frac{QQ'}{r^2}, \qquad (1)$$

k étant une constante de proportionnalité qui dépend des unités choisies ; Q et Q' sont des grandeurs



Charles de Coulomb (1736-1806) : après des travaux sur les aimants, les machines simples et les phénomènes de torsion, Coulomb établit, à partir de 1785, les lois fondamentales de l'électrostatique et, en 1789, il introduit l'importante notion de moment magnétique.

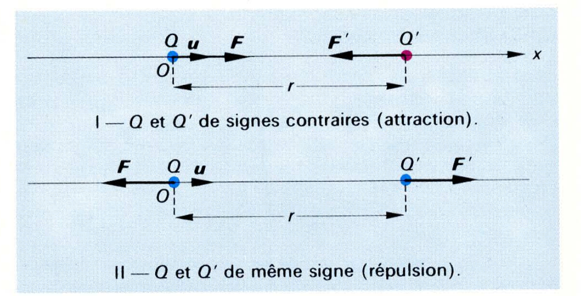
scalaires, positives ou négatives selon la nature des charges électriques ; r mesure la distance QQ'.

Vectoriellement, en supposant la charge Q à l'origine O d'un axe Ox de vecteur unitaire $\boldsymbol{u}$, on a, en appelant $\boldsymbol{F}$ la force qui s'exerce sur Q et $\boldsymbol{F'}$ la force qui s'exerce sur Q' :

$$\begin{cases} \boldsymbol{F} = -k\dfrac{QQ'}{r^2}\boldsymbol{u}; \\ \boldsymbol{F'} = k\dfrac{QQ'}{r^2}\boldsymbol{u}. \end{cases} \qquad (2)$$

Il faut prendre soin d'exprimer Q et Q' par des nombres positifs ou négatifs selon la nature de la charge. Les équations (2) montrent que deux charges de signes contraires s'attirent et que deux charges de même signe se repoussent. Conformément au principe newtonien de l'action et de la réaction, on a, dans tous les cas :

$$\boldsymbol{F} = -\boldsymbol{F'}. \qquad (3)$$



La loi de Coulomb.
I — Q et Q' sont de signes contraires : le produit QQ' est négatif, donc $F = -kQQ'/r^2$ est positif et la force $\vec{F}$ est dirigée dans le même sens que le vecteur unitaire $\vec{u}$, c'est-à-dire vers Q'. Les charges s'attirent.
II — Q et Q' sont de même signe ; leur produit est positif, donc $F = -kQQ'/r^2$ est négatif, et la force $\vec{F}$ est orientée comme $-\vec{u}$; $\vec{F'} = -\vec{F}$ est orientée comme $\vec{u}$: les charges se repoussent.

● *Unités de charge.* Dans le système SI, l'unité de force est le newton (N) et l'unité de longueur le mètre (m). Si donc l'on fait $r = 1$ m et $Q = Q' = 1$ unité SI, la force $\boldsymbol{F}$ aura pour module $F = k$ newtons. Pour des raisons théoriques, on a été amené à poser, lorsque les deux charges Q et Q' sont dans le vide :

$$k = k_0 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}, \qquad (4)$$

ε_0 désignant la *permittivité* du vide, grandeur caractérisant le vide quant à son aptitude à « laisser passer » les interactions électriques. Pour un milieu autre que le vide, il faut remplacer ε_0 par la permittivité ε du milieu considéré. On a alors :

$$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon}. \qquad (5)$$

On pose en général :

$$\varepsilon_r = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} \quad \text{(permittivité relative)}, \qquad (6)$$

ce qui permet d'écrire l'équation (5) sous la forme :

$$k = \frac{k_0}{\varepsilon_r}. \qquad (7)$$

Dans ce qui suit, sauf précision contraire, nous étudierons les interactions électriques dans le vide et nous poserons, en unités SI :

$$\varepsilon_0 = 8{,}854\,187\,82 \times 10^{-12}, \qquad (8)$$

d'où :

$$k_0 \approx 8{,}987\,5 \times 10^9. \qquad (9)$$

Dans ces conditions, les charges Q et Q' sont mesurées en *coulombs* (symbole : C). Nous pouvons donc dire que deux charges identiques de 1 coulomb, placées dans le vide à 1 mètre de distance, se repoussent avec une force égale à k_0 newtons.

● *Remarques.*

1 - Rien n'interdit de construire un système d'unités tel que $k_0 = 1$; dans un tel système, l'unité de charge n'est plus le coulomb, évidemment, et on l'appelle simplement *unité électrostatique* (ués) de charge électrique dans le système considéré. Cette simplification apparente entraîne par ailleurs des complications diverses, aussi a-t-on renoncé à choisir $k_0 = 1$.

2 - Dans le système SI, le coulomb est une unité dérivée de l'*ampère* (symbole : A), qui mesure l'intensité d'un courant électrique et que nous définissons ci-dessous, p. 84. La définition officielle du coulomb est donc :

« le coulomb est la quantité d'électricité transportée en une seconde par un courant de 1 ampère ».

Cette définition concorde, évidemment, avec la définition électrostatique donnée ci-dessus.

3 - La charge élémentaire e a pour valeur :

$$e = 1{,}602\,189\,2 \times 10^{-19}\ \text{C}. \qquad (10)$$

La charge de l'électron est égale à $-e$: cela signifie qu'une charge négative de -1 coulomb est équivalente à environ 624 millions de milliards d'électrons.

4 - La petitesse de la charge de l'électron n'empêche pas l'existence de force électrostatique intense au sein de l'atome. Dans l'atome d'hydrogène, par exemple, le noyau porte la charge e et l'électron la charge $-e$; si l'on considère ce noyau dans son état fondamental théorique, la distance noyau-électron est égale à a_0 (rayon de Bohr, voir p. 76), qui vaut environ 0,53 Å. La force d'attraction électrique subie par l'électron de la part du noyau a donc pour intensité :

$$F = -k_0 \frac{e^2}{a_0^2}, \qquad (11)$$

soit :

$$F = -8{,}987\,5 \times 10^9 \times \frac{1{,}602^2 \times 10^{-38}}{0{,}53^2 \times 10^{-20}} \approx$$
$$\approx 8{,}2 \times 10^{-8}\ \text{N}. \quad (12)$$

Cette force est grossièrement égale au poids d'une masse de 0,01 mg : c'est donc une force tout à fait considérable en comparaison de la masse de l'atome, qui est de l'ordre de 10^{-27} kg = 10^{-21} mg.

5 - La loi de Coulomb est valable pour de très petites valeurs de r (jusqu'à $r = 10^{-12}$ m environ). Pour r égal ou inférieur à 10^{-13} m, nulle expérience ne nous permet d'affirmer sa validité. Or l'ordre de grandeur du rayon d'un noyau atomique classique est inférieur à 10^{-13} m : nous ne savons donc pas si les particules chargées (protons) à l'intérieur d'un noyau sont soumises à la loi de Coulomb que nous connaissons, alors que cette loi est valable pour les électrons à l'intérieur de l'atome où les distances sont supérieures à 10^{-13} m.

Le champ électrique.

● *Définition générale.* En physique, on appelle *champ* (ou *champ de forces*), une région de l'espace où se manifeste un type de forces particulières (voir p. 24).

On peut décrire un *champ électrique* comme une région de l'espace dans laquelle se manifestent des forces de Coulomb. De même qu'une masse (celle de la Terre, celle du Soleil, etc.) crée un champ gravifique, de même un ensemble de charges électriques crée autour d'elles un champ électrique. Nous considérons bien entendu que les charges électriques à l'origine du champ sont stationnaires.

● *Champ électrique en un point.* Pour constater et mesurer la présence d'un champ de gravitation en un point de l'espace, il suffit d'y placer une masse unité $m = 1$ kg et de supprimer toute autre cause de mouvement de cette masse. Si la masse est immobile, cela signifie que le champ de gravitation en ce point est nul ; si la masse prend l'accélération γ, cela signifie qu'il existe un champ de gravitation en ce point et qu'il a pour valeur $F = m\gamma = \gamma$ newtons.

On procède de même pour définir et mesurer le champ électrique en un point M de l'espace. On y place une charge positive unité $Q_0 = 1$ C, on annule toutes les autres actions possibles (en particulier l'action gravifique) et on observe l'existence ou la non-existence de la force de Coulomb sur cette charge d'essai. Si la charge reste immobile, le champ électrique en M est nul ; si la charge est soumise à une force $\boldsymbol{E}$, on dit qu'il existe en M un champ $\boldsymbol{E}$. Une charge quelconque Q placée en M sera soumise à la force électrostatique :

$$\boldsymbol{F} = Q\boldsymbol{E}. \qquad (13)$$

Dans le système SI, le champ électrique mesure la force (en newtons) qui s'exerce par coulomb ; il s'exprime donc en newtons par coulomb (N/C). Cette unité porte officiellement le nom de *volt par mètre* (V/m) ; nous en expliquerons la raison plus bas.

● *Exemple.* Quel est le champ électrique en un point M de l'espace situé à égale distance $r = 3$ m de deux charges $Q_1 = 2$ C, $Q_2 = -4$ C, distantes de 1 m et maintenues immobiles ?

Une charge $Q_0 = +1$ C placée en M est soumise à la répulsion $\boldsymbol{F}_1$ due à la charge Q_1 et à l'attraction $\boldsymbol{F}_2$ due à la charge Q_2. La résultante $\boldsymbol{E} = \boldsymbol{F}_1 + \boldsymbol{F}_2$, c'est-à-dire la diagonale du parallélogramme construit sur les vecteurs $\boldsymbol{F}_1$ et $\boldsymbol{F}_2$, est le *vecteur champ électrique* au point M. La construction est faite sur la figure ci-dessous. Les intensités F_1 et F_2 des forces $\boldsymbol{F}_1$ et $\boldsymbol{F}_2$ sont données par la loi de Coulomb (nous prenons $k \approx 9 \times 10^9$ pour simplifier les calculs) :

$$\begin{cases} F_1 = 9 \times 10^9 \times \dfrac{2 \times 1}{9} = 2 \times 10^9\ \text{N}; \\ F_2 = -9 \times 10^9 \times \dfrac{4 \times 1}{9} = -4 \times 10^9\ \text{N}. \end{cases} \qquad (14)$$

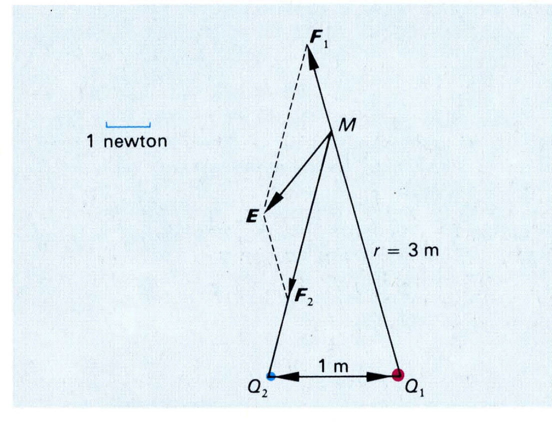
On note au passage l'énormité, à notre échelle, des forces de Coulomb dans cet exemple (de l'ordre du milliard de newtons, ce qui est équivalent au poids d'une masse de 100 000 tonnes !).

En faisant la figure avec soin et en adoptant une échelle convenable, on constate que l'intensité du champ $\boldsymbol{E}$ est :

$$E \approx 5{,}4\ \text{V/m}. \qquad (15)$$

Cela signifie que la charge $Q_0 = +1$ coulomb subira une force électrostatique orientée comme $\boldsymbol{E}$ et d'intensité égale à 5,4 newtons, et une charge Q quelconque, placée en M, y subira une force $\boldsymbol{F} = Q\boldsymbol{E}$, orientée comme le vecteur $\boldsymbol{E}$ et d'intensité égale à 5,4 Q newtons.

Champ électrique en un point** M **(voir explications dans le texte).



● *Représentation d'un champ électrique.* Dans une région déterminée de l'espace, le champ électrique produit par un ensemble de charges électriques n'est en général pas le même en tous points, le vecteur $\boldsymbol{E}$ changeant en chaque point de direction, de sens et de module. Pour représenter un champ, on utilise souvent ce qu'on appelle des *lignes de forces* : ce sont des courbes auxquelles le vecteur champ est constamment tangent en chaque point. Dans le cas particulier où le champ est uniforme, c'est-à-dire le même en chaque point de l'espace, les lignes de forces sont parallèles. En général elles sont quelconques et souvent distribuées symétriquement.

● *Distribution des charges.* La source d'un champ électrique est un ensemble de charges élémentaires e (ou $-e$), distribuées statistiquement à la surface d'un corps ou dans tout le volume de ce corps. Dans les expériences classiques, la source d'un champ électrique est souvent une sphère chargée, de surface $A = 4\pi R^2$ et de volume $V = 4/3(\pi R^3)$. Si le corps est homogène, les charges élémentaires sont réparties uniformément et on appelle *charge surfacique* σ la charge par unité de surface et *charge volumique* ρ la charge par unité de volume. Si Q désigne la charge totale, A la surface et V le volume du corps considéré, on a donc :

$$\begin{cases} \sigma = \dfrac{Q}{A}\ \text{C/m}^2; \\ \rho = \dfrac{Q}{V}\ \text{C/m}^3. \end{cases} \qquad (16)$$

● *Notion de flux électrique à travers une surface.* Considérons une région de l'espace où règne un champ électrique $\boldsymbol{E}$, variable en chaque point dans le cas général et plaçons dans cette région un corps dont la surface est de forme quelconque. Il est intéressant de caractériser les conséquences globales de l'action du champ sur cette surface par un nombre qui tienne compte à la fois de l'intensité du champ, de la dimension de la surface et de son orientation par rapport aux lignes de forces du champ.

Le problème se pose, d'une façon analogue, à propos d'autres actions que les actions électriques. Plaçons un corps en forme d'œuf, par exemple, dans un liquide agité par un courant. Les lignes du courant sont des lignes de forces, et l'action du courant sur la surface de l'œuf va être différente selon l'orientation de l'œuf par rapport à ces lignes de forces, selon sa taille, etc. Ici aussi, il est intéressant de définir une grandeur qui résume tous ces facteurs. Une telle grandeur est appelée un *flux*.

Pour la définir, divisons la surface en cause A en une infinité de surfaces de grandeur a_i, telle que la somme (l'intégrale) de toutes ces petites surfaces soit égale à A. Nous représentons chaque petite aire a_i par un vecteur $\boldsymbol{a}_i$, de module égal à cette petite aire et orienté selon la normale à la surface, dirigée vers l'extérieur. Si chaque surface a_i est suffisamment petite pour être assimilée à un point, et si le champ électrique ne présente pas de singularité, on peut appeler $\boldsymbol{E}_i$ le champ en chaque « point-surface » a_i. Appelons θ l'angle des vecteurs $\boldsymbol{a}_i$ et $\boldsymbol{E}_i$; on nomme *flux* à travers la surface a_i le produit :

$$\psi_i = a_i E_i \cos\theta. \qquad (17)$$

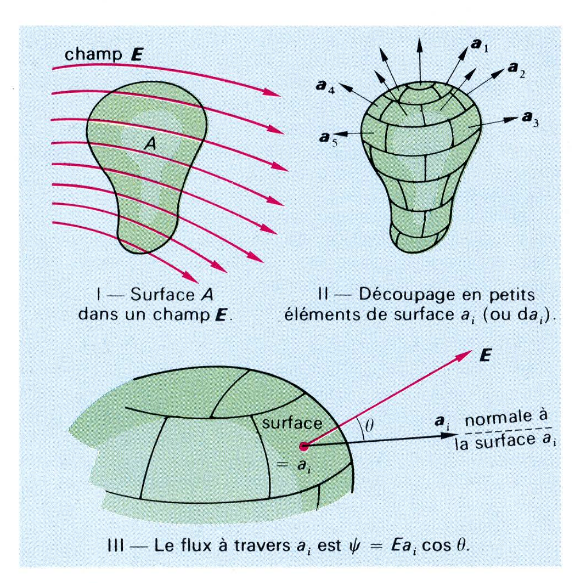
Pour les lecteurs qui sont accoutumés aux vecteurs, ψ_i est le produit scalaire $\boldsymbol{a}_i.\boldsymbol{E}_i$ des vecteurs $\boldsymbol{a}_i$ et $\boldsymbol{E}_i$.

Comme $\cos 0 = 1$, le flux ψ est maximal si $\boldsymbol{E}_i$ est normal à la surface a_i, et on a $\psi_i = a_i E_i$. Le flux est nul lorsque le vecteur $\boldsymbol{E}_i$ est tangent à la surface a_i.

Cela dit, additionnons tous les petits flux ψ_i ; on obtient une grandeur $\Psi = \psi_1 + \psi_2 + \cdots$, qui est le flux du champ $\boldsymbol{E}$ à travers la surface A considérée. Le lecteur se demande peut-être comment on procède pour faire une telle somme, qui semble bien difficile à concevoir. Nous lui dirons que c'est l'affaire des mathématiciens, qui ont une méthode très éprouvée appelée « calcul intégral ». Voici comment ils procèdent : au lieu de diviser *physiquement* l'aire A en un très grand nombre de petites aires a_i représentées par un vecteur $\boldsymbol{a}_i$, ils la divisent par la pensée en une infinité d'aires élémentaires da, infiniment petites, et représentées par des infiniment petits vectoriels d$\boldsymbol{a}$. Le flux à travers l'aire da est le produit scalaire $\boldsymbol{E}.\text{d}\boldsymbol{a}$, c'est-à-dire le nombre $E \cos\theta$ da ; c'est une grandeur infiniment petite que l'on représente par le symbole dΨ. Le flux total est l'intégrale vectorielle :

$$\Psi = \int \boldsymbol{E}.\text{d}\boldsymbol{a} = \int \text{d}\Psi, \qquad (18)$$

sur toute la surface. Comme il existe des méthodes rigoureuses de calcul des intégrales, le calcul proposé par l'équation (18) se fait en appliquant ces méthodes.



Notion de flux à travers une surface fermée.
I — La surface** A **est dans un champ électrique** E **dont on a figuré arbitrairement les lignes de forces.
***II —** A **est divisée en petites surfaces** a_1, a_2, ... **qu'on désigne globalement par** a_i **et qu'on représente par un vecteur** $\mathbf{a}_i$. **Si la division est poussée à l'infini, chaque petite surface devient un élément infinitésimal de surface** da_i, **représenté par un vecteur** $d\mathbf{a}_i$.*
III — Le flux à travers une petite surface** a_i **est** $Ea_i \cos\theta$. **Le flux total est la somme de tous ces flux partiels. Si les surfaces sont infiniment petites, cette somme est l'intégrale des flux partiels eux-mêmes infiniment petits.

Calcul des champs électriques.

Pour calculer le champ électrique ***E*** produit par une source chargée *Q*, de surface *A* et de volume *V*, on peut procéder de deux manières :

1 - ou bien appliquer la loi de Coulomb à toutes les charges élémentaires constituant *Q* ;

2 - ou bien appliquer un autre énoncé de la loi de Coulomb appelé *théorème de Gauss*, d'emploi beaucoup plus commode, car il conduit à des calculs d'intégrales, chose qui semble bien monstrueuse au profane, mais qui est une méthode extrêmement précieuse pour le physicien, car un calcul d'intégrales se fait selon certaines règles précises et peut être programmé dans un ordinateur.

Le théorème de Gauss est énoncé, sous sa forme mathématique, p. 175. Nous l'énoncerons ici sous une forme simplifiée : *le flux électrique à travers une surface fermée est indépendant des dimensions de sa surface et a pour valeur* $\psi = Q/\varepsilon_0$, *Q* étant la charge qui est à l'origine du champ électrique, à l'intérieur de la surface considérée.

Le lecteur trouvera aussi, p. 175, quelques exemples de calculs de champs et de flux électriques.

Le potentiel électrique.

Circulation du vecteur champ.

● *Travail d'une force.* Une force ***F*** qui déplace son point d'application d'une distance ***r*** effectue un *travail W*, dont la valeur est donnée par :

$$W = Fr\cos\theta\,, \qquad (1)$$

θ étant l'angle des vecteurs ***F*** et ***r***. La grandeur scalaire *W* est aussi appelée *produit scalaire* des vecteurs ***F*** et ***r***, opération symbolisée par un point entre les deux vecteurs $W = \mathbf{F}.\mathbf{r}$.

— Si $\theta = 0$, $\cos\theta = 1$ et $W = Fr$; c'est le cas où la force se déplace le long de sa ligne d'action et dans le sens de son action. Le travail *W* est un travail moteur.

— Si θ est compris entre 0 et $\pi/2$, $\cos\theta$ n'est pas égal à l'unité, mais il reste positif : le travail *W*, donné par l'équation (1), est toujours moteur.

— Si $\theta = \pi/2$, le déplacement est perpendiculaire à la ligne d'action de la force ; $\cos\theta = 0$ et $W = 0$: le travail est nul.

— Si θ est compris entre $\pi/2$ et π, $\cos\theta$ est négatif et *W* est lui-même négatif : le travail est *résistant*. Pour $\theta = \pi$, on a $W = -Fr$.

● *Circulation du vecteur champ.* Considérons une région de l'espace où règne un champ électrique ***E***, variable en chaque point. Une charge d'essai $Q_0 = 1$, placée en un point *A*, est soumise à la force $\mathbf{E}_A$, en un point *M* quelconque à la force ***E***, etc. Supposons que la charge Q_0 se déplace du point *A* à un point *B*, le long d'une ligne courbe quelconque. La force électrique ***E*** à laquelle elle est soumise se déplace avec elle, donc effectue un certain travail que nous noterons par W_{AB}, pour préciser que le déplacement se fait du point *A* au point *B*. Nous allons chercher à calculer ce travail qu'on appelle *circulation du vecteur champ **E** entre les points A* et *B*. Pourquoi une telle appellation, alors que le terme « travail » semble plus évocateur ? Parce que le calcul que nous allons maintenant expliquer, et qui, dans le cas particulier où le vecteur ***E*** est une force ayant une grandeur qu'on nomme en physique « travail », peut aussi être fait à propos d'un vecteur ***V*** quelconque, représentant autre chose qu'une force ; dès lors le résultat obtenu ne serait plus un travail, mais une autre grandeur, dont la nature dépend de ce que représente le vecteur ***V***. Pour calculer la circulation du vecteur ***E*** (c'est-à-dire, dans le cas présent, le travail accompli par le vecteur ***E***), nous ne pouvons pas appliquer bêtement la formule (1) ci-dessus, sinon dans un cas très particulier : celui où le vecteur ***E*** est constant en chaque point de la région considérée et lorsque la trajectoire *AB* est un segment de longueur *r*. Dans cette situation idéale pour quiconque a peur des formules mathématiques compliquées, on aura :

$$W_{AB} = Er\cos\theta\,, \qquad (2)$$

(voir figure ci-contre)

Dans le cas général, la trajectoire *AB* est un arc de courbe quelconque, et le vecteur ***E*** change à chaque instant de grandeur, de direction et de sens. Comment faire pour calculer W_{AB} ? Nous allons avoir recours à une méthode classique de découpage de la trajectoire *AB* en petits segments de Δs, suffisamment petits pour qu'on puisse considérer le champ électrique comme constant sur toute la longueur de chaque segment : il vaut $\mathbf{E}_1$ pour tout point du premier segment, $\mathbf{E}_2$ en tout point du deuxième segment, etc., et $\mathbf{E}_i$ en tout point du *i*-ième segment.

Quand la charge Q_0 parcourt le premier segment, le travail du champ électrique a pour valeur, d'après la formule (1) :

$$\Delta W_1 = E_1\,\Delta s_1 \cos\theta_1\,. \qquad (3)$$

Quand la charge d'essai parcourt le deuxième segment, le travail a pour valeur :

$$\Delta W_2 = E_2\,\Delta s_2 \cos\theta_2\,; \qquad (4)$$

et ainsi de suite jusqu'au dernier segment Δs_n, pour lequel le travail est égal à :

$$\Delta W_n = E_n\,\Delta s_n \cos\theta_n\,. \qquad (5)$$

La circulation du champ ***E*** entre les points *A* et *B* est la somme de tous ces travaux partiels ; elle a donc pour valeur :

$$W_{AB} = \Delta W_1 + \Delta W_2 + \cdots + \Delta W_n\,. \qquad (6)$$

Si vous aimez les belles formules, appelez E_i, Δs_i et θ_i les grandeurs correspondantes au *i*-ième segment de la courbe *AB*, et l'équation (6) prendra le très savant aspect suivant :

$$W_{AB} = \sum_A^B E_i\,\Delta s_i \cos\theta_i\,. \qquad (7)$$

Tout cela est bien clair, bien séduisant, mais peu pratique : je ne me vois pas diviser une courbe mesurant 1 mètre de long par exemple en 1 000 segments de 1 millimètre, et chercher à déterminer, pour chaque petit segment, la valeur et l'orientation du champ. Cette impression décourageante est sans doute partagée par les lecteurs. Tournons-nous donc vers les mathématiciens, et demandons-leur une consultation. Ils vont nous répondre ceci :

1° — au lieu de diviser l'arc *AB* en *petits* segments Δs, divisez-le par la pensée en une infinité de segments *infiniment petits* ds, représentés par des vecteurs d***s*** ;

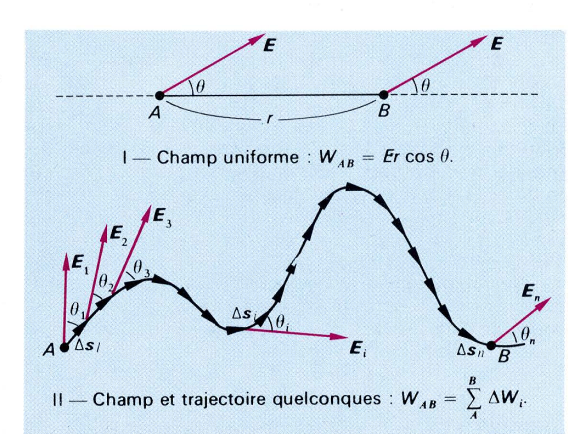
2° — à chaque point *M* entre *A* et *B* correspond un champ ***E***, fonction du point *M*, et un infiniment petit vectoriel $d\vec{s}$: le produit scalaire $\mathbf{E}.d\mathbf{s}$ de ces deux grandeurs est un travail élémentaire *dW* ;

3° — le travail W_{AB} est l'*intégrale définie* entre *A* et *B* des grandeurs d*W*, soit, si vous n'avez pas peur des formules :

$$W_{AB} = \int_A^B \mathbf{E}.d\mathbf{s}\,. \qquad (8)$$

Pour calculer W_{AB}, on remplace ***E*** par sa valeur en fonction de ses composantes E_x, E_y et E_z ; on remplace d***s*** par sa valeur en fonction de ses composantes dx, dy et dz ; le calcul de l'intégrale se fait alors par les méthodes classiques de l'analyse mathématique.

● *En résumé* : le travail (*circulation*) du vecteur champ entre les points *A* et *B* est une grandeur W_{AB} qui est calculable à partir de la formule (8) ; on démontre qu'elle ne dépend pas de la forme de la courbe *AB*, mais uniquement des coordonnées de *A* et de *B*. Si *A* et *B* sont confondus (courbe fermée). W_{AB} est nul.



***Circulation du vecteur champ entre deux points** A **et** B.*
***I — Cas simple : le vecteur champ est constant et l'arc** AB **se réduit au segment de longueur** r **:** $W_{AB} = Er\cos\theta$.*
***II — La charge** $Q_0 = +1$ **circule entre** A **et** B **; l'arc de courbe** AB **est divisé en petits segments de longueur** Δs **représentés par des vecteurs** $\vec{\Delta s}$. **Le travail des vecteurs** $\vec{E}$ **pour chaque segment est égal à** $\Delta W = \vec{E}.\vec{\Delta s} = E\Delta s\cos\theta$. **Si** $\vec{\Delta s}$ **est l'infiniment petit vectoriel** $d\vec{s}$, **le travail élémentaire est** $dW = E.d\vec{s}$ **et la circulation** W_{AB} **est l'intégrale entre** A **et** B **des quantités** dW, **soit** $W_{AB} = \int_A^B dW$.*

Différence de potentiel.

● *Définition.* On appelle différence de potentiel $V_B - V_A$ entre deux points *A* et *B* dans un champ électrique ***E*** la grandeur scalaire :

$$V_B - V_A = -W_{AB}\,, \qquad (9)$$

W_{AB} étant la circulation du vecteur champ définie précédemment par l'équation (8).

● *Plus concrètement*, considérons une charge d'essai $Q_0 = 1$, située en *A* et soumise au champ $\mathbf{E}_A$. Pour la déplacer jusqu'au point *B*, où règne le champ $\mathbf{E}_B$, il faut vaincre les forces coulombiennes qui agissent sur la charge Q_0. En chaque point *M* situé entre *A* et *B*, ces forces sont représentées par le vecteur ***E***. Autrement dit, pour déplacer la charge d'essai de *A* à *B*, il faut lui appliquer en chaque point *M* une force $-\mathbf{E}$ égale et opposée au champ électrique en ce point. Le travail total est donc la circulation changée de signe, c'est-à-dire $-W_{AB}$.

● *Unité de différence de potentiel.* Dans le système SI, l'unité de charge est le coulomb et l'unité de travail le joule ; l'unité de différence de potentiel est donc la différence de potentiel qui exige un travail de 1 joule pour déplacer une charge de 1 coulomb. Cette unité a été appelée *volt* (symbole : V), du nom du physicien italien Volta.

● *Remarques.*

1 - La différence de potentiel se nomme parfois *tension* entre deux points ; toutefois cette expression est utilisée dans l'étude des courants électriques plus qu'en électrostatique. En effet nous verrons que lorsqu'on maintient entre deux points *A* et *B* une différence de potentiel constante, on peut faire passer un courant électrique entre ces deux points.

2 - Ne pas confondre la notion de différence de potentiel avec la notion d'énergie potentielle.

Fonction potentiel.

● *Définition.* Nous avons dit que la circulation W_{AB} entre deux points *A* et *B* ne dépendait que de la position de ces deux points. Par conséquent la différence de potentiel entre ces deux points $V_B - V_A = -W_{AB}$ est aussi fonction des coordonnées de ces deux points. Dans un référentiel classique, un

point possède trois coordonnées, donc la différence de potentiel entre deux points est une fonction à six variables.

Convenons de choisir, arbitrairement, un point A pour lequel on posera $V_A = 0$; la différence de potentiel entre ce point et un point B aura pour valeur

$$V_B - V_A = V_B = - W_{AB} . \qquad (10)$$

La fonction V_B n'a que trois variables (les coordonnées du point B) : c'est la fonction potentiel associée au champ électrique $\boldsymbol{E}$ en B, ou, plus brièvement, le *potentiel* au point B.

● *Relation entre le champ et le potentiel.* Le potentiel en un point M de coordonnées (x, y, z) est une fonction $V(x, y, z)$; le champ électrique $\boldsymbol{E}$ en M est une fonction vectorielle $\boldsymbol{E}(x, y, z)$. La relation qui existe entre les fonctions V et $\boldsymbol{E}$ peut être établie en faisant appel à des notions mathématiques assez abstraites dont le lecteur peut éventuellement se passer ici. Signalons simplement que la fonction $\boldsymbol{E}$ peut se déduire de la fonction V par un *calcul de dérivée* (la dérivée y' d'une fonction y se calcule à partir de règles de dérivation connues en principe de tous les collégiens vers la fin de leurs études secondaires). On a coutume d'écrire la relation entre V et $\boldsymbol{E}$ sous la forme :

$$\boldsymbol{E} = - \nabla V . \qquad (11)$$

Le symbole « ∇ » désigne quelles opérations de dérivation il faut faire subir à la fonction V pour trouver le vecteur $\boldsymbol{E}$; on l'appelle un *nabla*, du nom d'un instrument de musique en forme de triangle. On dit encore que *le champ $\boldsymbol{E}$ dérive du potentiel V*, ou, ce qui est équivalent, que $\boldsymbol{E}$ est le *vecteur gradient* de la fonction V.

Nous avons donné, pp.175-176, quelques indications complémentaires sur le traitement mathématique de ces questions et les calculs de potentiel. Expérimentalement, on mesure les différences de potentiel à l'aide d'appareils appelés *voltmètres*.

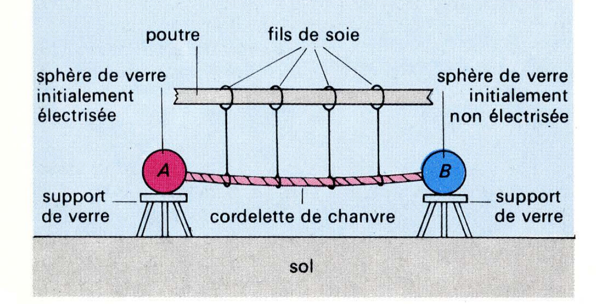
Conducteurs et isolants ; condensateurs.

Généralités.

● *Les premiers expérimentateurs* s'aperçurent très vite que les substances dans lesquelles ils avaient fait apparaître la « *vis electrica* », c'est-à-dire, en français, la « vertu électrique » ne conservaient pas toujours cette vertu. L'extrémité d'une baguette de verre ou d'ambre électrisée par frottement conserve son électricité quand on la tient par son autre extrémité ; une baguette de cuivre la perd immédiatement (en fait elle se décharge au fur et à mesure qu'on la charge, de sorte qu'elle semble impossible à électriser).

Pour rendre compte de cela, les physiciens du XVIIe et du XVIIIe siècle entreprirent de classer les corps en *électriques* et *non électriques* : le verre, la résine appartenaient à la première classe, le cuivre et les métaux à l'autre. Puis, vers 1730, Gray fit une expérience mémorable : il montra qu'on pouvait faire passer le « feu subtil », ainsi qu'on nommait souvent l'électricité à cette époque, d'un corps électrisé à un autre corps non électrisé en les reliant par une cordelette de chanvre de quelques dizaines de mètres, à la condition que celle-ci soit suspendue par des fils de soie.

Expérience de Gray.
Au début de l'expérience la boule rouge est électrisée et la boule bleue non électrisée. L'électricité passe dans la cordelette : à la fin de l'expérience, la boule bleue sera elle aussi électrisée. Il est nécessaire de placer sous les deux sphères A et B un support de verre (ou de toute autre matière isolante).



Ce que Gray venait de découvrir, c'était l'aptitude qu'avait l'électricité à circuler dans certaines substances (comme le chanvre de la cordelette) et de ne pas circuler dans d'autres (comme la soie des fils de soie ou le verre des trépieds). Le phénomène lui-même est appelé *courant électrique*, mais, dans une expérience comme pouvait la faire Gray, il n'était guère possible d'observer ces propriétés (on ne pourra le faire que 70 ans plus tard, après la découverte par Volta de la pile électrique). A partir de 1730, on classa donc les corps en *conducteurs* et en *non conducteurs* de l'électricité. Et on constata que les corps conducteurs étaient, précisément, les corps « non électriques » de l'ancienne classification, tandis que les corps *non conducteurs* ou *isolants* correspondaient aux anciens corps « électriques ».

En particulier, le corps humain est conducteur de l'électricité, et aussi les métaux usuels (cuivre, argent, fer, or, étain, etc.). Quand on tient une baguette de cuivre à la main et qu'on en électrise par frottement l'autre extrémité, l'électricité passe dans le cuivre, puis dans la main, le bras et tout le corps, puis dans le sol sur lequel repose le corps. De sorte que le cuivre semble impossible à électriser. Par contre, si on prend la précaution de placer une sphère de cuivre au bout d'un manche en verre (ou, de nos jours, en matière plastique), la charge électrique qu'on fait naître dans la sphère en la frottant ne peut pas atteindre notre main, puisque le verre résiste au passage de l'électricité, et la sphère reste chargée.

● *Plus généralement donc*, les substances peuvent être réparties en deux classes selon qu'elles sont *conductrices* ou *isolantes*. Parmi les premières on peut ranger tous les métaux et le corps humain, parmi les secondes le verre, les résines, l'eau distillée, les matières plastiques artificielles, le caoutchouc, etc.

Pour caractériser une substance du point de vue de son aptitude à laisser passer les charges électriques, on a défini expérimentalement des coefficients (conductivité, résistivité), qui seront présentés avec le courant électrique, pp. 85-86. Du simple point de vue qualitatif où nous nous plaçons ici, nous dirons qu'il y a des substances qui sont de plus ou moins bons conducteurs, et d'autres qui sont de plus ou moins bons isolants. Savants et techniciens ont appris à les découvrir en deux siècles d'histoire de l'électricité.

● *Pourquoi un corps est-il bon conducteur de l'électricité ?* C'est une question à laquelle ni Gray, ni les physiciens du XIXe siècle ne pouvaient répondre. De nos jours, nous savons que le courant électrique est, en fait, un courant d'électrons. Un corps isolant est un corps dans lequel les électrons restent bien tranquillement dans les atomes dont ils sont les constituants, de sorte qu'aucun courant électronique ne peut y apparaître (tout au moins un courant décelable). Un corps métallique comme le cuivre ou l'argent par exemple a des propriétés bien différentes. Les atomes qu'il contient peuvent perdre assez facilement certains de leurs électrons (ceux qui sont les plus loin du noyau). Ce sont ces électrons qui, en se déplaçant, forment un courant électrique, comme on l'expliquera plus loin. Dans le cas de l'expérience de Gray, l'explication « électronique » simplifiée est la suivante.

1 - En frottant la sphère de verre A avec un chiffon de laine, on enlève de sa surface des électrons, c'est-à-dire de l'électricité négative ; en conséquence la sphère apparaît comme chargée d'électricité positive.

2 - Les électrons échappés des atomes de la cordelette de chanvre sont attirés par la charge positive Q de la sphère A, conformément à la loi de Coulomb (en fait, si on remplaçait la cordelette par un fil de cuivre, le phénomène serait plus net et plus rapide, car les électrons mobilisables sont bien plus nombreux dans le cuivre que dans le chanvre).

3 - Au fur et à mesure que les électrons de la cordelette passent à la surface de la sphère A, celle-ci regagne de l'électricité négative, donc la charge positive diminue. La cordelette, par contre, se charge d'électricité positive et, de proche en proche, la perturbation atteint la sphère B.

4 - La sphère B (électriquement neutre au début de l'expérience) se trouve en contact avec l'extrémité de la cordelette qui est devenue électropositive, puisqu'elle a envoyé des électrons vers la sphère A. Des électrons vont donc quitter la surface de la sphère B et passer dans la cordelette, ce qui fait apparaître une charge positive de la sphère B.

5 - Le phénomène dure jusqu'à ce que l'équilibre des charges entre A et B soit réalisé. Alors les deux sphères portent une charge égale $Q/2$, et le courant d'électrons de B vers A cesse.

6 - *Remarque* : le sens du *courant d'électrons* est de B vers A. Au XVIIIe siècle, on ignorait les électrons et on constatait que la sphère A se déchargeait au profit de la sphère B : on considérait donc que le *courant électrique* passait de A vers B. C'est ce qu'on appelle le *sens conventionnel du courant électrique.*

Différents types de conducteurs.

La conductivité d'une substance dépend de sa nature, mais aussi des conditions dans lesquelles elle se trouve placée, et notamment de sa température. On la mesure par un coefficient ρ appelé ***résistivité*** qui est inversement proportionnel à la conductivité (plus la résistivité est petite, plus le corps est conducteur). On trouvera des informations complémentaires sur la résistivité ci-dessous, pp. 85-86.

Dans tous les cas, il y a conduction lorsqu'il y a des électrons libérés qui peuvent être mobilisés par un champ électrique. Lorsqu'on porte un métal à une température très basse, voisine du « zéro absolu » (voir ci-dessus, p. 42) sa résistivité s'annule brusquement : le métal est devenu *supra-conducteur.* Pour comprendre cette importante transformation, il faut faire appel aux théories quantiques, exposées p. 94, où nous renvoyons le lecteur.

Dans tous les cas, les électrons ne circulent dans le conducteur que s'il existe un champ électrique, donc une différence de potentiel entre les deux extrémités du conducteur (il est commode de parler d'« extrémités » quand le conducteur est un fil cylindrique plus ou moins gros). On montre, en appliquant les lois de l'électrostatique, que l'énergie communiquée à une charge Q par une différence de potentiel U a pour valeur UQ. Dans le cas des électrons, dont la charge a pour valeur absolue e, l'énergie qui leur est communiquée a pour valeur Ue.

Condensateurs.

● *Champ à l'extérieur d'un conducteur.* Considérons un corps dont la charge surfacique a pour valeur σ C/m^2 (pour déterminer σ, il suffit de diviser la charge Q répartie de façon homogène sur la surface A du conducteur par A : $\sigma = Q/A$). En un point infiniment voisin à l'extérieur du conducteur, le champ $\boldsymbol{E}$ est normal à la surface et égal à σ/ε_0. Si la surface sphérique porte la charge Q, on a $A = 4\pi R^2$, d'où :

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R^2} . \qquad (1)$$

● *Condensateurs plans.* Considérons deux plaques conductrices parallèles identiques, distantes de r dans le vide et soit A la surface de chaque plaque. Supposons que l'une des plaques porte la charge Q et l'autre la charge $-Q$. Le dispositif est appelé un *condensateur plan* ; dans notre hypothèse, il est *chargé* (peu importe par quel moyen). La charge surfacique sur la face interne d'une plaque est $\sigma = Q/A$.

Entre les deux plaques règne un champ électrique d'intensité E qui, loin des bords, est pratiquement uniforme. La différence de potentiel correspondante est $U = Er$ (le produit Er mesure le travail de la force $\boldsymbol{E}$ qui se déplace de la distance r, donc la différence de potentiel entre les deux plaques). Comme, d'autre part, on a $E = \sigma/\varepsilon_0$, on peut écrire :

$$\sigma = \varepsilon_0 E = \frac{\varepsilon_0 U}{r} . \qquad (2)$$

La charge totale Q d'une plaque vaut donc $A\sigma$, soit :

$$Q = \frac{A\varepsilon_0 U}{r} . \qquad (3)$$

Autrement dit la charge Q d'une plaque, qu'on nomme *charge du condensateur*, est proportionnelle à la différence de potentiel entre les deux plaques, ce qui peut s'écrire :

$$Q = CU , \qquad (4)$$

en posant :

$$C = \frac{A\varepsilon_0}{r} . \qquad (5)$$

La grandeur C, qui dépend uniquement de la surface A et de la distance r des plaques en présence, ainsi que de la permittivité ε_0 du milieu compris entre les plaques, est appelée *capacité* du condensateur. Dans le système SI, on la mesure en *farads* (symbole : F) : un condensateur dont la capacité est égale à 1 farad possède une charge égale à 1 coulomb sur une de ses plaques quand la différence de potentiel vaut 1 volt.

Par curiosité, calculons la surface que devrait avoir l'une des plaques d'un condensateur de capacité égale à 1 farad quand la distance entre les deux plaques est de 1 millimètre. La formule (5) donne :

$$A = \frac{Cr}{\varepsilon_0} = \frac{1 \times 10^{-3}}{8{,}85 \times 10^{-12}} = 1{,}13 \times 10^8 \text{ m}^2 = 113\,000\,000 \text{ m}^2 , \qquad (6)$$

soit une superficie d'environ 11 300 hectares ! (A titre de comparaison : la forêt de Fontainebleau a une superficie d'environ 17 000 hectares.) Notre curiosité étant satisfaite, tirons la morale de l'histoire : le farad est une unité gigantesque (imposé par le choix du coulomb comme unité de charge). Dans la pratique, on utilise des sous-multiples du farad : le *microfarad* (symbole : μF) qui vaut 10^{-6} F ; le *nanofarad* (symbole : nF), qui vaut 10^{-9} F, et le *picofarad* (symbole : pF), qui vaut 10^{-12} F (ouvrez votre poste à transistors, vous apercevrez les petits éléments cylindriques ou en forme de petites boîtes plates, porteurs d'indications telles que 10 μF, 15 μF, etc. : ce sont des condensateurs, avec la mention de leur capacité).

● *Diélectriques.* Remplaçons le vide de l'interplaque par une substance de permittivité ε. Les relations précédentes sont encore valables, mais il faut remplacer ε_0 par ε. La capacité d'un condensateur plan a alors pour valeur :

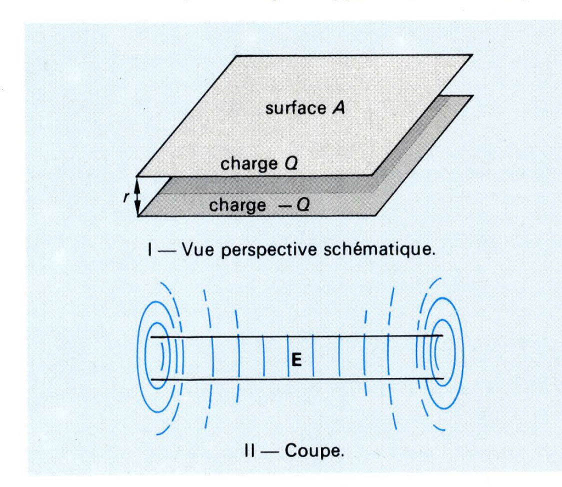
$$C = \frac{A\varepsilon}{r} . \qquad (7)$$

La substance placée entre les deux plaques chargées est *diélectrique* (en grec *dia* = « à travers ») ; elle est caractérisée par sa permittivité ε (ou par sa permittivité relative $\varepsilon_r = \varepsilon/\varepsilon_0$). Dans la pratique, on emploie comme diélectrique des micas, du verre, du papier, des résines, etc.

● *Énergie emmagasinée dans un condensateur.* Si le dispositif qui vient d'être décrit est nommé « condensateur », c'est qu'il sert à « condenser » quelque chose, à savoir de l'énergie électrique. On montre que cette énergie, que nous désignerons par la lettre W pour ne pas la confondre avec un champ électrique, a pour valeur :

$$W = \frac{1}{2} CU^2 . \qquad (8)$$

Condensateur plan.
I — Vue schématique en perspective.
II — Coupe montrant les lignes de forces parallèles du champ $\vec{E}$. Notez que le champ n'est plus uniforme sur les bords (c'est ce qu'on appelle l'effet de bord).



ÉLECTROCINÉTIQUE.

L'*électrocinétique* est la science des charges électriques en mouvement, c'est-à-dire des courants électriques ; l'étude des effets magnétiques des courants électriques débouche sur l'*électromagnétisme*, étudié pp. 87-93. Les lois des courants électriques ont été établies dans la première moitié du XIXe siècle par Ampère, Faraday, Ohm, Kirchhoff, etc. Nous nous limitons, dans ce qui suit, à quelques considérations théoriques de base et à quelques définitions.

Qu'est-ce que le courant électrique ?

Lorsque deux corps A et B sont dans un état électrique différent et qu'on les relie par un fil conducteur, il se produit dans le fil un *courant électrique* qui se manifeste par ses propriétés (le fil s'échauffe, une aiguille aimantée placée à proximité est déviée). Nous allons nous intéresser ici à la nature de ce courant.

La conduction électrique.

Considérons un fil de cuivre cylindrique de longueur l de section a ; nous le prendrons comme exemple de conducteur électrique.

● *Structure de l'atome de cuivre.* Le fil de cuivre est composé d'un très grand nombre d'atomes, qui possèdent $Z = 29$ électrons, gravitant autour d'un noyau contenant $Z = 29$ protons. Chaque électron porte la charge $-e$; chaque proton porte la charge $+e$. La charge totale de l'atome de cuivre est donc égale à :

$$29\,e - 29\,e = 0 . \qquad (1)$$

L'atome de cuivre est neutre électriquement (c'est d'ailleurs le cas pour tous les atomes).

Les 29 électrons de l'atome de cuivre sont en principe maintenus à l'intérieur de l'atome dans les conditions ordinaires de température. Toutefois l'énergie mise en jeu pour les retenir n'a pas la même valeur pour tous les électrons. Les théories quantiques montrent que ceux-ci sont répartis en 4 « couches » de niveaux énergétiques croissants allant du centre de l'atome vers la périphérie. Sur la dernière couche (couche périphérique) se trouve un seul électron, dont les liens avec le reste de l'atome sont plus faibles que pour les autres, de sorte qu'il a tendance à s'échapper de l'atome. Lorsque cette fuite a eu lieu, l'atome de cuivre n'est plus neutre ; sa charge totale a pour valeur :

$$29\,e - 28\,e = e . \qquad (2)$$

On ne l'appelle plus un atome (neutre), mais un *ion* cuivre et, pour préciser qu'il porte une charge positive, on fait suivre son symbole du signe « + » en exposant :

atome de cuivre (neutre) : Cu ;
ion cuivre : Cu^+ .

En fait, le cuivre a la possibilité de perdre un second électron, appartenant à la troisième couche ; la charge de ce nouvel ion est donc :

$$29\,e - 27\,e = 2\,e , \qquad (3)$$

c'est-à-dire qu'il faut lui attribuer le symbole Cu^{2+} (ou Cu^{++}). Pour distinguer les deux ions cuivre, on les nomme *ion cuivreux* et *ion cuivrique* :

$$\text{ions cuivre} \begin{cases} \text{ion cuivreux : } Cu^+ ; \\ \text{ion cuivrique : } Cu^{2+} \end{cases}$$

● *Il y a donc des électrons libres* dans un fil de cuivre : ils proviennent des atomes transformés en ions positifs. Ces électrons se comportent à peu près comme les molécules dans un gaz. Ils se déplacent dans tous les sens, d'une façon aléatoire, participant à des collisions avec d'autres électrons ou avec des ions qui les fixent, etc. C'est pourquoi on emploie parfois l'expression « gaz d'électrons » pour les décrire. Cependant cette comparaison n'est pas très exacte : même aux températures ordinaires, les propriétés d'un gaz d'électrons sont différentes de celles d'un gaz normal ; en particulier les interactions sont déterminantes pour les électrons dans un conducteur, alors qu'elles ne jouent pas un tel rôle dans un gaz. Il est donc préférable d'éviter l'expression « gaz d'électrons » et d'utiliser l'expression plus spécifique de « *liquide de Fermi* ».

Chaque électron possède un vecteur vitesse instantanée $\boldsymbol{v}$; comme le mouvement des particules est aléatoire, si l'on fait la *moyenne* de tous ces vecteurs, on obtient un vecteur vitesse instantanée moyen $\overline{\boldsymbol{v}} = 0$ (le trait de surlignement indique qu'il s'agit d'une moyenne).

Il y a courant électrique lorsque, par un procédé quelconque, on parvient à mettre de l'ordre dans ces mouvements désordonnés et à contraindre tous les électrons libres de posséder des vecteurs vitesse égaux, parallèles et de même sens. C'est là un ordre idéal, évidemment ; en fait, ce qu'on obtient, c'est que le vecteur vitesse instantanée moyen $\overline{\boldsymbol{v}}$ ne soit pas nul. Dans ces conditions, statistiquement, les électrons se déplacent tous dans le même sens : le courant d'électrons se manifeste expérimentalement par un courant électrique.

● *On comprend ainsi le principe de la conduction électrique.* Un conducteur contient des atomes facilement ionisables à la température ordinaire (c'est le cas des atomes métalliques), ce qui le distingue d'un isolant. On peut aussi prévoir que l'élévation ou l'abaissement de la température d'un conducteur modifiera sa conductivité, tant par la variation du pourcentage d'ions qui se créeront que par la variation du vecteur vitesse instantanée moyen des électrons du gaz électronique.

Caractères quantitatifs du courant électrique.

● *Généralités.* Nous n'étudierons pas ici les dispositifs pratiques qui permettent de créer un courant électrique ; la question est étudiée au no **623.1.** Nous noterons simplement que les *générateurs* de courant électrique ont tous pour effet de créer un champ électrique $\boldsymbol{E}$ qui mobilise des électrons conformément aux lois de l'électrostatique, comme on l'a expliqué à propos de l'expérience de Gray (ci-dessus, p. 83).

Un générateur comporte donc essentiellement deux *bornes* ou *pôles*, appelés « pôle positif » et « pôle négatif », entre lesquels règne une différence de potentiel (*tension*) U ; quand cette tension est maintenue constante, le courant électrique est appelé un *courant continu* : c'est le cas du courant fourni par une batterie d'accumulateurs par exemple. Quand la tension est variable, le courant est lui-même variable. Un cas particulier de courant variable est celui du *courant alternatif* qui sert aussi bien aux usages domestiques (avec des tensions de l'ordre de 110 ou de 220 volts) qu'aux usages industriels (à moyenne et haute tension). Un générateur de courant alternatif n'a pas à proprement parler de pôle positif ou négatif, puisque ses deux bornes sont alternativement positives ou négatives.

● *Intensité d'un courant électrique.* Pour caractériser un courant électrique, il suffit d'indiquer le nombre de charges électriques $-e$ (électrons) qui traversent une section a du conducteur par unité de temps, c'est-à-dire le *débit* électronique. Ce nombre est une *moyenne statistique* ; il exprime l'intensité I du courant électrique considéré.

Pour exprimer I en fonction de la section a du conducteur, supposons que les électrons ont un vecteur vitesse moyen $\overline{\boldsymbol{v}}$ à l'axe du conducteur, c'est-à-dire perpendiculaire à la section a. Pendant le temps Δt, un électron parcourt la distance :

$$\Delta x = v\,\Delta t \qquad (4)$$

à l'intérieur du conducteur (comme nous considérons uniquement la valeur absolue du vecteur vitesse, nous abandonnons la notation vectorielle ; pour ne pas surcharger nos formules, nous abandonnons aussi le surlignement). Le volume correspondant du petit cylindre de section a et de longueur Δx est donc $a\,\Delta x = av\,\Delta t$. Supposons que le matériau du conducteur soit tel qu'il y ait n électrons par unité de volume. Dans le volume $av\,\Delta t$ considéré, il y a donc :

$$N = nav\,\Delta t \text{ électrons} . \qquad (5)$$

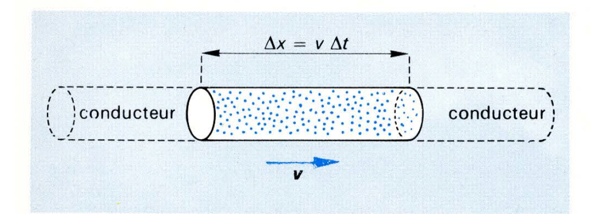
Le nombre d'électrons qui passent par unité de temps à travers la section A est donc $N/\Delta t = nav$ et l'intensité du courant électrique produit, c'est-à-dire le débit électronique, est donnée par la relation :

$$I = \frac{Ne}{\Delta t} = nave . \qquad (6)$$

Conclusion : l'intensité du courant considéré a pour valeur nav charges élémentaires par unité de temps.

On constate que l'intensité I est fonction non seulement de la structure électrique du conducteur (qui se manifeste par les termes n et v), mais aussi par sa

section *a*. On peut donc l'écrire sous la forme $I(a)$ pour souligner cette dépendance fonctionnelle.



L'intensité du courant électrique est égale au nombre de charges élémentaires N qui traversent la section** a **du conducteur par unité de temps.

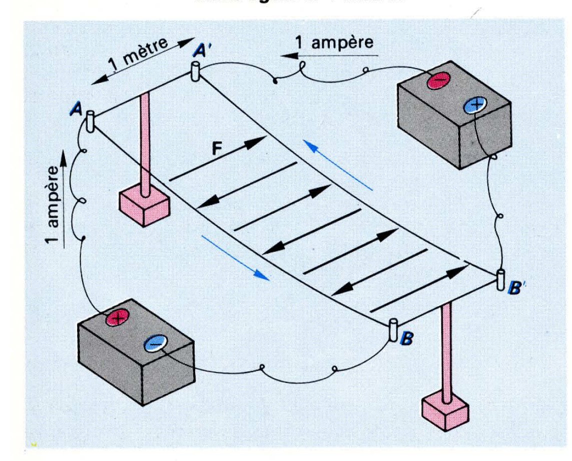
● *Unité d'intensité.* Si nous construisons un système d'unités électriques dans lequel l'unité de base concerne la quantité d'électricité (par exemple le coulomb), l'unité d'intensité est une unité dérivée qu'on définira ainsi : l'intensité d'un courant est égale à une unité lorsqu'il passe en une seconde à travers une section *a* du conducteur une quantité d'électricité égale à 1 coulomb. L'intensité sera alors mesurée en coulombs par unité de temps ; cette unité est appelée *ampère* (symbole : A) et on pourrait l'écrire :

$$1 \text{ ampère} = 1 \text{ C/s}. \tag{7}$$

Cependant ce n'est pas ainsi qu'on procède, car on a besoin de définir l'unité d'intensité en tenant compte des effets électromagnétiques du courant électrique. Nous verrons en effet que des fils conducteurs parallèles, traversés par des courants de même sens, s'attirent mutuellement. La force d'attraction n'est pas électrostatique, car elle n'est pas altérée lorsqu'on place une feuille métallique entre les deux fils ; pour des raisons historiques, on l'appelle *force magnétique* (ou électromagnétique). Toutes choses restant égales (à savoir les conducteurs et la distance qui les sépare), cette force double lorsque la quantité du courant double, triple lorsque la quantité du courant triple, etc. On peut donc se servir de cette force pour mesurer l'intensité d'un courant. L'ampère est donc officiellement défini de la manière suivante : « l'ampère est l'intensité d'un courant constant qui, maintenu dans deux conducteurs parallèles, rectilignes, de longueur infinie, de section circulaire négligeable et placés à une distance de 1 mètre l'un de l'autre dans le vide, produirait entre ces conducteurs par mètre de longueur, une force égale à 2×10^{-7} newton. »

Les sous-multiples les plus utilisés de l'ampère sont le *milliampère* (mA), qui vaut un millième d'ampère, et le *microampère* (symbole : μA), qui vaut un millionième d'ampère.

Définition de l'ampère.
La figure ci-dessous est évidemment grossière ; elle est destinée à faire comprendre la définition légale de l'ampère. Les deux conducteurs, alimentés chacun par une batterie d'accumulateurs, sont parcourus par un courant électrique d'intensité égale à 1 ampère ; dans l'un de ces conducteurs le courant se dirige de A vers B, dans l'autre il se dirige de B' vers A'. Lorsqu'il en est ainsi, chaque fil conducteur exerce sur l'autre une force d'attraction $\vec{F}$, qu'on a schématisée par une série de petits vecteurs sur la figure. Cette force n'est pas de nature électrostatique, car, si l'on interpose entre les deux conducteurs une feuille de métal, elle subsiste intégralement. Cette expérience permet de définir l'ampère : le courant est égal à 1 ampère si la force d'attraction mutuelle entre les deux conducteurs est égale à 1 newton, la distance entre les deux conducteurs étant égale à 1 mètre.



Si l'ampère est une unité de base, alors le coulomb est une unité dérivée et se définit comme la quantité d'électricité transportée pendant 1 seconde par un courant de 1 ampère :

$$1 \text{ coulomb} = 1 \text{ ampère} \times 1 \text{ seconde}. \tag{8}$$

● *Densité de courant à travers une surface.* Reprenons notre modèle de liquide de Fermi dans un conducteur. Dans ce qui précède, nous avons supposé que le vecteur vitesse était perpendiculaire à la section *a* du conducteur. Dans le cas général, il n'y a aucune raison pour qu'il en soit ainsi et le vecteur $\overline{\boldsymbol{v}}$ est plus ou moins incliné sur la section *a*. Dès lors, le volume $a\,\Delta x$ est celui d'un cylindre oblique, dont la valeur est $av\cos\theta$, θ étant l'angle du vecteur $\overline{\boldsymbol{v}}$ avec la normale à la surface.

Procédons comme nous l'avons fait p. 81 pour définir le flux électrique à travers une surface, c'est-à-dire représentons la section *a* par un vecteur $\boldsymbol{a}$, de module *a*, perpendiculaire à la surface et dirigé dans le sens du courant. Dès lors le produit scalaire des vecteurs $\boldsymbol{a}$ et $\overline{\boldsymbol{v}}$ a pour valeur :

$$\boldsymbol{a}\,.\,\overline{\boldsymbol{v}} = av\cos\theta\,. \tag{9}$$

Nous pouvons donc dire que le volume de section a et de longueur Δx a pour valeur le produit scalaire $\boldsymbol{a}\,.\,\overline{\boldsymbol{v}}$ des vecteurs $\boldsymbol{a}$ et $\overline{\boldsymbol{v}}$. L'intensité *I* donnée par l'équation (6) s'écrit :

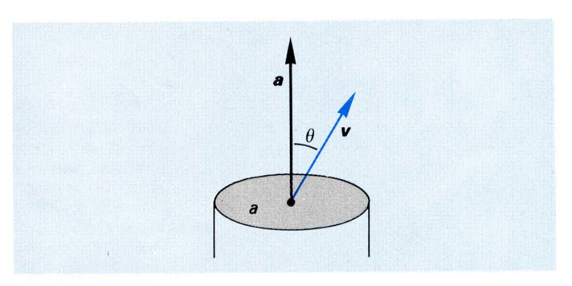
$$I = \boldsymbol{a}\,.\,ne\overline{\boldsymbol{v}} = nave\cos\theta\,. \tag{10}$$

Le vecteur

$$\boldsymbol{J} = ne\overline{\boldsymbol{v}} \tag{11}$$

est appelé *densité de courant* à travers la surface *a*. On le mesure en ampères par mètre carré (A/m²). Si les vecteurs $\boldsymbol{v}$ sont tous perpendiculaires à la section a (cas particulier en théorie, certes, mais cas le plus répandu en pratique), $\theta = 0$, $\cos\theta = 1$ et on peut se passer des notations vectorielles. On a alors :

$$J = nev = \frac{I}{a}. \tag{12}$$



***Si le vecteur $\vec{v}$ n'est pas perpendiculaire à la section** a**, représentée par le vecteur $\vec{a}$, il y a lieu d'exprimer l'intensité du courant par le produit scalaire** $\vec{a}\,.\,\vec{v} = av\cos\theta$.*

Remarques :

1 - Si les charges transportées ne sont pas toutes égales à $-e$, c'est-à-dire si les particules qui les transportent sont diverses (électrons, ions, etc), les équations (10) et (11) prennent une forme plus complexe.

2 - Un courant traversant une surface quelconque *A* divisée en surfaces infinitésimales vectorielles d$\boldsymbol{a}$ a pour intensité :

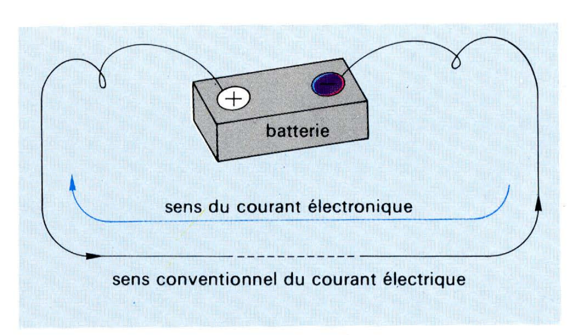
$$I = \int_A \boldsymbol{J}\,.\,\mathrm{d}\boldsymbol{a}\,, \tag{13}$$

l'intégrale étant prise sur toute la surface *A*. *I* est appelé le *flux de charges transportées* associé au vecteur $\boldsymbol{J}$ (comparez avec la définition du flux électrique, p. 81 : au vecteur électrostatique $\boldsymbol{E}$ correspond ici le vecteur électrocinétique $\boldsymbol{J}$).

Sens du courant électrique.

Puisque le courant électrique est un transport de charges négatives dans un conducteur, le sens du courant électrique devrait logiquement être le sens de ce transport : les électrons partent du pôle négatif d'un générateur pour se diriger vers le pôle positif à travers un circuit plus ou moins long et compliqué.

Malheureusement, ce modèle simple qui rend compte de la conduction électrique n'a été établi qu'au début du XXe siècle par le physicien allemand P.K.G. Drude, c'est-à-dire bien longtemps après l'établissement des lois de l'électrocinétique par Ampère et par Faraday. Or ceux-ci et leurs prédécesseurs immédiats ont considéré que le sens du courant électrique était, par définition, le sens du trajet pôle positif vers pôle négatif, les deux pôles d'un générateur pouvant être distingués par l'expérience de l'*électrolyse*, décrite ci-dessous, p.86. C'est ce sens conventionnel qu'on appelle encore de nos jours « sens du courant électrique » ; le sens du déplacement des charges peut être alors appelé *sens du courant électronique* pour éviter toute ambiguïté.



Sens conventionnel du courant électrique.

La loi d'Ohm.

● *Conductivité d'un conducteur.* Soit un conducteur cylindrique de section *a* et de longueur *L*, entre les deux extrémités duquel existe une différence de potentiel *U* ; il en résulte un champ $\boldsymbol{E}$ qui mobilise des électrons, ce qui engendre un courant électrique. Le vecteur densité de courant $\boldsymbol{J}$ dépend évidemment du champ $\boldsymbol{E}$, puisque la vitesse $\boldsymbol{v}$ acquise par les électrons (ou les ions transportés) est proportionnelle à ce champ. En conséquence nous pouvons écrire que $\boldsymbol{J}$ est proportionnel à $\boldsymbol{E}$, soit :

$$\boldsymbol{J} = \gamma\boldsymbol{E}\,, \tag{14}$$

γ étant un coefficient de proportionnalité caractéristique de la substance et qu'on appelle sa *conductivité*. Dans le système SI, l'unité de conductivité est le *siemens* (symbole : S).

La conductivité exprime l'aptitude d'une substance à conduire l'électricité. Son inverse :

$$\rho = \frac{1}{\gamma} \tag{15}$$

est appelé *résistivité* de la substance ; elle exprime le fait que la matière résiste au passage du courant (c'est-à-dire à la mobilisation des électrons).

● *Quelle relation existe-t-il entre la différence de potentiel U et l'intensité I d'un courant ?* En calculant les modules des vecteurs $\boldsymbol{E}$ et $\boldsymbol{J}$ et en supposant que les électrons se déplacent perpendiculairement à la section *a* du conducteur, on a, d'après l'équation (12) :

$$I = aJ = a\gamma E\,. \tag{16}$$

D'autre part la différence de potentiel *U* a pour valeur :

$$U = EL\,, \tag{17}$$

d'où la relation :

$$\frac{U}{I} = \frac{EL}{a\gamma E} = \frac{L}{a\gamma}. \tag{18}$$

Comme nous avons posé, à l'équation (15), $1/\gamma = \rho$, on peut donc écrire :

$$\frac{U}{I} = \rho\frac{L}{a}. \tag{19}$$

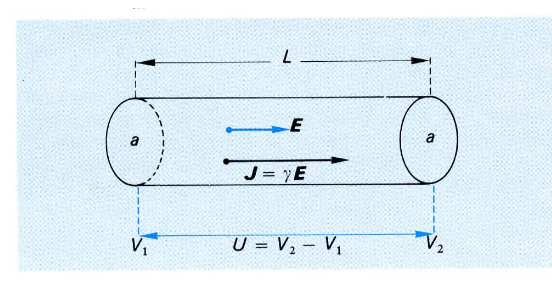
Posons :

$$R = \rho\frac{L}{a}, \tag{20}$$

il vient :

$$\frac{U}{I} = R\,. \tag{21}$$

Cette relation constitue la *loi d'Ohm*.



La loi d'Ohm.

● *Notion de résistance.* Le facteur R ne dépend que des caractéristiques du conducteur (sa résistivité, sa longueur, sa section) ; on l'appelle *résistance* du conducteur. Dans le système SI, l'unité de résistance est l'*ohm* (symbole : Ω) :

$$U \text{ volts} = R \text{ ohms} \times I \text{ ampères}. \qquad (22)$$

La résistivité ρ se mesure en ohms-mètres (symbole : Ω.m).

Effets du courant électrique.

Le passage d'un courant électrique de I ampères dans un conducteur produit des effets chimiques, calorifiques et magnétiques. On retiendra notamment les lois de Joule et de Faraday, et les lois électromagnétiques.

— La *loi de Joule* donne la quantité de chaleur Q dégagée pendant le temps t dans une résistance R, parcourue par un courant I :

$$Q = RI^2 t \qquad (1)$$

(I en ampères, t en secondes, R en ohms et Q en joules).

— La *loi de Faraday* concernant l'*électrolyse* doit être précisée ici. Si l'on place dans une cuve appelée *voltamètre* ou *cuve à électrolyse* un acide, une base ou un sel en solution, les molécules de ces substances sont dissociées en deux *ions* : un ion positif ou *cation* et un ion négatif ou *anion*. On explique en *Chimie* que le cation est l'hydrogène d'un acide ou le métal d'une base ou d'un sel, alors que l'anion est le reste de la molécule. Exemples :

HCl (acide chlorhydrique) $\rightarrow \begin{cases} H^+ \\ Cl^- ; \end{cases}$

H_2SO_4 (acide sulfurique) $\rightarrow \begin{cases} 2\,H^+ \\ SO_4^{2-} ; \end{cases}$

$NaCl$ (chlorure de sodium) $\rightarrow \begin{cases} Na^+ \\ Cl^- ; \end{cases}$

$CaSO_4$ (sulfate de calcium) $\rightarrow \begin{cases} Ca^{2+} \\ SO_4^{2-} . \end{cases}$

Si on plonge deux électrodes reliées au pôle positif (anode) et au pôle négatif (cathode) d'une batterie d'accumulateurs, on constate que les ions positifs sont attirés par la cathode (d'où le nom de *cations*) et les ions négatifs vers l'anode (*anions*). La loi de Faraday dit que la quantité de métal (ou d'hydrogène s'il s'agit d'un acide) qui se dépose à la cathode pendant le temps t de passage d'un courant continu d'intensité I a pour valeur :

$$m = \frac{1}{F}\,\frac{A}{N}\,It, \qquad (2)$$

A étant la masse atomique du métal, N sa valence (pour l'hydrogène $A/N = 1$), et F la *constante de Faraday* qui vaut, dans le système SI :

$$F = 9{,}648\,456 \times 10^4 \text{ C/mol}. \qquad (3)$$

On notera que le produit It est la quantité d'électricité Q libérée dans le voltamètre ; si $Q = It = F$, alors $m = A/N$, c'est-à-dire une *valence-gramme* d'ion métallique, soit N_A charges élémentaires (N_A = nombre d'Avogadro), d'où la relation :

$$F = N_A\,e. \qquad (4)$$

— Les *lois électromagnétiques* sont exposées pp. 87-93.

Courants périodiques.

Si la différence de potentiel est maintenue constante aux bornes d'un circuit électrique, le courant est lui-même constant et son intensité a pour valeur $I = U/R$ si le circuit ne comporte que des résistances, c'est-à-dire des éléments dans lesquels l'énergie électrique se transforme uniquement en chaleur (si on intercale dans le circuit des *récepteurs*, qui transforment l'énergie électrique en énergie mécanique ou chimique par exemple, ou bien des *générateurs* qui fournissent de l'énergie électrique, la loi d'Ohm s'exprime d'une manière un peu différente.

Supposons maintenant que la différence de potentiel aux bornes d'un circuit soit variable en fonction du temps, c'est-à-dire de la forme $U(t)$. Alors l'intensité sera elle-même variable et nous écrirons $I(t)$. Si la différence de potentiel varie périodiquement, l'intensité est elle aussi une fonction périodique du temps : le courant est lui-même dit *périodique*. Une variété remarquable de courant périodique est fournie par les *courants alternatifs sinusoïdaux* (ou, plus brièvement, courants alternatifs).

La tension aux bornes d'un circuit alimenté en courant alternatif est exprimée par la relation :

$$U = U_m \cos \omega t, \qquad (1)$$

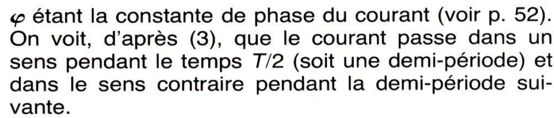
dans laquelle U_m est la valeur maximale de la tension et ω la pulsation du courant. Comme on l'a expliqué p. 51, on a :

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}. \qquad (2)$$

f est la *fréquence* et T la *période* du courant alternatif considéré (en Europe, les courants alternatifs domestiques ont pour fréquence usuelle $f = 50$ Hz ; aux États-Unis, le courant alternatif distribué domestiquement a une fréquence de 60 Hz).

L'intensité I d'un courant alternatif est donnée alors par la relation :

$$I = I_m \cos(\omega t - \varphi) \qquad (3)$$


φ étant la constante de phase du courant (voir p. 52). On voit, d'après (3), que le courant passe dans un sens pendant le temps $T/2$ (soit une demi-période) et dans le sens contraire pendant la demi-période suivante.

On montre que la différence de potentiel est liée à l'intensité par la relation :

$$U_m = ZI_m, \qquad (4)$$

Z étant un facteur appelé *impédance du circuit* et qui dépend de la nature du circuit.

L'étude générale des courants alternatifs n'est pas l'objet de ce chapitre ; on retiendra ici quelques faits précis.

— Les effets chimiques et magnétiques dépendent du sens du courant électrique ; si celui-ci est alternatif, il est clair que les effets obtenus pendant une demi-période $T/2$ sont annulés par les effets en sens contraire obtenus pendant la demi-période suivante.

— L'effet calorifique, proportionnel au carré de l'intensité, est indépendant du sens du courant ; on l'observe donc avec un courant alternatif. On appelle *intensité efficace* (I_{eff}) d'un tel courant l'intensité d'un courant continu qui produirait le même effet calorifique que le courant alternatif étudié. On montre que :

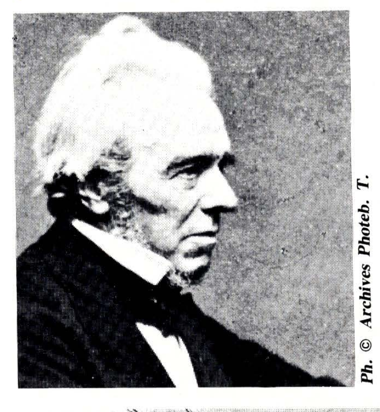
$$I_{eff} = \frac{I_m}{\sqrt{2}}. \qquad (5)$$

On définit alors la *tension efficace* $U_{eff} = U_M/\sqrt{2}$ et la f.é.m. efficace $E_{eff} = E_m/\sqrt{2}$. La relation (4) est vraie aussi des grandeurs efficaces, et l'on a

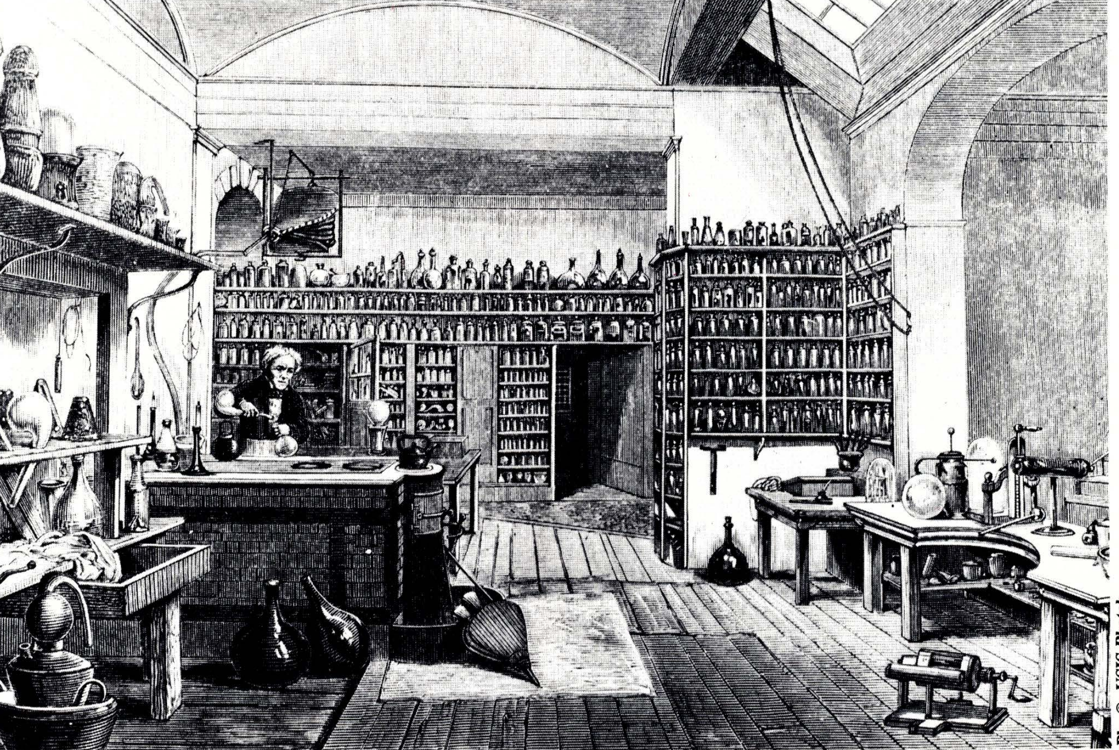
$$U_{eff} = ZI_{eff}. \qquad (6)$$

— L'impédance Z dépend des caractéristiques du circuit. Si celui-ci possède la résistance générale R, et s'il comprend une bobine d'inductance L et un condensateur de capacité C, on montre qu'on a :

$$Z^2 = R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2. \qquad (7)$$


Ph. © Archives Photeb. T.

Michael Faraday (1791-1867) a fait toutes ses recherches à la Royal Institution de Londres, où il fut professeur de chimie de 1833 à 1867. On lui doit la découverte du benzène (1825), dans les goudrons de houille et des travaux sur la liquéfaction des gaz. Mais il est surtout illustre pour ses contributions à la science de l'électricité et de l'électromagnétisme : il a inventé le moteur électrique (1821), établi la loi de l'induction électromagnétique (1831) sur laquelle est fondée la construction des dynamos, découvert les lois de l'électrolyse (1833), montré que l'énergie électrostatique est concentrée dans les diélectriques (1846) ; cette dernière découverte en fait le précurseur direct de Maxwell. Ci-dessous le laboratoire de Faraday à la Royal Institution ; en médaillon, son portrait.


Ph. © USIS-Photeb.



Ph. Rousseau © Photeb. T.

La « pierre d'aimant » ou « pierre de Magnésie ».
Il s'agit en fait d'un minerai de fer, appelé magnétite *et dont la propriété d'attirer la limaille de fer était connue depuis le VI[e] siècle av. J.-C. Toutefois, il a fallu attendre la théorie moderne du* spin *(1925) pour en comprendre la raison.*

ÉLECTROMAGNÉTISME

L'INDUCTION MAGNÉTIQUE.

Remarques historiques.

Avant Œrsted.

On connaît, depuis le VI[e] siècle av. J.-C., un minerai de fer, répandu en Magnésie, ancienne colonie grecque d'Asie Mineure, et qui a la propriété d'attirer les objets légers en fer et même certains métaux comme le nickel ou le cobalt. Le minerai est appelé *magnétite*, en raison de son origine géographique, et sa propriété a été qualifiée de *magnétisme* (le mot a été introduit en français au début du XVII[e] siècle). Un *aimant naturel* est un morceau de magnétite, minerai à base d'oxyde de fer (Fe_2O_3).

Les anciens expérimentateurs se sont aperçus que le fer, convenablement traité, après avoir été mis en contact avec un aimant naturel, restait aimanté et pouvait, à son tour, jouer le rôle d'un aimant. La découverte la plus remarquable et la plus utile à l'humanité fut de constater qu'une petite aiguille aimantée, légère et pivotant sur un axe vertical, dirigeait toujours sa même extrémité vers l'Étoile Polaire (à peu près), c'est-à-dire vers le Nord. L'observation est à l'origine de la boussole et du compas des navigateurs. Elle devait, par contre, paralyser la science du magnétisme, nous allons voir pourquoi.

Le premier grand traité sur le magnétisme est dû au Britannique William Gilbert (*De Magnete*, 1600). L'orientation d'une aiguille aimantée vers le Nord a conduit les expérimentateurs à distinguer, sur chaque aimant, en *barreau* ou en *fer à cheval*, un « pôle nord » et un « pôle sud ». On a constaté assez rapidement que deux petits barreaux s'attiraient mutuellement si on plaçait face à face un pôle nord et un pôle sud, tandis qu'ils se repoussaient si on les disposait de sorte que les pôles de même nom soient face à face. Le phénomène ressemblait à l'attraction/répulsion électrostatique, et Coulomb avait proposé une théorie des aimants analogue à la théorie de l'électricité. De même, pensait-il, qu'il y a deux sortes d'électricité, positive et négative, de même il y a deux sortes de magnétisme, le « magnétisme nord » et le « magnétisme sud ». A la notion de charge électrique on doit pouvoir faire correspondre la notion de « charge magnétique ».

Cette idée reposait essentiellement sur trois observations :

1 - l'existence d'une interaction à distance entre les extrémités de deux barreaux aimantés ;

2 - la direction de l'aiguille d'une boussole ;

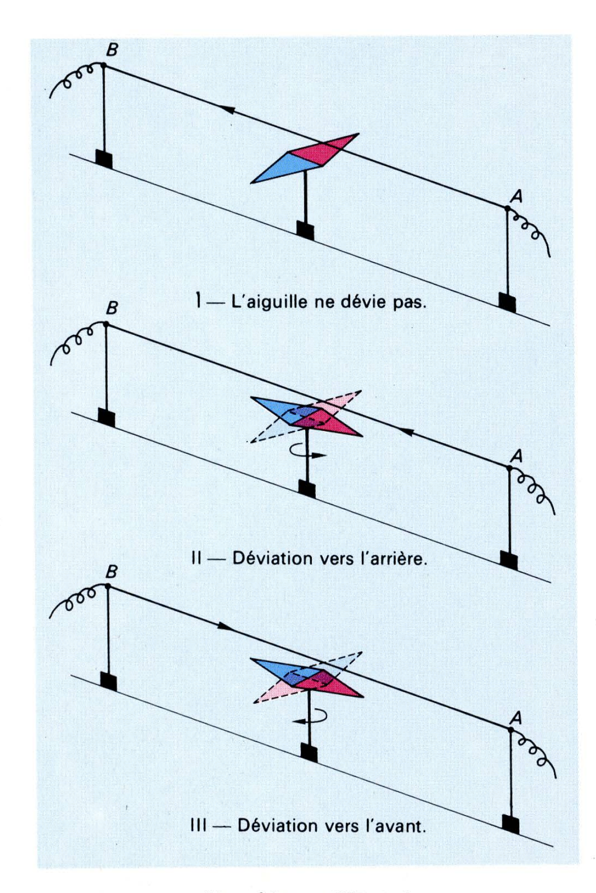
3 - le fait que la limaille de fer s'agglutine aux pôles d'un aimant.

Nous allons voir que l'hypothèse de Coulomb était fausse, et que l'on sait, depuis Ampère, qu'il n'existe pas de « charge magnétique » dans la nature, le magnétisme n'étant qu'un phénomène électrique particulier.

Expérience d'Œrsted et hypothèse d'Ampère.

● *L'expérience réalisée en 1819* par le Danois Œrsted, à Copenhague, est à l'origine de notre conception actuelle du magnétisme. Si l'on place une aiguille aimantée perpendiculaire à un fil conducteur, cette aiguille reste immobile lorsque le courant passe, dans un sens ou dans un autre. Mais si l'aiguille est disposée parallèlement par rapport au fil, alors elle dévie fortement et le sens de cette déviation s'inverse si on inverse le sens du courant électrique.

La conclusion évidente de l'expérience d'Œrsted est la suivante : le passage du courant électrique, c'est-à-dire l'existence de *charges électriques* en mouvement (et non plus stationnaires comme c'est le cas dans l'électrostatique) dans le fil conducteur, engendre une force capable de faire dévier une aiguille aimantée, c'est-à-dire une *force magnétique* (une aiguille non aimantée reste immobile dans tous les cas). Cette action s'exerce à distance, tout comme l'action électrostatique ou l'action gravifique.



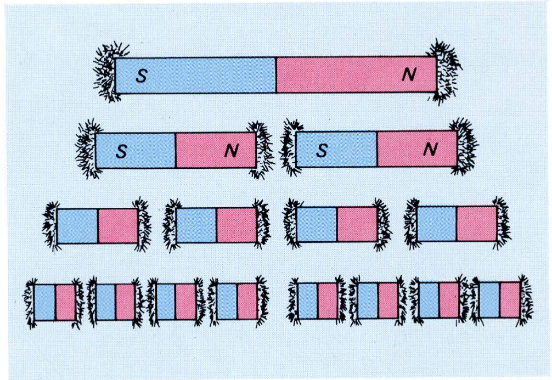
L'expérience d'Œrsted.
I — L'aiguille est disposée perpendiculairement au fil conducteur AB dans lequel passe un courant d'intensité I : elle reste immobile.
II — L'aiguille est disposée parallèlement au fil conducteur : lorsque le courant passe elle pivote sur son axe et tend à se mettre en « croix » par rapport au fil, position qui a été dessinée en pointillé.
III — Lorsqu'on inverse le sens du courant dans le fil conducteur, l'aiguille pivote en sens contraire (on a dessiné les deux extrémités de l'aiguille avec deux couleurs différentes, pour mettre en évidence cette inversion du sens de rotation).

● *L'explication donnée par Ampère* de ce phénomène est tout à fait remarquable. Elle repose sur deux faits.

1 - Si l'on fait passer un courant électrique dans deux fils conducteurs parallèles, ces fils s'attirent si le courant est de même sens dans les deux conducteurs, et ils se repoussent dans le cas contraire. Ici aussi, l'existence de charges en mouvement (c'est-à-dire d'un courant électrique) a engendré une force dont la nature *non électrostatique* peut être mise en évidence en plaçant entre les deux fils une plaque métallique dont la présence n'altère en rien l'attraction/répulsion des deux fils (voir le schéma décrivant cette expérience p. 85, à propos de la définition de l'ampère). Ampère a considéré que la force agissant sur les deux fils était analogue à la force agissant sur l'aiguille aimantée dans l'expérience d'Œrsted, c'est-à-dire qu'il s'agissait d'une *force magnétique*.

2 - Si on brise un barreau aimanté en deux, on obtient deux nouveaux aimants, qui ont chacun un pôle nord et un pôle sud, et non pas un morceau de barreau avec un pôle nord et un autre avec un pôle sud. Si on brise ces deux aimants en deux, on obtient quatre aimants, et ainsi de suite. Aussi loin qu'on aille dans le processus de division, on obtient toujours deux aimants. Ce fait tend à montrer qu'on n'observe pas, en pratique, de « charge magnétique nord », ou de « charge magnétique sud », isolée. Donc il faut réviser le concept de magnétisme.

La révision conceptuelle d'Ampère repose sur le fait nº 1. Des charges en mouvement dans un conducteur attirent/repoussent des charges en mouvement dans un autre conducteur, alors qu'elles n'agissent pas sur des charges immobiles. De même, dans l'expérience d'Œrsted, si nous supposons qu'il existe dans l'aiguille aimantée des courants électriques microscopiques, c'est-à-dire des charges en mouvement à l'échelle atomique, alors l'expérience d'Œrsted se comprend comme un cas particulier de l'attraction/répulsion entre deux ensembles de charges en mouvement.



Expérience de l'aimant brisé.
Chaque division d'un aimant en deux donne deux nouveaux aimants, aussi loin qu'on pousse la division.

● *Les conclusions d'Ampère,* exprimées dans notre langage moderne, sont les suivantes

— Des charges électriques immobiles produisent, à distance, sur d'autres charges immobiles, des actions *électrostatiques,* régies par la loi de Coulomb. Un champ électrique $\boldsymbol{E}$ est un champ de forces électrostatiques, et toute charge immobile Q dans ce champ est soumise à une *force électrostatique* que nous désignerons par $\boldsymbol{F}_E$ telle que $\boldsymbol{F}_E = Q\boldsymbol{E}$.

— Des charges électriques en mouvement produisent, en plus des interactions électrostatiques qui existent toujours, à distance, sur d'autres charges électriques en mouvement, des actions qu'on appelait jadis *magnétiques* (... on les appelle toujours ainsi d'ailleurs !) et qu'il vaudrait peut-être mieux appeler électrocinétiques. Un compromis nègre-blanc les fait appeler *électromagnétiques.*

— Si une charge Q *en mouvement* est soumise à l'action de charges électriques elles-mêmes en mouvement, la force $\boldsymbol{F}$ qui agit sur elle fait intervenir deux composantes :

1 - une force électrostatique, qui est due au fait que les charges agissantes déterminent un champ $\boldsymbol{E}$ responsable de la composante $Q\boldsymbol{E}$ agissant sur la charge Q supposée immobile ;

2 - une force « magnétique », due au fait que la charge Q est en mouvement, c'est-à-dire possède un vecteur vitesse $\boldsymbol{v}$; appelons provisoirement $\boldsymbol{F}_B$ cette composante, dont nous déterminerons la valeur ultérieurement ; la force électromagnétique qui agit sur la charge Q en mouvement a donc pour expression :

$$\boldsymbol{F} = \boldsymbol{F}_E + \boldsymbol{F}_B . \qquad (1)$$

De Faraday à Lorentz.

● *La formule d'Ampère.* Dans la formule (1) ci-dessus, la force $\boldsymbol{F}_E$ est liée au champ électrostatique $\boldsymbol{E}$ par la relation :

$$\boldsymbol{F}_E = Q\boldsymbol{E} .$$

Il est tentant d'introduire un vecteur $\boldsymbol{B}$ caractéristique du circuit produisant une force magnétique $\boldsymbol{F}_B$ sur une charge Q animée de la vitesse $\boldsymbol{v}$. Dès lors on pourra écrire :

$$\boldsymbol{F}_B = \text{fonction de } Q, \boldsymbol{v} \text{ et } \boldsymbol{B} .$$

Ampère a établi une loi connue sous le nom de *formule d'Ampère* permettant de calculer $\boldsymbol{F}$ et $\boldsymbol{B}$. Nous y reviendrons. Dès maintenant, retenons cependant que le vecteur $\boldsymbol{B}$ est appelé *vecteur induction magnétique* et qu'il faut le considérer comme un *instrument de calcul* plutôt que d'y voir l'expression d'une réalité physique appelée « magnétisme ». La seule réalité physique observable, c'est l'existence de charges en mouvement.

Avec ces précautions, nous pouvons dire que tout courant électrique d'intensité I produit une induction magnétique $\boldsymbol{B}$, qui se manifeste par une force différente de la force électrostatique $\boldsymbol{F}_E$ et qu'on appelle une force électromagnétique. Un aimant naturel est alors une substance à l'intérieur de laquelle existent des courants électriques microscopiques, producteurs, eux aussi, d'une induction magnétique $\boldsymbol{B}$.

● *L'induction électrique.* En 1830, Faraday a découvert que, si l'on créait une induction magnétique $\boldsymbol{B}$ (soit à l'aide d'un aimant naturel, soit à l'aide d'un circuit électrique) à proximité d'un conducteur non parcouru par un courant électrique, et si l'on faisait varier cette induction par un procédé quelconque, on créait dans le conducteur en question un courant électrique qui durait tant que durait la variation de $\boldsymbol{B}$ et qui disparaissait lorsque $\boldsymbol{B}$ cessait de varier. Ce courant a été appelé par Faraday un *courant induit* et le phénomène se nomme l'*induction*. La loi qui relie l'intensité du courant induit à la variation d'induction magnétique qui le produit est la *loi de l'induction de Faraday*.

● *Maxwell* a repris l'ensemble des phénomènes électrostatiques et électromagnétiques et, en introduisant quelques instruments mathématiques plus perfectionnés que ceux qu'avaient utilisés Ampère et Faraday, il a résumé tous les phénomènes électromagnétiques en un système d'équations très célèbres, auquel nous avons déjà fait allusion p. 79. L'une des conséquences de ces équations, c'est la solidarité entre un champ électrique $\boldsymbol{E}$ et l'induction magnétique $\boldsymbol{B}$ qu'il peut créer et qu'on ne peut observer que par son action sur des charges en mouvement. L'autre conséquence est très importante : le couple ($\boldsymbol{E}$, $\boldsymbol{B}$), c'est-à-dire le champ électromagnétique créé en un point O de l'espace, peut se propager dans le vide à la vitesse c de la lumière : on est alors en présence d'une *onde électromagnétique*, dont la lumière visible est un cas particulier. En 1905, cette idée a servi de départ à Einstein qui posa l'invariance de la vitesse de la lumière dans le vide comme un postulat de la relativité restreinte.

● *La découverte de l'univers électronique* a confirmé les hypothèses d'Ampère sur l'origine du magnétisme dans la matière et le physicien hollandais Lorentz a pu appliquer à l'électron les équations de Maxwell en en conservant la forme générale. Cette validité des équations de Maxwell à l'échelle des petites distances (jusqu'à 10^{-12} mètre) est tout à fait remarquable.

Le vecteur d'induction magnétique.

L'induction magnétique.

Nous avons dit plus haut qu'un courant électrique qui passait dans un fil conducteur était dû à un mouvement d'électrons dans ce fil : un courant électrique nous fournit donc des charges en mouvement. Or des charges en mouvement peuvent agir à distance sur d'autres charges en mouvement Q, qui sont donc soumises :

1° — à la force $\boldsymbol{F}_E = Q\boldsymbol{E}$, due au champ électrique $\boldsymbol{E}$ produit par les charges agissantes supposées immobiles ;

2° — à une force $\boldsymbol{F}_B$ dite *magnétique.*

Dans le cas où les charges en mouvement agissantes sont fournies par un courant électrique dans un fil conducteur, le champ $\boldsymbol{E}$ qu'elles engendrent est nul (le fil comporte des électrons négatifs et des ions positifs ; leur effet électrostatique global s'annule). L'équation (1) du paragraphe **A,** *b,* ci-dessus se simplifie et devient $\boldsymbol{F} = \boldsymbol{F}_B$. La mise en évidence d'une telle action magnétique est aisée (expérience d'Œrsted, expérience d'attraction/répulsion de deux fils conducteurs parcourus par un courant électrique).

● *Opérons d'abord sur une charge d'essai unité,* $Q_0 = 1$ C. Plaçons cette charge à la distance r d'un fil rectiligne parcouru par un courant d'intensité I et communiquons-lui la vitesse $\boldsymbol{v}$ par un procédé quelconque, le vecteur $\boldsymbol{v}$ étant parallèle au fil. Étudions la force magnétique produite par le courant I sur la charge $Q_0 = 1$. Nous constatons que :

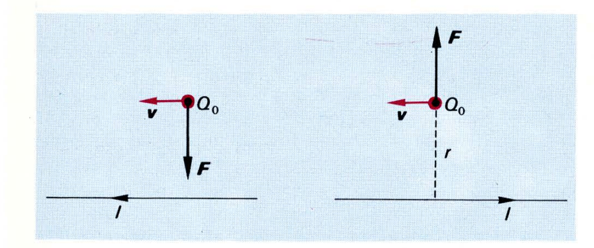
1 - son intensité est proportionnelle à la valeur absolue v du vecteur vitesse $\boldsymbol{v}$ de la charge ;

2 - sa direction est perpendiculaire à la direction du vecteur vitesse $\boldsymbol{v}$;

3 - son sens dépend de celui du vecteur vitesse : la force est dirigée vers le conducteur si la charge se déplace dans le même sens que le courant électrique (force attractive) ; elle est dirigée dans le sens opposé dans le cas contraire (force répulsive).

Puisque le module de la force magnétique est proportionnel au module du vecteur $\boldsymbol{v}$, nous écrirons *provisoirement* :

$$F = Bv . \qquad (1)$$

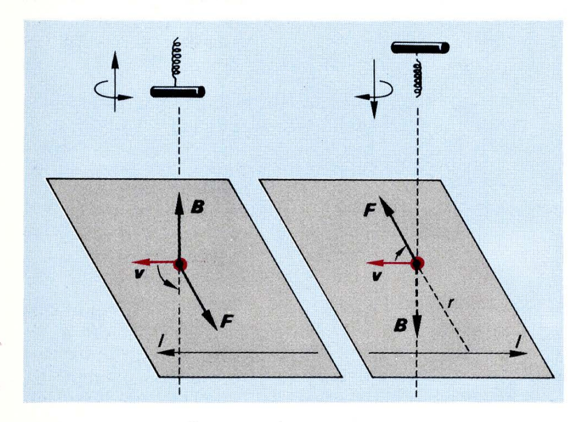


Action magnétique d'un courant électrique (charges en mouvement dans le conducteur rectiligne) sur une charge d'essai Q_0 = 1 C à la distance r du fil et se déplaçant avec la vitesse $\vec{v}$. La force $\vec{F}$ qui agit sur Q_0 est attractive ou répulsive selon le sens de $\vec{v}$ par rapport au sens du courant. Le module de la force $\vec{F}$ est proportionnel au module du vecteur $\vec{v}$.

Les trois caractères de la force **F** peuvent être exprimés vectoriellement, en introduisant le vecteur **B** qui a pour module B, perpendiculaire au plan des vecteurs **v** et **F** et orienté de telle sorte qu'on ait :

$$\mathbf{F} = \mathbf{v} \times \mathbf{B} . \quad (2)$$

D'après la définition du produit vectoriel donnée p. 6, vous devez être capable de construire **B** dans les deux cas de la figure qui précède. Pour cela il est bon de faire le dessin en perspective ; le support de **B** est perpendiculaire au plan qui contient la force et la vitesse (c'est-à-dire le fil électrique et la charge d'essai) ; le vecteur **B** est orienté de telle sorte qu'un tire-bouchon qui s'enfonce dans le sens de **F** tourne en rabattant **v** sur **B**. Si vous avez fini votre dessin, comparez-le à la figure suivante, qui donne la réponse exacte.



***Le vecteur $\vec{B}$: son sens doit respecter la règle du tire-bouchon. D'après la définition du produit vectoriel, on a, en valeur absolue,* F = Bv *(puisque* sin θ = 1*). Ici, on a pris arbitrairement* F = 1,5 *et* v = 1 ; *donc* B = F/v = 1,5.**

● *Le vecteur* **B** que nous venons d'introduire caractérise les conditions de l'expérience, à savoir :

— l'intensité I du courant qui circule dans le fil, c'est-à-dire le nombre de charges par seconde en mouvement ;

— la distance r à laquelle est placée la charge d'essai ;

— le sens du courant par rapport au sens du vecteur vitesse **v** de la charge (ou, ce qui revient au même, le sens du déplacement de la charge par rapport au sens du courant).

Avec toutes ces informations, on peut non seulement calculer l'intensité F de la force magnétique, mais aussi sa direction et son sens. Sur une charge Q quelconque, la force **F** aurait pour valeur :

$$\mathbf{F} = Q\mathbf{v} \times \mathbf{B} . \quad (3)$$

Il est donc commode de caractériser l'action magnétique du courant I sur une charge Q quelconque par le vecteur **B**, dont la connaissance entraîne immédiatement celle de **F**. Le vecteur est appelé *vecteur induction magnétique* au point où se trouve la charge Q ou, plus brièvement, *induction magnétique.* Nous remarquons qu'il s'agit d'un *vecteur axial*, c'est-à-dire que son sens est déterminé par la convention du tire-bouchon (ou, ce qui revient au même, du trièdre direct). Nous le noterons donc avec une flèche courbe : $\breve{\mathbf{B}}$, lorsque nous voudrons insister sur ce caractère.

● *Remarque importante* : le module B de l'induction magnétique peut être déterminé expérimentalement : on fait varier I et r et l'on mesure les valeurs de F correspondantes quand **v** est constant (la force peut être mesurée par la déviation qu'elle produit). On trouve finalement que, dans le vide (et, approximativement, dans l'air), on a :

$$B = \frac{I}{2\pi\varepsilon_0 c^2 r}, \quad (4)$$

c'est-à-dire que l'induction magnétique B (et donc la force magnétique $F = Bv$) est proportionnelle à l'intensité du courant et inversement proportionnelle à la distance r à laquelle se trouve placée la charge d'essai Q_0.

Dans le système SI, on introduit la constante :

$$\mu_0 = \frac{1}{\varepsilon_0 c^2} = 4\pi \times 10^{-7} \quad (5)$$

appelée *perméabilité* du vide. L'équation (4) s'écrit alors :

$$B = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I}{r} = \frac{4 \times 10^{-7}}{2}\frac{I}{r}. \quad (6)$$

● *Unités et nomenclature.*

— L'unité SI d'induction magnétique est le *tesla* (symbole : T), du nom du physicien yougoslave Nikola Tesla. Sa définition fait appel à d'autres notions électromagnétiques. On se servait autrefois du *gauss* (symbole : G) qui vaut 10^{-4} tesla.

— En bonne logique, on devrait appeler le vecteur **B** *vecteur champ magnétique* du courant I au point considéré. Malheureusement cette dénomination a d'abord été donnée à un autre vecteur, désigné par **H**, et qui décrit une composante particulière de l'induction **B** qu'on appelle l'*excitation magnétique.*

— La terminologie officielle impose d'appeler **B** l'induction magnétique et **H** le « champ magnétique ». Toutefois les physiciens, théoriciens ou expérimentateurs, appellent souvent **B** le *champ magnétique* ; ils se débrouillent pour trouver un nom différent au vecteur **H** (ils disent par exemple : « le champ **H** »). Un jour viendra où une conférence internationale des Poids et Mesures entérinera cette habitude, qui est plus conforme à la réalité expérimentale.

● *Comment produire une induction magnétique ?* Un aimant en pierre de magnésie est une source naturelle d'induction magnétique. Mais il est évidemment plus commode de créer une induction magnétique à l'aide d'un courant électrique (électroaimant). Les inductions les plus intenses sont obtenues avec des *bobines longues* ou *solénoïdes.* Ce sont des bobines comprenant un très grand nombre de spires conductrices par unité de longueur $n = N/L$ (N = nombre total de spires ; L = longueur de la bobine), isolées les unes des autres par un revêtement plastique, et alimentées par un courant continu I. On montre que l'induction magnétique au centre d'une telle bobine a pour intensité :

$$B = \mu_0 nI . \quad (7)$$

Pour fixer les idées, une bobine mesurant 30 cm de long et 6 cm de diamètre, sur laquelle on a enroulé 150 spires de fil électrique (donc n = 500 spires par mètre), alimentée par un courant de 10 ampères fournit au centre une induction magnétique
B = 0,006 28 tesla = 62,8 gauss.
En plaçant à l'intérieur du solénoïde un noyau dont la perméabilité magnétique est élevée, on peut obtenir une induction magnétique 100 à 1 000 fois plus grande. Ces gros électroaimants peuvent fournir des inductions de plusieurs teslas.

Grandeurs magnétiques.

● *Force magnétique.* Soit un courant d'intensité I circulant dans un conducteur de longueur indéfinie, et soit dl une longueur infinitésimale de ce conducteur, représentée par un vecteur dℓ orienté dans le sens du courant. Le vecteur I dℓ est appelé *élément de courant.* Si un élément de courant est soumis à l'induction magnétique **B**, la force élémentaire qui s'exerce sur lui, ou force magnétique, est donnée par la loi générale (3) ci-dessus, qui devient ici :

$$d\mathbf{F} = I d\boldsymbol{\ell} \times \mathbf{B} . \quad (8)$$

Cette équation est connue sous le nom de *loi de Laplace.* En valeur absolue, la force d**F** a pour valeur :

$$dF = BI\, d\ell \sin\theta , \quad (9)$$

θ étant l'angle que fait l'induction **B** avec le segment infinitésimal dℓ.

● *Flux d'induction magnétique à travers une surface A.* Considérons une boucle de courant limitant une surface A, placée dans un champ d'induction magnétique **B.** Découpons la boucle de surface A en petites boucles de surface a_i représentées par des vecteurs $\mathbf{a}_i$, orientés selon la normale à la surface conformément à la règle du tire-bouchon. Le *flux d'induction magnétique* φ_i à travers une de ces boucles est, par définition, le produit scalaire $\mathbf{B}.\mathbf{a}_i$:

$$\varphi_i = \mathbf{B}.\mathbf{a}_i = Ba_i \cos\theta_i . \quad (10)$$

La somme de tous les flux partiels φ_i est le flux d'induction magnétique à travers la surface A :

$$\Phi = \sum Ba_i \cos\theta_i . \quad (11)$$

On peut aussi pousser l'analyse plus loin, et considérer les éléments de surface da, à travers lesquels le flux magnétique vaut :

$$d\varphi = \mathbf{B}.d\mathbf{a} . \quad (12)$$

Le flux à travers la surface A est l'intégrale des différentiels dφ sur toute la surface, soit :

$$\Phi = \int_A \mathbf{B}.d\mathbf{a} . \quad (13)$$

Un cas particulier assez fréquent est celui où le flux **B** a la même valeur en chaque point de la surface A. Dans ce cas, la valeur du flux Φ est $\Phi = BA \cos\theta$, l'angle θ étant l'angle que fait l'induction **B** avec la normale à la surface A.

Si l'induction est mesurée en teslas et l'aire en mètres carrés, le flux magnétique est exprimé en webers (symbole : Wb) :

$$1 \text{ weber} = 1 \text{ T.m}^2 .$$

● *Potentiel vecteur magnétique.* Pages 82-83, nous avons noté que le champ électrique **E** en un point M était une grandeur vectorielle dérivée de la fonction potentiel V en ce point, ce que nous avons exprimé mathématiquement en disant que **E** était le *vecteur gradient* du potentiel V (qui n'est pas un vecteur mais un scalaire). La démonstration de cette propriété du champ électrique est donnée p. 176.

Par analogie, on peut chercher s'il existe une fonction dont on puisse tirer, par des calculs de dérivées, l'induction magnétique **B**, et qu'on appellera *potentiel magnétique* du point où l'induction vaut . On démontre en effet qu'il existe bien une grandeur qui conduit à **B** par des calculs de dérivées partielles d'ailleurs assez complexes. Cette grandeur est un vecteur **A** appelé *potentiel magnétique* ou plus précisément, *potentiel vecteur magnétique.* On dit alors que le vecteur **B** est le *rotationnel* du vecteur **A** (si vous ne savez pas ce que c'est qu'un rotationnel, vous n'en mourrez pas ; si vous êtes curieux, reportez-vous p. 175) et on écrit :

$$\mathbf{B} = \text{rot } \mathbf{A}. \quad (14)$$

La grandeur A se mesure en webers par mètre (symbole : Wb/m).

L'ÉLECTROMAGNÉTISME ET LES ÉQUATIONS DE MAXWELL.

L'induction électromagnétique.

Notions de force électromotrice (f.é.m.).

● *Définition.* Lorsqu'une quantité d'électricité Q effectue un travail W, on appelle force électromotrice (en abrégé : f.é.m.) le travail par unité de charge. On désigne habituellement cette f.é.m. par la lettre E (ne pas confondre avec le vecteur $\boldsymbol{E}$ qui désigne un champ électrique). On peut donc écrire :

$$E = \frac{W}{Q}. \tag{1}$$

Dans le système SI, la f.é.m. se mesure en joules par coulomb, comme un potentiel (voir pp. 82-83), autrement dit en *volts*.

● *Exemple.* Considérons un générateur électrique de puissance $P = 24$ watts et soit $I = 2$ ampères l'intensité du courant fourni. En t secondes, le générateur libère la quantité d'électricité $Q = It$, qui effectue le travail $W = Pt$. Le travail effectué par unité de charge, c'est-à-dire la f.é.m. E, a pour valeur :

$$E = \frac{W}{Q} = \frac{P}{I} = 12 \text{ volts}. \tag{2}$$

(La relation $P = EI$ permet donc de caractériser un générateur par sa force électromotrice.)

● *Remarque.*
L'existence d'une f.é.m. permet de produire un champ électrique. Jusqu'en 1831, on ne connaissait qu'une seule sorte de f.é.m. : celle qui apparaissait dans une pile de Volta. En 1831, Faraday a exposé le résultat de nombreuses et minutieuses expériences qui peuvent se résumer ainsi : on peut créer une f.é.m. en faisant varier le flux d'induction magnétique qui traverse un circuit conducteur. Ce phénomène est appelé *induction*, la f.é.m. est appelée *f.é.m. d'induction* et le courant produit est un *courant induit*. La découverte de Faraday est importante à plus d'un titre :

1 - pratiquement, elle permet de créer des générateurs d'électricité autres que les piles ou accumulateurs ; en particulier on peut obtenir des courants d'intensité variable périodiquement en faisant varier périodiquement le flux d'induction magnétique inducteur ;

2 - théoriquement, elle complète les travaux d'Ampère sur les rapports entre l'électricité et le magnétisme et conduit à considérer les deux ordres de phénomènes comme liés réciproquement : la formule d'Ampère décrit la création d'une induction magnétique à partir d'un courant électrique, et la loi de l'induction de Faraday décrit la création d'une induction électrique (d'un courant électrique) à partir d'une variation de flux magnétique.

Expériences fondamentales et loi de l'induction.

Considérons le montage schématique indiqué sur la figure ci-contre : une boucle conductrice de surface A est reliée aux deux bornes d'un galvanomètre balistique, appareil très sensible qui sert à mesurer des courants très brefs et très petits (le sens de déviation de l'aiguille varie selon le sens du courant) ; elle est soumise à l'induction magnétique créée par un solénoïde placé dans son voisinage. Si la boucle est petite et si l'induction magnétique produite par le solénoïde est grande, on peut considérer, en première approximation, que le champ d'induction $\boldsymbol{B}$ est le même en tous points de la surface A limitée par la boucle, et qu'en conséquence le flux magnétique traversant la boucle a pour valeur :

$$\Phi = BA\cos\theta, \tag{3}$$

comme on l'a expliqué p. 89. Lorsque l'ensemble de ce montage reste stationnaire, aucun courant ne passe dans la boucle, et l'aiguille du galvanomètre reste en position zéro.

● *Réalisons maintenant les expériences suivantes.*

1 - Toutes choses égales par ailleurs, augmentons l'intensité du courant passant dans le solénoïde à l'aide d'un rhéostat. L'induction magnétique $\boldsymbol{B}$ augmente en conséquence et on constate que l'aiguille du galvanomètre dévie pendant qu'on actionne le rhéostat. Dès qu'on cesse d'augmenter le courant alimentant le solénoïde, le vecteur $\boldsymbol{B}$ ne varie plus et l'aiguille retourne en position zéro. Si on diminue l'intensité I, l'induction magnétique $\boldsymbol{B}$ diminue en conséquence, et l'aiguille dévie en sens contraire pendant le temps que dure cette variation. Elle retourne en position zéro dès que cesse la variation de l'induction magnétique.

2 - En tirant convenablement sur la boucle, nous pouvons faire diminuer la surface A qu'elle circonscrit jusqu'à ce que celle-ci devienne nulle : pendant qu'a lieu cette variation de surface, l'aiguille du galvanomètre dévie. Si on fait varier ensuite la surface délimitée par la boucle de zéro à A, l'aiguille dévie à nouveau en sens contraire. Lorsque la surface A cesse de varier, l'aiguille retourne en position zéro.

3 - Laissons maintenant constantes l'induction magnétique $\boldsymbol{B}$ et la surface A de la boucle, et faisons tourner le plan dans lequel se trouve cette boucle, c'est-à-dire faisons varier l'angle θ. Ici aussi, on constate que l'aiguille du galvanomètre dévie en même temps que θ, dans un sens ou dans un autre selon qu'on incline la boucle dans un sens ou dans un autre, et que cette déviation cesse lorsque l'angle θ ne varie plus.

Conclusion : toute variation des facteurs A, B ou θ, c'est-à-dire toute variation du flux magnétique Φ à travers le circuit constitué par la boucle, provoque l'apparition d'un *courant électrique induit* pendant le temps que dure la variation de flux.

● *Énoncé simple de la loi de l'induction.*
Toute variation de flux magnétique $\Delta\Phi$ dans un circuit conducteur provoque l'apparition dans ce circuit d'un courant induit I qui circule pendant le temps Δt que dure la variation de flux. Ce courant est dû à une f.é.m. d'induction qui a pour valeur :

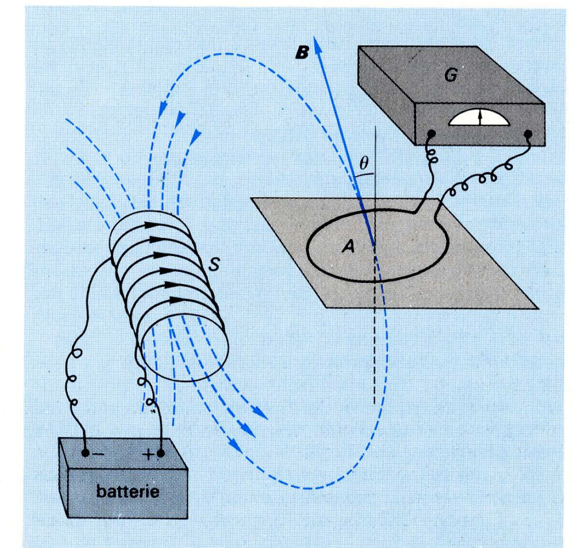
$$E = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}. \tag{4}$$

Le signe « − », dont l'introduction est justifiée par le calcul intégral, indique que le courant induit tend à s'opposer à l'effet qui le produit.

Si le circuit a pour résistance R, l'intensité I du courant induit est donnée par application de la loi d'Ohm :

$$I = \frac{E}{R} = -\frac{1}{R}\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}. \tag{5}$$

L'induction électromagnétique.
L'induction magnétique $\vec{B}$ est fournie par le solénoïde S, alimenté en courant continu par une batterie. La boucle conductrice délimite une surface A, et le flux à travers cette surface est $\Phi = BA\cos\theta$. Toute variation de flux $\Delta\Phi$ entraîne l'apparition d'un courant induit dans le circuit, observable à l'aide du galvanomètre balistique G. La f.é.m. d'induction a pour valeur $E = -\Delta\Phi/\Delta t$, Δt étant la durée de la variation de flux $\Delta\Phi$. Les lignes de forces du champ magnétique sont en tiretés bleus (on a figuré en entier une seule ligne de force pour ne pas obscurcir la figure).



● *Énoncé général de la loi de l'induction.* Appelons $d\Phi$ une variation infinitésimale de flux à travers un circuit C limitant une surface A, pendant l'intervalle infinitésimal de temps dt. la f.é.m. d'induction a pour valeur :

$$E = -\frac{d\Phi}{dt}. \tag{6}$$

● *Énoncé vectoriel.* Appelons $\boldsymbol{B}$ l'induction magnétique à travers le circuit C et $d\boldsymbol{a}$ un élément orienté infinitésimal de la surface A limitée par le circuit C (le vecteur $d\boldsymbol{a}$ est orienté selon la convention du tire-bouchon). Alors le flux magnétique à travers la surface $d\boldsymbol{a}$ a pour valeur le produit scalaire $\boldsymbol{B}.d\boldsymbol{a}$, et le flux Φ à travers la surface A est l'intégrale, prise sur toute la surface :

$$\Phi = \int_A \boldsymbol{B}.d\boldsymbol{a}. \tag{7}$$

La f.é.m. d'induction a pour valeur :

$$E = -\frac{d}{dt}\int_A \boldsymbol{B}.d\boldsymbol{a} = -\frac{d\Phi}{dt}. \tag{8}$$

L'auto-induction.

● *La f.é.m. d'auto-induction.* Considérons une boucle C délimitant la surface A, dans une région de l'espace où le champ d'induction magnétique est nul. Supposons qu'on fasse passer dans la boucle un courant d'intensité I, qui met un temps Δt à s'établir. Appelons I_1 et I_2 les valeurs initiale et finale de l'intensité ($I_1 = 0$, $I_2 = I$) ; la variation ΔI d'intensité dans la spire a pour valeur :

$$\Delta I = I_2 - I_1 = I. \tag{9}$$

L'existence d'un courant I dans la boucle détermine une induction magnétique $\boldsymbol{B}$ proportionnelle à I d'intensité $B = kI$, k étant un coefficient de proportionnalité. Avec les mêmes conventions d'indice, on a $B_1 = 0$ et $B_2 = B = kI$, d'où une variation d'induction magnétique :

$$\Delta B = B_2 - B_1 = k\Delta I. \tag{10}$$

D'après la loi d'Ampère, le vecteur champ $\boldsymbol{B}$ est perpendiculaire au plan de la spire et orienté selon la règle du tire-bouchon ; le flux à travers la boucle, qui valait $\Phi_1 = 0$ avant le passage du courant, vaut donc $\Phi_2 = BA$ après l'installation du courant I (ici $\theta = 0$ et $\cos\theta = 1$). Il y a donc, pendant le temps Δt, une variation de flux :

$$\Delta\Phi = \Phi_2 - \Phi_1 = A\,\Delta B = Ak\,\Delta I. \tag{11}$$

D'après la loi de l'induction, cette variation de flux entraîne l'existence d'une f.é.m. d'induction E, qui vaut :

$$E = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -Ak\frac{\Delta I}{\Delta t}. \tag{12}$$

Posons $Ak = L$, coefficient caractéristique de la boucle, et l'équation (12) devient :

$$E = -L\frac{\Delta I}{\Delta t}. \tag{13}$$

On montre qu'on aurait de même, pour une variation infiniment petite dI de l'intensité du courant dans la boucle pendant le temps dt :

$$E = -L\frac{dI}{dt}. \tag{14}$$

Qu'est-ce que cela signifie ? Tout simplement ceci :

1 - La variation de flux a engendré une f.é.m. d'induction ; mais cette variation de flux est due à l'installation d'un courant de régime I dans la boucle, qui crée donc elle-même cette variation de flux : on dit qu'il s'agit d'une *auto-induction* (*self-induction* dans le langage anglo-saxon).

2 - D'après la loi générale de l'induction, le courant induit a tendance à s'opposer à l'effet qui le produit : or ce qui le produit, c'est le courant I, donc le courant auto-induit est opposé au courant I, dont il retarde l'installation dans le circuit.

3 - Le coefficient L dépend des caractéristiques du circuit. L'effet d'induction est plus sensible si le nombre de boucles est grand, c'est-à-dire si le circuit est une *bobine* (bobine plate si les spires sont toutes dans le même plan, bobine longue ou solénoïde dans le cas où elles sont enroulées le long d'un axe) : L est appelé l'*inductance propre* (ou, plus brièvement l'*inductance*) du circuit (de la bobine).

● *Inductance.* Dans le système SI, l'inductance se mesure en *henrys* (symbole : H) ; dans l'équation (14), si $E = 1$ volt et si le taux de variation de l'intensité est de 1 ampère par seconde, $L = 1$ henry.

Le flux d'induction propre à travers un circuit limitant une surface A est donné par la relation $\Phi = BA$, puisque $\cos \theta = 1$; comme l'induction magnétique est proportionnelle à l'intensité du courant inducteur, le flux Φ a pour valeur :

$$\Phi = LI. \quad (15)$$

Le calcul de l'inductance propre L se résume donc à diviser $\Phi = BA$ par I.

— Si le circuit est une spire unique de rayon R, sa surface vaut πR^2, l'induction magnétique au centre vaut $\mu_0 I/2R$; par suite :

$$\Phi = \pi R^2 B = \frac{1}{2}\mu_0 \pi RI. \quad (16)$$

Dans le système SI, $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$, donc on a, en henrys :

$$L = \frac{\Phi}{I} = 2\pi^2 R \times 10^{-7}. \quad (17)$$

— Une bobine plate, contenant N spires jointives, analogue à la précédente (R est alors rayon moyen), a une inductance propre N fois plus grande, soit :

$$L = 2\pi^2 NR \times 10^{-7}. \quad (18)$$

— Une bobine longue (solénoïde), de longueur ℓ et composée de N spires jointives, voit naître en son centre un champ d'induction magnétique d'intensité

$$B = \mu_0 \frac{N}{\ell} \ell, \quad (19)$$

comme on l'a dit p. 89, formule (7). L'aire d'une spire est $A = \pi R^2$, le flux à travers une spire vaut BA et le flux à travers N spires vaut $\Phi = NBA$, soit :

$$\Phi = \mu_0 \frac{N^2}{\ell} \pi R^2 I. \quad (20)$$

D'où l'inductance propre du solénoïde dans le système SI :

$$L = 4\pi^2 \frac{N^2}{\ell} R^2 \times 10^{-7}. \quad (21)$$

La longueur totale du fil composé de N spires de rayon R et de circonférence $2\pi R$ est :

$$\mathcal{L} = 2\pi RN,$$

donc L peut aussi s'écrire sous la forme :

$$L = \frac{\mathcal{L}^2}{\ell} \times 10^{-7}. \quad (22)$$

● *Effet d'une inductance dans un circuit.* L'inductance d'un circuit tend à s'opposer au passage du courant ; elle joue donc le même rôle qu'une résistance morte. Mais la résistance d'une bobine d'induction L est en général négligeable, de sorte qu'elle n'est pas le siège de perte d'énergie électrique.

Dans le cas d'un circuit alimenté en courant alternatif de pulsation ω, on montre que la tension U aux bornes du circuit a pour valeur $U = ZI$. Si le circuit ne contient que des résistances mortes R, on a $Z = R$; s'il contient en outre une bobine d'induction L, l'*impédance Z* a pour valeur :

$$Z = \sqrt{R^2 + L^2 \omega^2}. \quad (23)$$

Énergie électromagnétique.

Considérons un circuit contenant une batterie de f.é.m. E, une résistance morte R et une bobine d'inductance propre L ; un interrupteur K permet de fermer ou d'interrompre le circuit, de sorte que le courant de régime d'intensité I s'installe ou disparaît au bout d'un intervalle de temps Δt. Sans faire de calcul savant, on peut établir le bilan énergétique de l'expérience qui consiste à établir puis à supprimer le courant.

● *Lorsqu'on établit le courant*, l'intensité passe de la valeur 0 à la valeur I pendant le temps Δt, ce qui entraîne l'apparition d'une f.é.m. d'induction que nous nommerons E_{ind} pour la distinguer de E. Pendant le temps Δt, la batterie fournit une énergie électrique totale W_{tot} qui se répartit entre la résistance R, où elle se change en chaleur W_{cal} et la bobine d'induction d'inductance L où elle se change en énergie électromagnétique $W_{ém}$ (c'est cette énergie qui se manifeste par un courant induit). On a donc, d'après le principe de conservation de l'énergie :

$$W_{tot} = W_{cal} + W_{ém} \quad (24)$$

On montre, par un calcul simple, que :

$$W_{ém} = \frac{1}{2} LI^2. \quad (25)$$

Voici le « calcul simple » pour les lecteurs qui ont des notions élémentaires de calcul intégral. L'intensité i du courant dans le circuit croît, à l'établissement du courant, de 0 à I ; la f.é.m. d'auto-induction a pour valeur $-L\,di/dt$, et on peut écrire la loi d'Ohm :

$$E - L\frac{di}{dt} = Ri. \quad (26)$$

En multipliant les deux termes par $i\,dt$, il vient :

$$Ei\,dt - Li\,di = Ri^2\,dt, \quad (27)$$

soit :

$$Ei\,dt = Li\,di + Ri^2\,dt. \quad (28)$$

$Ei\,dt$ est l'énergie totale dW_{tot} fournie par le générateur pendant le temps dt ; $Ri^2\,dt$ est l'énergie calorifique dW_{cal} consommée pendant le temps dt dans la résistance R et $Li\,di$ est l'énergie électromagnétique $dW_{ém}$ pendant le temps dt. De sorte que l'énergie électromagnétique consommée par le circuit entre le moment où $i = 0$ et le moment où $i = I$ a pour valeur :

$$W_{ém} = \int_0^I dW_{ém} = \int_0^I Li\,di = \frac{1}{2} LI^2. \quad (29)$$

● *Que devient cette énergie électromagnétique ?* Elle ne se change pas en chaleur dans la bobine, elle ne se manifeste par aucun effet particulier tant que le courant de régime I circule dans le circuit. Force est de conclure qu'elle est emmagasinée, stockée « quelque part ». Mais où ? Maxwell a montré qu'elle était stockée dans le champ magnétique de la bobine d'auto-induction, c'est-à-dire dans tout l'espace vide, avec la densité :

$$w = \frac{1}{2}\frac{B^2}{\mu_0}, \quad (30)$$

B étant l'induction magnétique produite par le courant I au point considéré (w s'exprime en joules par mètre carré dans le système SI).

● *Quand on coupe le circuit*, l'intensité du courant décroît de $i = I$ à $i = 0$; il y a encore une force électromotrice d'auto-induction $-L\,di/dt$. Le courant induit passe dans la résistance R qui s'échauffe et il est aisé de montrer que l'énergie calorifique ainsi obtenue W'_{cal} (ne pas confondre cette énergie avec W_{cal} du cas précédent) est précisément égale à $1/2\,LI^2$, c'est-à-dire à l'énergie électromagnétique $W_{ém}$ stockée dans l'espace vide.

Les équations de Maxwell.

Généralités.

Les équations de Maxwell résument toutes les lois de l'électricité et du magnétisme. Elles conduisent à des considérations fructueuses sur la nature électromagnétique de la lumière et sont applicables, moyennant quelques additions, au domaine électronique. Enfin elles ont servi de point de départ à Einstein lorsqu'il établit la théorie de la relativité. L'œuvre de Maxwell, qui date des années 1860, est donc capitale dans l'histoire de la physique. Nous allons expliquer rapidement à quelle conception de l'électricité et du magnétisme elles se réfèrent.

— L'idée fondamentale de Maxwell est une exploitation généralisée des travaux de Faraday : des charges électriques en mouvement créent un champ d'induction magnétique et, inversement, toute variation de flux magnétique crée un courant électrique, c'est-à-dire une circulation de charges en mouvement.

— Pour expliciter la dépendance qui existe entre une induction magnétique $\boldsymbol{B}$ et le courant électrique qui la produit, Maxwell est conduit à introduire la notion de *courant de déplacement* (voir ci-dessous).

— Enfin les équations de Maxwell mettent un terme aux questions qu'on se posait sur la nature du magnétisme de la matière : les seules sources d'induction magnétique sont des courants électriques. Si donc certaines substances ont des propriétés magnétiques (aimant naturel), cela provient de l'existence de courants électriques microscopiques au sein de la matière, conformément à l'hypothèse émise par Ampère près d'un demi-siècle avant les travaux de Maxwell.

Énoncé des équations de Maxwell.

Dans tout ce qui suit, nous supposons que les actions électromagnétiques se produisent dans le vide, de permittivité ε_0 et de perméabilité μ_0. Maxwell a établi ces équations d'une façon purement analytique, c'est-à-dire sans utiliser la notation vectorielle. Nous énoncerons cependant ces relations sous la forme vectorielle, conformément aux habitudes actuelles.

● *Première équation.* Elle résume la loi de l'induction de Faraday (voir ci-dessus le paragraphe **A**, *b*) : toute variation du flux d'induction magnétique $\boldsymbol{B}$ à travers un circuit entraîne l'existence d'un courant électrique dans ce circuit, c'est-à-dire la présence d'un champ électrique $\boldsymbol{E}$ qui mobilise les électrons des éléments conducteurs. L'équation (6) du paragraphe **A**, *b*, donne la valeur de la force électromotrice d'induction ; cette équation est équivalente à la relation vectorielle suivante :

$$\boxed{\text{rot}\,\boldsymbol{E} = -\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t}} \quad (1)$$

Pour les lecteurs qui ignorent le calcul vectoriel, l'équation précédente n'a sans doute guère de signification ; disons simplement ici que le *rotationnel* d'un vecteur $\boldsymbol{E}$, qui s'écrit rot $\boldsymbol{E}$ est une grandeur vectorielle calculée selon des règles indiquées p. 175.

● *Deuxième équation.* Un courant électrique d'intensité I et de densité $\boldsymbol{J}$ (voir la définition du vecteur $\boldsymbol{J}$ p. 84) engendre un champ d'induction magnétique $\boldsymbol{B}$; si le vecteur $\boldsymbol{J}$ est constant, le champ $\boldsymbol{B}$ peut être calculé par la *formule d'Ampère* ou par la *formule de Biot-Savart* qui en découle. Vectoriellement, la relation entre les vecteurs $\boldsymbol{B}$ et $\boldsymbol{J}$ s'écrit sous la forme :

$$\text{rot}\,\boldsymbol{B} = \mu_0 \boldsymbol{J}. \quad (2)$$

Si le vecteur $\boldsymbol{E}$ varie, l'équation (2) n'est plus valable ; Maxwell a montré qu'il fallait l'écrire sous la forme :

$$\text{rot}\,. = \mu_0(\boldsymbol{J} + \boldsymbol{J}_d), \quad (3)$$

en posant :

$$\boldsymbol{J}_d = \varepsilon_0 \frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t}. \quad (4)$$



James Clerk Maxwell (1831-1879), physicien écossais, élève de Faraday, a joué un rôle capital dans l'histoire de la physique. Il a contribué à l'établissement de la théorie cinétique des gaz en étudiant la distribution statistique des vitesses (1860) ; puis il a élaboré la remarquable théorie électromagnétique de la lumière (1865), ouvrant ainsi la voie, sans le savoir, aux futures découvertes d'Einstein. En 1873, il a énoncé les équations résumant l'ensemble des phénomènes électromagnétiques et connus sous le nom d'équations de Maxwell.

Le vecteur $\boldsymbol{J}_d$ est appelé *densité de courant de déplacement*, par analogie avec le vecteur $\boldsymbol{J}$. Le courant de déplacement, qu'on représente par le vecteur $\boldsymbol{D}$, n'est pas un courant électrique au sens d'un déplacement de charges ; c'est une grandeur qui mesure le taux de variation du champ électrique $\boldsymbol{E}$ dans l'espace (par exemple, lorsqu'un condensateur se décharge, il y a des charges en mouvement dans le circuit de décharge, c'est-à-dire *un courant de conduction*, et une décroissance du champ électrique entre les deux plaques, c'est-à-dire un *courant de déplacement* : le champ d'induction magnétique créé dépend des vecteurs $\boldsymbol{J}$ et $\boldsymbol{J}_d$ correspondants).

L'équation (3) s'écrit généralement sous la forme suivante, qui est celle de la deuxième équation de Maxwell :

$$\text{rot}\,\boldsymbol{B} = \varepsilon_0\,\mu_0\,\frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t} + \mu_0\,\boldsymbol{J} \qquad (5)$$

● *Troisième équation.* Les deux premières équations de Maxwell décrivent les phénomènes électromagnétiques proprement dits, lorsqu'il existe des charges en mouvement de densité $\boldsymbol{J}$. Si les charges sont stationnaires, il n'y a pas d'induction magnétique, mais simplement création d'un champ électrique $\boldsymbol{E}$ dans l'espace, conformément à la loi de Coulomb. Appelons ρ la charge volumique (c'est-à-dire la charge par unité de volume) responsable du champ $\boldsymbol{E}$; on montre que la loi de Coulomb peut être remplacée par une loi équivalente dite *théorème de Gauss* (voir p. 82 et la page 175), qui s'exprime aussi sous la forme suivante (troisième équation de Maxwell) :

$$\text{div}\,\boldsymbol{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \qquad (6)$$

(La *divergence* du vecteur $\boldsymbol{E}$ est définie p. 175.)

● *Quatrième équation.* Peut-il exister d'autres sources de magnétisme que les courants électriques ? Autrement dit, peut-on concevoir un vecteur $\boldsymbol{B}$ en dehors de tout champ électrique mobilisant des électrons ? La réponse est non. Elle correspond à l'expérience de l'aimant brisé, prolongée indéfiniment. Ce fait capital, qui peut encore se traduire par : « *le magnétisme n'existe pas en soi, c'est une conséquence de l'existence de charges électriques en mouvement* », s'exprime par la quatrième équation de Maxwell :

$$\text{div}\,\boldsymbol{B} = 0 \qquad (7)$$

Champs électriques et magnétiques dans la matière.

Champs électriques dans la matière.

Toute matière est composée d'atomes ou de molécules, eux-mêmes composés de particules chargées : *protons*, qui portent la charge $+e$, et *électrons* qui portent la charge $-e$. Un atome « normal », une molécule « normale », sont neutres électriquement, c'est-à-dire que la somme algébrique des charges $+e$ et $-e$ qu'ils contiennent est nulle. Si l'équilibre énergétique est modifié, atomes et molécules perdent ou gagnent des charges électriques $-e$: ils sont dits *ionisés.*

Puisque la matière contient des charges électriques, il existe en son sein des potentiels et des champs électriques, que nous allons essayer de calculer. Pour cela nous ne devons pas perdre de vue qu'un morceau de matière, par exemple un cube de verre ou une feuille de papier, contient plus de « vide » que de « plein ». Les particules matérielles composant les atomes et molécules, et porteuses de charges électriques, constituent le « plein » ; entre elles, tant à l'intérieur des atomes qu'entre les atomes, il n'y a que du « vide » : dans un volume de matière, il y a, en gros, 99,99 % de vide.

● *Distribution des charges dans la matière.* Nous nous proposons de calculer le potentiel V en un point $M(x, y, z)$ situé à la distance $\boldsymbol{OM} = \boldsymbol{r}$ de l'origine O d'un référentiel, ce potentiel étant engendré par un système de charges concentrées dans une molécule, au voisinage du point O. Deux cas vont nous intéresser : celui de la molécule neutre, dont la charge totale est nulle, et celui de la molécule ionisée, dont la charge est égale à $\pm ne$, n étant un nombre entier (une molécule ionisée une fois par perte d'un électron porte la charge totale $+e$, etc.). Nous appelons K_0 la charge totale de la molécule considérée :

— Si $K_0 \neq 0$ (molécule ionisée), on montre que le potentiel V_M a pour valeur :

$$V_M \simeq \frac{1}{4\,\pi\varepsilon_0}\,\frac{K_0}{r}. \qquad (1)$$

Cette formule ressemble à la formule (39) p. 175, le signe « $\simeq$ » y remplace simplement le signe « = ». Pourquoi ? Parce que, en fait, chaque charge élémentaire $+e$ ou $-e$ contenue dans la molécule agit électriquement sur le point M, de sorte que la relation exacte donnant V_M est de la forme :

$$V_M = \frac{1}{4\,\pi\varepsilon_0}\left(\frac{K_0}{r} + \frac{K_1}{r^2} + \frac{K_2}{r^3} + \cdots\right), \qquad (2)$$

K_1, K_2, ... étant des grandeurs caractérisant le nombre de charges $+e$ et $-e$ et leur répartition dans l'espace au voisinage du point O. Toutefois, si r est suffisamment grand par rapport aux dimensions de la molécule considérée, on peut négliger les termes en $1/r^2$, $1/r^3$, ... et considérer que la charge globale K_0 est située en O, d'où l'approximation (1).

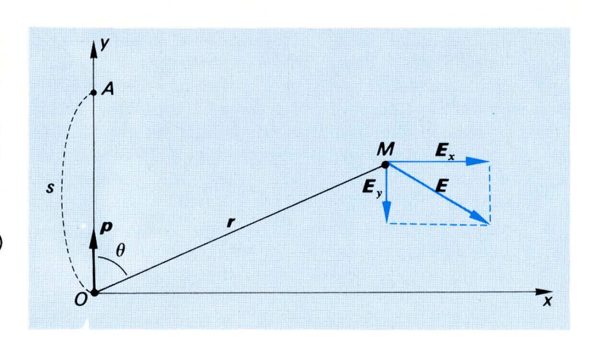
Dans ce cas, la charge totale K_0 est appelée *moment monopolaire* et la distribution de charges constitue ce qu'on nomme un monopôle : tout se passe comme s'il y avait une charge K_0, un pôle électrique, en un point O.

— Si $K_0 = 0$ (molécule neutre), et *dans les cas simples*, on peut remplacer la molécule par un système approché en concentrant toutes les charges positives à l'origine et toutes les charges négatives en un point A à la distance $\boldsymbol{OA} = \boldsymbol{s}$ de l'origine. Supposons qu'il y ait n protons et n électrons, on écrira $q = ne$ et $-q = -ne$. Alors le vecteur :

$$\boldsymbol{p} = q\boldsymbol{s}, \qquad (3)$$

de module qs et qui fait un angle θ avec le vecteur $\boldsymbol{r}$, représente la distribution des charges dans la molécule. On montre alors que le potentiel en M a pour valeur :

$$V_M \simeq \frac{1}{4\,\pi\varepsilon_0}\,\frac{p\cos\theta}{r^2}. \qquad (4)$$



Dipôle électrique.
Le potentiel au point M a pour valeur :

$$V_M \simeq \frac{1}{4\,\pi\varepsilon_0}\,\frac{p\cos\theta}{r^2}$$

Le vecteur $\vec{p} = q\vec{s}$ est le moment dipolaire du dipôle. On fait la figure dans le plan xOy, en supposant que la composante E_z du champ électrique en M était nulle. On démontrerait que les deux autres composantes du champ électrique sont :

$$E_x = \frac{1}{4\,\pi\varepsilon^0}\,\frac{3\,p\sin\theta\cos\theta}{r^3}$$

$$E_y = \frac{1}{4\,\pi\varepsilon_0}\,\frac{p(3\cos^2\theta - 1)}{r^3}$$

L'ensemble des charges $+q$ et $-q$ forme ce qu'on appelle un *dipôle électrique* et le vecteur $\boldsymbol{p}$ est le *moment dipolaire* de la distribution.

— Si $K_0 = 0$, et dans le cas général, la distribution des charges peut encore être représentée par un vecteur $\boldsymbol{p}$ défini par l'intégrale vectorielle :

$$\boldsymbol{p} = \int \boldsymbol{r}'\,\rho\,\mathrm{d}v', \qquad (5)$$

dv' étant un élément de volume au sein de la distribution de charges (c'est-à-dire de la molécule) considérées, ρ est la charge par unité de volume en ce point et $\boldsymbol{r}'$ la distance de ce point à l'origine. Le vecteur $\boldsymbol{p}$ défini par (5) est encore appelé *moment dipolaire* de la distribution. Le potentiel au point M est donné par l'équation (4).

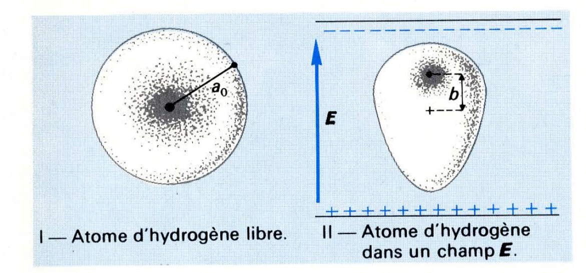
— Il peut se trouver que $K_0 = 0$ et que le moment dipolaire soit nul lui aussi. Dans ce cas, le système de charges est un *multipôle*, et il est caractérisé par une grandeur appelée *moment multipolaire* (cette grandeur n'est pas un vecteur) ; le potentiel dépend alors des termes en $1/r^3$ (s'il s'agit d'un *quadripôle*), en $1/r^4$ (s'il s'agit d'un *octupôle*), etc.

● *Cas de l'atome d'hydrogène.* Cet atome est composé, on le sait, d'un proton (charge $+e$) et d'un électron (charge $-e$). Si nous pouvions photographier cet atome avec un temps de pose extraordinairement petit, de l'ordre de l'attoseconde (1 attoseconde = 10^{-18} s), nous pourrions localiser l'électron à une distance bien déterminée du noyau. Mais cette expérience est impossible, techniquement et théoriquement (en raison des relations d'incertitude de Heisenberg), de sorte que nous ne savons jamais où se trouve l'électron de l'atome d'hydrogène. Les physiciens en ont pris leur parti et, au lieu de dire que l'électron « tourne » autour du noyau, ils se contentent de dire que la charge électrique $-e$ est distribuée d'une manière continue autour du noyau. 50 % de cette charge se trouve dans une sphère de rayon $A_0 = 0{,}53 \times 10^{-10}$ m (0,53 Å) ; 99 % de cette charge se trouve répartie dans une sphère de $2{,}2 \times 10^{-10}$ m de rayon. Dans ce cas, le vecteur $\boldsymbol{p}$, moment dipolaire de l'atome d'hydrogène, prend une infinité de valeurs possibles symétriques (à chaque position A de l'électron correspond une position A' symétrique par rapport au centre de l'atome), et sa valeur moyenne $\overline{\boldsymbol{p}}$ est nulle.

Si l'atome d'hydrogène en question se trouve entre les plaques d'un condensateur où règne le champ électrique $\boldsymbol{E}$, la situation change. La probabilité pour que l'électron se trouve vers la plaque chargée positivement est plus grande que la probabilité pour qu'il se trouve vers la plaque chargée négativement. La distribution statistique de la charge $-e$ n'est plus une sphère, mais une sorte de poire allongée. Dans ce cas, la valeur moyenne $\overline{\boldsymbol{p}}$ du moment dipolaire n'est plus nulle, et l'on montre que :

$$\overline{\boldsymbol{p}} = \alpha\boldsymbol{E}. \qquad (6)$$

La constante α est appelée *polarisabilité atomique*. Dans le cas de l'atome d'hydrogène, elle vaut $4\,\pi\varepsilon_0\,a_0^3$ (a_0 étant le rayon de Bohr, voir p. 95). On mesure la constante α en coulombs-mètres carrés par volt (C.m²/V). L'ordre de grandeur de la polarisabilité atomique est de 10^{-40} C.m²/V.



L'atome d'hydrogène.
La charge — e de l'électron est distribuée d'une façon continue en décroissant du centre vers la périphérie.
1 — Atome à l'état fondamental : la répartition de la charge est de symétrie sphérique.
2 — Atome dans un champ électrique : la distribution de la charge n'est plus symétrique.

● *Notion de susceptibilité électrique.* Nous avons vu, p. 83, que la capacité d'un condensateur plan, dont les plaques étaient séparées par un espace vide, dépendait de la surface A des plaques et de la distance r qui les séparait ; cette capacité est donnée par la relation :

$$C = \varepsilon_0 \frac{A}{r}. \qquad (7)$$

Lorsque l'interplaque est rempli d'une substance matérielle dite *diélectrique*, de permittivité relative ε_r, et de permittivité absolue $\varepsilon(\varepsilon_r = \varepsilon/\varepsilon_0)$, la capacité a pour valeur :

$$C = \varepsilon_r\, \varepsilon_0 \frac{A}{r} = \varepsilon \frac{A}{r}. \qquad (8)$$

En d'autres termes, tout se passe comme si la permittivité du vide était augmentée d'une certaine valeur χ_e, caractéristique du matériau considéré. Ce terme χ_e est appelé *susceptibilité électrique* et on le définit par la relation :

$$\varepsilon = \varepsilon_0 + \chi_e, \qquad (9)$$

ou encore :

$$\chi_e = \varepsilon_r - 1. \qquad (10)$$

Induction magnétique dans la matière.

● *Notion d'ampérien.* On appelle *ampérien* ou *dipôle magnétique* une petite boucle parcourue par un courant électrique. L'induction magnétique **B** produite par ce courant est perpendiculaire au plan de l'ampérien et dirigée selon la règle du tire-bouchon. La face par laquelle le tire-bouchon pénètre dans la surface limitée par la boucle est la *face sud* ; celle dans laquelle il sort est la *face nord*. On appelle I l'intensité du courant et a la surface de la boucle, orientée par le vecteur **a** ; on appelle *moment dipolaire magnétique* de l'ampérien le vecteur :

$$\boldsymbol{m} = I\boldsymbol{a}. \qquad (11)$$

L'intensité m du moment magnétique **m** se mesure en ampères-mètres carrés dans le système SI.

Ampérien.
C'est une boucle de courant, limitant une surface a. L'axe magnétique selon lequel est orienté le vecteur induction magnétique $\vec{B}$ produit par ce courant est perpendiculaire à la surface a, et orienté selon la règle du tire-bouchon. Le vecteur $\vec{a}$, qui représente la surface orientée a est porté par cet axe magnétique.

face Sud
Nord
sens du courant électrique
axe magnétique portant le vecteur **B**
a
Sud



La force de répulsion de deux masses aimantées équilibre le poids placé sur la masse supérieure.

● *Magnétisme de la matière.* Les définitions précédentes sont abstraites ; voici des explications plus concrètes. La quatrième équation de Maxwell nous dit que les propriétés magnétiques de la matière (par exemple le fait qu'un aimant naturel attire la limaille de fer) sont dues à l'existence de courants électriques qui engendrent des champs magnétiques eux-mêmes microscopiques dont la résultante (moyenne) est l'induction magnétique **B** observable expérimentalement. Chaque courant microscopique correspond à un ampérien, dont les propriétés magnétiques sont définies par le vecteur $\boldsymbol{m} = I\boldsymbol{a}$, à partir duquel on peut calculer l'induction magnétique **B** produite. Le système constitue un *dipôle* magnétique.

Un morceau de matière est dit *uniformément aimanté* lorsqu'il contient un très grand nombre de dipôles distribués uniformément et de même orientation. Le *vecteur aimantation* **M** est le produit $\boldsymbol{M} = n\boldsymbol{m}$, n désignant le nombre de dipôles par unité de volume et **m** le moment magnétique de chaque dipôle.

● *Courant libre et courant lié.* On appelle courant libre un courant de production ordinaire ; le courant circulant dans un ampérien est appelé *courant lié* (il s'agit de charges en mouvement dans les atomes et les molécules). Nous désignerons les densités de courant correspondantes par les vecteurs $\boldsymbol{J}_{libre}$ et $\boldsymbol{J}_{lié}$.

Lorsqu'un morceau de matière est aimanté, il existe une relation entre la densité de courant lié $\boldsymbol{J}_{lié}$ (c'est la moyenne de la densité de tous les ampériens distribués dans la matière), le vecteur aimantation **M** et l'induction magnétique produite **B**. On a notamment :

$$\boldsymbol{B} = \mu_0\, \boldsymbol{M}. \qquad (12)$$

Ajoutons, pour les lecteurs familiarisés avec le calcul vectoriel, que la densité de courant lié $\boldsymbol{J}_{lié}$ est reliée au vecteur aimantation **M** par la relation :

$$\boldsymbol{J}_{lié} = \text{rot}\, \boldsymbol{M}. \qquad (13)$$

Si, au courant lié, se superpose un courant libre de densité $\boldsymbol{J}_{libre}$, l'induction **B** produite par le courant total de densité égale $\boldsymbol{J} = \boldsymbol{J}_{lié} + \boldsymbol{J}_{libre}$, a pour valeur :

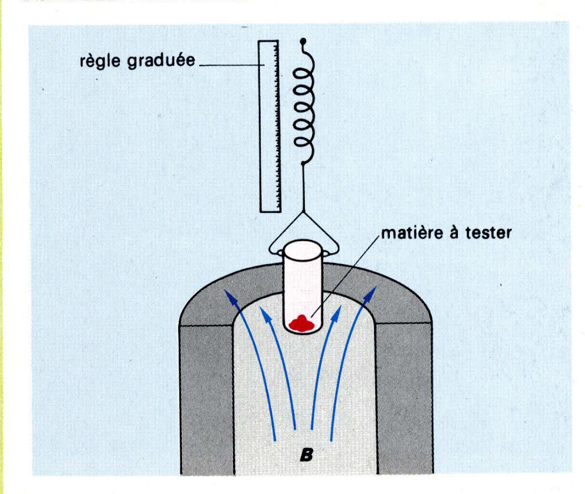
$$\boldsymbol{B} = \mu_0(\boldsymbol{M} + \boldsymbol{H}). \qquad (14)$$

Le vecteur **H**, appelé *vecteur champ magnétique* (ne pas confondre avec le vecteur induction magnétique) est relié à la densité de courant libre par une équation analogue à l'équation (13) :

$$\boldsymbol{J}_{libre} = \text{rot}\, \boldsymbol{H}. \qquad (15)$$

Divers types de magnétismes.

● *Notion de susceptibilité magnétique.* En plaçant une substance à l'intérieur d'un solénoïde où règne un champ d'induction magnétique **B**, on peut mesurer l'effet de ce champ sur les échantillons de matière à l'aide du dispositif schématisé sur la figure ci-dessous.



Dispositif pour mesurer l'effet d'une induction magnétique $\vec{B}$ sur des échantillons de matière. L'échantillon est placé dans un tube à essai suspendu à un ressort ; le champ $\vec{B}$ exerce une force qui se mesure par l'allongement ou le raccourcissement du ressort.

Les vecteurs **M** et **H** étant définis comme ci-dessus (paragraphe *b*), on appelle *susceptibilité magnétique* de la matière considérée le nombre κ (lettre grecque *kappa*) tel que :

$$\boldsymbol{M} = \kappa \boldsymbol{H}. \qquad (16)$$

On définit aussi la susceptibilité magnétique par rapport à la perméabilité magnétique relative $\mu_r = \mu/\mu_0$:

$$\kappa = \mu_r - 1. \qquad (17)$$

● *Diamagnétisme.* Certaines substances (eau, quartz, carbone, sels minéraux, etc.) sont faiblement repoussées par un champ d'induction magnétique ; leur susceptibilité magnétique est constante et négative. Elle est indépendante généralement de la température et de l'état physique du corps.

● *Paramagnétisme.* Les substances paramagnétiques (oxygène, aluminium, sodium, etc.) ont une susceptibilité magnétique $\kappa_m = \kappa/\rho$ qui varie avec la température absolue T de la substance considérée selon la loi de Weiss-Curie lorsque T est très supérieur à Θ

$$K_m = \frac{C}{T - \Theta}, \qquad (18)$$

C étant une constante et Θ une valeur de la température absolue appelée *point de Curie* qui dépend de la nature de la substance considérée, pour T voisin de Θ, la susceptibilité diverge comme $1/(T\text{-}\Theta)^{\gamma}$. L'effet paramagnétique, mesuré à l'intérieur d'un solénoïde à l'aide du dispositif schématisé précédemment, est d'autant plus important que la température absolue T de la substance est plus faible. Le paramagnétisme s'explique aussi par référence au spin de l'électron.

● *Ferromagnétisme.* Un petit nombre de corps, dont les principaux sont le fer, le nickel, le cobalt et leurs alliages, ont des effets magnétiques tout à fait remarquables : on les nomme ferromagnétiques. Ils possèdent un magnétisme permanent en l'absence de tout champ extérieur appliqué, et l'aimantation de ces substances dépend en particulier des traitements qu'elles ont subis avant l'aimantation.

La susceptibilité magnétique κ et la perméabilité magnétique μ d'un corps ferromagnétique ne sont pas constantes ; elles dépendent des aimantations antérieures ; de plus ces coefficients peuvent prendre des valeurs très élevées (entre 100 et 1 000, ou même plus).

L'étude de l'aimantation des corps ferromagnétiques se fait expérimentalement : on mesure l'intensité d'aimantation correspondant à différentes valeurs de l'excitation magnétique inductrice et l'on porte les résultats des mesures sur un graphique (*courbe d'aimantation*). Tous les corps perdent leurs propriétés magnétiques au-delà d'une température appelée *point de Curie* et variable selon les corps (1 040 K pour le fer, 630 K pour le nickel, 1 380 K pour le cobalt). A partir de cette température, les substances deviennent paramagnétiques.


Ph. © B. Couprie, Bruxelles.

Les participants du Septième Congrès de Physique Solvay (Bruxelles, 1933) ; seul Einstein manque à l'appel ! Au premier rang, assis, de gauche à droite : E. Schrödinger, Irène Joliot-Curie, Niels Bohr, A. Joffé, Marie Curie, Paul Langevin, O. W. Richardson, Rutherford, Th. de Donder, Maurice de Broglie, Louis de Broglie, Lise Meitner, J. Chadwick. Au second rang on reconnaît Francis Perrin (debout derrière Schrödinger), avec, à sa gauche, Frédéric Joliot et W. Heisenberg ; Fermi est debout, entre N. Bohr et A. Joffé ; Dirac est le neuvième personnage debout en partant de la gauche ; Pauli est derrière Maurice de Broglie, légèrement en retrait ; le personnage debout derrière Lise Meitner est E. O. Lawrence. (Extrait de l'Histoire générale des Sciences, Paris, PUF, 1957).

PHYSIQUE QUANTIQUE

Dans la nature, en apparence, tout est continu et notre pensée humaine est à l'aise dans cette continuité : nous concevons qu'un segment de droite puisse être divisé à l'infini, ou qu'une variable x puisse prendre une infinité de valeurs x_1, x_2, ... telles que la différence $x_j - x_i$ entre deux valeurs consécutives puisse être rendue plus petite que tout nombre ε donné à l'avance. En fait, quand on y regarde de plus près, il n'en est rien. Un morceau de matière ne se laisse pas découper à l'infini : il est composé de molécules, et les molécules d'atomes, eux-mêmes constitués par des particules dont la charge ou la masse ne semble pouvoir être divisée. Toute charge électrique est égale à un nombre entier de charges élémentaires e. De même, en étudiant les raies spectrales, nous avons constaté que l'énergie émise par un atome sous forme d'ondes électromagnétiques de fréquence f représentait toujours un *nombre entier* de fois le produit hf, h étant la célèbre constante de Planck (voir p. 75). L'étude de l'effet photoélectrique (voir p. 66) nous a montré que l'énergie lumineuse était véhiculée sous forme de quantités discrètes appelées photons. En étudiant les lois de la thermodynamique, nous avons établi que tout système isolé pouvait être le siège d'un nombre extrêmement grand, mais fini, de phénomènes énergétiques, dont nous ne mesurons que l'effet statistique ; etc.

Tous ces phénomènes, qui font ainsi intervenir des *variables discontinues,* sont appelés *quantiques,* et la théorie qui les décrit est appelée *mécanique quantique.* Page 4, nous avons expliqué qu'on pouvait se passer des théories quantiques pour décrire le monde des apparences, mais qu'une approche plus fine de la réalité — au niveau de l'atome et de l'électron — exigeait la description quantique, telle qu'elle a été mise au point entre 1920 et 1930 par les savants dont les noms ont été cités pp. 4-5. Ces théories quantiques vont faire l'objet de ce chapitre, dans lequel nous allons récapituler les résultats rencontrés en cours de route dans ce volume en les intégrant dans une vision générale de l'univers.

DE L'EXPÉRIENCE A LA THÉORIE.

La constante de Planck.

Découverte de la constante de Planck

Nous avons déjà expliqué, p. 76, dans quelles conditions Max Planck découvrit cette fameuse constante h, en 1900. Pour établir la loi qui donne la valeur E de l'énergie rayonnée par un corps parfaitement absorbant (corps noir) en fonction de la température absolue T de ce corps et de la longueur d'onde λ de la radiation émise, Planck introduisit cette idée, révolutionnaire dans la physique de son temps, à savoir que l'énergie rayonnée était un multiple entier du nombre $q = hf$, f étant la fréquence de l'onde émise et h une constante valable universellement. Cette quantité d'énergie indivisible fut appelée un *quantum* d'énergie et Planck en donna une valeur approchée dès 1900 ; la valeur admise de nos jours est, en unités SI :

$$h = 6{,}626\,176 \times 10^{-34}\ \mathrm{J.s} \pm 36 \times 10^{-40}\ \mathrm{J.s.} \qquad (1)$$

En physique atomique, on est souvent conduit à utiliser la constante $h/2\pi$, qu'on écrit sous la forme $\hbar$ (lire « h barre »). On a :

$$\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1{,}054\,588\,7 \times 10^{-34}\ \mathrm{J.s} \pm 57 \times 10^{-41}\ \mathrm{J.s.} \qquad (2)$$

Planck était loin d'imaginer que la constante h allait bouleverser la physique classique, dont il fut longtemps un tenant acharné (il n'a adopté les points de vue quantiques que tardivement, vers 1930). Dès 1905, Einstein se servait de la constante h pour expliquer l'effet photoélectrique, et, en 1916, Millikan parvenait à mesurer la constante de Planck avec une bonne précision, en utilisant précisément l'effet photoélectrique.

Par la suite, on devait découvrir que la constante de Planck intervenait dans la description de bien d'autres phénomènes fondamentaux, qui sont à la base de la physique quantique.

Dimensions de la constante de Planck.

Page 7, nous avons défini l'équation aux dimensions d'une grandeur. Désignons les dimensions fondamentales par M (masse), L (longueur) et T (temps). Dans ce cas une vitesse, quotient d'une longueur par un temps, a la dimension $[L/T] = [LT^{-1}]$; les dimensions d'une accélération sont, de même, $[LT^{-2}]$; celles d'une force, produit d'une masse par une accélération d'après la loi de Newton : $[MLT^{-2}]$; celles d'une énergie (produit d'une force par un déplacement) : $[ML^2T^{-2}]$; celles d'une fréquence $[T^{-1}]$; etc.

La constante de Planck, définie à partir de la relation $q = hf$, est le quotient d'une énergie q par une fréquence f, ses dimensions sont donc :

$$\frac{[ML^2\,T^{-2}]}{[T^{-1}]} = [ML^2\,T^{-2}] \times [T] = [ML^2\,T^{-1}], \qquad (3)$$

soit, en traduisant en clair la première de ces deux équations :

$$\frac{[\text{énergie}]}{[\text{fréquence}]} = [\text{énergie}] \times [\text{temps}]\,. \qquad (4)$$

Dans le système SI, la constante de Planck est donc mesurée en joules-secondes (J.s).

En physique, le produit d'une énergie par un temps est appelé *action* : la constante de Planck a donc les dimensions d'une action.

La constante de Planck et l'électron.

Rappelons que l'électron est une particule électrisée négativement, de masse $m_e \approx 0{,}91 \times 10^{-30}$ kg et de charge $-e$ ($e = 1{,}6 \times 10^{-19}$ C).

● *Moment cinétique orbital de l'électron.* Considérons le modèle simplifié de l'atome d'hydrogène proposé par Niels Bohr en 1913 : un proton central, porteur de la charge $+e$, autour duquel tourne, sur une orbite, un électron porteur de la charge $-e$. Appelons m_e la masse de l'électron, v sa vitesse sur son orbite et r le rayon de cette orbite. La quantité de mouvement de l'électron est un vecteur dont le module a pour valeur :

$$p = m_e v , \qquad (5)$$

et son *moment cinétique orbital* est un vecteur dont le module a pour valeur :

$$b = m_e vr = pr. \qquad (6)$$

D'après les définitions de la mécanique classique, les grandeurs v, p et b, qui peuvent être considérées vectoriellement sous la forme $\boldsymbol{v}, \boldsymbol{p}, \boldsymbol{b}$, décrivent l'état du mouvement de l'électron sur son orbite. Le vecteur $\boldsymbol{b}$ est orienté perpendiculairement au plan de l'orbite selon la règle du tire-bouchon (le tire-bouchon tourne dans le sens du mouvement de l'électron et s'enfonce dans le sens du vecteur $\boldsymbol{b}$).

Il n'est sans doute pas superflu de noter que les dimensions d'un moment cinétique sont :

$$[M] \times \left[\frac{L}{T}\right] \times [L] = [ML^2\,T^{-1}] , \qquad (7)$$

c'est-à-dire les mêmes que celles de la constante de Planck. Cette remarque donne un fondement à l'intuition géniale de Bohr qui, en 1913, posa la condition célèbre appelée *condition de quantification de Bohr* :

le moment cinétique orbital de l'électron d'un atome d'hydrogène se déplaçant sur une orbite circulaire de rayon a_0 lorsque l'atome est dans son état fondamental (équilibre énergétique) est égal à la constante réduite de Planck $h = \hbar/2\pi$ soit :

$$b = m_e v a_0 = \frac{h}{2\pi} = \hbar . \qquad (8)$$

La relation (8) permet de calculer la taille d'un atome d'hydrogène. En effet en écrivant que l'énergie cinétique de l'électron, soit $1/2\, m_e v^2$, est égale à son énergie électrique, soit en valeur absolue $1/2\, e^2/a_0$, on obtient la vitesse v de l'électron sur son orbite :

$$\frac{1}{2} m_e v^2 = \frac{1}{2} \frac{e^2}{a_0} \Rightarrow v = \frac{e}{\sqrt{m_e a_0}} \qquad (9)$$

et, en portant dans (8), on trouve finalement :

$$a_0 = \frac{h^2}{4\pi^2 m_e e^2} . \qquad (10)$$

Si le lecteur aime les calculs, qu'il remplace h par $6{,}626 \times 10^{-34}$, π par 3,1416, m_e par $0{,}91 \times 10^{-30}$ et e par $1{,}6 \times 10^{-19}$; il trouvera le rayon a_0 de l'atome d'hydrogène (simplifié) dans son état fondamental :

$$a_0 = 0{,}53 \times 10^{-10}\ \text{m}\ (0{,}53\ \text{Å}) .$$

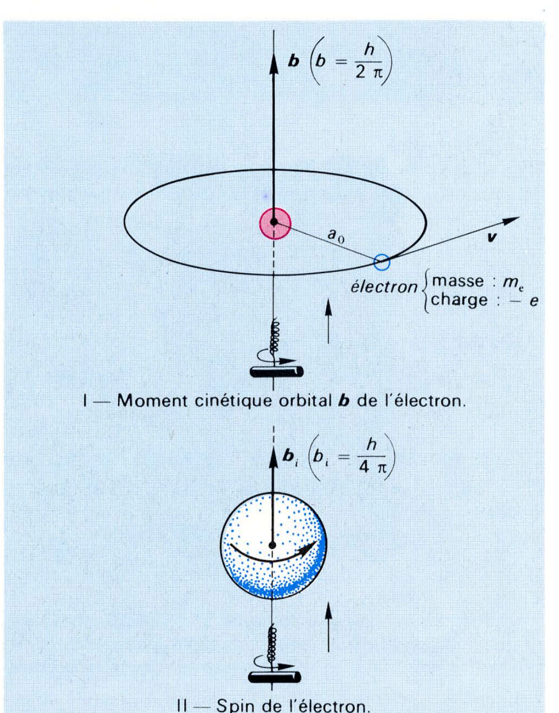
La grandeur a_0 est appelée *rayon de Bohr* ; sa valeur précise actuellement admise est :

$$a_0 = 0{,}529\,177\,06 \times 10^{-10}\ \text{m} \pm 44 \times 10^{-18}\ \text{m} . \qquad (11)$$

● *Spin de l'électron.* En 1925, les physiciens néerlandais Goudsmit et Uhlenbeck ont montré que l'électron est en outre animé d'un mouvement de rotation sur lui-même, à l'instar d'une toupie. On appelle *spin* (en anglais : « faire tourner ») cette propriété. Il lui correspond un *moment cinétique intrinsèque* ou *spin* de l'électron qui est égal à :

$$b_i = \frac{h}{4\pi} = \frac{\hbar}{2} . \qquad (12)$$

Nous voyons apparaître, ici aussi, la constante de Planck.



Moment cinétique orbital et moment cinétique intrinsèque (spin) de l'électron.
I — Moment cinétique orbital : c'est un vecteur $\vec{b}$, ***perpendiculaire au plan de l'orbite, de module*** $b = m_e v a_0 = \hbar$ (m_e ***: masse de l'électron au repos ;*** a_0 ***: rayon de Bohr) dans le cas du modèle semi-classique de l'atome d'hydrogène. Il est orienté selon la règle du tire-bouchon (le tire-bouchon tourne dans le sens de l'électron sur son orbite et s'enfonce dans le sens du vecteur*** $\vec{b}$***).***
II — Spin de l'électron : c'est un vecteur $\vec{b_i}$, ***porté par l'axe de rotation de l'électron, de module*** $b_i = \hbar/2$ ***et orienté selon la règle du tire-bouchon.***

Aperçu sur l'électrodynamique quantique.

Les atomes sont composés de particules chargées d'électricité positive (protons) dans le noyau et d'électricité négative (électrons) en dehors du noyau ; il existe en outre, dans le noyau, des particules neutres (neutrons). Nous allons nous intéresser ici aux électrons (ce qui se passe électriquement et énergétiquement à l'intérieur du noyau, et qui fait l'objet de la *physique nucléaire* sera abordé p. 105). Pour simplifier le problème, nous adopterons le modèle de Bohr de l'atome d'hydrogène en supposant que l'électron de charge $-e$ et de masse au repos m_e tourne sur une orbite circulaire à la vitesse v, petite par rapport à la vitesse de la lumière (ce qui nous permet de nous passer des formules de la relativité et de considérer la masse de l'électron comme constante). Cela fait bien des simplifications et bien des inexactitudes ; mais nous pouvons nous faire une idée approximative de ce qui se passe à l'intérieur de l'atome. Nous affinerons cette connaissance ultérieurement. Pour l'instant, nous montrerons comment l'univers électrodynamique de l'atome d'hydrogène est régi par des lois simples qui contiennent toutes la constante de Planck, ce qui illustre, une fois de plus, si tant est que la chose soit nécessaire, l'importance de cette constante.

Système d'unités naturelles.

Mesurer les grandeurs relatives à l'électron avec les unités du système SI n'est pas très commode, on en conviendra aisément, en considérant l'expression de constantes comme h, m_e ou e. Cherchons donc à définir un système d'unités ou interviennent, en dehors de la masse m_e, les constantes $\hbar$ (ou h) et c (vitesse de la lumière dans le vide). Pour cela, il faut manipuler astucieusement les équations aux dimensions, en retenant que :

$$[\hbar] = [ML^2\,T^{-1}] \qquad (1)$$

et

$$[c] = [LT^{-1}] \qquad (2)$$

Ainsi le quotient $\hbar/mc$ a les dimensions d'une longueur, puisque son équation aux dimensions s'écrit :

$$\frac{[ML^2\,T^{-1}]}{[M] \times [LT^{-1}]} = [L] . \qquad (3)$$

En procédant systématiquement, nous aboutissons au système d'unités suivant, dites *unités naturelles* :

- unité de masse : m_e (masse de l'électron au repos) ;
- unité de longueur : $\dfrac{\hbar}{mc}$;
- unité de temps : $\dfrac{\hbar}{mc^2}$.

Une vitesse est le quotient d'une longueur par un temps, donc l'unité de vitesse sera :

$$\frac{\dfrac{\hbar}{mc}}{\dfrac{\hbar}{mc^2}} = c . \qquad (4)$$

L'unité de quantité de mouvement sera alors : $m_e c$, et l'unité d'énergie $m_e c^2$.

La constante de structure fine.

La *constante de structure fine* α joue un rôle capital en physique atomique ; elle a été introduite par Sommerfeld, en 1915.

Considérons la force de répulsion électrostatique qui existe entre deux électrons distants d'une unité de longueur $\hbar/mc$; d'après la loi de Coulomb, elle a pour intensité :

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{(-e)\,(-e)}{(\hbar/mc)^2} . \qquad (5)$$

L'énergie électrostatique W nécessaire pour amener de l'infini à la distance $r = \hbar/mc$ les deux électrons a pour valeur le produit force × déplacement = Fr, soit :

$$W = Fr = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{e^2}{\hbar/mc} . \qquad (6)$$

Pour exprimer W en unités mc^2 d'énergie, il suffit de diviser ce résultat par mc^2, d'où, en appelant α l'énergie électrostatique ainsi mesurée :

$$\alpha = \frac{W}{mc^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{e^2}{\hbar c} . \qquad (7)$$

La constante α est appelée *constante de structure fine* ; elle joue un rôle fondamental en physique atomique. C'est une grandeur sans dimension, indépendante du système d'unités choisi et qui vaut :

$$\alpha = 0{,}007\,297\,350\,6 \pm 60 \times 10^{-10} . \qquad (8)$$

Il n'est pas inutile de retenir l'approximation :

$$\alpha \approx \frac{1}{137} . \qquad (9)$$

Interactions électrostatiques au sein de l'atome.

L'énergie de l'électron au repos est, conformément à la formule d'Einstein :

$$E = m_e c^2 . \qquad (10)$$

L'énergie électrostatique de répulsion entre deux électrons à l'intérieur de l'atome est égale à $\alpha E = E/137$: elle est donc relativement faible par rapport à E.

On remarquera que la formule (7) donnant α ne fait pas intervenir la masse des particules électriques qui interagissent électrostatiquement. Donc α mesure l'énergie électrostatique de répulsion ou d'attraction de deux particules quelconques porteuses de charges $+e$ ou $-e$ à une distance $\hbar/mc$ (soit $2{,}3 \times 10^{-11}$ cm pour l'électron). Dans le cas de l'atome d'hydrogène, le noyau porte la charge $+e$ et l'électron la charge $-e$; l'énergie électrostatique qui maintient l'électron dans le champ coulombien du noyau est donc égale à $E/137$.

● *Énergie de liaison de l'électron dans l'atome d'hydrogène.* Revenons sur ce qui a été dit pp. 27 et 74, en ce qui concerne l'énergie de liaison de l'atome

d'hydrogène dans son état fondamental. La formule (6) ci-dessus nous permet d'écrire que l'énergie mutuelle des deux particules composant l'atome est égale à $W/2$ en valeur absolue ; la distance entre les deux particules est alors le rayon de Bohr a_0 de l'atome d'hydrogène. Exprimons-nous en unités SI, il vient :

$$E_0 = \frac{W}{2} = \frac{1}{8\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{a_0}. \quad (11)$$

En remplaçant les lettres par leur valeur, on trouverait que l'énergie de liaison de l'état fondamental de l'atome d'hydrogène a pour valeur :

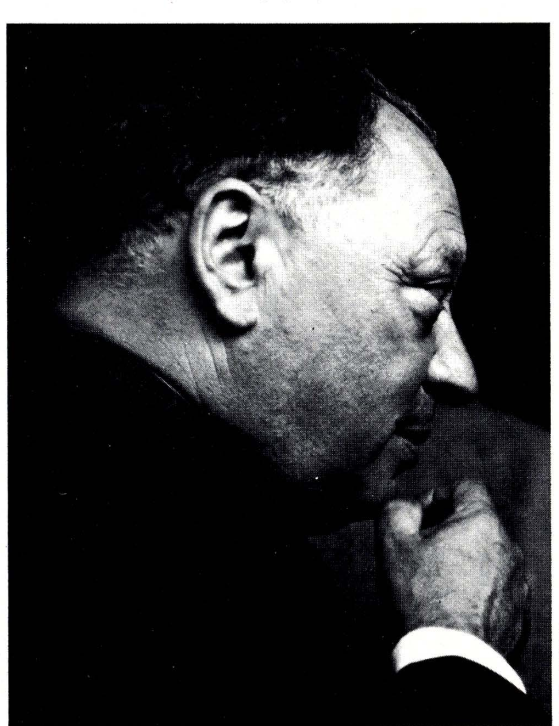
$$E_0 = 0{,}021\,7 \times 10^{-16}\ \text{J} = 13{,}6\ \text{eV}. \quad (12)$$

Phénomènes électromagnétiques à l'intérieur de l'atome.

Page 90, nous avons expliqué que des charges électriques en mouvement engendraient une induction magnétique, qui se manifeste par des actions caractéristiques. Page 93, nous avons appelé *ampérien* un circuit électrique microscopique, de surface a, parcourue par un courant d'intensité I et nous avons dit que l'induction magnétique $\boldsymbol{B}$ créée par l'ampérien pouvait se calculer à partir du vecteur $\boldsymbol{m} = I\boldsymbol{a}$, que nous avons nommé *moment dipolaire magnétique* de l'ampérien. Ce vecteur est orienté par la loi du tire-bouchon qui tourne dans le sens conventionnel du courant électrique et qui s'enfonce dans le sens du vecteur $\boldsymbol{m}$.

Or, à l'intérieur de l'atome d'hydrogène simplifié que nous étudions actuellement, il y a un électron en mouvement, et un électron en mouvement, c'est un courant électrique. Nous allons donc voir se créer une induction magnétique atomique $\boldsymbol{B}$ et, pour l'étudier, nous allons associer à l'électron un moment magnétique qui le caractérise. Toutefois, nous devons noter qu'il existe deux mouvements de l'électron : l'un autour du noyau, sur une orbite circulaire de rayon a_0 dans le cas de l'état fondamental ; l'autre sur lui-même (spin). Nous pouvons donc envisager de munir l'électron de deux moments magnétiques : l'un *orbital* que nous noterons $\vec{\mu}_B$, et l'autre *intrinsèque* (moment magnétique de spin) que nous noterons $\vec{\mu}_e$. Avant de calculer les modules de ces vecteurs, notons que le sens conventionnel du courant électrique est opposé au sens du mouvement des électrons dans un conducteur, car la charge de l'électron est conventionnellement négative. Par conséquent le tire-bouchon qui nous servira à déterminer le sens des moments magnétiques de l'électron tourne dans le sens contraire du tire-bouchon qui nous a servi à orienter le moment cinétique de l'électron. En d'autres termes, les vecteurs moments magnétiques seront de sens opposé aux vecteurs moments cinétiques définis précédemment.

Wolfgang Pauli : on doit à ce physicien suisse le fameux principe d'exclusion et la théorie du neutrino. Prix Nobel de physique en 1945.



● *Le moment magnétique orbital* a pour module $\mu_B = Ia$, a désignant la surface de l'ampérien considéré, c'est-à-dire du cercle de rayon a_0, soit :

$$a = \pi a_0^2. \quad (13)$$

Si l'électron est animé d'une vitesse v, il fait $v/2\pi a_0$ tours d'orbite par seconde et le courant correspondant a pour intensité :

$$I = \frac{ev}{2\pi a_0}. \quad (14)$$

On en tire :

$$\mu_B = Ia = \frac{eva_0}{2}. \quad (15)$$

Par ailleurs, le moment cinétique orbital est $b = m_e v a_0 = n$, d'après la relation (8) p. 95, ci-dessus ; donc :

$$\mu_B = \frac{e}{2\,m_e}b = \frac{e\hbar}{2\,m_e}. \quad (16)$$

La grandeur μ_B est appelée *magnéton de Bohr* ; comme tous les moments dipolaires magnétiques, on l'exprime en ampères-mètres carrés. Dans le système SI, on a :

$$\mu_B = 9{,}274\,078 \times 10^{-24}\ \text{A.m}^2 \pm 36 \times 10^{-30}\ \text{A.m}^2. \quad (17)$$

● *Le moment magnétique de spin* μ_e est voisin de μ_B ; on montre qu'il vaut :

$$\mu_e = \left(1 + \frac{\alpha}{2\pi}\right)\mu_B. \quad (18)$$

Dans le système SI, on a donc :

$$\mu_e = 9{,}284\,832 \times 10^{-24}\ \text{A.m}^2 \pm 36 \times 10^{-30}\ \text{A.m}^2. \quad (19)$$

● *Remarques.*

— Le rapport $\mu_B/\hbar$ du moment magnétique au moment cinétique orbital a pour valeur $e/2\,m_e$. Il est de l'ordre de 10^{11}.

— Le magnéton de Bohr doit être considéré comme une *unité de moment magnétique.* Nous l'avons calculé à partir d'un modèle de l'atome d'hydrogène qui est simplifié (tellement simplifié qu'on doit le considérer comme inexact) : nous savons en effet maintenant que l'électron ne décrit pas une orbite circulaire autour du noyau, mais que sa position, définie par sa distance r à ce noyau, varie d'une manière aléatoire. En conséquence, lorsqu'on dit que le rayon de l'atome d'hydrogène est égal à a_0, on veut simplement dire qu'il y a une probabilité assez grande (nous verrons comment l'exprimer plus tard) pour que l'électron soit à la distance r comprise entre 0 et a_0 du noyau.

— En 1925, Pauli a montré qu'il existait un spin du noyau d'hydrogène (c'est-à-dire du proton) et, plus généralement, un spin du noyau d'un atome quelconque. Dans ces conditions, il doit donc y avoir une induction magnétique produite par le noyau assimilable à un dipôle magnétique de moment magnétique μ_N, appelé *magnéton nucléaire* qui équivaut à :

$$\mu_N = \frac{e\hbar}{2\,m_p}, \quad (20)$$

m_p désignant la masse du proton au repos. Si l'on se reporte à l'équation (16), on peut aussi écrire :

$$\frac{\mu_N}{\mu_B} = \frac{m_e}{m_p}, \quad (21)$$

d'où la valeur de μ_N exprimée en unités μ_B :

$$\mu_N = \frac{m_e}{m_p}\mu_B. \quad (22)$$

Le rapport m_e/m_p des masses de l'électron et du proton au repos est voisin de 1/1 836, donc :

$$\mu_N \approx \frac{\mu_B}{1\,836}. \quad (23)$$

On trouvera les valeurs admises actuellement pour μ_B et μ_N p. 162.

— Les grandeurs $b = \hbar$, μ_B et μ_N définies ci-dessus correspondent à l'état fondamental $r = a_0$ de l'atome. Nous avons vu, p. 76, qu'elles ne pouvaient varier que par quantités discontinues : par exemple, le moment cinétique orbital de l'électron peut être égal à h, $2h$, ..., nh, n étant un entier positif, et *à ces valeurs seulement*. Il existe des lois analogues pour les moments magnétiques de l'électron et du noyau.

Résumé.

Le tableau de la page ci-contre résume les différentes relations qui font intervenir la constante de Planck (h ou $\hbar$) et donnent des *valeurs approchées* que le lecteur peut utiliser dans les calculs courants. Le tableau des *Unités dérivées usuelles,* p. 161, récapitule les valeurs des différentes constantes fondamentales telles qu'on les connaît actuellement.

Niveau d'énergie et structure de l'atome.

Rappels.

● *Le modèle de Bohr.* Pages 75-76, nous avons étudié les *raies spectrales* émises par les atomes, et nous avons été conduits à énoncer les résultats suivants :

1 - Un atome ne peut être observé que dans certains états énergétiques bien définis, dits *stationnaires.* Chaque état est caractérisé par une valeur particulière de l'énergie de liaison de l'atome, appelée *niveau d'énergie* E_1, E_2, ... E_n.

2 - Lorsqu'un atome passe d'un état stationnaire E_i à un autre E_j, il émet ou absorbe une radiation électromagnétique de fréquence f telle que :

$$hf = |E_i - E_j|. \quad (1)$$

Si E_i est plus grand que E_j, il y a passage d'un niveau supérieur à un niveau inférieur, donc *émission* d'un photon hf ; si E_i est inférieur à E_j, le niveau d'énergie de l'atome augmente, et il y a *absorption* d'un photon hf.

3 - Dans le cas de l'atome d'hydrogène semi-classique (Bohr, 1913), l'électron unique tourne autour du noyau central sur une orbite circulaire de rayon r, à la vitesse v ; son moment cinétique orbital $b = m_e vr$ est égal à un nombre entier de fois la constante réduite de Planck $\hbar$; c'est la *condition de quantification* de Bohr :

$$b = m_e vr = n\hbar. \quad (2)$$

Chaque valeur de n (1, 2, ...) définit l'énergie E_n de l'atome et le rayon r_n de l'orbite électronique. Le rayon a_0 de l'orbite la plus petite est obtenu en faisant $n = 1$ dans l'équation (2) ; c'est le fameux *rayon de Bohr.* Les autres orbites possibles ont pour rayon $r_n = n^2 a_0$. L'état énergétique correspondant à l'orbite a_0 est $E_1 = -13{,}6$ eV (le signe « $-$ » indique qu'il s'agit d'une énergie de liaison).

4 - Le passage du niveau E_i au niveau E_j est appelé une *transition* ; il correspond, pour l'électron (dans le modèle semi-classique de Bohr) à un « saut » de l'orbite de rayon r_i à l'orbite de rayon r_j. Ce « saut » est accompagné de l'absorption ou de l'émission d'un photon hf, conformément à l'équation (1).

● *Commentaires.* Le modèle de Bohr est inexact, mais il comporte néanmoins quelques vérités, notamment l'équation (1) qui relie la fréquence émise ou absorbée à un changement de niveau d'énergie, et l'idée que seules certaines transitions sont possibles, les états énergétiques de l'atome d'hydrogène étant :

$$\left\{\begin{aligned} E_1 &= E_0 = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{2}\frac{e^2}{a_0}; \\ E_2 &= \frac{E_0}{4}; \\ E_3 &= \frac{E_0}{9}; \\ &\vdots \\ E_n &= \frac{E_0}{n^2}. \end{aligned}\right. \quad (3)$$

1 - Lorsqu'un atome contient deux électrons ou plus, le modèle de Bohr ne décrit pas toutes les transitions possibles. Expérimentalement cela correspond à ceci : considérons un atome neutre autre que l'hydrogène (donc possédant plus d'un électron) et la

Nom	Symbole	Relation	Valeur approchée en SI	Unités
Perméabilité du vide	μ_0		$4\pi \times 10^{-7}$	H/m
Permittivité du vide	ε_0	$\varepsilon_0 = \dfrac{1}{\mu_0 c^2}$	$8{,}854 \times 10^{-12}$	F/m
Vitesse de la lumière dans le vide	c		3×10^8	m/s
Charge élémentaire	e		$1{,}6 \times 10^{-19}$	C
Masse de l'électron au repos	m_e		$0{,}91 \times 10^{-30}$	kg
Masse du proton au repos	m_p	$m_p = 1\,836\, m_e$	$1{,}67 \times 10^{-27}$	kg
Constante de Planck	h		$6{,}626 \times 10^{-34}$	J.s
Constante réduite de Planck	$\hbar$	$\hbar = \dfrac{h}{2\pi}$	$1{,}055 = 10^{-34}$	J.s
Constante de structure fine	α	$\alpha = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{e^2}{\hbar c} = \dfrac{\mu_0 c e^2}{2h}$	$\dfrac{1}{137}$	sans dimension
Constante de Rydberg	R_∞	$R_\infty = \dfrac{1}{2}\alpha^2 m_e c^2$	$1{,}097 \times 10^7$	m^{-1}
Rayon de Bohr	a_0	$a_0 = \dfrac{\alpha}{4\pi R_\infty}$	$0{,}53 \times 10^{-10}$	m
Moment cinétique orbital de l'électron	b	$b = \hbar$ à l'état fondamental		kg.m²/s
Moment cinétique de spin de l'électron	b_i	$b_i = \dfrac{\hbar}{2}$		kg.m²/s
Magnéton de Bohr	μ_B	$\mu_B = \dfrac{e\hbar}{2 m_e}$	$9{,}27 \times 10^{-24}$	A.m²
Magnéton nucléaire	μ_N	$\mu_N = \dfrac{e\hbar}{2 m_p}$	$5{,}05 \times 10^{-27}$	A.m²
Moment magnétique de l'électron	μ_e	$\mu_e = \left(1 + \dfrac{\alpha}{2\pi}\right)\mu_B$	$9{,}28 \times 10^{-24}$	A.m²
Moment magnétique du proton	μ_p	$\mu_p = 2{,}792\,76\, \mu_N$	$1{,}4 \times 10^{-26}$	A.m²

Grandeurs fondamentales en physique atomique.

transition $E_n - E_m$ entre deux niveaux d'énergie voisins, E_0 étant l'état fondamental :

— selon le modèle de Bohr, une seule raie spectrale est possible, de fréquence f telle que $hf = E_n - E_m$, correspondant à deux orbites de rayon r_n et r_m pour l'électron « sauteur » ;

— en fait, on observe plusieurs raies, de fréquences voisines de f.

Tout se passe comme si le niveau E_n possédait plusieurs valeurs voisines. Cette multiplication des raies est visible avec des spectroscopes de haute résolution : c'est ce qu'on appelle la *structure fine* des raies spectrales.

2 - Pour expliquer ce fait tout en conservant le point de vue quantique introduit par Bohr, Sommerfeld a fait intervenir la considération de la *forme* de l'orbite électronique. Dans le modèle de Bohr, l'orbite est un cercle centré sur le noyau : seul le paramètre r intervient dans le calcul du niveau d'énergie E. Si nous admettons, comme l'a fait Sommerfeld en 1915, que l'orbite est une ellipse dont le noyau occupe un des foyers, il nous faut deux paramètres pour définir la position de l'électron : sa distance r au noyau et l'angle θ du vecteur $\mathbf{r}$ avec le grand axe de l'ellipse. De même qu'à la valeur r est associé le nombre entier n (qui dépend du demi-grand axe de l'ellipse), de même au paramètre θ on peut associer un autre nombre entier l dont on montre qu'il est compris entre 0 et $n - 1$ et qu'il est lié à l'excentricité b/a de l'ellipse.

Les nombres n et l sont appelés *nombres quantiques*, parce qu'ils servent à quantifier (à découper en quantités discontinues) les niveaux d'énergie de l'atome. Le premier est appelé *nombre quantique principal* ; le suivant est le *nombre quantique secondaire* ou encore le *nombre quantique de moment angulaire*.

3 - Le modèle de Sommerfeld, avec deux nombres quantiques n et l, est lui-même insuffisant pour deux raisons :

— Les électrons sont des charges en mouvement, qui possèdent donc un moment magnétique orbital et un moment magnétique de spin (voir ci-dessus, p. 96) ; il faut donc envisager deux nouveaux paramètres pour caractériser totalement un électron dans l'atome, c'est-à-dire deux autres nombres quantiques.

— La notion d'orbite, circulaire ou elliptique, doit être elle-même révisée. Il est en effet possible d'interpréter les nombres quantiques à partir d'une théorie générale de la matière : la *mécanique ondulatoire* de Schrödinger ou la *mécanique matricielle* de Heisenberg (les deux théories sont équivalentes). Selon ces théories, il est impossible de définir avec rigueur la position d'un électron dans l'espace ; tout ce qu'on peut connaître est la *probabilité* $Pr(r)$ pour qu'il se trouve à la distance r du noyau. Dans le cas de l'atome d'hydrogène neutre, la fonction $Pr(r)$ est maximale pour $r = a_0$: le rayon de Bohr doit donc être interprété non pas comme la distance du noyau à l'électron, mais comme la valeur la plus probable de cette distance (voir p. 101).

Représentation des niveaux d'énergie.

● *Diagramme des niveaux d'énergie.* Pour représenter les niveaux d'énergie d'un atome, on a coutume de tracer des *diagrammes des niveaux d'énergie* selon les conventions suivantes :

— Chaque niveau d'énergie est représenté par un petit trait horizontal, à la hauteur du degré de l'échelle qui lui correspond : il porte le nº 1 pour l'état fondamental, le nº 2 pour le niveau supérieur qui suit immédiatement l'état fondamental, etc.

— Comme on vient de le dire, chaque niveau dépendant du nombre quantique n peut présenter plusieurs *états* dépendant du nombre quantique l ; ces états à l'intérieur d'un même niveau peuvent être définis par les valeurs de l ($l = 0$, $l = 1$, etc.). Toutefois, comme ils ont été découverts avant l'établissement des théories quantiques par les spectroscopistes, on a conservé les dénominations employées par ceux-ci :

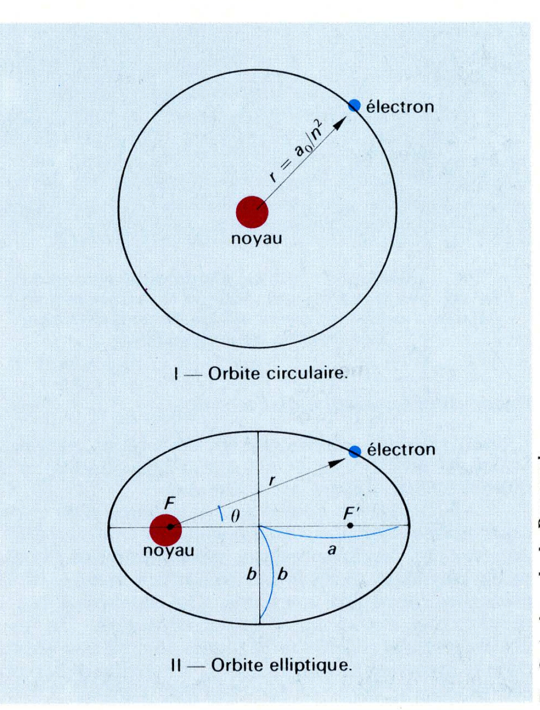
s (initiale de *sharp*), pour $l = 0$;
p (initiale de *principal*), pour $l = 1$;
d (initiale de *diffuse*), pour $l = 2$;
f (initiale de *fundamental*), pour $l = 3$.

Pour $l > 3$, on emploie la suite de l'alphabet (g, pour $l = 4$; h, pour $l = 5$; i, pour $l = 6$; etc.).

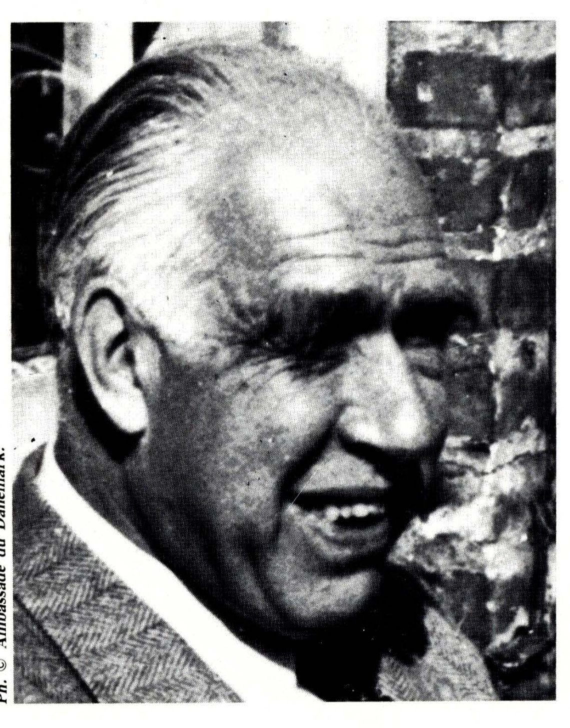
Les valeurs de l sont portées en abscisse, dans l'ordre s, p, d, f.

Le diagramme obtenu est donc composé de petits traits horizontaux disposés en colonnes (colonne s, colonne p, colonne d, colonne f).

Deux orbites possibles pour l'électron.
I — Orbite circulaire : la position de l'électron est définie par le module du vecteur $\vec{r}$, qui dépend du nombre quantique principal n($r_n = a_0/n^2$ dans le cas de l'hydrogène).
II — Orbite elliptique : la position de l'électron est définie par le vecteur $\vec{r}$, dont le module dépend du nombre quantique principal n lié au demi-grand axe de l'ellipse, et par l'angle θ, auquel est associé le nombre quantique de moment angulaire l, tel que $0 \leq l$ entier $\leq n - 1$.



Niels Bohr (1885-1962). Ce physicien danois, qui fut d'abord l'élève de J. J. Thomson et de Rutherford, a énoncé la première théorie quantique de l'atome, en 1913. On lui doit aussi d'avoir animé la vie scientifique européenne, à partir de 1920, à la tête de l'Institut de physique théorique de Copenhague, qui devint La Mecque de la physique quantique. N. Bohr a obtenu le prix Nobel de physique en 1922.



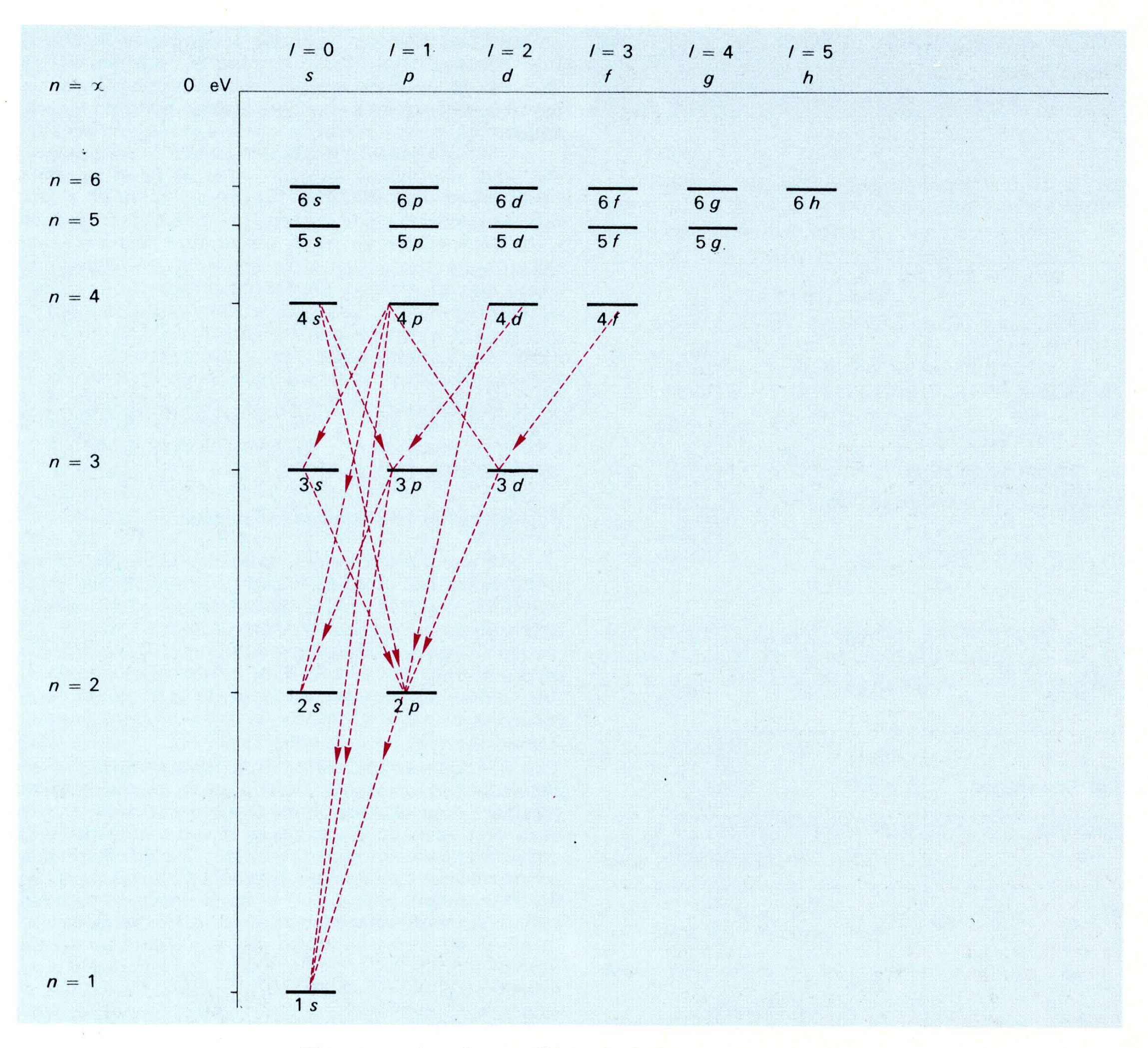
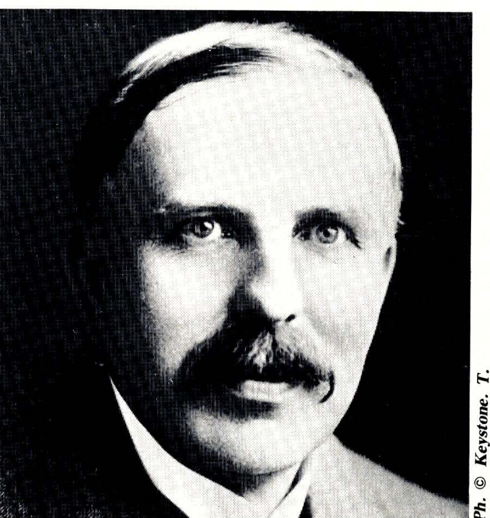


Diagramme des niveaux d'énergie de l'atome d'hydrogène.
***Dans l'état fondamental ($n = 1$), il n'y a qu'une valeur possible de l ($l = 0$) ; le niveau est désigné par le symbole** 1 s.*
Pour** $n = 2$, **il existe deux valeurs possibles de l ($l = 0$, $l = 1$), donc deux traits représentatifs notés** 2p **et** 2s, **et ainsi de suite. Dans l'état fondamental ($n = 1$, $l = 0$), l'énergie de liaison vaut environ – 13,6 eV ; pour $n = \infty$, l'électron est hors de l'atome et $E_n = 0$. On a interrompu l'axe des ordonnées pour respecter l'échelle des énergies : au fur et à mesure que n augmente, l'intervalle E entre deux niveaux d'énergie voisins diminue. On a figuré en tiretés rouges les transitions possibles pour $n \leqslant 4$, qui obéissent aux règles de sélection quantiques (voir texte ci-après).


Ph. © Roger-Viollet. T.


Ph. © Keystone. T.

Ci-dessus : Ernest Rutherford (1871-1937), à qui l'on doit le modèle de l'atome système-solaire (1911) et la première transmutation provoquée (de l'azote en oxygène, en 1919). Au-dessus de lui, Frederick Soddy (1877-1956), qui expliqua dès 1902 la désintégration des atomes. Tous deux ont obtenu le prix Nobel de Chimie, Rutherford en 1908 et Soddy en 1921.

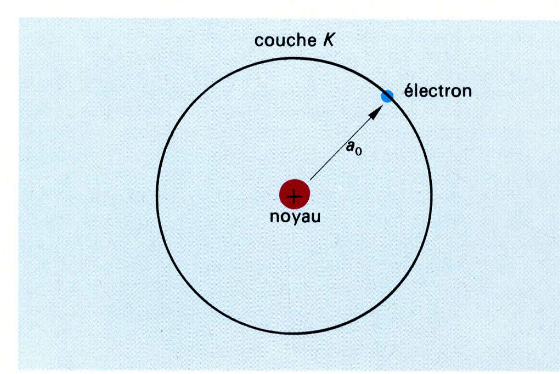
● *Sélection des transitions.* L'expérience montre et les théories quantiques expliquent que les transitions ne se font qu'entre niveaux de colonnes voisines. Ainsi l'atome peut passer de l'état 1*s* aux états 2*p*, 3*p*, ... *np*, mais non pas aux états de la colonne *d* ou de la colonne *f*. De même, d'un niveau de la colonne *p*, l'atome peut passer aux niveaux des colonnes *s* et *d*, mais non pas aux niveaux des colonnes *f*, *g*, etc. De même encore, il ne peut y avoir de transition entre des états d'une même colonne. Il y a donc une *règle de sélection* des transitions qui peut ainsi s'énoncer : la variation Δl du nombre quantique secondaire l est égale à ± 1 lors d'une transition.

● *Vocabulaire.* Retournons à l'image simplifiée de l'atome d'hydrogène, ou, d'une manière plus générale, à celle d'un atome possédant un seul électron et qu'on nomme *hydrogénoïde* (par exemple un atome d'hélium neutre He possède deux électrons ; s'il est ionisé une fois, il devient l'ion He^+, qui est hydrogénoïde, puisqu'il n'y a plus qu'un seul électron dans l'atome).

A l'époque où l'on croyait que les électrons circulaient sur des orbites déterminées, on avait appelé *couches* ces différentes orbites. Dans l'état fondamental ($E_1 = -13{,}6$ eV), l'électron est sur la couche définie par $n = 1$, de rayon a_0 ; on l'appelle la *couche K*, c'est la couche la plus voisine du noyau. Pour $n = 2$, on a théoriquement $r_2 = 4\,a_0$: l'électron se trouve sur la couche *L*, plus extérieure par rapport au noyau que la couche *K* ; et ainsi de suite (couche *M* pour $n = 3$, etc.).

L'existence des états *s*, *p*, *d*, *f*, ... pour un même niveau a imposé d'introduire la notion de *sous-couches*, chaque sous-couche correspondant à une valeur possible de l ($0 \leqslant l \leqslant n - 1$) ; et ainsi de suite.

Dans l'esprit des physiciens de 1915, ces couches et sous-couches avaient une certaine signification géographique et l'on n'hésitait pas à symboliser l'atome d'hydrogène dans son état fondamental par un dessin tel que celui de la figure ci-contre. Depuis 1925/1926, on sait que ce symbole est inexact, puisque l'électron ne parcourt aucune orbite fixe autour du noyau, et que les notions de couches et de sous-couches n'ont de sens qu'énergétique.



Un symbole faux : l'atome d'hydrogène comme on ne doit pas le représenter, puisque le mouvement de l'électron autour du noyau est aléatoire et défini par une fonction de probabilité.

Description quantique de l'atome.

Nous sommes maintenant en mesure de décrire la structure de l'atome, à la lumière des conditions de quantification qui ont été évoquées.

— Un *atome neutre* est un système d'électrons en mouvement autour d'un noyau.

— Le *noyau atomique*, dont l'étude fait l'objet de la physique nucléaire, contient un nombre *A* de particules appelées *nucléons*. Ce nombre *A* est le *nombre de masse* de l'atome considéré. On peut provisoirement concevoir le noyau comme une sphère dont le rayon est de l'ordre de 10^{-15} m (cette dimension est appelée le *fermi*, de symbole fm : 1 fm = 10^{-15} m).

Arnold Sommerfeld (1868-1951), à qui l'on doit l'explication de la structure fine des raies spectrales (1915) et l'introduction du nombre quantique azimutal.


Ph. © Keystone.

Les nucléons se divisent eux-mêmes en deux classes de particules, de masses très voisines : celles qui sont chargées d'électricité positive, ou *protons*, et des particules neutres appelées *neutrons*. Le nombre Z de protons est appelé le *nombre de charge* ou *numéro atomique*. La masse au repos du proton m_p vaut environ 1 836 fois la masse m_e de l'électron au repos ; la masse m_n du neutron est légèrement supérieure à celle du proton (voir p. 161). Puisqu'il y a Z protons et $A - Z$ neutrons, on s'attendait à ce que la masse du noyau atomique soit égale à :

$$M_N = Zm_p + (A - Z)\, m_n\,. \qquad (4)$$

Or il n'en est rien ; la masse du noyau est en fait égale à :

$$M_N = Zm_p + (A - Z)\, m_n - B\,. \qquad (5)$$

La quantité B est appelée *défaut de masse* ; elle correspond à l'énergie E/c^2 de cohésion du noyau (cela est une conséquence de la théorie de la relativité exposée p. 27). Pour les gros noyaux stables, le défaut de masse par nucléon est à peu près constant et a pour valeur :

$$\frac{B}{A} \approx 8 \text{ MeV}\,. \qquad (6)$$

Nous n'en dirons pas plus ici sur le noyau (voir p. 105). Notons simplement que l'énergie de liaison du noyau est, en ordre de grandeur, 1 million de fois plus grande que celle qui retient l'électron dans l'atome, et que sa taille est 100 000 fois plus petite que celle de l'atome. (10^{-15} m au lieu de 10^{-10} m en ordre de grandeur.)

Autour du noyau gravitent Z électrons dont la situation énergétique est définie par quatre nombres quantiques, classiquement désignés par n, l, m, et s.

1 - Le nombre quantique principal n définit le niveau d'énergie E_n de l'atome. A chaque valeur de n correspond un ensemble d'électrons qu'on appelle une *couche* (couches K, L, M, ...).

2 - Le nombre quantique du moment cinétique orbital l détermine le moment cinétique de l'orbite par la condition de quantification :

$$b = l\hbar\,. \qquad (7)$$

Si l'orbite est circulaire, on a $n = l$ et l'équation (7) se réduit à l'équation (2) ci-dessus, c'est-à-dire à la condition de quantification de Bohr. En général $n \neq l$ et l vérifie la relation :

$$0 \leqslant l \text{ entier} < n\,. \qquad (8)$$

Chaque niveau (chaque couche électronique) n présente donc au maximum n valeurs de l ($l = 0$, $l = 1$, ..., $l = n - 1$) ; à chacune de ces valeurs correspond un *état énergétique* : les électrons qui occupent le même état à un niveau donné, c'est-à-dire dans une couche déterminée, forment une *sous-couche*.

3 - Le nombre quantique m est appelé *nombre quantique magnétique* ; il caractérise l'orientation électromagnétique de la trajectoire de l'électron considéré. Nous avons vu en effet, p. 96, qu'un électron en tant que charge en mouvement possédait un moment magnétique μ mesurable à l'aide de l'unité μ_B (magnéton de Bohr). A la condition de quantification (7) pour le moment cinétique correspond une condition de quantification du moment magnétique :

$$\mu = m\mu_B\,, \qquad (9)$$

m pouvant prendre toutes les valeurs entières de $-l$ à $+l$ (le vecteur $\vec{\mu}$ est toujours opposé au vecteur $\boldsymbol{b}$ en l'absence d'induction magnétique extérieure ; l'orientation de l'orbite change si l'atome est soumis à une induction magnétique). Chaque valeur de m définit une *case quantique*. Comme m peut prendre les $2l + 1$ valeurs :

$$-l,\ -(l-1),\ \ldots,\ -1,\ 0,\ +1,\ \ldots,\ (l-1),\ +l$$

et comme chaque couche contient $(n - 1)$ valeurs de l, il y a :

$2l + 1 = 1$ case quantique, pour $l = 0$;
$2l + 1 = 3$ cases quantiques, pour $l = 1$;
⋮
$2l + 1 = (2n - 1)$ cases quantiques, pour $l = n - 1$;

soit :

$$1 + 3 + \cdots + (2n - 1) = n^2 \text{ cases}\,. \qquad (10)$$

Lorsqu'on place une substance émettant des raies spectrales dans l'entrefer d'un puissant électro-aimant, les raies sont décomposées en plusieurs composantes (*multiplets*) : c'est là l'*effet Zeeman*, découvert en 1896, et qui est lié au nombre quantique m.

4 - Le nombre s est appelé *nombre quantique de spin*. Nous avons vu en effet que l'électron possédait un moment cinétique propre $b_i = \hbar/2$, auquel est associé un moment magnétique intrinsèque. Le vecteur l_i est orienté dans un sens ou dans un autre selon le sens de rotation de l'électron dont le spin s, mesuré en unités $\hbar$, peut donc prendre les valeurs $s = -1/2$ et $s = +1/2$. Une case quantique définie par les trois nombres n, l, m peut donc correspondre à deux électrons de spins opposés ; si elle n'est occupée que par un seul électron, celui-ci est dit *célibataire*.

● *Principe d'exclusion de Pauli.* Découvert en 1924, ce principe fondamental dit que, dans un atome, deux électrons ne peuvent pas être dans le même état dynamique. Autrement dit, dans un même atome, il ne peut y avoir deux électrons dont les nombres quantiques :

$$\{n, l, m, s\}$$

soient tous les quatre égaux deux à deux. Une case quantique est saturée quand elle contient deux électrons de spins opposés ; elle ne peut en contenir un troisième, car il aurait un spin égal à $+1/2$ ou à $-1/2$, ce qui violerait le principe de Pauli.

Il en résulte que le nombre total d'électrons sur une couche n est $2n^2$ électrons.

● *Remarques.*

1 - Nous verrons qu'on peut décrire l'état de l'atome d'hydrogène par une fonction dite *fonction d'onde*, dont le calcul introduit naturellement les nombres quantiques de l'atome (voir p. 104). Cette fonction conduit à considérer la position d'un électron dans l'atome non pas comme un lieu déterminé (une *case* quantique repérable dans l'espace), mais comme une *position probable*. Il faut alors renoncer à parler d'orbite, mais de *distribution spatiale probable des électrons* : une telle fonction est appelée une *orbitale*, on la représente graphiquement par un nuage de points, plus ou moins dense selon que la probabilité de présence de l'électron est plus ou moins grande.

2 - Les Z électrons d'un atome n'en sont pas moins répartis en couches (énergétiques et non plus géographiques), en respectant le principe de Pauli. Le nombre de cases quantiques possibles est, on l'a vu, 1 pour $l = 0$, 3 pour $l = 1$, 5 pour $l = 2$, etc. On aura donc :

— Couche K ($n = 1$) : l ne peut prendre que la valeur 0 (état s), et il en est de même pour m. Il existe donc une seule case quantique $1s$ qui peut contenir au maximum deux électrons appariés de spins opposés.

— Couche L ($n = 2$) ; on a maintenant :

$$n = 2 \begin{cases} l = 0\ldots, & m = 0 \quad \rightarrow 1 \text{ case } 2s\,; \\ l = 1\ldots & \begin{Bmatrix} m = -1 \\ m = 0 \\ m = 1 \end{Bmatrix} \rightarrow 3 \text{ cases } 2p\,. \end{cases}$$

— Couche M ($n = 3$) ; le nombre de cases s'établit de la même façon : on obtient une case $3s$, trois cases $3p$ et cinq cases $3d$. Et ainsi de suite.

3 - Exemple : Le néon est un gaz rare de l'air, qui a pour numéro atomique $Z = 10$; il possède donc 10 électrons. Dessinons les cases quantiques en représentant les deux électrons de spins opposés dans une case par deux flèches orientées de sens contraire :

$n = 1$: il n'y a qu'une case $1s$; [↓↑]

$n = 2$: $l = 0$ entraîne $m = 0$, soit la case $2s$; [↓↑]
$l = 1$ entraîne $m = \{-1, 0, 1\}$ soit trois cases $2p$ [↓↑] [↓↑] [↓↑]

En comptant les électrons ainsi répartis, on constate que toutes les cases sont remplies. La formule « électronique » du néon est donc :

$$[1s^2,\ 2s^2,\ 2p^6]\,,$$

les exposants indiquant le nombre d'électrons correspondant à chaque état $1s$, $2s$ et $2p$.

Les ondes de de Broglie.

Remarques mathématiques préliminaires.

● *Grandeurs ondulatoires.* Au nº **535.1**, nous avons dit qu'une onde qui se propage dans l'espace peut être représentée par la fonction d'onde $\Psi(\boldsymbol{r}, t)$ qui indique l'état du point M, défini par le vecteur position $\boldsymbol{r}$ au temps t :

$$\Psi(\boldsymbol{r}, t) = A \cos(\omega t + \varphi)\,. \qquad (1)$$

Nous avons appelé A l'amplitude, $\omega = 2\pi f = 2\pi/T$ la pulsation et φ la phase de l'onde considérée. Nous avons expliqué qu'une onde monochromatique se déplaçait à la *vitesse de phase* v_φ et introduit le concept de *longueur d'onde* $\lambda = v_\varphi/f$. Nous avons aussi défini quelques grandeurs vectorielles utiles pour la description du phénomène ondulatoire : le *vecteur de propagation* $\boldsymbol{k}$, de module $k = 2\pi/\lambda$, orienté comme le vecteur vitesse $\boldsymbol{v}_\varphi$ et le *vecteur d'onde* $\vec{\sigma}$ de module $\sigma = 1/\lambda$, de même orientation. Avec ces notations, la vitesse de phase s'écrit sous la forme $v_\varphi = \omega/k$.

Par ailleurs nous avons considéré le cas général où, en un point M de l'espace, se superposent plusieurs ondes monochromatiques de pulsations, ω_1, ω_2, ..., c'est-à-dire un *paquet d'ondes*. Nous avons exposé que l'onde complexe résultante se propageait avec une vitesse de groupe :

$$u = \frac{d\omega}{dk}\,, \qquad (2)$$

qui n'est pas nécessairement égale à v_φ. Toutefois, pour les ondes électromagnétiques, nous avons montré que, dans le vide, on avait :

$$u = v_\varphi = c\,. \qquad (3)$$

On peut mettre en évidence le caractère ondulatoire d'un phénomène en réalisant une expérience d'interférence ou de diffraction. Pour cela il faut faire tomber le faisceau supposé ondulatoire sur un réseau — une sorte de « passoire » — d'autant plus fin que la longueur d'onde λ est plus petite.

● *Représentation complexe.* Un nombre complexe est de la forme $a + bi$, a et b étant deux nombres réels et i un symbole défini par $i^2 = -1$. On montre, en mathématiques, qu'une fonction de la forme (1) peut aussi s'exprimer sous la forme complexe :

$$\Psi(\boldsymbol{r}, t) = a \exp(i\boldsymbol{r}\,.\,\boldsymbol{k} - i\omega t)\,, \qquad (4)$$

où a représente l'amplitude constante de l'onde, $\boldsymbol{r}$ la position du point M dont l'état varie ondulatoirement, $\boldsymbol{k}$ le vecteur de propagation et ω la pulsation. Le produit $\boldsymbol{r}.\boldsymbol{k}$ est le produit scalaire des vecteurs $\boldsymbol{r}$ et $\boldsymbol{k}$. La phase φ de l'onde a pour valeur $\varphi = (\boldsymbol{r}.\boldsymbol{k} - \omega t)$. La notation « exp » indique la fonction exponentielle :

$$\exp(y) = e^y\,. \qquad (5)$$

La forme (4) semble peut-être à nos lecteurs une complication inutile : il n'en est rien, on s'en doute, car le calcul sur les fonctions exponentielles présente de nombreux avantages du point de vue de l'analyse. Quoi qu'il en soit, si le fait d'écrire une onde sous la forme (4) vous paraît incompréhensible, ne l'écrivez pas ainsi, et contentez-vous de retenir qu'une onde est caractérisée par sa longueur d'onde λ et par sa phase φ.

L'hypothèse de de Broglie.

● *Interactions matière-lumière.* Lorsqu'une onde lumineuse, de fréquence f supérieure à une fréquence seuil f_0, frappe un morceau de matière, elle peut en expulser des électrons : c'est *l'effet photoélectrique*, expliqué p. 66. Inversement, lorsque des électrons doués d'une énergie cinétique suffisante, supérieure à une énergie seuil E_0, frappe un morceau de matière, celle-ci émet des rayons X, c'est-à-dire de la lumière. La symétrie de ces deux types d'interactions a frappé Louis de Broglie qui a cherché à généraliser l'hypothèse d'Einstein sur les photons.

Einstein, en effet, avait montré en 1905 que la lumière était un phénomène à la fois ondulatoire (c'est-à-dire présentant des interférences) et corpusculaire (véhiculant des photons d'énergie hf). De Broglie proposa de considérer une particule comme un phénomène à la fois corpusculaire (on peut la situer dans l'espace par ses coordonnées) et ondulatoire. Telle est l'hypothèse célèbre énoncée par ce physicien en 1923. A tout corpuscule on peut associer une onde

de longueur d'onde λ, représentable par une fonction Ψ_B (l'indice B — initiale de « Broglie » — sera justifié p. 102).

Pour compléter cette hypothèse, il faut en outre pouvoir répondre aux deux questions suivantes :

1 - Quelle est la valeur de la longueur d'onde λ associée à un corpuscule ?

2 - Quelle est la nature de l'onde associée ?

Nous répondrons ici à la première question seulement ; la seconde question trouvera sa réponse p. 103.

● *Longueur d'onde de de Broglie.* De Broglie a supposé que la relation $E = hf = \hbar\omega$, valable pour le photon animé d'une vitesse *c*, était aussi valable pour une particule de masse *m*, d'énergie *E* et de vitesse $\boldsymbol{v}$. Or nous avons vu, p. 61, que le photon associé à une lumière de longueur d'onde λ et de vecteur de propagation $\boldsymbol{k}$ ($k = 2\pi/\lambda$) avait une quantité de mouvement $\boldsymbol{p}$ telle que :

$$\boldsymbol{p} = \hbar \boldsymbol{k}, \quad (6)$$

dont la valeur absolue est donc :

$$p = \frac{h}{2\pi} \times \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{h}{\lambda}. \quad (7)$$

Si la relation (6) est valable pour une particule de masse *m* et de vitesse $\boldsymbol{v}$, on doit avoir, en appelant $\boldsymbol{k}$ le vecteur de propagation de l'onde associée à la particule :

$$m\boldsymbol{v} = \hbar \boldsymbol{k}, \quad (8)$$

d'où l'on tire la relation scalaire :

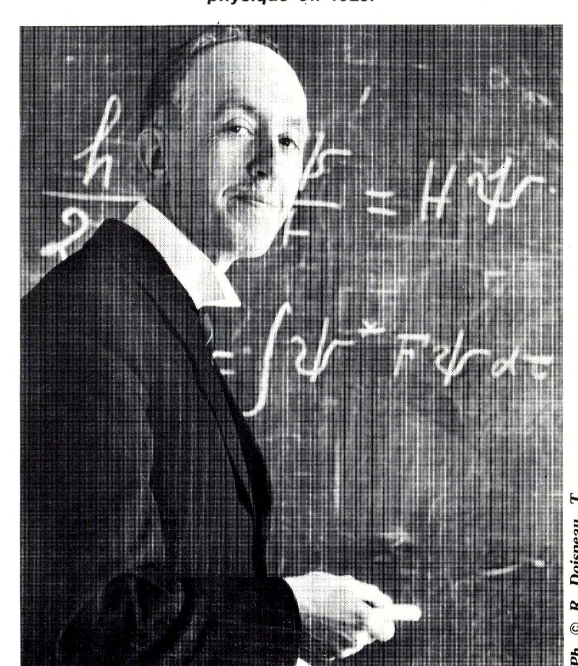
$$mv = \frac{h}{2\pi} \times \frac{2\pi}{\lambda} \quad (9)$$

et finalement :

$$\boxed{\lambda = \frac{\quad}{mv}.} \quad (10)$$

La longueur d'onde donnée par (10) est appelée *longueur d'onde de de Broglie* ; elle caractérise l'onde associée à la particule de masse *m*.

Louis de Broglie (né en 1892). L'un des fondateurs de la mécanique ondulatoire ; avec Heisenberg, Schrödinger et Dirac, il a transformé la conception traditionnelle des lois de l'univers. Prix Nobel de physique en 1929.



Ph. © R. Doisneau. T.

● *L'onde associée* à une particule se déplaçant à la vitesse *v* est en fait un paquet d'ondes et *v* désigne la vitesse de groupe de ce paquet d'ondes. Au point *M* défini par le vecteur $\boldsymbol{r}$, cette onde peut être représentée par la fonction $\Psi_B(\boldsymbol{r}, t)$ telle que :

$$\Psi_B(\boldsymbol{r}, t) = a \exp(i\boldsymbol{r} \cdot \boldsymbol{k} - i\omega t), \quad (11)$$

comme on l'a dit plus haut, à la relation (4).

● *Remarque.* Dans l'équation (10), nous avons supposé la masse *m* de la particule constante, ce qui n'est plus vrai si la vitesse *v* devient grande par rapport à la vitesse de la lumière. Dans ce cas, la masse $m(v)$ est liée à la masse *m* au repos par la relation relativiste :

$$m(v) = \frac{m}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad (12)$$

comme on l'a expliqué p. 12. La quantité de mouvement relativiste a alors pour valeur :

$$p = \frac{mv}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (13)$$

et la longueur d'onde de de Broglie s'écrit :

$$\lambda = \frac{h}{mv} \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}. \quad (14)$$

Cette relation est équivalente à :

$$\lambda = \frac{h}{mc} \frac{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}{v/c}. \quad (15)$$

On peut aussi montrer que si *E* représente l'énergie totale de la particule, la longueur d'onde de de Broglie s'écrit sous la forme :

$$\lambda = \frac{hc}{\sqrt{E^2 - m^2 c^4}} = \frac{h}{p} \quad (16)$$

● *Exemple.* Considérons l'électron de l'atome d'hydrogène dans son état fondamental. Il possède l'énergie cinétique $K = 13{,}6$ eV, et sa masse au repos est m_e. On a, en admettant l'approximation non relativiste (*v* petit devant *c*) :

$$K = \frac{1}{2} m_e v^2, \quad (17)$$

d'où successivement :

$$m_e v^2 = 2K ; \quad m_e^2 v^2 = 2Km_e ; \quad m_e v = \sqrt{2Km_e} ; \quad (18)$$

et l'onde associée a pour longueur d'onde :

$$\lambda = \frac{h}{m_e v} = \frac{h}{\sqrt{2Km_e}}. \quad (19)$$

Avec 1 eV ≈ $1{,}602 \times 10^{-19}$ J et $m_e \approx 0{,}91 \times 10^{-30}$ kg, on a donc :

$$\lambda \approx \frac{6{,}626 \times 10^{-34}}{\sqrt{2 \times 13{,}6 \times 1{,}602 \times 0{,}91 \times 10^{-49}}} \approx 3{,}33 \times 10^{-10}\ \text{m} = 3{,}33\ \text{Å}. \quad (20)$$

On remarque que 3,33 Å ≈ $2\pi a_0$, a_0 étant le rayon de Bohr (voir p. 95). On retrouve donc ici, sous une autre forme, la condition de quantification de Bohr : l'onde associée à l'électron doit être telle que l'on ait $2\pi r = n\lambda$ (*n* entier).

Mise en évidence des ondes associées aux électrons.

Pour montrer qu'un phénomène ondulatoire existe, il faut pouvoir réaliser des expériences d'interférences ou de diffraction, c'est-à-dire disposer d'un réseau dont la finesse doit être en accord avec la petitesse de la longueur d'onde λ de l'onde étudiée. Comme on l'a déjà expliqué à propos des rayons X (voir p. 78), les cristaux présentent des arrangements d'atomes très particuliers : en envoyant un faisceau d'électrons sur un tel cristal, il y a réflexion du faisceau sur les atomes, le faisceau réfléchi faisant un angle θ avec le faisceau incident.

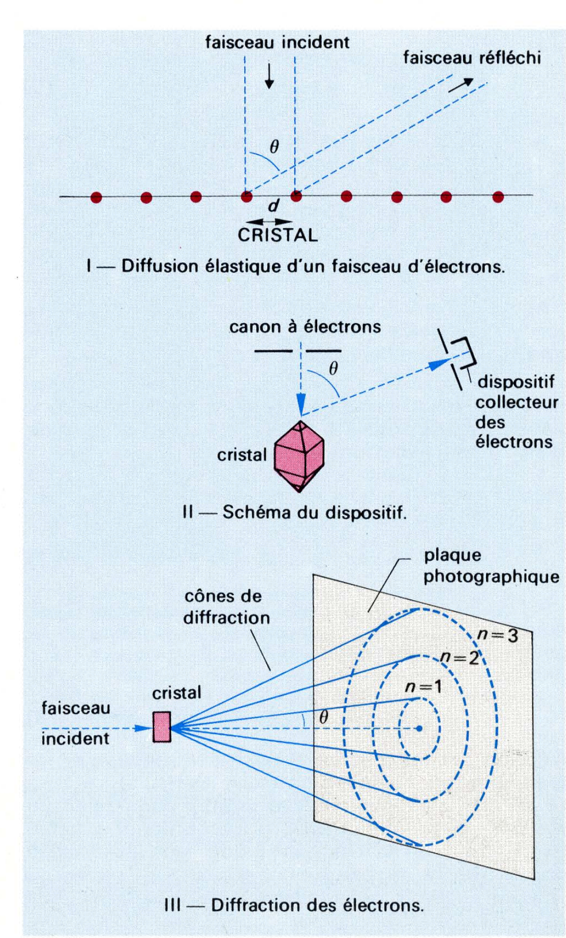
Si les ondes associées aux électrons existent, elles sont diffractées par les atomes du réseau cristallin. Pour certaines valeurs de l'angle θ, les ondes diffractées s'ajoutent (interférences constructives), pour d'autres elles s'annulent (interférences destructives). D'après les lois générales de la diffraction, il y a interférences constructives si :

$$d \sin\theta = n\lambda \quad (n = \text{entier}). \quad (21)$$

En opérant sur des cristaux de nickel ($d = 2{,}15 \times 10^{-10}$ m), on constate que l'on obtient une première interférence constructive pour $\theta = 50°$, ce qui correspond à la longueur d'onde ($n = 1$) :

$$\lambda = d \sin\theta \approx 1{,}65 \times 10^{-10}\ \text{m} = 1{,}65\ \text{Å}. \quad (22)$$

Ce genre d'expérience a été réalisé en 1925 et 1927 par Davisson et Germer à New York. Les électrons diffractés et les ondes associées étant reçus sur une plaque photographique, sur laquelle on observe des anneaux de diffraction caractéristiques (voir figure ci-dessous et photographie à la page ci-contre).



Diffraction des électrons.
I — Un faisceau incident rencontrant un alignement régulier d'atomes est dévié d'un angle θ par diffusion élastique du faisceau.
II — Schéma du dispositif : le faisceau électronique tombe sur un échantillon de cristal, qui diffuse les électrons selon les génératrices d'un cône de demi-angle au sommet θ. Il y a interférence constructive si d sin θ = nλ. On opère dans le vide pour éviter la diffusion des électrons par l'air.
III — La figure de diffraction a été faite dans l'espace ; on a tracé quelques cônes d'interférences constructives. Leur intersection avec la plaque photographique donne une figure d'interférence faite de cercles brillants concentriques.

L'équation de Klein-Gordon.

Ainsi donc une particule — l'électron ou toute autre particule connue — de masse *m*, de vitesse $\boldsymbol{v}$ et d'énergie *E* se manifeste soit par des propriétés dites *corpusculaires*, c'est-à-dire qu'on peut la définir par son vecteur position $\boldsymbol{r}$, ou, ce qui revient au même, par ses coordonnées (*x*, *y*, *z*), soit par des propriétés *ondulatoires*. Une particule est *à la fois* un corpuscule (*x*, *y*, *z*) et une onde de longueur d'onde $\lambda = h/p$, mais les expériences que nous pouvons imaginer ne nous la montre jamais *en même temps* sous ces deux aspects.

Nous allons chercher maintenant à exprimer la fonction d'onde Ψ_B associée à une particule. Comme c'est un problème difficile, nous allons d'emblée le simplifier en considérant une seule particule dans le vide. En un point défini par le vecteur $\boldsymbol{r}$, l'onde-particule est représentée par la fonction :

$$\Psi_B(\boldsymbol{r}, t, \boldsymbol{p}),$$

$\boldsymbol{p}$ étant le vecteur quantité de mouvement $\boldsymbol{p} = m\boldsymbol{v}$ de la particule : il intervient dans la fonction d'onde, puisque la longueur d'onde de l'onde Ψ_B a précisément pour valeur h/p.

On peut montrer que la fonction Ψ_B représentant une particule libre dans le vide doit satisfaire à une équation différentielle appelée *équation de Klein-Gordon,* qui fait intervenir les dérivées secondes de la fonction Ψ_B par rapport aux coordonnées (x, y, z, t) de la particule.

Pour les lecteurs qu'un petit calcul différentiel n'effraye pas, voici comment on obtient cette équation :

1 - C'est une équation qui doit être vérifiée pour toute onde plane de la forme :

$$\Psi_B = \exp(\mathrm{i}\boldsymbol{r}.\boldsymbol{p} - \mathrm{i}\omega t). \quad (23)$$

2 - C'est une équation dans laquelle $\boldsymbol{p}$ n'intervient pas, puisqu'elle doit convenir à toute onde plane quel que soit son vecteur quantité de mouvement. D'autre part, elle doit aussi convenir à toute combinaison linéaire d'ondes planes (c'est-à-dire à toute combinaison linéaire de fonctions Ψ_B), c'est donc une équation différentielle linéaire.

3 - En dérivant deux fois l'équation (23) par rapport au temps, on obtient :

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} = -\omega^2 \Psi. \quad (24)$$

4 - En dérivant deux fois l'équation (23) par rapport aux variables (x, y, z) on obtient, en appelant p_x, p_y, p_z les composantes du vecteur $\boldsymbol{p}$:

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} = -p_x^2 \Psi ; \quad \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} = -p_y^2 \Psi ; \quad \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2} = -p_z^2 \Psi. \quad (25)$$

5 - L'énergie totale $E = hf = \hbar\omega$ de la particule est donnée par la relation relativiste :

$$E^2 = m^2 c^4 + p^2 c^2, \quad (26)$$

qui, exprimée dans un système d'unités où $\hbar = c = 1$, devient :

$$\omega^2 = m^2 + p^2, \quad (27)$$

d'où :

$$\omega^2 - p^2 = m^2. \quad (28)$$

Les équations (24) et (25) combinées donnent alors :

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} - \left(\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2}\right) = -\omega^2 \Psi_B + p^2 \Psi_B = (p^2 - \omega^2)\Psi_B, \quad (29)$$

soit, en tenant compte de la relation (28) :

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} - \left(\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2}\right) = -m^2 \Psi_B. \quad (30)$$

C'est l'équation de Klein-Gordon (voir pp. 176-177). On peut l'écrire aussi en utilisant l'opérateur ∇^2 (*laplacien*) défini p. 176.

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} - \nabla^2 \Psi_B = -m^2 \Psi_B, \quad (31)$$

étant bien entendu que Ψ_B est la fonction vectorielle $\Psi_B(\boldsymbol{r}, t, \boldsymbol{p})$.

Toute onde plane de la forme (23) et toute combinaison linéaire d'ondes planes de la forme (23) satisfont à l'équation de Klein-Gordon. En particulier, une onde de de Broglie qui est une superposition d'ondes planes de la forme :

$$\Psi_B = a_1 \psi_1 + a_2 \psi_2 + \cdots + a_n \psi_n \quad (32)$$

satisfait à l'équation de Klein-Gordon.

6 - Si on utilise un système d'unités dans lequel $\hbar$ et c ne sont pas égaux à 1 (c'est le cas dans le système SI par exemple), l'équation (31) s'écrit, en introduisant ces constantes :

$$\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} - \nabla^2 \Psi_B = -\left(\frac{mc}{\hbar}\right)^2 \Psi_B. \quad (33)$$

Figure de diffraction électronique, obtenue en envoyant un faisceau d'électrons sur un cristal de bisulfure de molybdène.



Ph. © J. J. Trillat - Palais de la Découverte - Photeb.

LES THÉORIES QUANTIQUES.

Tous les systèmes de la nature, de l'électron aux ensembles de galaxies, sont composés de particules qui sont en fait des ondes-particules dans un état dynamique donné, et séparées par du vide. La mécanique classique étudie plus spécialement l'aspect corpusculaire de ces particules et conduit notamment à la définition du vecteur $\boldsymbol{p}$. L'interprétation statistique du vecteur $\boldsymbol{p}$ d'un ensemble de particules constitue le vaste chapitre de la physique statistique, dont la thermodynamique est le fleuron le plus célèbre. La physique des ondes, en revanche, étudie l'aspect ondulatoire des particules, qu'on appelle des photons quand il s'agit d'ondes électromagnétiques.

La description finale des états dynamiques de la matière consiste donc à écrire la fonction $\Psi_B(\boldsymbol{r}, t ; \boldsymbol{p})$ qui représente une onde-particule. Quand on connaît cette fonction, on en tire toutes les lois physiques auxquelles participe cette onde-particule et, par une extrapolation statistique, les lois générales de la nature.

Les théories quantiques sont des méthodes pour calculer et interpréter les fonctions Ψ. La théorie de Heisenberg (1925-1926), ou *mécanique matricielle,* aborde le problème d'une manière très abstraite en considérant l'ensemble algébrique des fonctions Ψ ; cet ensemble est un *espace vectoriel complexe linéaire,* dont les éléments — baptisés *kets* par Dirac — sont les fonctions Ψ auxquelles on applique les règles du calcul matriciel. La théorie de Schrödinger (1926) ou *mécanique ondulatoire,* aborde le problème d'une manière plus classique et débouche naturellement sur l'interprétation probabiliste des lois physiques.

Les relations d'indétermination de Heisenberg.

Établissement des relations d'indétermination.

Page 56, nous avons écrit les *relations de Fourier* sous la forme :

$$\begin{cases} \Delta\omega . \Delta t \geqslant 2\pi \\ \Delta k_x . \Delta x \geqslant 2\pi \\ \Delta k_y . \Delta y \geqslant 2\pi \\ \Delta k_z . \Delta z \geqslant 2\pi \end{cases} \quad (1)$$

caractérisant un train d'ondes limité dans l'espace au volume $V = \Delta x . \Delta y . \Delta z$, $\Delta\omega$ étant la bande de pulsation du paquet d'ondes et $\Delta\boldsymbol{k}$ l'intervalle de variation du vecteur $\boldsymbol{k}$ de composantes k_x, k_y et k_z.

Considérons un corpuscule d'énergie E et de vecteur quantité de mouvement $\boldsymbol{p}$; appelons ω et $\boldsymbol{k}$ la pulsation et le vecteur d'onde de l'onde de de Broglie associée au corpuscule. On a :

$$\begin{cases} E = hf = \hbar\omega ; \\ \boldsymbol{p} = \hbar\boldsymbol{k}. \end{cases} \quad (2)$$

La deuxième relation est vectorielle ; elle donne, en appelant p_x, p_y et p_z les composantes scalaires du vecteur $\boldsymbol{p}$:

$$\begin{cases} p_x = \hbar k_x ; \\ p_y = \hbar k_y ; \\ p_z = \hbar k_z . \end{cases} \quad (3)$$

A partir de (2) et (3), on peut aussi écrire :

$$\begin{cases} \Delta E = \hbar\,\Delta\omega ; \\ \Delta p_x = \hbar\,\Delta k_x ; \\ \Delta p_y = \hbar\,\Delta k_y ; \\ \Delta p_z = \hbar\,\Delta k_z . \end{cases} \quad (4)$$

D'où, par comparaison avec (1) et en notant que $2\pi\hbar = h$:

$$\begin{cases} \Delta E . \Delta t \geqslant h ; \\ \Delta p_x . \Delta x \geqslant h ; \\ \Delta p_y . \Delta y \geqslant h ; \\ \Delta p_z . \Delta z \geqslant h . \end{cases} \quad (5)$$


Ph. © Keystone. T.

L'Allemand Werner Heisenberg (1901-1976) n'était encore qu'assistant de physique à l'université de Göttingen lorsqu'il publia son premier article sur la mécanique quantique (1925). La mécanique matricielle de Heisenberg est une formulation algébrique de la mécanique quantique ; elle consiste à décrire l'état dynamique d'une particule à l'aide d'un vecteur appartenant à un espace vectoriel complexe (« espace » est pris au sens de structure algébrique), c'est Max Born — dont Heisenberg était alors l'assistant — et Pascal Jorduan qui développèrent les rapports des théories de Heisenberg avec la théorie mathématique des matrices. Il a obtenu le prix Nobel de physique en 1932.

Ces quatre inéquations constituent les *relations d'indétermination de Heisenberg.* Elles expriment qu'on ne peut déterminer *simultanément* avec la même précision le vecteur position $\boldsymbol{r}(x, y, z)$ et le vecteur quantité de mouvement $\boldsymbol{p}$; si l'incertitude $\Delta \boldsymbol{r}$ sur $\boldsymbol{r}$ est très petite, alors l'incertitude Δp_x sur la composante p_x sera au moins égale à $h/\Delta x$, c'est-à-dire relativement grande et inversement.

Heisenberg a établi ces relations en 1927, en analysant les imperfections théoriques de tout processus de mesure.

Exemple.

D'après la théorie de Bohr, nous savons que l'électron est confiné dans une sphère centrée sur le noyau et dont le rayon est de l'ordre de 10^{-10} m. L'ordre de grandeur des incertitudes Δx, Δy, Δz sur les coordonnées de l'électron est donc aussi de 10^{-10} m $= 1$ Å.

D'après les relations d'indétermination de Heisenberg, on doit avoir :

$$\Delta x \,.\, \Delta p_x \geqslant h\,, \tag{6}$$

d'où :

$$\Delta p_x \geqslant \frac{h}{\Delta x}\,. \tag{7}$$

Comme $p_x = m_e v_x$ (m_e : masse de l'électron ; v_x : composante de la vitesse de l'électron selon Ox), l'équation (7) est équivalente à :

$$\Delta v_x \geqslant \frac{h}{m_e \, \Delta x}\,. \tag{8}$$

Soit, en remplaçant h et m_e par leur valeur, et avec $\Delta x = 1$ Å :

$$\Delta v_x \geqslant \frac{6{,}626 \times 10^{-34}}{0{,}91 \times 10^{-30} \times 10^{-10}} \approx 7{,}3 \times 10^6 \text{ m/s} = 7\,300 \text{ km/s}\,, \tag{9}$$

soit environ un tiers de sa vitesse propre. Cette imprécision sur la vitesse de l'électron à l'intérieur de l'atome est énorme (plus de 2 % de la vitesse de la lumière).

La mécanique ondulatoire de Schrödinger et sa généralisation.

Remarques préliminaires.

● *L'énergie de liaison* d'un système atomique ou moléculaire est de l'ordre de quelques électronvolts ; l'énergie électrostatique de répulsion entre deux électrons à l'intérieur d'un atome est de quelques milliers d'électronvolts. Comparons ces grandeurs à l'énergie massique d'un électron au repos, $E = m_e c^2$:

$$E = m_e c^2 = 0{,}91 \times 10^{-30} \times 9 \times 10^{16} \approx 0{,}5 \text{ MeV}\,. \tag{1}$$

Pour qu'il y ait création d'une paire de particules porteuses de charges opposées et de masse m_e (électron négatif + électron positif), il faut disposer d'une énergie de 1 MeV ; l'annihilation de ces deux particules produirait de même une énergie de 1 MeV. Ces ordres de grandeur énergétique n'existent pas au sein des atomes et des molécules : nous pouvons donc admettre, pour décrire le comportement de l'atome, que le nombre d'électrons reste constant au cours du temps. Plus généralement, nous supposerons que le système de particules décrit est tel qu'il n'y a ni création, ni destruction de particules pendant qu'on observe.

● *La vitesse d'un électron sur son orbite est faible* par rapport à la vitesse c de la lumière. La formule (19) p. 76, nous permet de calculer cette vitesse dans le cas de l'hydrogène (selon le modèle semi-classique de Bohr) :

$$v = \frac{e}{\sqrt{4\,\pi\varepsilon_0\, m_e\, a_0}} \approx \frac{c}{137} = \alpha c\,, \tag{2}$$

α étant la constante de structure fine, introduite p. 95. Le rapport $\beta = v/c$ est donc égal à $\alpha = 1/137$, et $\beta^2 = \alpha^2 \approx 0{,}53 \times 10^{-4}$: on peut donc admettre que l'approximation relativiste s'applique, et considérer notamment la masse des particules comme constante.

● *Remarque.*

Les deux hypothèses précédentes (constance du nombre de particules et constance de leur masse) ne sont plus valables dans le domaine nucléaire, où l'énergie de liaison est de l'ordre du MeV.

L'équation d'onde de Schrödinger.

Soit une particule de masse m (dans le cas de l'électron, $m = m_e$) animée d'une vitesse $\boldsymbol{v}$. Sa position est définie par le vecteur $\boldsymbol{r}$, dont les composantes (x, y, z) sont les coordonnées de la particule à l'instant t. Le vecteur quantité de mouvement est $\boldsymbol{p} = m\boldsymbol{v}$, de module $p = mv$. Nous nous plaçons dans le cas où v est petit par rapport à c, ce qui nous permet de poser l'approximation non relativiste $m = C^{te}$.

Dans ce cas, l'énergie totale de la particule est la somme de son énergie massique mc^2 et de son énergie cinétique K ; comme $v = p/m$, on a :

$$K = \frac{1}{2} mv^2 = \frac{p^2}{2\,m}\,, \tag{3}$$

d'où l'énergie totale E de la particule :

$$E = mc^2 + \frac{p^2}{2\,m}\,. \tag{4}$$

Si v est grand par rapport à c, l'énergie E doit être calculée en tenant compte des formules de la relativité :

$$E = \sqrt{m^2\,c^4 + p^2\,c^2}\,, \tag{5}$$

m désignant la masse au repos de la particule.

● *Onde de de Broglie représentant la particule.* Nous avons vu pp. 99-101, qu'on pouvait associer à toute particule dont la quantité de mouvement est p une onde dite *onde de de Broglie* dont la longueur d'onde est égale à $\lambda = h/p$. La fonction Ψ_B qui représente cette onde est une fonction du vecteur position $\boldsymbol{r}$ de la particule et du temps t ; on peut donc l'écrire sous la forme $\Psi_B(\boldsymbol{r}, t)$. Nous allons introduire une autre fonction $\Psi(\boldsymbol{r}, t)$, dite *équation d'onde de Schrödinger,* qui décrit d'une manière plus avantageuse l'état dynamique de la particule considérée.

Pour les lecteurs qui ne sont pas effrayés par les fonctions exponentielles, voici comment peut s'écrire la fonction Ψ_B (ils admettront, nous espérons, que cette formule est exacte ; nous n'avons pas la place, ici, de leur proposer les calculs intermédiaires) :

$$\Psi_B(\boldsymbol{r}, t) = \exp\left(\frac{\mathrm{i}\,\boldsymbol{r}\,.\,\boldsymbol{p}}{\hbar} - \frac{\mathrm{i}tp^2}{2\,m\hbar}\right) \exp\left(-\frac{\mathrm{i}tmc^2}{\hbar}\right). \tag{6}$$

Comparer cette formule avec l'équation (1) p. 99.


Ph. © Keystone. T.

L'Autrichien Erwin Schrödinger (1887-1961) a formulé la mécanique quantique à l'aide de la théorie ondulatoire, dite théorie de l'équation de Schrödinger, en 1926. Il a obtenu le prix Nobel de physique en 1933.

● *Onde de Schrödinger.* On peut écrire l'onde de de Broglie sous la forme :

$$\Psi_B(\boldsymbol{r}, t) = \Psi(\boldsymbol{r}, t)\, f(t)\,, \tag{7}$$

$f(t)$ étant une fonction indépendante de l'état dynamique de la particule. La relation (7) montre donc que cet état est parfaitement décrit par la fonction $\Psi(\boldsymbol{r}, t)$ appelée *onde de Schrödinger.* On montre d'ailleurs que :

$$|\Psi_B|^2 = |\Psi|^2\,. \tag{8}$$

Si on compare avec l'équation (6) ci-dessus, on voit que :

$$f(t) = \exp\left(-\frac{\mathrm{i}tmc^2}{\hbar}\right), \tag{9}$$

d'où la fonction d'onde de Schrödinger :

$$\Psi(\boldsymbol{r}, t) = \exp\left[\frac{\mathrm{i}\,\boldsymbol{r}\,.\,\boldsymbol{p}}{\hbar} - \frac{\mathrm{i}tp^2}{2\,m\hbar}\right]. \tag{10}$$

Cette fonction peut aussi s'écrire en utilisant le symbole e^y pour représenter une fonction exponentielle :

$$\Psi(\boldsymbol{r}, t) = e^{\left(\frac{\mathrm{i}\boldsymbol{r}.\boldsymbol{p}}{\hbar} - \frac{\mathrm{i}tp^2}{2m\hbar}\right)}. \tag{11}$$

● *Équation de Schrödinger.* Page 101, nous avons dit qu'une fonction $\psi_B(\boldsymbol{r}, t)$ représentant l'état dynamique d'une particule libre dans le vide devait satisfaire à une équation dite *équation de Klein-Gordon,* obtenue à partir de la relation relativiste :

$$E^2 = m^2\,c^4 + p^2\,c^2\,. \tag{12}$$

Ici, nous nous plaçons dans le cadre de l'approximation non-relativiste, ce qu'exprime la relation (4) ci-dessus. Nous allons pouvoir écrire une équation à laquelle doit satisfaire la fonction de Schrödinger, qu'on appelle l'*équation d'onde de Schrödinger* (voir aussi p. 177). C'est une équation différentielle, comme l'équation de Klein-Gordon, mais qui ne fait intervenir que la dérivée première de la fonction par rapport au temps. Elle s'écrit sous la forme :

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m}\left(\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2}\right), \quad (13)$$

soit, en utilisant l'opérateur ∇^2 (laplacien) :

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 \Psi \quad (14)$$

● *Comparaison de l'onde de de Broglie et de l'onde de Schrödinger.*

— Les deux fonctions Ψ_B et Ψ décrivent un état dynamique de la particule considérée, et l'on a $\Psi_B^2 = \Psi^2$.

— La vitesse de phase v_φ' de l'onde de de Broglie donnée par l'équation (6) est, compte tenu de l'approximation non relativiste :

$$v_\varphi = \frac{mc^2}{p} + \frac{p}{2m}. \quad (15)$$

La vitesse de phase v_φ' de l'onde de Schrödinger est :

$$v_\varphi' = \frac{\omega}{k} = \frac{p}{2m}. \quad (16)$$

— La vitesse de groupe u de l'onde associée à la particule est égale à la vitesse de la particule. Qu'il s'agisse de la fonction Ψ_B ou de la fonction Ψ, on trouve, dans les deux cas :

$$\frac{1}{u} = \frac{\partial k}{\partial \omega} = \frac{m}{p}. \quad (17)$$

Équations générales de Schrödinger.

L'équation de Schrödinger (14) décrit une particule libre, isolée dans l'espace. Pour tenir compte de l'influence globale des particules constituant le milieu dans lequel se meut la particule m, il faut faire intervenir une fonction $V(\boldsymbol{r})$ appelée *potentiel effectif.* On aboutit alors aux célèbres équations de Schrödinger décrivant l'état dynamique d'une particule quelconque par :

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 \Psi(\boldsymbol{r}, t) + V(\boldsymbol{r})\, \Psi(\boldsymbol{r}, t) = i\hbar \frac{\partial}{\partial t}\Psi(\boldsymbol{r}, t) \quad (18)$$

et celle d'une particule dotée d'une énergie totale E (non relativiste) par :

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 \Psi(\boldsymbol{r}, t) = [E - V(\boldsymbol{r})]\, \Psi(\boldsymbol{r}, t). \quad (19)$$

L'équation (18) est appelée *équation de Schrödinger dépendant du temps* et l'équation (19) *équation de Schrödinger indépendante du temps.* Pour bien des lecteurs, ces deux équations semblent peut-être cabalistiques. Peu importe alors qu'ils cherchent à en percer les mystères ; qu'ils retiennent simplement l'idée suivante : une particule dont la position dans l'espace est $\boldsymbol{r}$ se comporte dynamiquement de telle sorte que la fonction d'onde $\Psi(\boldsymbol{r}, t)$ qui lui est associée respecte une équation différentielle très générale, l'équation de Schrödinger.

Qu'est-ce que cela signifie pratiquement et comment cette équation se justifie-t-elle ? En d'autres termes, a-t-on réellement besoin de superposer aux résultats que nous fournit l'expérience un appareil théorique en apparence complexe ?

Considérons une particule déterminée, par exemple l'électron de l'atome d'hydrogène. Sans faire aucune hypothèse sur sa trajectoire éventuelle, son moment cinétique, etc., cherchons à écrire la fonction $\Psi(\boldsymbol{r}, t)$ qui le représente, c'est-à-dire à résoudre l'équation (18). On peut montrer que cette équation admet un certain nombre de solutions décrivant ce qu'on appelle des ondes stationnaires de fréquences déterminées f_1, f_2, ..., f_n et associées à des énergies

$$E_1 = hf_1,\ E_2 = hf_2,\ ...,\ E_n = hf_n.$$

Chacun de ces états énergétiques est un état stationnaire de l'atome et le passage de l'un à l'autre s'accompagne de l'absorption ou de l'émission d'un photon. De sorte que les fameuses conditions de quantification, qui imposaient par exemple au moment cinétique de l'électron des valeurs b telles que $b = n\hbar$, et qui semblaient arbitraires, deviennent maintenant des conséquences de l'analyse de la fonction d'onde. La condition $b = n\hbar$ n'avait d'autre raison d'être que de décrire ce que l'expérience montrait (des raies spectrales discontinues). L'équation de Schrödinger — qui est une manière mathématique complexe de dire : « voici une particule de masse m, de quantité de mouvement $\boldsymbol{p}$, dans un environnement énergétique caractérisé par la fonction $V(\boldsymbol{r})$ » — conduit à de multiples conséquences en ce qui concerne le devenir dynamique de la particule, et en particulier à $b = n\hbar$ et à l'existence des raies spectrales discrètes, ainsi qu'à la considération des autres nombres quantiques pour décrire l'atome. Ce qui, en 1913-1915, était une intuition astucieuse, devient en 1926 une relation logique et c'est évidemment très satisfaisant pour l'esprit.

Mais il y a plus. La théorie de Schrödinger — comme la théorie équivalente de Heisenberg — explique harmonieusement tous les faits expérimentaux connus au niveau de l'atome et de l'électron, ainsi qu'au niveau nucléaire. La physique quantique, c'est-à-dire la physique qui repose sur les équations de Schrödinger ou leur équivalent dans la théorie de Heisenberg, est alors la description la plus complète et la plus satisfaisante — notamment par le fait qu'elle ne connaît aucune exception — de l'univers : elle est le modèle mathématique le plus complet, dans l'état actuel de nos connaissances, des lois de la nature.

Signification de l'onde ψ.

La fonction $\Psi(\boldsymbol{r}, t)$ est une relation mathématique et qui représente une particule ; mais a-t-elle une *signification physique* ? Vers 1923-1924, à l'époque où l'on venait de découvrir les ondes de de Broglie, on parlait d'une « onde associée » à la particule. Les physiciens cherchaient à en donner une explication physique plus ou moins heureuse : l'image périmée du bouchon entraîné, guidé par une onde aquatique (l'« onde pilote ») a fait long feu. D'autant qu'on ne pouvait attribuer aucune nature physique à l'onde associée : la fonction Ψ nous dit que quelque chose de relatif à une particule varie périodiquement, mais nous ignorons ce qu'est ce « quelque chose ».

C'est Max Born qui proposa, dès 1926 (*Zeitschrift für physik,* vol. 37, p. 863, 1926 et *ibid.*, vol. 38, p. 803) l'interprétation suivante : la fonction d'onde $\Psi(\boldsymbol{r}, t)$ décrit la *distribution de probabilité de la particule* dans l'espace. Exprimons-nous autrement : à l'instant t, la particule représentée par la fonction $\Psi(\boldsymbol{r}, t)$ se trouve dans un certain volume dv de l'espace entourant le point M de coordonnées (x, y, z), tel que :

$$dv = dx\, dy\, dz. \quad (20)$$

La probabilité pour que la particule se trouve à l'intérieur de ce volume dv a pour valeur :

$$\Pr(\boldsymbol{r}, t) = |\Psi(\boldsymbol{r}, t)|^2\, dv. \quad (21)$$

$\Pr(\iota, t)$ est un nombre compris entre 0 et 1. La *densité de probabilité* du corpuscule, c'est-à-dire la valeur de $\Pr(\boldsymbol{r}, t)$ par unité de volume est mesurée par :

$$\frac{\Pr(\boldsymbol{r}, t)}{dv} = |\Psi(\boldsymbol{r}, t)|^2. \quad (22)$$

La mécanique quantique relativiste.

L'équation de Schrödinger a été obtenue en supposant que l'on avait, dans tous les cas :

$$E \approx mc^2 + \frac{p^2}{2m}, \quad (23)$$

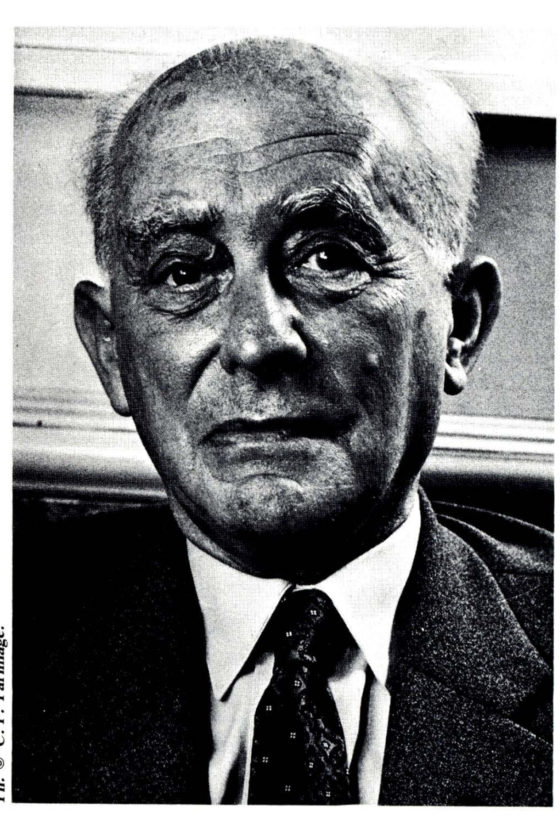
approximation admissible puisqu'on suppose que le rapport v/c est très petit. Dès lors, lorsqu'on résout l'équation (18) dans le cas de l'électron, on est conduit à déterminer celui-ci par trois nombres entiers n, l, m (nombres quantiques).

Si v est grand par rapport à c, l'approximation (23) n'est plus valable, et il faut poser :

$$E^2 = m_0^2 c^4 + p^2 c^2, \quad (24)$$

m_0 étant la masse de la particule au repos. Il y a alors deux domaines de variations de E, à savoir :

$$E \geqslant m_0 c^2 \quad \text{et} \quad E \leqslant -m_0 c^2, \quad (25)$$



Ph. © C. P. Parimage.

Max Born (1882-1971), physicien allemand qui explicita, en 1925, le rapport de la théorie de W. Heisenberg avec la théorie des matrices et qui donna une interprétation statistique de la mécanique quantique. Prix Nobel de physique en 1954.

l'énergie de la particule étant positive dans un cas et négative dans l'autre.

Cela dit, l'équation de Schrödinger n'est plus valable et l'équation qui permet de calculer la fonction d'onde $\Psi(\boldsymbol{r}, t)$ d'une particule relativiste est l'équation de Klein-Gordon, présentée p. 100, P.A.M. Dirac a montré, en 1928-1929, qu'on avait avantage à utiliser une autre équation linéaire, appelée *équation de Dirac* et que nous ne commenterons pas ici. En résolvant cette équation, à propos de l'électron, on obtient quatre solutions, deux avec $E > 0$ et deux avec $E < 0$. Les deux solutions à énergie positive définissent deux électrons ayant mêmes nombres quantiques n, l et m, et différant uniquement par un quatrième nombre quantique correspondant à deux états de spin possibles $+h/2$ et $-h/2$ (le spin de l'électron était connu depuis 1926 ; le principe d'exclusion de Pauli imposait aux électrons $\{n, l, m\}$ trouvés d'avoir un quatrième nombre quantique s différent).

Pour interpréter les solutions avec énergie négative, Dirac proposa de les considérer comme décrivant deux « antiparticules », analogues aux électrons, mais chargées d'électricité positive qu'il appela des *positons.* Ceux-ci furent découverts en 1933 par Anderson.

Conclusion.

Tout ce qui précède peut maintenant être résumé en une série de propositions simples, admises par tous les physiciens depuis près d'un demi-siècle (non, parfois, sans quelques réticences dont la plus illustre fut celle d'Einstein) et qui expriment le processus de pensée caractéristique de la physique quantique.

1 - Toute réalité matérielle est composée de systèmes microscopiques d'objets physiques qu'on appelle des *particules.* L'électron est une de ces particules ; un ensemble d'électrons associé à un noyau forme un atome. Un système microscopique sera dit *quantique.*

2 - La totalité des connaissances que nous possédons sur les particules peuvent être résumées par un algorithme, c'est-à-dire par un objet mathématique sur lequel on peut calculer selon certaines règles. Cet algorithme est appelé un *vecteur d'état.* Dans la théorie de Schrödinger, le vecteur d'état est la fonction d'onde $\Psi(\boldsymbol{r}, t)$; dans la théorie de Heisenberg, c'est une matrice, plus généralement appelée (notation de Dirac) un *vecteur ket* (symbole : $|>$). Nous nous contenterons de décrire ici une particule par sa fonction d'onde $\Psi(\boldsymbol{r}, t)$.

3 - Si un système quantique peut être décrit par plusieurs fonctions d'onde, il peut l'être aussi par toute combinaison linéaire de ces fonctions : c'est le *principe de superposition.*

4 - La particule de masse m et de fonction d'onde $\Psi(\boldsymbol{r}, t)$ ne peut pas, quelle que soit la perfection des instruments de mesure, être localisée avec une précision infinie. La fonction Ψ permet de calculer la probabilité pour qu'elle se trouve dans un volume dv autour du point M de vecteur position $\boldsymbol{r}$ à l'instant t :

$$\Pr(\boldsymbol{r}, t) = |\,\Psi(\boldsymbol{r}, t)\,|^2 \, \mathrm{d}v \qquad (26)$$

5 - Plus généralement, on ne peut pas connaître simultanément avec la même précision la position $\boldsymbol{r}$ et la quantité de mouvement $\boldsymbol{p}$ d'une particule $\Psi(\boldsymbol{r}, t)$. La relation entre les incertitudes sur $\boldsymbol{r}$ et sur $\boldsymbol{p}$ est définie par les relations d'indétermination de Heisenberg (voir pp. 101-102).

6 - Quand on fait une mesure dans un système quantique, on réduit la superposition des vecteurs d'état qui le représentent à un seul de ces éléments (c'est ce qu'on appelle la *réduction du paquet d'ondes*), de sorte que toute mesure entraîne une indétermination sur les autres vecteurs d'état du système. Il en résulte qu'on ne peut prédire avec rigueur la valeur du vecteur d'état d'un système quantique : ainsi on ne peut dire à l'avance qu'un atome sera désintégré ou non désintégré au temps t. Dans un système macroscopique, il n'en est plus de même, car les états des systèmes quantiques qui le composent sont distribués statistiquement : on peut alors dire, avec une certaine rigueur, qu'à l'instant t, il y aura N_1 atomes désintégrés et N_2 non désintégrés par exemple.

7 - Principe de complémentarité : il est donc vain, d'après ce qui précède, de dire d'une particule qu'elle est tantôt « une onde », tantôt « un corpuscule ». Une particule, en dernière analyse, c'est un vecteur d'état. *Quand on l'observe,* et selon les conditions de l'observation, elle se manifeste soit par un phénomène corpusculaire, soit par un phénomène ondulatoire.

Quantification et valeurs propres.

L'un des problèmes les plus passionnants de la physique atomique est celui de la détermination de ses niveaux d'énergie. Nous avons vu que l'ensemble de ces niveaux était une *suite discrète* de valeurs E_0, E_1, ..., E_n, ..., caractérisées par des nombres entiers appelés *nombres quantiques.* On dit aussi que les niveaux d'énergie sont *quantifiés,* et les conditions de Bohr constituent une *quantification* de l'atome.

En mécanique ondulatoire, déterminer les niveaux d'énergie d'un atome c'est résoudre les équations de Schrödinger indépendantes du temps relatives aux électrons de l'atome, c'est-à-dire des équations du type (19) p. 103. La résolution d'une telle équation est toujours possible, mais les solutions trouvées ne sont pas toujours physiquement acceptables : on est conduit à considérer que les seules solutions acceptables sont celles qui correspondent à certaines valeurs de E, appelées *valeurs propres.* Schrödinger a montré que l'établissement des conditions de quantification revenait à déterminer ces valeurs propres, d'où le titre des quatre fameux articles qu'il écrivit en 1926 : *Quantisierung als Eigenwertproblem (Quantification en tant que problème de valeurs propres).*

Généralités.

Page 177, nous avons montré comment l'équation de Schrödinger permettait de comprendre le problème du franchissement d'une barrière de potentiel : une particule d'énergie E, qui rencontre dans l'espace une barrière de potentiel $V_0 > E$ peut franchir cette barrière avec une probabilité finie, contrairement à ce qu'affirmait la mécanique classique. On peut en effet montrer qu'il existe une solution ψ de l'équation de Schrödinger dans la région de l'espace où l'on a $V_0 > E$. C'est là un exemple brillant, et purement mathématique, de la puissance de la mécanique quantique. Mais le premier succès spectaculaire de la théorie de Schrödinger fut l'explication de la structure des atomes.

En 1926, on en était encore au modèle semi-classique de Bohr-Sommerfeld, à savoir à l'idée d'un atome-système solaire, dont les électrons gravitent autour du noyau sur des orbites elliptiques, selon les lois de la mécanique classique. Toutefois, Bohr avait introduit cette condition non classique : les électrons ne peuvent parcourir qu'un nombre déterminé d'orbites (orbites permises) ; chaque ensemble d'orbites correspond à un niveau d'énergie de l'atome. Chaque électron se trouve alors déterminé par un système de nombres entiers, dits nombres quantiques $\{n, l, m\}$ (on devait bientôt y ajouter le nombre s de spin). Les conditions fixant les orbites permises étaient appelées *conditions de quantification.*

Schrödinger a montré notamment les deux points suivants :

1 - les nombres quantiques interviennent naturellement dans la solution de l'équation générale de la fonction d'onde décrivant l'électron, lorsque cette onde est *stationnaire* ;

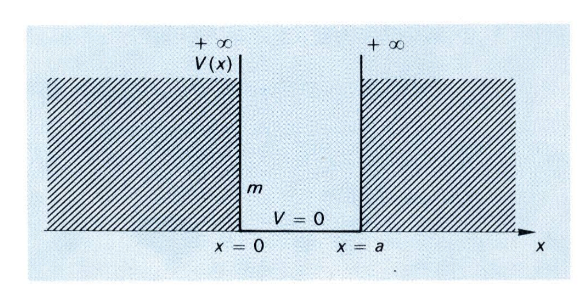
2 - la fonction Ψ servant à mesurer la probabilité de présence de l'électron dans une région de l'espace, il fallait abandonner le modèle semi-classique des orbites fixes et le remplacer par un modèle probabiliste, décrivant la distribution aléatoire des électrons dans l'atome ; la position d'un électron n'est plus définie par une orbite de rayon déterminé, mais par une fonction de probabilité (qu'on nomme une *orbitale*).

Un exemple simple.

Considérons une particule de masse m qui se déplace parallèlement à l'axe des x. Cette hypothèse permet de simplifier l'équation de Schrödinger donnée par la formule (18) p. 103. Les dérivées secondes partielles, impliquées par le symbole ∇^2, sont remplacées par la dérivée seconde ordinaire de la fonction ψ par rapport à la variable x, à savoir :

$$\Psi'' = \frac{\mathrm{d}^2 \Psi}{\mathrm{d}x^2}. \qquad (1)$$

Nous allons supposer que la particule est enfermée dans une « boîte », dont les parois s'élèvent aux points $x = 0$ et $x = a$. Ces parois n'ont pas besoin d'être matérielles ; elles sont énergétiques et définies par la valeur $V(x)$ du potentiel en ce point. Admettons que $V(x)$ soit infini (il peut s'agir, par exemple, d'un potentiel engendrant un champ électrique et barrant le passage à un électron) pour $x = 0$ et $x = a$, et que, pour x compris entre 0 et a, le potentiel soit nul. Physiquement nous allons voir la particule « rebondir » entre les deux parois de la boîte énergétique.



La particule de masse m est confinée entre deux barrières de potentiel infiniment hautes. La fonction d'onde Ψ qui la représente est une solution particulière de l'équation de Schrödinger qui doit s'annuler pour x ⩽ 0 et pour x ⩾ a, c'est-à-dire dans les régions hachurées sur la figure.

A l'intérieur de la boîte, la fonction d'onde ψ doit satisfaire à l'équation (19) p. 103, soit ici :

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\Psi'' = [E - V(x)]\,\Psi. \qquad (2)$$

Mais, comme $V(x) = 0$ pour $0 < x < a$, cette équation devient

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\Psi'' = E\Psi, \qquad (3)$$

E désignant l'énergie de la particule. On peut démontrer, en appliquant les formules classiques de résolution des équations différentielles linéaires à l'équation (3), que la fonction Ψ, solution de (3) dépend de l'énergie E de la particule (le calcul est simple et à la portée d'un candidat au baccalauréat).

Cela dit, la fonction Ψ trouvée doit respecter certaines conditions aux limites. Pour $x = 0$, le potentiel devient infini et la particule voit sa probabilité de toucher la barrière s'annuler. On doit donc avoir, dans ce cas, $\Psi = 0$. De même, $\Psi = 0$ pour $x = a$. Ces conditions se traduisent pour E par la relation :

$$E = n^2 \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ma^2}, \qquad (4)$$

n étant un *entier positif différent de 0.* Ainsi donc, si on appelle E_1 l'énergie de la particule $n = 1$ (c'est le niveau d'énergie le plus faible), les autres valeurs possibles de l'énergie seront :

$$E_2 = 4E_1; \quad E_3 = 9E_1; \quad E_4 = 16E_1; \ldots; \quad E_n = n^2 E_1. \qquad (5)$$

La discussion de l'équation de Schrödinger se traduit donc par une *quantification* de l'énergie de la particule, sans qu'il soit nécessaire de poser aucune condition de quantification préalable.

Voici le calcul, pour les lecteurs qui ne sont pas brouillés avec les mathématiques. L'équation (3) admet comme solution générale :

$$\Psi = A\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}qx} + B\,\mathrm{e}^{-\mathrm{i}qx}, \qquad (6)$$

avec :

$$q = \sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}} \qquad (7)$$

(ce résultat s'obtient en appliquant les formules classiques de résolution des équations linéaires du second ordre ; A et B sont des constantes).

La condition $x = 0 \Rightarrow \Psi = 0$ conduit à écrire :

$$\Psi(x) = C \sin qx, \qquad (8)$$

C étant une constante. La condition $x = a \Rightarrow \Psi = 0$ conduit à :

$$\Psi(a) = C \sin qa = 0. \qquad (9)$$

Pour que la fonction $\sin x$ soit nulle, il faut et il suffit que x soit égal à un nombre entier de fois π, donc (9) est équivalent à :

$$qa = n\pi. \qquad (10)$$

On en tire, en tenant compte de (6) :

$$E = \frac{n^2 \pi^2 \hbar^2}{2ma^2}. \qquad (11)$$

On doit écarter la valeur $n = 0$, qui correspond à $E = 0$ et à $\Psi = 0$, ce qui est physiquement impossible ; il reste que n doit être entier, positif et non nul.

Les systèmes hydrogénoïdes.

Un hydrogénoïde est un atome ou un ion à un seul électron qui se déplace dans le potentiel électrostatique d'un noyau de charge $+e$ s'il s'agit de l'atome hydrogène, de charge $+Ze$ s'il s'agit d'un hydrogénoïde. En appelant m_e et E la masse et l'énergie de l'électron, l'équation de Schrödinger prend la forme :

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\Psi - \frac{e^2 Z}{r}\Psi = E\Psi, \qquad (12)$$

où Ψ est la fonction $\Psi(\boldsymbol{r})$ représentant l'électron, r est le module du vecteur $\boldsymbol{r}$, c'est-à-dire la distance au noyau.

La résolution de cette équation conduit à écrire que l'énergie E de l'atome a pour valeur :

$$E = \frac{E_0}{n^2}, \qquad (13)$$

n étant un entier positif différent de zéro qu'on appelle le *nombre quantique principal* (nous le connaissons déjà !). Pour toute valeur donnée de n, il y a n^2 fonctions Ψ indépendantes. Ces solutions peuvent être classées à l'aide du nombre quantique l, compris entre 0 et $n-1$, et qui décrit la symétrie spatiale de la fonction Ψ. Ainsi, pour $l = 0$, la symétrie est sphérique, ce qui signifie qu'à une distance r du noyau, la probabilité de trouver un électron est la même, quelle que soit l'orientation du vecteur $\boldsymbol{r}$; l est le *nombre quantique de moment cinétique orbital.*

Pour les amateurs de formules, l'hydrogénoïde dans son état fondamental ($n = 1$, $l = 0$) a une énergie E_0 donnée par :

$$E_0 = -\frac{1}{2}(\alpha Z)^2 m_e c^2, \qquad (14)$$

avec $\alpha = e^2/\hbar c$.



Ph. © Rencontre. T.

Minerai d'uranium.
Il s'agit d'un oxyde que l'on réduit pour obtenir de l'uranium naturel (mélange de trois isotopes dont le plus répandu est l'uranium 238).

PHYSIQUE NUCLÉAIRE ET PHYSIQUE DES PARTICULES

PHYSIQUE NUCLÉAIRE.

Faits fondamentaux de la physique nucléaire.

Généralités.

Notre connaissance de la structure de la matière s'est élaborée dans la première moitié du XXe siècle, lorsque les physiciens ont pu interpréter les messages qu'elle nous envoie sous formes diverses. Page 75, nous avons vu comment Bohr et Sommerfeld ont interprété le message des *raies spectrales,* en proposant un modèle de l'atome dont chaque niveau d'énergie est caractérisé par une certaine distribution dynamique des électrons. Ce modèle *quantique* a été retrouvé comme une conséquence de l'équation de Schrödinger p. 104. Les messages que nous adressent les noyaux de l'atome — à savoir les faits de radioactivité : émission d'électrons, de particules alpha (noyaux d'atomes d'hélium), de rayons gamma, fission nucléaire, etc. — ont été recueillis depuis 1896, année mémorable de la découverte de la radioactivité naturelle par Henri Becquerel. A ces messages spontanés, relativement rares et émis par certains noyaux seulement, se sont ajoutés les *messages provoqués* obtenus par la radioactivité artificielle et dans les grands dispositifs accélérateurs de particules construits depuis l'invention du *cyclotron* par Lawrence, en 1929.

La *physique nucléaire* est une discipline qui se trouve au confluent de ces faits expérimentaux, souvent fugitifs et faisant intervenir un matériel sophistiqué, et de la physique quantique théorique. Le problème qui s'est posé aux physiciens est le suivant : quel modèle du noyau peut-on proposer pour rendre compte des observations et des expérimentations et qui soit en accord avec les lois de la physique quantique ?

● *Composition du noyau.* Tout atome neutre, tout ion (atome ionisé) possède un *noyau,* composé de particules appelées *nucléons.* Les nucléons se divisent eux-mêmes en deux classes : ceux qui portent une charge positive $+e$ et qu'on appelle des *protons,* et ceux qui ne portent aucune charge électrique et qu'on nomme des *neutrons.* Le mot « proton » vient du grec *prōtos* qui signifie « premier » ; il a été choisi pour souligner l'importance de cette particule (à une époque où l'on ne connaissait que le proton et l'électron !).

Les masses au repos de ces particules sont très voisines, mais non pas égales ; on les désigne par m_p pour le proton et m_n pour le neutron :

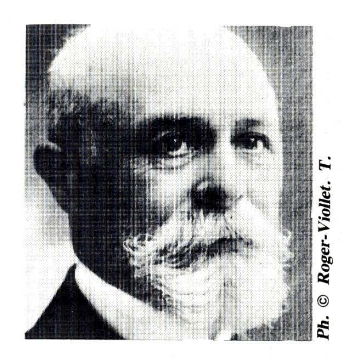
$$m_p = 1{,}672\,648\,5 \times 10^{-27}\ \text{kg} \pm 86 \times 10^{-34}\ \text{kg}\,; \quad (1)$$
$$m_n = 1{,}674\,954\,3 \times 10^{-27}\ \text{kg} \pm 86 \times 10^{-34}\ \text{kg}\,. \quad (2)$$

Le nombre de protons contenus dans un noyau, ou *nombre de charge,* ou encore *numéro atomique,* est désigné par la lettre Z. Le nombre total de nucléons, ou *nombre de masse* est désigné par la lettre A. Le nombre de neutrons est donc égal à $A - Z$.

Pour désigner un élément chimique ou, plus généralement, un *nucléide,* on écrit le symbole de l'atome considéré, et l'on indique les valeurs des nombres A et Z à gauche de ce symbole (A en haut et Z en bas). Sur le tableau ci-contre on a donné quelques exemples de symboles de nucléides. Les propriétés chimiques d'une substance étant liées à sa structure électronique, c'est-à-dire au nombre Z de ses électrons, trois substances différentes *nucléairement* comme U 234, U 235 et U 238, sont semblables *chimiquement* : elles ont même nombre atomique Z, et ne diffèrent que par le nombre de neutrons que contient leur noyau. De telles substances sont appelées des *isotopes.* Les substances naturelles sont des mélanges d'isotopes, avec toutefois une prédominance importante et parfois écrasante d'un isotope

Symboles de quelques nucléides.

Élément ou nucléide	Symboles	Constitution du noyau		
		nombre A de nucléons	nombre Z de protons	nombre A-Z de neutrons
Hydrogène	$^{1}_{1}H$	1	1	0
Deutérium (= hydrogène lourd)	$^{2}_{1}H$	2	1	1
Carbone 12	$^{12}_{6}C$	12	6	6
Carbone 14	$^{14}_{6}C$	14	6	8
Uranium 234	$^{234}_{92}U$	234	92	142
Uranium 235	$^{235}_{92}U$	235	92	143
Uranium 238	$^{238}_{92}U$	238	92	146



Ph. © Roger-Viollet. T.

Henri Becquerel (1852-1908), il a découvert la radioactivité spontanée en 1896. Prix Nobel de physique en 1903, avec Pierre et Marie Curie.

● *Parité.* Selon que le nombre de protons et de neutrons d'un noyau est pair ou impair, il y a lieu de distinguer :

— les noyaux impairs-impairs, qui contiennent un nombre impair de protons et un nombre impair de neutrons ;

— les noyaux impairs-pairs, qui contiennent un nombre impair de protons et un nombre pair de neutrons ;

— les noyaux pairs-impairs, qui contiennent un nombre pair de protons et un nombre impair de neutrons ;

— les noyaux pairs-pairs, qui contiennent un nombre pair de protons et un nombre pair de neutrons.

En outre, deux noyaux tels que le nombre de neutrons de l'un soit égal au nombre de protons de l'autre sont appelés des *noyaux miroirs.*

● *Unité de masse atomique.* L'*unité de masse atomique unifiée* (symbole : u) est définie comme égale à 1/12 de la masse d'un atome de carbone 12. On a l'équivalence :

$$1 \text{ u} = 1{,}660\,565\,5 \times 10^{-27} \text{ kg} \qquad (3)$$

● *Forme et dimension des noyaux.* Pour étudier avec précision la taille et la forme d'un objet, il faut l'éclairer avec une lumière de longueur d'onde λ qui doit être du même ordre de grandeur que les dimensions de cet objet ; en observant alors la direction des rayons lumineux diffusés après avoir heurté l'objet, on peut déterminer sa forme et ses dimensions. Or nous verrons que les noyaux ont un diamètre dont l'ordre de grandeur est :

$$10^{-15} \text{ m} ;$$

cette grandeur (le femtomètre) est aussi appelée *fermi* (symbole : fm), en hommage au grand physicien italien. Il est donc nécessaire de disposer d'une longueur d'onde qui soit de l'ordre du fermi. Or la lumière visible, comme on l'a expliqué p. 60, correspond à des longueurs d'onde beaucoup plus grandes, de l'ordre de 0,5 μm, ce qui est 100 millions de fois plus grand que l'ordre de grandeur du noyau. Il faut donc chercher une autre source de rayonnement, fournissant une longueur d'onde de l'ordre du fermi. La solution est fournie par le processus de diffusion des électrons : on fait tomber sur un noyau des électrons de haute énergie (de l'ordre de 300 MeV) ; les électrons sont diffusés, c'est-à-dire renvoyés dans différentes directions de l'espace. Au cours de cette diffusion, l'électron émet un photon absorbé par le noyau. L'étude de la distribution dans l'espace des électrons diffusés fournit les données nécessaires à l'étude de la forme et de la taille du noyau (Hofstadter, 1961).

On a pu ainsi mettre en évidence la *forme sphérique* de la plupart des noyaux ; toutefois, il existe des noyaux *déformés,* qu'on peut représenter comme des ellipsoïdes. Enfin, en fixant, comme ordre de grandeur du diamètre d'un noyau, le fermi, c'est-à-dire 10^{-15} m, on voit que le noyau est environ cent mille fois plus petit que l'atome. Pour fixer les idées : si le noyau d'un atome quelconque est représenté par une bille de 1 cm de rayon, l'électron le plus proche de ce noyau se trouverait à environ 1 km de la bille.

● *Une sonde nucléaire : les muons.* Les *muons* sont des particules présentes dans le rayonnement cosmique (voir ci-dessous, p. 117), de charge $-e$ et dont la masse vaut environ 200 fois celle de l'électron (on les a découverts en 1937). Comme les muons sont chargés d'électricité négative, ils peuvent être attirés électrostatiquement par un noyau, de la même manière que les électrons. Mais, étant donné que la masse d'un muon est 200 fois plus grande que celle d'un électron, le rayon r des orbites qu'ils décrivent est beaucoup plus petit (de l'ordre de 3 fermis, par exemple, pour un muon capturé par un noyau de plomb).

En se rapprochant du noyau, le muon saute d'une orbite à une autre, comme un électron, et il émet à chaque transition un photon de fréquence très élevée (rayon X). Or les niveaux d'énergie des orbites proches du noyau sont influencés par la distribution des charges dans le noyau, alors que cette distribution n'influe pas sur les orbites électroniques trop éloignées. De sorte que l'étude des transitions muoniques nous permet d'apprécier la répartition des protons à l'intérieur du noyau.

Renseignements quantitatifs sur les noyaux.

● *Masse d'un noyau.* Considérons un nucléide dont le noyau contient Z protons de masse m_p et $(A - Z)$ neutrons de masse m_n. On pourrait penser que la masse a pour valeur $Zm_p + (A - Z)m_n$. En fait, il n'en est rien, car une partie B de la masse totale des A nucléons a été convertie en énergie (c'est l'*énergie de liaison* du noyau), selon la relation d'Einstein :

$$E = Bc^2 . \qquad (4)$$

De sorte que la masse m_a du nucléide ${}^{A}_{Z}\text{X}$ est :

$$m_a = Zm_p + (A - Z)\, m_n - B . \qquad (5)$$

La grandeur B est appelée *défaut de masse* ; nous l'avons déjà rencontrée en étudiant la conception relativiste de l'énergie, p. 27. En toute rigueur, il faudrait tenir compte aussi de l'énergie de liaison due aux électrons gravitant autour du noyau ; mais celle-ci est négligeable par rapport à l'énergie intranucléaire.

Il est intéressant de déterminer le rapport Bc^2/A qui exprime l'énergie moyenne par nucléon pour un nucléide donné. Pour les noyaux légers (deutérium, hélium par exemple), ce rapport varie entre 1,1 et 8 MeV par nucléon. A partir de $A = 20$, l'énergie par nucléon est voisine de 8 MeV ; elle décroît lentement quand A augmente et cela peut se comprendre aisément : quand A est grand, par exemple $A > 210$, le nombre de protons est grand lui aussi ($Z > 80$), de sorte que les interactions électrostatiques qui tendent à écarter les protons les uns des autres, donc à détruire la cohésion du noyau, viennent diminuer l'énergie de liaison totale Bc^2.

● *Rapport Z/A.* A l'heure actuelle, on connaît environ 900 noyaux, dont le nombre de charge Z varie entre 1 (hydrogène) et 104 (kurchatovium). Le noyau de numéro atomique $Z = 92$ est le noyau d'uranium ; les nucléides pour lesquels Z est plus grand que 92 n'existent pas spontanément : il faut les créer artificiellement, à l'aide d'accélérateurs de particules (on les nomme des nucléides *transuraniens*). L'un des transuraniens qui inquiète le plus l'humanité, en cette fin du XXe siècle, est le *plutonium* ($Z = 94$), produit au sein de certains réacteurs nucléaires.

Pour $A < 50$, on constate que le rapport Z/A est voisin de 0,5 : en d'autres termes, les noyaux dits légers ont autant de protons que de neutrons. A partir de $A = 50$ et au-delà, le nombre $(A - Z)$ de neutrons est plus grand que le nombre de protons, et le rapport Z/A devient inférieur à 0,5. Pour l'uranium 235, par exemple, dont le noyau contient 92 protons et 143 neutrons, le rapport Z/A est égal à 0,391.

● *Rayon du noyau.* Le rayon R d'un noyau est le rayon moyen d'une sphère dans laquelle est contenue la matière nucléaire. On peut le déterminer à l'aide d'expériences de diffusion d'électrons (voir ci-dessus, *a*). On a trouvé que :

$$R = r_0 \sqrt[3]{A} , \qquad (6)$$

A étant le nombre de masse du noyau considéré et r_0 une grandeur qui varie de 1,2 fermi pour les noyaux lourds à 1,4 fermi pour les noyaux légers ($A < 20$). Nous prendrons ici :

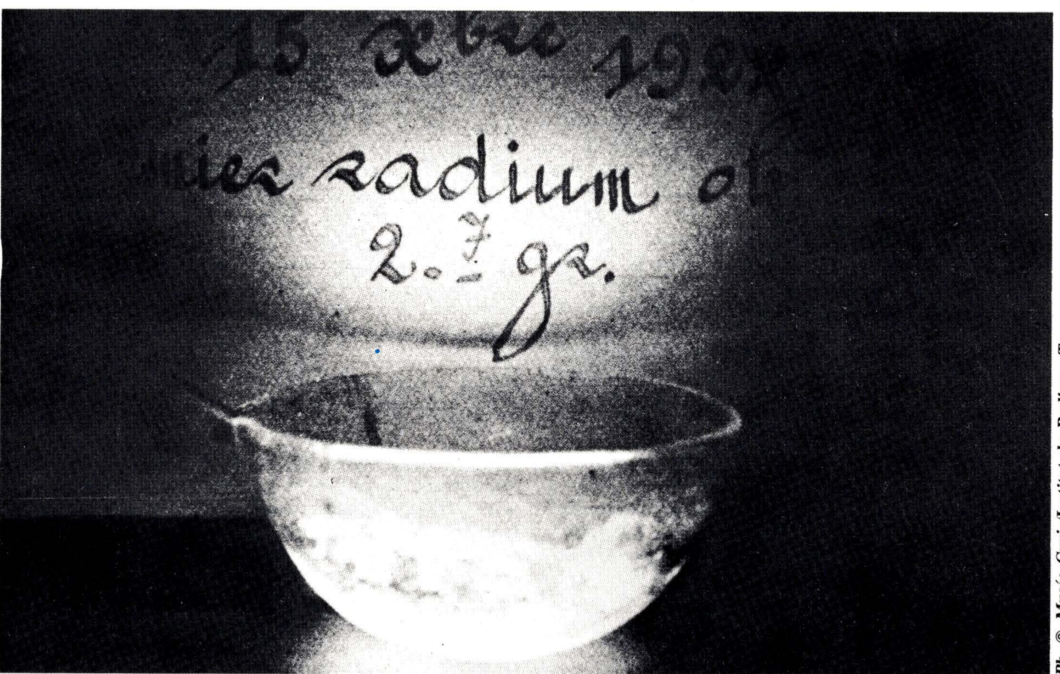
$$r_0 = 1{,}2 \times 10^{-15} \text{ m} = 1{,}2 \text{ fermi} . \qquad (7)$$

Ernest Orlando Lawrence (1901-1958), physicien américain d'origine norvégienne, inventeur du cyclotron (1929), accélérateur de particules permettant d'étudier les réactions nucléaires.



Ph. © USIS-Photeb.

La coupelle contient 2,7 grammes de radium. L'énergie rayonnée est telle qu'il a été possible de réaliser cette photographie (le 15 oct. 1922, à l'Institut du Radium, Paris) dans l'obscurité absolue.



Ph. © Musée Curie/Institut du Radium. T.

L'ordre de grandeur du volume moyen d'un noyau sphérique est alors celui de R^3, c'est-à-dire, en prenant le fermi cube comme unité de volume :

$$R^3 = r_0^3 A \approx 1{,}73\, A \times 10^{-45}\ \text{m}^3 = 1{,}73\, A\ \text{fm}^3 . \quad (8)$$

La masse d'un noyau étant de l'ordre de $A \times 10^{-27}$ kg (puisque un nucléon a lui-même une masse de l'ordre de 10^{-27} kg), la masse volumique d'un noyau quelconque est de l'ordre de :

$$\rho_n = \frac{A \times 10^{-27}}{A \times 10^{-45}} = 10^{18}\ \text{kg/m}^3 \quad (9)$$

(un mètre cube de matière nucléaire a donc une masse de l'ordre d'un million de milliards de tonnes !).

● *Stabilité des noyaux.* Sur les 900 noyaux connus, 280 d'entre eux sont stables. Les autres sont susceptibles de se désintégrer par émission de particules α (désintégration α), ou β (désintégration β), ou encore de se briser en deux *nucléides fils* (fission nucléaire). Ces phénomènes peuvent se produire spontanément ou être provoqués, et donner lieu à l'émission de rayons gamma (ondes électromagnétiques de longueurs d'onde inférieures aux longueurs d'onde des rayonx X). Ils constituent ce qu'on appelle la *radioactivité naturelle* et la *radioactivité artificielle.* Nous reviendrons ci-après sur l'interprétation des différents types de radioactivité. Il est dès à présent possible de définir et de mesurer expérimentalement un certain nombre de grandeurs fondamentales relatives aux *radionucléides,* c'est-à-dire aux nucléides capables de se désintégrer.

— Comme il a été dit p. 104 nous ne savons pas, *a priori,* si tel noyau d'un corps radioactif va ou non se désintégrer au temps t. Par contre nous pouvons évaluer la probabilité λ pour qu'un noyau se désintègre spontanément pendant l'unité de temps. La grandeur λ est appelée *constante de désintégration* pour le radionucléide considéré. On la nomme aussi *constante radioactive.*

Si N_0 est le nombre initial d'atomes radioactifs et N le nombre d'atomes non désintégrés encore présents au temps t, on a :

$$N = N_0\, e^{-\lambda t} , \quad (10)$$

e étant la base des logarithmes népériens.

— Si nous prenons les logarithmes népériens des deux nombres de l'équation (10), il vient d'après les règles du calcul logarithmique :

$$\ln N = \ln N_0 - \lambda t , \quad (11)$$

d'où l'on tire :

$$t = \frac{1}{\lambda}(\ln N_0 - \ln N) , \quad (12)$$

relation qui peut encore s'écrire :

$$t = \frac{1}{\lambda} \ln \frac{N_0}{N} \quad (13)$$

Calculons, à l'aide de (13) le temps t au bout duquel la moitié des atomes $N_0/2$ ont été désintégrés : dans ce cas, il reste $N = N_0/2$ atomes non désintégrés et l'on a $N_0/N = 2$, d'où :

$$t = \frac{1}{\lambda} \ln 2 . \quad (14)$$

Ce temps t est appelé *période radioactive* ou *demi-vie* de la substance considérée. On le désigne ordinairement par $T_{1/2}$. Le radium 226, par exemple, de formule $^{226}_{88}Ra$ a été découvert par Pierre et Marie Curie en 1898, et isolé de son minerai (pechblende) en 1910 ; il se désintègre en émettant des particules α et sa période est :

$$T_{1/2} = 1\ 622\ \text{ans} . \quad (15)$$

Cela signifie que si vous placez dans un coffre-fort de plomb aux parois très épaisses (pour éviter la contamination radioactive) un gramme de radium le 1er janvier 1980, il n'en restera plus que 0,5 g le 1er janvier 3602 et 0,25 g le 1er janvier 5224 (nous pouvons compter en « grammes » et non en « nombre N d'atomes », puisque la masse est proportionnelle au nombre d'atomes) et ainsi de suite : tous les 1 622 ans, la quantité de radium est divisée par deux.

— Toujours à partir de la relation (10), cherchons à calculer la valeur τ du temps au bout duquel le nombre d'atomes d'un système radioactif est réduit d'un facteur e. Cela signifie qu'au temps $t = \tau$, on a :

$$N = \frac{N_0}{e} , \quad (16)$$

d'où $N_0/N = e$. Or, d'après (10), on a aussi :

$$\frac{N}{N_0} = e^{-\lambda t} , \quad (17)$$

d'où :

$$e = e^{\lambda\tau} . \quad (18)$$

En prenant les logarithmes des deux membres ($\ln e = 1$ à gauche, $\lambda\tau \ln e = \lambda\tau$ à droite), on obtient :

$$1 = \lambda\tau , \quad (19)$$

d'où :

$$\tau = \frac{1}{\lambda} . \quad (20)$$

Le temps τ, inverse de la constante radioactive, est appelé *vie moyenne* du radionucléide considéré (ne pas confondre avec la période).

— *L'activité A* est égale au quotient $\Delta N/\Delta t$ du nombre ΔN de désintégrations spontanées par le temps Δt pendant lequel elles se produisent. Quand Δt tend vers zéro, $\Delta N/\Delta t$ tend vers la limite $A = dN/dt$ de la fonction $N(t)$. Dans le cas où l'équation (10) s'applique, on a :

$$A = -\lambda N . \quad (21)$$

— *L'activité massique a* d'un échantillon est le quotient A/m, m étant la masse totale de l'échantillon contenant le radionucléide.

L'activité se mesure en *curies* (symbole : Ci) ou en *becquerels* (symbole : Bq). Le becquerel correspond à une désintégration par seconde ; le curie est égal à $3{,}7 \times 10^{10}$ Bq (37 milliards de désintégrations par seconde). L'activité massique se mesure en curies par kilogramme ou en becquerels par kilogramme.

Phénomènes de radioactivité.

L'effet tunnel.

Cet effet très important, signalé p. 177, doit être rapidement expliqué ici car il permet de comprendre les phénomènes de radioactivité.

Considérons des électrons en mouvement dans un conducteur métallique revêtu d'une couche isolante. Si l'on considère les électrons comme des corpuscules, on peut prédire qu'ils ne traverseront pas cette couche qui forme ce qu'on appelle une *barrière de potentiel* sur laquelle ils ne peuvent que rebondir. Mais si on considère l'onde de de Broglie associée à l'électron, et dont la longueur d'onde vaut $\lambda = h/m_e v$, v étant la vitesse des électrons, cette onde n'est pas arrêtée par la barrière de potentiel et il se forme, de l'autre côté de la couche isolante, une onde évanescente Ψ : il y a donc des électrons qui, en vertu de leur aspect ondulatoire, franchissent la barrière de potentiel. Dans le langage probabiliste, la théorie quantique montre que la fonction Ψ n'est pas nulle de l'autre côté de la barrière, donc que la probabilité de présence d'un électron de l'autre côté de cette barrière n'est pas nulle. Tout se passe comme s'il existait des « tunnels » dans la couche isolante, à travers lesquels passeraient les électrons.

Plus généralement, considérons une particule d'énergie cinétique :

$$K = \frac{1}{2} m v^2 , \quad (1)$$

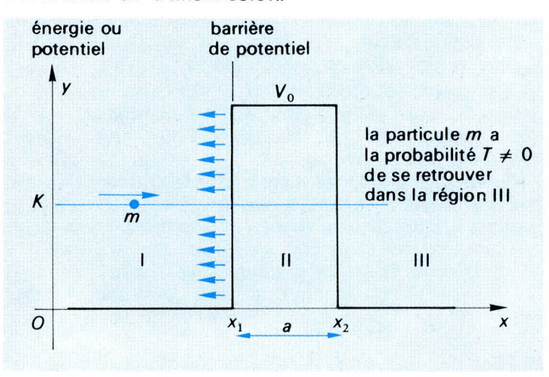
se déplaçant dans une région I de l'espace. Pour fixer les idées, supposons qu'il s'agit d'une particule électrisée portant la charge Q. Dans la région II de l'espace se trouve une couche de charge Q', de même signe que la charge Q, qui a donc tendance à la repousser et à la confiner dans la région I. On peut traduire ce fait en disant qu'il existe, à la frontière des régions I et II, une barrière de potentiel. La particule de charge Q se déplace donc vers la région II tant que son énergie K est supérieure au potentiel $V(r)$ caractérisant l'action de la charge Q' à la distance r ; puis, brusquement, $V(r)$ devient très grand et atteint la valeur V_0 qui se maintient sur une distance a qui est l'*épaisseur* de la barrière de potentiel. Ce potentiel retombe ensuite à 0 dans la région III.

La particule, en tant que telle, ne peut traverser la barrière d'après les lois de la mécanique classique ; mais la mécanique quantique nous enseigne que l'onde associée à la particule « peut le faire », c'est-à-dire que l'équation de Schrödinger a une solution dans la région III, et qu'à cette solution correspond une particule.

En d'autres termes, la probabilité T pour qu'une particule frappant la barrière se retrouve dans la région III par effet tunnel *n'est pas nulle.* Dans le cas qui vient d'être évoqué, on peut montrer qu'elle est proportionnelle à :

$$\exp\left[-2a\sqrt{\frac{2m(V_0 - K)}{\hbar^2}}\right], \quad (2)$$

m étant la masse de la particule. Le facteur T est appelé *coefficient de transmission.*



L'effet tunnel.
On a supposé que la particule, de masse m et d'énergie K, se déplaçait parallèlement à l'axe Ox et que le potentiel atteignait brusquement la valeur V_0 au point d'abscisse x_1 pour retomber à la valeur 0 au point d'abscisse x_2. D'après la mécanique classique, la particule d'énergie $K < V_0$ rebondit sur la barrière et est confinée dans la région I ; d'après la mécanique ondulatoire, il y a une probabilité T non nulle pour que la particule se retrouve dans la région III par effet tunnel.

La radioactivité α.

Considérons un noyau de radium $^{226}_{88}Ra$, qui contient 88 protons et 138 neutrons, maintenus dans un état de cohésion par des forces intranucléaires très intenses (les interactions fortes). Deux de ces protons et deux de ces neutrons, groupés en un petit ensemble cohérent, forment un noyau d'atome d'hélium qu'on appelle aussi une particule α, porteuse de la charge $+ 2e$ et de masse m_α égale à :

$$m_\alpha = 2(m_p + m_n) - B_\alpha , \quad (3)$$

B_α étant l'énergie de cohésion de la particule (défaut de masse). Calculons le rayon R de ce noyau d'après la relation (8) ci-dessus :

$$R = 1{,}2 \times \sqrt[3]{226} = 7{,}3\ \text{fermis} . \quad (4)$$

● *En quoi consiste la radioactivité α ?* L'expérience nous montre que le noyau de radium perd spontanément une particule α, selon la relation :

$$^{226}_{88}Ra \rightarrow {}^{222}_{86}Rn + \alpha . \quad (5)$$

En perdant deux protons, le nombre Z du noyau est devenu $Z - 2 = 86$, numéro atomique d'un élément appelé *radon* (autrefois, on le nommait « émanation du radium »). La perte d'une particule α diminue de 4 unités le nombre de masse qui passe de 226 à 222. L'énergie des particules α émise est $E = 4{,}78$ MeV.

Pour quitter le noyau et s'en échapper, la particule α a dû franchir une barrière de potentiel nucléaire, ce qu'elle a fait par effet tunnel. On peut démontrer, par un calcul que nous ne vous imposerons pas, que le coefficient de transmission T, c'est-à-dire la probabilité pour que la particule α franchisse la barrière de potentiel nucléaire, est telle que :

$$\lg T \approx -\frac{148}{\sqrt{E}} + 32{,}5\,, \qquad (6)$$

E étant exprimée en MeV ($\lg T$ est le logarithme décimal de T).

Comme $E = 4{,}78$ MeV, on trouve $\lg T \approx -30$ (en ne gardant que l'ordre de grandeur), d'où, on a comme ordre de grandeur pour T :

$$T \approx 10^{-30} \qquad (7)$$

● *Vie moyenne du noyau radioactif.* La probabilité T qui vient d'être calculée, et qui est une conséquence de l'effet tunnel, est très faible. Avant d'être émise, la particule α se meut à l'intérieur du noyau. Supposons qu'elle se déplace « de long en large », le long d'un diamètre $2\,R = 14{,}6$ fermis, avec une énergie cinétique $K = E$ (cela fait beaucoup de suppositions, car nous ignorons ce qui se passe réellement au sein du noyau). Le temps τ_0 qu'elle met pour parcourir un diamètre a pour valeur

$$\tau_0 = \frac{2\,R}{v}\,, \qquad (8)$$

v étant la vitesse de la particule qui, calculée à partir de l'énergie cinétique, a pour valeur :

$$v = \sqrt{\frac{2\,K}{m_\alpha}}\,. \qquad (9)$$

Remplaçons K par sa valeur dans le système SI, et m_α par sa valeur d'après (3), en négligeant l'énergie de liaison B_α ; on trouve, tous calculs faits :

$$v \approx 1{,}5 \times 10^{7}\ \text{m/s}\,, \qquad (10)$$

et :

$$\tau_0 \approx \frac{14{,}6 \times 10^{-15}}{1{,}5 \times 10^{7}} \approx 10^{-21}\ \text{s}\,. \qquad (11)$$

Cette grandeur très petite τ_0 est le temps qui sépare deux collisions successives de la particule α contre les « murs » de potentiel du noyau entre lesquels elle est prisonnière. Elle effectuera $1/T$ collisions avant de s'échapper, c'est-à-dire qu'elle restera à l'intérieur du noyau pendant le temps (approximatif) :

$$t = \frac{\tau_0}{T}\,, \qquad (12)$$

qui est de l'ordre de $10^{-21}/10^{-30} = 10^{9}$ s, soit environ 31 ans.

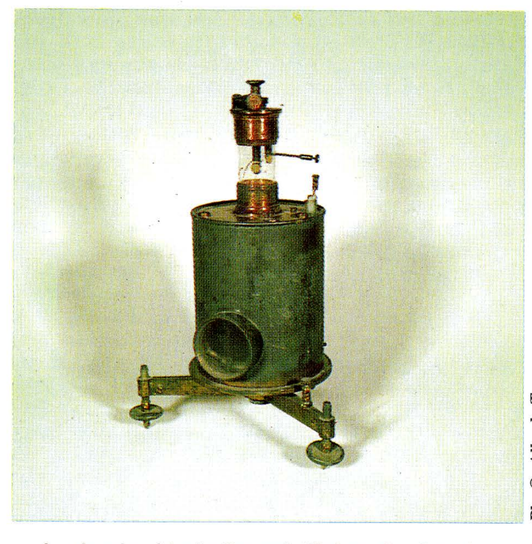
Interprétons ce résultat : en faisant de nombreuses hypothèses sur l'énergie de la particule à l'intérieur du noyau, nous concluons qu'un noyau de radium reste stable pendant une durée dont l'ordre de grandeur est de 31 ans. Ce temps n'est pas la vie moyenne τ de l'atome, mais une approche de τ, qui peut valoir entre 100 et 1 000 fois plus selon les hypothèses choisies. En calculant sur des faits expérimentaux, on parvient au résultat :

$$\tau \approx 2\,340\ \text{ans}\,, \qquad (13)$$

soit une période :

$$T_{1/2} = 1\,622\ \text{ans}\,. \qquad (14)$$

Ce qu'on doit retenir de tout cela, c'est que la période du radium est très grande (de l'ordre de 10^{10} s) par rapport au temps que met une particule α pour parcourir un diamètre du noyau (de l'ordre de 10^{-21} s). Cette disproportion vient de ce qu'il y a une barrière à franchir, et que l'effet tunnel conduit, dans le cas du radium, à un coefficient de transmission T très faible.



Ph. © Allard. T.

La chambre à ionisation qu'utilisèrent les Curie lors de leurs travaux sur la radioactivité.

La radioactivité β.

Les particules β sont des électrons négatifs (β^-) ou positifs (β^+) ; dans ce dernier cas, on les nomme des *positons.* Leur masse au repos vaut m_e et leur charge est égale à $-e$ pour les électrons β^- et à $+e$ pour les électrons β^+.

● *La désintégration β est due au fait que,* à l'intérieur du noyau d'un atome (A, Z), un neutron se transforme en un proton, de sorte que le nouveau noyau a le même nombre de masse A (aucun nucléon n'a disparu), tandis que son nombre de charge est passé de Z à $Z + 1$. C'est le cas du cobalt $^{60}_{27}Co$, qui se désintègre et se transforme en nickel $^{60}_{28}Ni$ (ce nickel étant radioactif, on le nomme *radionickel*) avec émission d'un électron. Examinons les choses de plus près. La transformation d'un neutron de masse m_n en un proton de masse m_p correspond à une diminution de la masse du noyau égale à $m_n - m_p$. Exprimons cette différence en unité énergétique. On a :

$$\begin{cases} m_n\, c^2 = 939{,}50\ \text{MeV}\,; \\ m_p\, c^2 = 938{,}21\ \text{MeV}\,; \end{cases} \qquad (15)$$

donc la diminution de masse correspond à une transition énergétique :

$$939{,}50 - 938{,}21 = 1{,}29\ \text{MeV}\,. \qquad (16)$$

Or la masse énergétique de l'électron émis est $m_e\, c^2 = 0{,}51$ MeV, de sorte qu'il subsiste une énergie $K = 1{,}29 - 0{,}51 = 0{,}78$ MeV disponible.

A quoi va-t-elle servir ? Certainement pas à mouvoir le proton obtenu à partir du neutron, puisque celui-ci est bien ancré dans le noyau et que nous pouvons considérer la variation de son énergie cinétique comme négligeable. Supposons donc que l'énergie restante soit entièrement transmise à l'électron β^- Cela signifie que celui-ci aura une énergie totale égale à :

$$m_e\, c^2 + K = 1{,}29\ \text{MeV}\,. \qquad (17)$$

Or l'expérience montre que les électrons émis ont, en fait, une énergie qui varie entre 0,51 et 1,29 MeV, c'est-à-dire que leur énergie cinétique varie entre 0 et 0,78 MeV. Pour interpréter ce fait, il faut supposer (Pauli, 1932) qu'il existe une autre particule émise en même temps que l'électron β^-, et qui reçoit une partie de l'énergie cinétique $K = 0{,}78$ MeV. On doit donc écrire la relation de désintégration du neutron sous la forme :

$$\text{n} \rightarrow \text{p} + \underbrace{\beta^- + ?}_{\text{avec l'énergie } K}\,. \qquad (18)$$

La masse de la particule, notée pour l'instant par un point d'interrogation, doit être nulle pour respecter le principe de conservation fondamental ; sa charge est également nulle, puisque l'on a :

$$\text{charge de n} = 0 = \text{charge de } (\text{p} + \beta^-)\,. \qquad (19)$$

Ainsi donc, pour expliquer le fait de la radioactivité β^-, il faut supposer l'existence d'une particule évanescente, de masse nulle, de charge nulle et dotée d'une énergie cinétique qui lui est fournie par la désintégration du neutron. Cette particule a été nommée *antineutrino,* son symbole est $\bar{\nu}$. La réaction (18) s'écrit alors, en remplaçant β^- par e^-, symbole classique de l'électron :

$$\text{n} \rightarrow \text{p} + e^- + \bar{\nu}\,. \qquad (20)$$

Signalons que, dans le cas de la désintégration β^+, il se pose un problème analogue : pour rendre compte de l'équilibre énergétique de la réaction, il faut supposer que l'énergie cinétique K se partage entre le positon e^+ et une particule évanescente de masse nulle et de charge nulle, le *neutrino* (symbole : ν) selon la relation :

$$\text{n} \rightarrow \text{p} + e^+ + \nu\,. \qquad (21)$$

Le neutrino et l'antineutrino sont restés des particules théoriques jusqu'en 1956, date à laquelle les expérimentateurs ont pu détecter des neutrinos dans un réacteur nucléaire (voir ci-dessous p. 117).

● *Les interactions faibles.* On appelle ainsi les forces responsables de la désintégration β. Comme l'indique le qualificatif « faible », il s'agit de forces dont l'intensité est incomparablement plus petite que celle des forces électromagnétiques et des interactions fortes (en gros : 10^{14} fois moindres que les interactions fortes). Leur portée est également très faible, moins de 0,01 fermi, alors que les interactions fortes ont une portée de l'ordre du fermi.

Cela explique que les noyaux présentant la radioactivité β ont de longues périodes, tout comme les émetteurs α. Mais alors que, pour ces derniers, la relative stabilité des atomes était due à la haute valeur du potentiel nucléaire, c'est-à-dire à la grandeur des forces de cohésion, ici la stabilité des neutrons est due à la faible intensité des forces produisant la désintégration.

Autres types de réactions nucléaires.

● *L'émission de photons gamma* est due à des transitions intranucléaires. Nous verrons que l'on peut parler des niveaux d'énergie d'un noyau, tout comme on a parlé des niveaux d'énergie d'un atome. Lorsque le noyau passe d'un niveau d'énergie à un autre, il peut y avoir émission d'un photon gamma, lié à la différence de niveaux énergétiques par la relation $hf = E_j - E_i$, E_j et E_i étant les deux niveaux énergétiques entre lesquels se fait la transition du noyau. Le phénomène est souvent couplé avec une désintégration.

Comme on le constate, l'émission de rayons gamma par un noyau au cours d'une transition est comparable à l'émission d'une raie spectrale par un atome ; la différence entre les deux phénomènes tient aux ordres de grandeur énergétiques : de l'ordre du million d'électronvolts à l'intérieur du noyau, et de l'ordre de l'électronvolt seulement pour les électrons dans l'atome. Il en résulte que les fréquences émises par les noyaux sont environ un million de fois plus grandes que les fréquences émises lors des transitions électroniques : les rayons gamma sont des ondes électromagnétiques de très hautes fréquences et de très petites longueurs d'onde.

● *La fission nucléaire* est le fait pour un noyau de se séparer en deux *noyaux fils,* de nombres de masse approximativement égaux, en dégageant une énergie de l'ordre de 200 MeV par fission. Elle peut être spontanée ou provoquée (par l'intervention d'un neutron qui, absorbé par un noyau fissile A, le transforme en un noyau excité $A + 1$ qui, au bout d'un temps très bref — de l'ordre de 10^{-14} s — explose en deux noyaux dont les nombres de masse sont voisins de $A/2$.

L'importance de l'énergie libérée provient du défaut de masse B du noyau : en se brisant, le noyau libère l'énergie de cohésion, évaluée comme on l'a vu ci-dessus à 0,8 MeV par nucléon pour les noyaux lourds.

● *La fusion nucléaire* est le fait, pour deux noyaux, de fusionner pour former un nouveau noyau. Le phénomène est caractéristique du noyau léger (hydrogène $^{1}_{1}H$, hydrogène lourd ou deutérium $^{2}_{1}H$, hélium 3 $^{3}_{2}He$, etc.).

Conclusion.

Signalons ici l'intérêt théorique des phénomènes de radioactivité, et notamment de la fission et de la fusion nucléaires.

1 - Les expériences de radioactivité débouchent sur l'étude des particules dites élémentaires qui constituent, pour l'instant, le point ultime de l'analyse de la matière.

2 - Tous les faits de radioactivité et toutes les expériences sur les particules élémentaires peuvent être expliqués ou prévus à partir des équations de la mécanique ondulatoire ou de la mécanique matricielle : ce sont donc des preuves quotidiennes de la puissance des théories quantiques que fournissent les grands laboratoires où l'on étudie le noyau et les particules, à l'aide notamment d'accélérateurs de plus en plus énergiques.

3 - Les vitesses acquises par les noyaux et les particules dans ces accélérateurs fournissent, en outre, des preuves expérimentales des théories de la relativité.

Les modèles du noyau.

Le modèle de la goutte liquide.

Bien que ce modèle ait été abandonné au profit du modèle en couches, étudié ci-après, son étude est fructueuse pédagogiquement, car elle montre comment on peut interpréter les messages nucléaires d'une façon simple.

● *Les forces intranucléaires* sont de deux sortes :

— les *interactions fortes* relient entre eux les nucléons (liaison proton-proton, neutron-neutron et proton-neutron) ; elles ne sont pas de nature électromagnétique ;

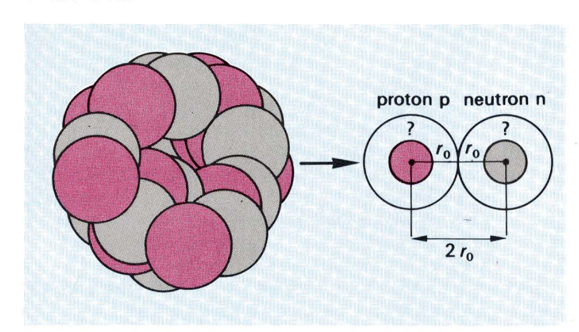
— les *interactions coulombiennes* tendent au contraire à éloigner mutuellement les protons, la force de répulsion qui agit sur chacun des deux protons à la distance *r*, ayant pour valeur absolue, selon la loi de Coulomb :

$$F = \frac{1}{4\,\pi\varepsilon_0}\,\frac{e^2}{r^2}\,. \qquad (1)$$

Comme les nucléons restent bien sagement à l'intérieur des noyaux stables (c'est-à-dire de la plupart des noyaux naturels), nous pouvons affirmer que les interactions fortes dominent largement les interactions coulombiennes (qui, au surplus, n'existent pas en ce qui concerne les neutrons).

● *L'image de la goutte liquide* a été proposée en 1935 par Bethe et Weizsäcker. Le noyau-goutte est un agrégat compact de nucléons qui glissent les uns sur les autres. La distance moyenne entre les centres de deux nucléons est voisine de $r_0 = 2{,}4$ fm. Le rayon *R* du noyau est alors $R = r_0\sqrt[3]{A}$.

Si nous appelons *B* le défaut de masse d'un noyau et *A* le nombre de masse, alors l'énergie qui doit être mise en œuvre pour extraire un nucléon est en moyenne égale à *B/A*, rapport qui vaut à peu près 8 MeV pour $A \geqslant 16$, et qui est compris entre 7 et 8 MeV pour $4 \leqslant A \leqslant 16$.



Le noyau-goutte liquide.
Les nucléons (protons p et neutrons n) sont figurés par des petites sphères rouges ou grises. Le rayon r_0 de ces sphères, qui est de l'ordre de $1{,}2 \times 10^{-15}$ m ≈ 1 fm., n'est pas le rayon du nucléon, mais de son volume d'action. Que se passe-t-il entre les nucléons ? On l'ignore.

● *L'énergie de cohésion du noyau* est la résultante de plusieurs types d'énergies :

— L'énergie due aux interactions fortes est appelée *énergie de volume* ; elle correspond au défaut de masse *B* et vaut $a_v \approx 8$ MeV par nucléon pour les noyaux tels que $A > 16$ (c'est-à-dire pour les noyaux à partir de l'oxygène dans la table de Mendeleïev). On peut donc écrire :

$$B = a_v A\,. \qquad (2)$$

— Les nucléons de surface (ceux qu'on « voit » sur la figure qui accompagne ce texte) sont moins retenus dans le noyau que les nucléons enfouis en son sein. Cela signifie que l'énergie *B* n'est pas aussi grande que le laisse prévoir l'équation (2) et qu'on doit tenir compte d'une correction ΔB_s, *appelée énergie de surface* : plus la surface du noyau est grande, plus le nombre de nucléons de surface est grand, plus ΔB_s est grand. Or la surface des noyaux a pour valeur :

$$\frac{4}{3}\pi R^2 = \frac{4}{3}\pi r_0^2\,A^{2/3}\,. \qquad (3)$$

Donc l'énergie de surface a pour valeur :

$$\Delta B_s = -\,a_s\,A^{2/3}\,. \qquad (4)$$

Le signe « – » signifie que cette énergie s'oppose à la cohésion du noyau ; le facteur a_s est une constante.

— Les répulsions coulombiennes ont tendance à provoquer l'évasion des protons, et elles s'opposent, elles aussi, aux interactions fortes. En fait, pour les noyaux légers, qui contiennent peu de protons, l'énergie électromagnétique est négligeable devant l'énergie des interactions fortes. Pour $A > 60$, le nombre *Z* de protons est suffisamment important pour que l'action coulombienne soit sensible. En outre, quand *A* est grand, le rayon nucléaire $R = r_0 A^{1/3}$ est grand. Comme les interactions électromagnétiques s'exercent à grande distance, les nucléons de surface sont plus influencés que les nucléons centraux par ces interactions. On peut montrer simplement que la correction ΔB_c due à *l'énergie coulombienne* a pour valeur :

$$\Delta B_c = -\,\frac{3}{5}\,\frac{Z(Z-1)}{R}\,e^2\,. \qquad (5)$$

Quand *Z* est suffisamment grand, on peut écrire :

$$\Delta B_c = -\,a_c\,\frac{Z^2}{A^{1/3}}\,, \qquad (6)$$

avec $a_c \approx \dfrac{3}{5}\,\dfrac{e^2}{r_0}$.

— Enfin il faut tenir compte du fait qu'un noyau est d'autant plus instable qu'il possède plus de neutrons que de protons : c'est ce qu'on nomme l'asymétrie du noyau. D'où un quatrième facteur correctif ΔB_a :

$$\Delta B_a = -\,a_a\,\frac{(A-2\,Z)^2}{A}\,. \qquad (7)$$

Finalement, le noyau-goutte liquide possède l'énergie de cohésion corrigée :

$$B = a_v A - a_s A^{2/3} - a_c\frac{Z^2}{A^{1/3}} - a_a\frac{(A-2\,Z)^2}{A}\,. \qquad (8)$$

● *Conclusion.*

Ce modèle rend compte, grossièrement, d'un certain nombre de faits énergétiques nucléaires, en particulier du degré de stabilité des noyaux. Toutefois, il n'explique pas de nombreuses particularités, et notamment le fait que les noyaux possédant un nombre *Z* de protons *ou* un nombre $A - Z$ de neutrons égal à l'un des nombres suivants :

2, 8, 20, 28, 50, 82, 126

sont très stables, c'est-à-dire possèdent une énergie de liaison *B* maximale. Ces nombres ont été appelés *nombres magiques* par les physiciens. Nous en comprendrons la signification plus bas.

Modèle en couches des noyaux sphériques.

Plusieurs faits suggèrent d'adopter pour le noyau un modèle comparable à celui des niveaux d'énergie pour l'atome. Les physiciens ont été tentés de considérer que les nucléons sont répartis dans le noyau en couches de niveaux énergétiques discontinus, tout comme les électrons sont répartis en orbites correspondant à des états énergétiques distincts. De même que chaque électron à l'intérieur de l'atome est défini par un système de nombres quantiques, de même chaque nucléon est défini par un système de nombres quantiques. Là s'arrête d'ailleurs la comparaison, car : 1° nous verrons que les nombres quantiques nucléaires n'ont pas tout à fait la même signification que les nombres quantiques atomiques ; 2° l'énergie responsable du mouvement des électrons dans l'atome est principalement électromagnétique, alors que, dans le noyau, les interactions fortes l'emportent largement sur les forces électriques ; 3° on disposait d'un nombre impressionnant de faits « électroniques », à savoir les raies spectrales, qui ont permis d'élaborer un modèle quantique de l'atome en accord avec l'expérience, alors que le problème du noyau doit être abordé théoriquement, à partir des équations de Schrödinger.

● *L'idée générale du modèle peut être résumée comme suit :*

1 - Les nucléons (protons et neutrons) se meuvent à l'intérieur du noyau, tout comme les électrons à l'intérieur de l'atome. Dans le cas de ces derniers, la « cause » du mouvement était une force d'attraction électrique, exercée par le noyau (positif), sur les électrons (négatifs), autrement dit l'existence d'un *champ électrique* $\boldsymbol{E}$, dérivant d'un *potentiel électrique V*(*r*), dont la valeur dépend de la distance *r* qui sépare l'électron étudié du noyau. Dans le cas des nucléons, la « cause » de l'état dynamique des protons et des neutrons n'est pas électrique, et cela pour au moins deux raisons : 1° si elle l'était, les protons devraient être expulsés du noyau, puisqu'ils se repoussent électrostatiquement ; 2° les neutrons ne sont pas susceptibles d'être influencés par un champ électrique.

2 - Pour décrire l'état d'un nucléon à la distance *r* du centre du noyau, il faut donc trouver un potentiel *V*(*r*) qui ne soit pas électrique. C'est là un des premiers écueils de la physique nucléaire. Dans le cas des interactions électriques, en effet, on sait exprimer les forces qui agissent (forces de Coulomb) et calculer d'une façon simple le potentiel correspondant :

$$V(r) = \frac{1}{4\,\pi\varepsilon_0}\,\frac{e}{r}\,. \qquad (9)$$

Mais, ici, nous sommes sans ressources. Nous avons appelé *interactions fortes* les « forces » qui lient les nucléons entre eux, mais nous ignorons tout d'elles (ou presque tout) : peut-on les composer comme des forces ordinaires ? Respectent-elles les lois de Newton ? Etc. Par conséquent, au lieu de *calculer* le *potentiel nucléaire V*(*r*), comme on le fait pour un potentiel électrique, il faut se contenter de l'*évaluer*, de sorte que la formule proposée soit en accord avec les données de l'expérience. Parmi les formules proposées, nous en retiendrons deux, appelées respectivement *potentiel de Woods-Saxon* et *potentiel de Yukawa*. Les voici, sans commentaires :

$$V(r) = -\,\frac{V_0}{1 + \exp\left(\dfrac{r-R}{0{,}228\,a}\right)}\ \text{(Woods-Saxon)}\,; \qquad (10)$$

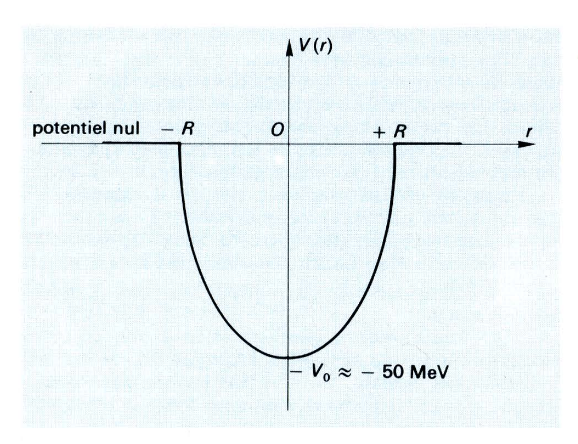
$$V(r) = -\,\frac{r_0\,V_0}{r\exp\left(\dfrac{r}{r_0}\right)}\quad \text{(Yukawa)}\,. \qquad (11)$$

Dans ces formules, *r* désigne la distance du nucléon étudié au centre du noyau, supposé *attractif*, *R* est le rayon du noyau, égal, comme on l'a dit, à $r_0 A^{1/3}$, r_0 est égal à 1,2 fm et *a* est la distance minimale à laquelle une particule α peut s'approcher du noyau. Quant à V_0, c'est une énergie égale à 45 MeV dans la formule de Woods-Saxon et à 50 MeV dans celle de Yukawa.

3 - A vrai dire, nous aurions pu proposer d'autres formes de fonction *V*(*r*). La représentation graphique de cette fonction est une courbe dont la concavité est tournée vers le haut et dont l'allure évoque la forme d'un *puits*. Selon les cas, on parle de *puits carré, puits parabolique, puits de Gauss, puits de Yukawa*, etc. Ce qu'il faut bien comprendre, c'est que l'énergie d'un nucléon dépend de sa distance *r* au centre du noyau, et que cette énergie peut être calculée à partir de *V*(*r*). Sur la figure de la page suivante nous avons tracé la courbe représentant un puits de potentiel parabolique, c'est-à-dire la fonction :

$$V(r) = -\,V_0\left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right). \qquad (12)$$

Quand $r = 0$, c'est-à-dire au centre du noyau, $V(r) = -\,V_0$; quand $r = R$, c'est-à-dire pour un nucléon situé à la surface du noyau, $V(r) = 0$: cela signifie qu'à partir de la surface du noyau les interactions fortes ne se font plus sentir.



Puits de potentiel parabolique.
Le potentiel $V(r)$ est nul pour un point à la surface du noyau ($r = R$) ; sa valeur minimale est $V(r) = -V_0$, au centre du noyau ($r = 0$).

4 - Ce qui nous intéresse, c'est de calculer l'énergie E d'un nucléon en fonction de sa distance r au centre du noyau. Pour cela, nous considérons l'onde associée à un nucléon, la fameuse fonction Ψ de la mécanique ondulatoire, et nous lui imposons d'obéir à l'équation de Schrödinger, compte tenu des données du problème. Le calcul est long et difficile, et il n'est pas question de le développer ici ; retenons-en simplement le résultat : si on appelle ω la pulsation de l'onde associée à un nucléon, l'énergie de ce nucléon est donnée par la relation :

$$E_N = \left(N + \frac{3}{2}\right)\hbar\omega\,, \qquad (13)$$

N étant un entier positif ou égal à zéro. Cela signifie que les niveaux d'énergie possibles du nucléon considéré forment une série discrète, tout comme les niveaux d'énergie des électrons,

$$E_0 = \frac{3}{2}\hbar\omega\,, \quad \text{pour} \quad N = 0\,;$$
$$E_1 = \frac{5}{2}\hbar\omega\,, \quad \text{pour} \quad N = 1\,; \qquad (14)$$
$$E_2 = \frac{7}{2}\hbar\omega\,, \quad \text{pour} \quad N = 2\,;$$

etc.

Ces niveaux correspondent à des valeurs déterminées de la distance r au centre du noyau (r_0, r_1, r_2, ...) : on peut donc parler de *couches nucléoniques* dans le noyau comme on parlait de couches électroniques dans l'atome.

● *Remplissage des couches.* Comment se répartissent les A nucléons d'un noyau déterminé ? Le problème ressemble à celui qui se posait pour les électrons, et se résout par une méthode analogue : pour $N = 0$, on a les nucléons de la couche I ; pour $N = 1$, ceux de la couche II ; pour $N = 2$, ceux de la couche III ; etc. Le nombre N est le *nombre quantique principal* pour le noyau. D'autre part chaque nucléon est défini par un groupe de quatre nombres quantiques $\{k, l, m, s\}$ déterminés comme suit :

— Les nombres k et l sont appelés *nombre quantique radial* et *nombre quantique azimutal* ; ils sont liés par la relation :

$$N = 2(k-1) + l\,, \qquad (15)$$

avec $k > 0$ et $l \geqslant 0$. Les couples (k, l) de solutions, lorsque N est donné, définissent les *sous-couches* de la couche N ; l mesure aussi le moment cinétique orbital du nucléon en unités $\hbar$.

— Le nombre $j > 0$ est le moment cinétique total $l + s$ du nucléon, avec $s = \pm 1/2$ (s est le *spin* du nucléon).

— Le nombre m est le nombre quantique magnétique, il vaut :

$$m = \{-j, -j+1, \ldots, j-1, j\}\,. \qquad (16)$$

Le *principe d'exclusion de Pauli*, qui dit que deux nucléons de même nature ne peuvent avoir leurs quatre nombres quantiques égaux deux à deux, permet alors de décrire la distribution des nucléons dans le noyau :

1 - Couche I ($N = 0$) : le seul couple (k, l) de nombres entiers qui vérifient la relation (15) est le couple (1, 0) ; en effet, à partir de $k = 2$, on a $N = 2(2-1) + l = 2 + l$, et il n'existe aucune valeur positive de l qui vérifie l'équation $0 = 2 + l$.

Pour $l = 0$, on a $j = 1/2$ ($j = -1/2$ est impossible puisque on doit avoir $j > 0$), d'où deux valeurs possibles pour m : $m = \pm 1/2$.

En résumé, deux nucléons de même nature sont possibles sur la première couche :

$$\{1, 0, 1/2, -1/2\} \quad \text{et} \quad \{1, 0, 1/2, 1/2\}\,.$$

On aura donc, au plus, dans la première couche deux protons et deux neutrons. Chacun de ces nucléons est étiqueté 1 *s*, la lettre *s* signifiant $l = 0$ (code des spectroscopistes).

2 - Couche II ($N = 1$) : ici aussi, il n'y a qu'une possibilité pour (k, l), c'est $k = 1$ et $l = 1$ (en code : *p*), d'où les valeurs $j = 1/2$ et $j = 3/2$ pour le nombre quantique de spin total et les valeurs $m = \{-1/2, 1/2\}$ et $m = \{3/2, -1/2, 1/2, 3/2\}$ pour le nombre quantique magnétique. Au total, on aura donc 6 nucléons de même nature au maximum dans la couche II, étiquetés 1 *p* puisqu'ils ont tous $k = 1$ et $l = 1$.

3 - Pour les couches suivantes on peut faire un calcul identique, résumé sur le tableau ci-après.

On peut remplacer ce tableau par un diagramme de niveaux d'énergie. La coutume est de représenter ces niveaux à l'intérieur du diagramme du potentiel (le puits de potentiel). Chaque couche N se divise en sous-couches (k, l), qui se divisent elles-mêmes en un ou deux niveaux d'après les valeurs de j correspondantes. La sous-couche la plus basse est étiquetée 1 *s*, elle correspond à une énergie voisine de − 40 MeV (le « fond » du puits est à − 45 MeV). Lorsque tous les nucléons de même nature d'une couche ont été placés, on passe évidemment à la couche suivante. La couche I ($N = 0$) est saturée avec 2 nucléons de même nature (2 protons ou 2 neutrons) ; la couche II avec 6 ; la couche III avec 12 ; etc. On a indiqué, au-dessus de chaque couche, le total cumulé des nucléons de même nature lorsque les couches sous-jacentes sont saturées : on constate qu'il s'agit des nombres magiques :

2, 8, 20, 28, 50, 82, 126 .

Les couches de nucléons dans le noyau.
L'étiquetage des sous-couches utilise le code des spectroscopistes (s, p, d, f, g ..., pour l = 0, 1, 2, 3, 4, ...).

N° de la couche	Valeur de *N*	*k*	*l*	*j*	*m*	Équilibrage (*k, l*) de la sous-couche	Nombre de nucléons de même nature sur une courbe	Énergie moyenne de la couche
I	0	1	0 (= *s*)	1/2	− 1/2, + 1/2	1 *s*	2	$\frac{3}{2}\hbar\omega$
II	1	1	1 (= *p*)	1/2	− 1/2, + 1/2	1 *p*	6	$\frac{5}{2}\hbar\omega$
				3/2	− 3/2, − 1/2, + 1/2, + 3/2			
III	2	1	2 (= *d*)	3/2	− 3/2, − 1/2, + 1/2, + 3/2	1 *d*	12	$\frac{7}{2}\hbar\omega$
				5/2	− 5/2, − 3/2, − 1/2, + 1/2, + 3/2, + 5/2			
		2	0 (= *s*)	1/2	− 1/2, + 1/2	2 *s*		
IV	3	1	3 (= *f*)	5/2	− 5/2, − 3/2, − 1/2, + 1/2, + 3/2, + 5/2	1 *f*	20	$\frac{9}{2}\hbar\omega$
				7/2	− 7/2, − 5/2, − 3/2, − 1/2, 1/2, + 3/2, + 5/2, + 7/2			
		2	1 (= *p*)	+ 1/2	− 1/2, + 1/2	2 *p*		
				+ 3/2	− 3/2, − 1/2, + 1/2, + 3/2			
V	4	1	4 (= *g*)	7/2	− 7/2, − 5/2, ..., + 5/2, + 7/2	1 *g*	30	$\frac{11}{2}\hbar\omega$
				9/2	− 9/2, ..., + 9/2			
		2	2 (= *d*)	3/2	− 3/2, ..., + 3/2	2 *d*		
				5/2	− 5/2, ..., + 5/2			
		3	0 (= *s*)	1/2	− 1/2, + 1/2	3 *s*		
VI	5	1	5 (= *h*)	9/2	− 9/2, − 7/2, ..., + 7/2, + 9/2	1 *h*	42	$\frac{13}{2}\hbar\omega$
				11/2	− 11/2, − 9/2, ..., + 9/2, + 11/2			
		2	3 (= *f*)	5/2	− 5/2, ..., + 5/2	2 *f*		
				7/2	− 7/2, ..., + 7/2			
		3	1 (= *p*)	1/2	− 1/2, + 1/2	3 *p*		
				3/2	− 3/2, ..., + 3/2			

Couches et sous-couches de nucléons dans un puits de potentiel.
Les sous-couches sont notées** 1 s, 1 p, **etc. ; elles se divisent en une ou deux « orbites » d'après la valeur de** j. **Les orbites ont été figurées en tiretés de la même couleur que la sous-couche à laquelle elles appartiennent, afin de permettre une bonne lecture de l'enchevêtrement des niveaux énergétiques.

● *Exemple et remarques.*

— Noyau de l'oxygène $^{16}_{8}O$ (oxygène « ordinaire »). Ce noyau comprend $Z = 8$ protons et $A - Z = 8$ neutrons. La première couche étant saturée par deux nucléons identiques 1 *s* (voir tableau), on peut donc y placer 2 protons et 2 neutrons. La deuxième couche est saturée par 6 nucléons identiques 1 *p*, on peut donc y placer les nucléons restants, et le noyau est saturé, donc remarquablement stable. On pouvait s'en douter, puisque le nombre de protons (et le nombre de neutrons) est égal au nombre magique 8.

— Si on bombarde un noyau dans son état fondamental avec des protons d'énergie E_i, il peut se faire qu'un proton incident interagisse avec un nucléon et lui communique une partie de son énergie, ce qui fait passer le proton-cible d'une orbite à une autre, d'énergie supérieure. Le proton-projectile continuera son trajet avec une énergie finale E_f inférieure à son énergie initiale. Le noyau, qui a donc reçu l'énergie $E_i - E_f$, est dit *excité*. Cela se traduit par une modification caractéristique du spectre du proton diffusé.

— Les nombres magiques, comme on l'a remarqué, correspondent à des noyaux dont les couches de nucléons sont saturées, donc à des noyaux remarquablement stables. En contrepartie, lorsqu'on dépasse d'une unité un nombre magique, on obtient un noyau dont le nucléon supplémentaire, qui vient se loger dans la première couche vide au-dessus de la couche saturée, est moins lié que les autres au noyau. Ce dernier est donc beaucoup moins stable.

Noyaux non sphériques.

Ces noyaux ne peuvent être décrits avec les mêmes nombres quantiques que les noyaux sphériques. Le puits de potentiel, qui suit la distribution de la densité des matières dans le noyau n'est plus sphérique et l'approximation de Woods-Saxon n'est plus possible. Ce potentiel tourne, entraînant avec lui l'ensemble des nucléons. C'est du moins le cas pour les noyaux dont la forme est celle d'un ellipsoïde.

La description de ces noyaux pose de nombreux problèmes théoriques, notamment en ce qui concerne l'action sur les nucléons des forces centrifuge et de Coriolis. Elle ouvre de belles perspectives à la physique nucléaire, et permettra sans doute de faire progresser le modèle du noyau et de comprendre la structure des *noyaux mous,* qui changent continuellement de forme... à l'instar d'une goutte liquide qui subit des chocs mécaniques.

PHYSIQUE DES PARTICULES.

Généralités.

Définition.

Dans le langage courant, le terme « particule » sert à désigner une « très petite partie de matière », dont la petitesse est toutefois mesurable : un grain de poussière de 1 µm de diamètre, un atome de 1 Å de diamètre, une molécule dont les dimensions sont de l'ordre de quelques angströms sont, en ce sens, des « particules », eu égard à leur *étendue spatiale.*

Mais, si nous considérons un objet — par exemple l'électron — sans référence à son étendue spatiale (soit parce que nous ignorons s'il en a une, soit parce que cette étendue n'intervient pas dans les observations que nous nous proposons de faire), nous le désignons comme une *particule* en donnant à ce terme un sens bien déterminé qui va maintenant être précisé.

● *Définition.* Un objet est appelé *particule* lorsqu'il possède les deux propriétés suivantes :

1 - on peut lui attribuer une masse et une charge électrique déterminées ;

2 - son comportement dans un champ électrique ou magnétique macroscopique peut être étudié en considérant son étendue comme nulle, c'est-à-dire en l'identifiant à un point géométrique.

L'*électron,* comme on vient de le voir, est un exemple de particule. Un *atome individuel,* qui possède une masse déterminée et une charge nulle (l'atome non ionisé est neutre électriquement) peut être aussi considéré comme une particule, *tant qu'on ne prend pas en considération* son étendue dans l'espace. Il y a lieu de préciser, ici, que la masse d'un atome particulier dépend de l'état énergétique de cet atome (les « masses atomiques » de la chimie traditionnelle ne sont que des moyennes statistiques) : c'est cette masse déterminée en toute rigueur qui caractérise la particule.

Identifier une particule, cela consiste donc : 1° à déterminer sa masse ; 2° à déterminer sa charge électrique ; 3° à lui donner un nom et à lui attribuer un symbole, pour faciliter l'écriture des relations.

Unités de mesure.

● *La charge électrique d'une particule* peut évidemment s'exprimer en coulombs, le coulomb (C) étant l'unité SI de charge électrique. Toutefois, l'expérience a montré, jusqu'à ce jour, que les particules avaient une charge qui s'exprimait par des nombres simples (− 1, 0, + 1) si on utilisait comme unité la valeur absolue de la charge de l'électron, qui vaut :

$$e = 1{,}602\,189\,2 \times 10^{-19}\ \mathrm{C} \pm 46 \times 10^{-26}\ \mathrm{C}\,. \qquad (1)$$

Cette valeur *e* est aussi appelée *charge élémentaire.*

● *La masse d'une particule* se mesure en kilogramme dans le système SI. Il faut évidemment préciser s'il s'agit de la masse au repos *m* ou de la masse de la particule en mouvement $m(v)$, qui est liée à la vitesse *v* par la relation étudiée p. 14 ;

$$m(v) = \frac{m}{\sqrt{1 - \dfrac{v^2}{c^2}}} = \frac{m}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \qquad (2)$$

en posant $\beta = v/c$. Nous verrons en effet que la vitesse des particules peut être très grande, et que l'approximation non-relativiste $m(v) \approx m$ n'est pas toujours possible.

La relation d'Einstein :

$$E = mc^2 \qquad (3)$$

permet de mesurer la masse *m* d'une particule en unités énergétiques. L'unité employée est l'*électronvolt* (eV) et ses principaux multiples : le *mégaélectronvolt* (MeV) et le *gigaélectronvolt* (GeV). On a la relation d'équivalence :

$$1\ \mathrm{eV} = 1{,}602\,19 \times 10^{-19}\ \mathrm{J}\,. \qquad (4)$$

Ainsi la masse de l'électron au repos, $m_e = 0{,}91 \times 10^{-30}$ kg, est équivalente à l'énergie $E = 0{,}511$ MeV. Les deux expressions : « la masse de l'électron est m_e kg » ou « la masse de l'électron est $E = 0{,}511$ MeV » sont équivalentes (en toute rigueur, on devrait dire : « la masse de l'électron est de $0{,}511\ \mathrm{MeV}/c^2$ »).

● *L'énergie d'une particule,* dont la masse au repos est *m* et dont la vitesse est *v*, a pour valeur, d'après (2) et (3) :

$$E = \frac{m\,c^2}{\sqrt{1 - \beta^2}}. \qquad (5)$$

La quantité de mouvement *p* a pour valeur $p = m(v)$, *v*, d'où, puisque $v = \beta c$ et en tenant compte de ce qui précède :

$$p = \frac{\beta E}{c}. \qquad (6)$$

On tire de (6) $\beta = pc/E$, et, en portant dans (5), on obtient l'énergie de la particule en fonction de sa masse au repos *m* et de sa quantité de mouvement *p* :

$$E = m^2\,c^4 + p^2\,c^2\,. \qquad (7)$$

Dans l'équation (7), la masse est exprimée en unités de masse (kg dans le système SI). Si on l'exprime en unités énergétiques, c'est-à-dire en c^2 ($c^2 = 1$), l'équation (7) devient :

$$E = m^2 + p^2. \qquad (8)$$

Dans ce cas, *E*, *m* et *p* sont évalués en unités d'énergie (eV, MeV, ou GeV).

Naissance et développement de la physique des particules.

● *Aperçu historique.* Les premières particules ont été découvertes à la fin du XIX[e] siècle dans la matière : les électrons par J.-J. Thomson en 1896, les protons et les particules α par Becquerel en 1896. A l'époque, il n'était pas question d'en faire la théorie, mais simplement de mesurer leurs caractéristiques et d'observer si elles respectaient les lois générales de la physique (spécialement les équations de Maxwell).

En 1911, C. T. R. Wilson met au point un dispositif pour étudier les particules, appelé *chambre de Wilson* ; la même année, V. F. Hess découvre les *rayons cosmiques,* qui sont des flots de particules (qu'on ne put identifier que beaucoup plus tard, à partir de 1937 seulement). En 1929, Lawrence invente le premier accélérateur de particules, baptisé *cyclotron.*

A partir de 1926, c'est-à-dire dès l'établissement de la physique quantique, les théoriciens prennent le pas sur les expérimentateurs et prédisent l'existence de particules hypothétiques, exigées par les équations de l'électrodynamique quantique. La balle retourne dans le camp des expérimentateurs vers 1932 : Chadwick découvre le *neutron* (1932), C. P. Anderson découvre le *positon* (1933), puis les *muons* (1937), d'abord appelés *mésons* µ, dans les rayons cosmiques. Après la Seconde Guerre mondiale, l'étude des rayons cosmiques et l'utilisation d'accélérateurs de plus en plus puissants permettent de découvrir de très nombreuses particules nouvelles (dont certaines étaient prédites par la théorie). Parmi les plus importantes, citons :

— les *pions* ou *mésons* π, prédits en 1935 par Yukawa et observés en 1947 par Lattos, Occhialini et Powell dans les rayons cosmiques ;

— les particules dites *étranges,* par Rochester et Butler en 1947 ;

— les *kaons* ou *mésons K,* dont les premières traces furent observées par Leprince-Ringuet et Lhéritier en 1944, et identifiés entre 1945 et 1955 ;

— le *neutrino,* particule de masse nulle et de charge nulle, prévue par la théorie pour rendre compte de la radioactivité β (voir p. 108), observé pour la première fois en 1954 ;



Ph. © USIS-Photeb.

Donald Arthur Glaser (né en 1926), physicien américain qui a inventé la chambre à bulles, à hydrogène ou à hélium liquide, en 1952. Cet appareil permet de matérialiser la trajectoire d'une particule électrisée, tout comme la classique chambre de Wilson sur laquelle elle présente les avantages suivants : 1° elle fonctionne plus rapidement ; 2° les collisions particulaires y sont plus nombreuses ; 3° on peut y déceler le passage des neutrons et des photons gamma. D. A. Glaser a obtenu le prix Nobel de physique en 1960.



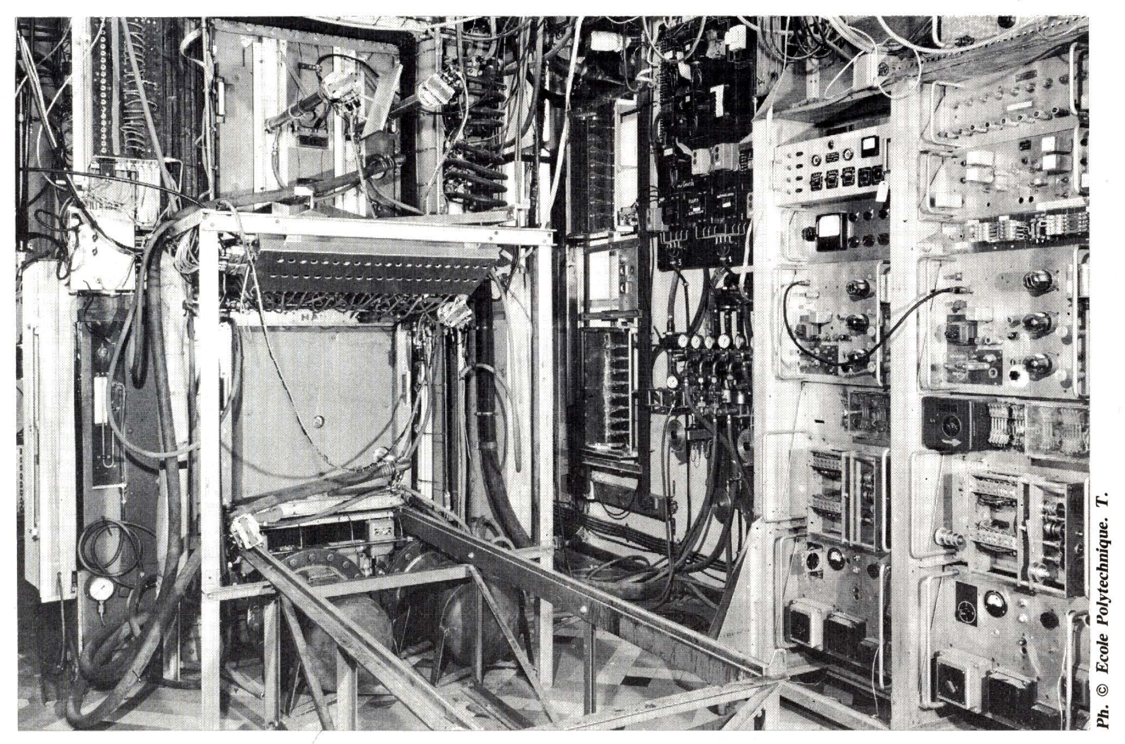
Ph. © Keystone. T.

James Chadwick (1891-1974), physicien anglais, élève de Rutherford. Il a étudié la charge des noyaux et les phénomènes de désintégration artificielle, entre 1919 et 1935. En 1932, en bombardant des noyaux de béryllium avec des particules α produites par le polonium 210, il découvrit une émission de particules très pénétrantes, électriquement neutres et de masse voisine de celle du proton. Ces particules furent baptisées **neutrons**. *Chadwick a obtenu le prix Nobel de physique en 1935.*



Ph. © Collection Viollet-Photeb.

Paul Adrien Maurice Dirac (ne en 1902), physicien anglais auquel on doit la création de l'électrodynamique quantique et la théorie relativiste de l'atome d'hydrogène. Cette théorie repose sur une équation appelée **équation linéaire de Dirac** *et conduit à faire l'hypothèse de l'existence d'antiparticules (1930). Reçue d'abord avec un certain scepticisme, la théorie de Dirac fut confirmée d'une façon spectaculaire en 1932, par Carl Anderson qui découvrit le* **positon** *(antiélectron). P. A. M. Dirac a aussi contribué à la formulation mathématique de la mécanique quantique. Il a obtenu le prix Nobel de physique en 1933.*



Ph. © École Polytechnique. T.

Double chambre de Wilson de l'École polytechnique, à Paris : ce dispositif, inventé par C. T. R. Wilson en 1911, fut, jusqu'en 1952, le seul appareil susceptible de matérialiser la trajectoire d'une particule électrisée ; il a maintenant cédé la place à la **chambre à bulles**.

— les *antiparticules*, prévues par la théorie de Dirac et de Pauli, n'ont été étudiées expérimentalement qu'à partir de 1955 environ ;

— depuis 1960, la théorie l'emporte à nouveau sur l'expérimentation, bien que celle-ci devienne de plus en plus puissante et de plus en plus sophistiquée ; la liste des particules s'allonge, le nombre de réactions particulaires connues devient énorme. Les principaux théoriciens (Gell-Mann, à l'origine du *modèle des quarks,* Ne'eman, Zweig, etc.) cherchent à unifier dans un système mathématique global l'univers des particules. C'est ainsi qu'un modèle théorique permettant de décrire d'une façon cohérente les propriétés des quarles et des leptons (voir p. 114), appelé *modèle standard* a été élaboré entre 1960 et 1970. Pour tester le modèle standard, on a cherché à mettre en évidence des particules véhiculant l'interaction faible (voir p. 114), les *bosons intermédiaires* symbolisés par les lettres W et Z. Cette découverte, qui confirme la théorie électrofaible, a exigé la solution de nombreux problèmes théoriques et technologiques ; elle a été réalisée au CERN (Conseil européen pour la recherche nucléaire), à Genève, en 1983, sous l'impulsion du physicien italien, Carlo Rubbia, et de l'ingénieur hollandais, Simon Van Der Meer, tous deux prix Nobel de Physique en 1984.

● *Une distinction inutile.* Un message écrit est composé de « phrases », qui sont elles-mêmes des combinaisons de « mots » ; tous les mots écrits d'une langue écrite (il y en a plusieurs dizaines de milliers) peuvent être formés par l'assemblage des *lettres* d'un alphabet, si cette langue — comme c'est le cas pour les langues les plus répandues à l'exception des langues chinoises — est alphabétique. Avec les 26 lettres de l'alphabet français, on peut écrire tous les mots de la langue française écrite, y compris ceux qui n'existent pas encore et qui seront formés ultérieurement pour des besoins divers. Les lettres de l'alphabet peuvent être considérées comme les *éléments* de l'écriture : ce sont des *signes élémentaires* dont tous les autres procèdent.

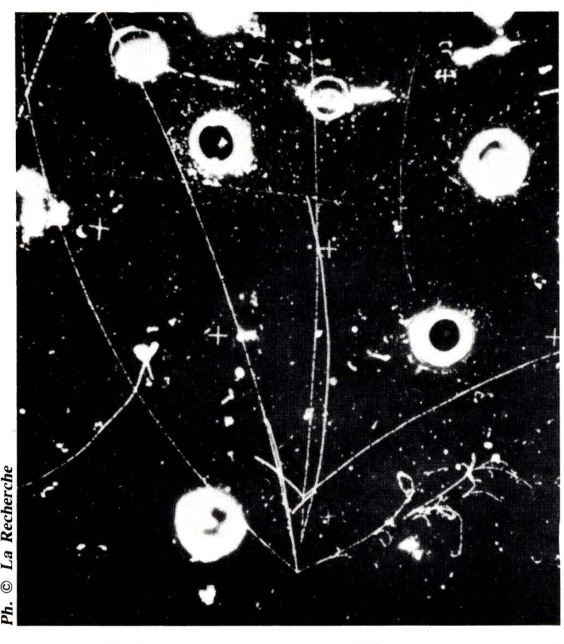
La physique contemporaine a mis en évidence l'existence d'un très grand nombre de particules (au sens précis de notre définition) : les noyaux atomiques, les atomes, les atomes ionisés sont des particules au même titre que le proton ou l'électron (avec les réserves énoncées p. 111). Toutefois, il semble qu'il existe une certaine hiérarchie, puisqu'une particule-noyau ou une particule-atome est composée de protons et de neutrons auxquels s'ajoutent, dans le second cas, des électrons. Il a donc semblé naturel de distinguer les particules « composées », à savoir noyaux et atomes, des particules en apparence « simples » qu'on a nommées, pour cette raison, des *particules élémentaires.*

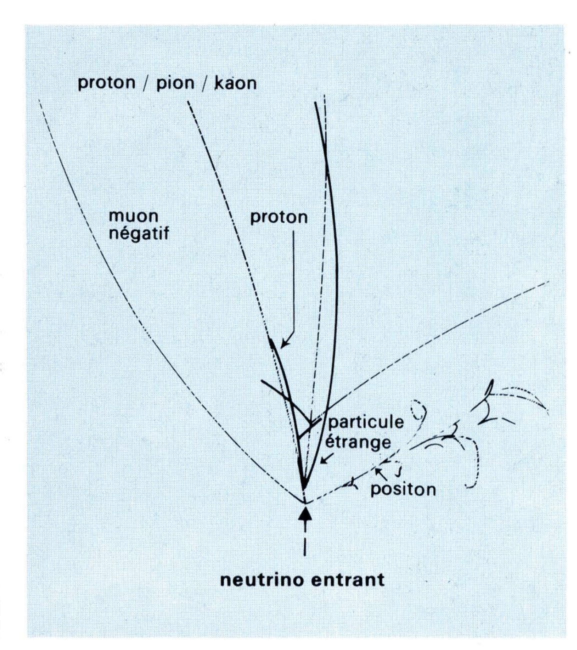
On s'est ensuite demandé s'il n'existait pas une ou plusieurs particules, plus élémentaires que les autres, et dont toutes les autres seraient issues. D'où l'expression *particules fondamentales* qui était très courante dans les années 1960. A l'heure actuelle — c'est-à-dire à l'aurore des années 1980 — on est beaucoup moins certain de la valeur de ces distinctions. C'est pourquoi les physiciens les plus prudents évitent d'accoler un adjectif significatif au terme « particule », si ce n'est l'adjectif « élémentaire », mais en précisant qu'il ne veut pas dire nécessairement « élémentaire » et qu'il caractérise simplement les particules qui ne sont ni des noyaux atomiques, ni des atomes, ni des atomes ionisés.

Une exception (de taille !) doit être signalée, c'est celle du proton. Cette particule se trouve être le noyau de l'atome d'hydrogène. On ne devrait donc pas l'affubler du qualificatif « élémentaire » ; toutefois, on passe outre, car les protons sont engagés dans un si grand nombre de réactions avec les autres particules élémentaires qu'on ne peut les traiter comme de vils noyaux atomiques.

Production et détection de particules.

Toute matière, qu'elle soit terrestre ou extraterrestre, est composée de particules. Cette affirmation ressemble à celles de Démocrite ou d'Epicure, avec toutefois deux différences : 1° la définition d'une parti-





La photographie de gauche a été obtenue dans la chambre à bulles Gargamelle *(Genève) ; elle représente une interaction de neutrinos. Sur le schéma de droite, on a résumé les caractéristiques de cette interaction. Le neutrino entrant (en bas du schéma) entre en interaction avec un noyau d'hydrogène, interaction qui devrait s'écrire classiquement sous la forme neutrino + noyau → muon⁻ + hadron (un hadron est une particule susceptible d'avoir des interactions fortes : pion, kaon, proton ou neutron). Sur la photographie, on constate bien la présence du muon négatif et celle du hadron qui se désintègre lui-même selon deux traces en V caractéristiques ; mais on constate aussi la présence d'un* positon *(électron positif). De sorte que l'interaction s'écrit :*

neutrino + noyau → muon$^-$ + (particule étrange + positon),

en appelant particule étrange la particule qui donne une trace en V (voir p. 115). Autrement dit le hadron prévu par la relation classique ne se désintègre pas classiquement : on dit qu'il s'agit d'un hadron charmé.

cule est maintenant rigoureuse ; 2° à la différence de Démocrite et d'Épicure, les physiciens contemporains peuvent extraire les particules de la matière et détecter leur présence, en mettant en jeu des dispositifs expérimentaux très importants. Ajoutons qu'ils ont été souvent mis en présence, de manière quasi fortuite, de certaines particules (par exemple Becquerel, lorsqu'il découvrit la radioactivité naturelle).

● *Comment détecter l'existence des particules ?* Les particules chargées en mouvement ont la propriété d'« électriser » — d'une manière plus scientifique on dit d'*ioniser* — la matière qu'elles traversent. La plupart des détecteurs de particules sont fondés sur l'exploitation de cette propriété.

— Le tube-compteur, inventé en 1913 par le physicien allemand Hans Geiger et perfectionné en 1928 par Müller, est bien connu. Le principe en est le suivant : un fil métallique est placé dans l'axe d'un cylindre métallique contenant un gaz raréfié, la différence de potentiel entre le fil et le cylindre étant maintenue à une valeur très voisine de la valeur disruptive (c'est-à-dire de la valeur à partir de laquelle une étincelle électrique s'installe entre le fil et le cylindre) ; l'ensemble cylindre-gaz raréfié-fil axial constitue un *condensateur* et le passage d'une particule dans le gaz, en provoquant l'ionisation de celui-ci, permet la décharge de ce condensateur ; le courant qui en résulte est enregistré sous forme d'impulsions par exemple, et on peut ainsi détecter et même compter les particules.

— En 1911-1912, l'Écossais Charles Thomson Rees Wilson a mis au point un dispositif appelé *chambre de Wilson* qui, pendant une quarantaine d'années, fut l'instrument principal d'observation des particules ; C. T. R. Wilson reçut d'ailleurs le prix Nobel en 1927 pour cette invention.

Une chambre de Wilson est un récipient contenant de la vapeur d'alcool éthylique brusquement comprimée. Le passage d'une particule chargée à travers la chambre ionise quelques molécules sur sa trajectoire, qui catalysent la formation de gouttelettes. Si l'on photographie la chambre à ce moment précis, on verra une traînée de gouttelettes marquant la trajectoire de la particule. Divers dispositifs permettent de mesurer l'énergie de la particule et le signe de sa charge.

1 - A l'entrée de la chambre règne un champ magnétique connu, fourni par un aimant qui ceinture en quelque sorte la chambre. Sous l'influence de ce champ magnétique, les trajectoires particulaires sont déviées dans un sens ou dans un autre selon le signe de la charge.

2 - La courbure de la trajectoire est fonction de l'énergie de la particule (elle est d'autant plus forte que l'énergie est plus faible).

— La *chambre à bulles* est un détecteur de particules fonctionnant sur le même principe que la chambre de Wilson, avec cette différence que le milieu ionisé par les particules à étudier est de l'hydrogène liquide. Elle a été mise au point, dans ses principes, par l'Américain Donald A. Glaser. C'est un instrument capital pour le physicien qui étudie les particules élémentaires, et nous allons le décrire avec quelques détails.

1 - La chambre à bulles se compose d'un réservoir d'hydrogène liquide sous pression et de la chambre proprement dite, qui est une enceinte à vide poussé, bien isolée thermiquement. L'hydrogène liquide est introduit dans la chambre après une brusque détente ; il est alors dans un état dit *métastable* (voir p. 46), ce qui veut dire à peu près ceci : l'hydrogène liquide « tend » à bouillir (il est en surchauffe), et cette ébullition ne peut se produire que s'il apparaît un point chaud localisé, où se formera la première bulle gazeuse. Supposons qu'une particule électrisée pénètre alors dans la chambre, il va se produire successivement (et très rapidement) les événements suivants : 1° la particule ionise les premiers atomes d'hydrogène auprès desquels elle passe ; 2° cette ionisation se traduit, pour ces atomes, par la perte de leur électron unique (un atome d'hydrogène est composé comme on le sait, d'un proton-noyau et d'un électron) ; les électrons ainsi libérés acquièrent une énergie cinétique qui leur est communiquée par la particule ; 3° cette énergie cinétique se transforme en chaleur au fur et à mesure que les électrons ralentissent, et il se crée ainsi des *points chauds* très localisés, où l'hydrogène liquide va se transformer en bulles d'hydrogène gazeux, le phénomène s'étendant, de proche en proche.

2 - Pour enregistrer le phénomène, il faut photographier les bulles d'hydrogène et, pour les photographier, il faut qu'elles soient suffisamment grosses. Pratiquement, quelques millisecondes après l'introduction de la particule, la photographie des bulles est possible. On ne fait d'ailleurs pas un cliché, mais plusieurs, simultanément, et dans des directions diverses, afin de reconstituer la trajectoire spatiale de la particule. Un fort champ magnétique courbe cette trajectoire : le sens de la courbure donne le signe de la charge portée par la particule, et la mesure du rayon de courbure permet de calculer sa quantité de mouvement et son énergie.

3 - Il faut dire deux mots des méthodes de mesure. Un événement dans la chambre à bulles se traduit par quelques fines traces blanches sur le fond noir du film photographique ; ces traces sont repérables sur deux ou trois stéréophotographies. En moyenne, le passage d'une particule dans la chambre à bulles impose l'examen d'une quinzaine de traces. Cet examen doit se faire au microscope, à quelques micromètres près, et être suivi du calcul des rayons de courbure. Un tel travail peut demander plusieurs heures à un expérimentateur entraîné. Comme les grandes chambres à bulles fournissent couramment 100 000 événements par an, cela fait 1 500 000 traces à analyser : de quoi occuper plusieurs milliers de chercheurs travaillant à temps complet (et sans jamais lever la tête) !

C'est pourquoi les données d'une chambre à bulles doivent être traitées par l'informatique. Les images photographiées sont reprojetées sur un appareil qui détermine automatiquement les coordonnées des divers points, coordonnées traitées par un ordinateur qui calcule selon les programmes préétablis par les expérimentateurs : programme de reconstruction des trajectoires particulaires dans l'espace, programme d'analyse cinématique de ces trajectoires, etc. On peut ainsi analyser un événement en quelques secondes (et non en quelques heures comme le ferait un expérimentateur dépourvu d'ordinateur).

— Lorsqu'il s'agit de particules neutres (par exemple : neutrons, photons), les tubes-compteurs et les chambres d'ionisation ne permettent pas de les détecter directement. Les méthodes de détection et de mesure, sont beaucoup plus délicates.

● *Production de particules.*

— Certaines observations simples, n'exigeant aucun appareillage important, ont montré l'existence de particules maintenant très connues : une cathode chauffée fournit des électrons (*rayons cathodiques* : voir p. 77) ; les substances spontanément radioactives produisent des particules α (noyaux d'atomes d'hélium), des électrons β^- (corpuscules β), des protons, des neutrons.

— Les *rayons cosmiques*, ainsi qu'on avait jadis baptisé un rayonnement qui parasitait un électromètre des laboratoires et dont on sait maintenant qu'il provient du Soleil et de diverses régions de la Galaxie, sont principalement constitués de protons à grande énergie (plusieurs GeV, jusqu'à 10^6 GeV au maximum). On a pu les recevoir à partir de 1927 sur une chambre de Wilson.

— L'invention, en 1929, du premier *cyclotron* par le physicien américain Ernest Orlando Lawrence est un grand événement pour l'histoire de la physique des particules. C'est en effet avec des appareils de ce genre (les *accélérateurs de particules*) qu'on a produit de nombreuses particules nouvelles. Du principe de fonctionnement de ces accélérateurs il faut retenir qu'un accélérateur fournit principalement des protons accélérés de haute énergie (plusieurs dizaines de GeV, soit 10 000 fois plus que l'énergie des protons provenant de sources radioactives). Ces protons atteignent une cible introduite dans l'accélérateur, et, de leurs collisions avec les particules contenues dans la cible, naissent des *faisceaux secondaires* de particules nouvelles, qu'on peut identifier dans une chambre à bulles.

— Dans bien des cas, les particules introduites dans la chambre à bulles peuvent entrer en collision avec les protons qu'elle contient (à savoir avec les noyaux des atomes d'hydrogène), et de ces collisions peuvent apparaître de nouvelles particules (caractérisées par le changement de direction et le changement de rayon de courbure de la trace).

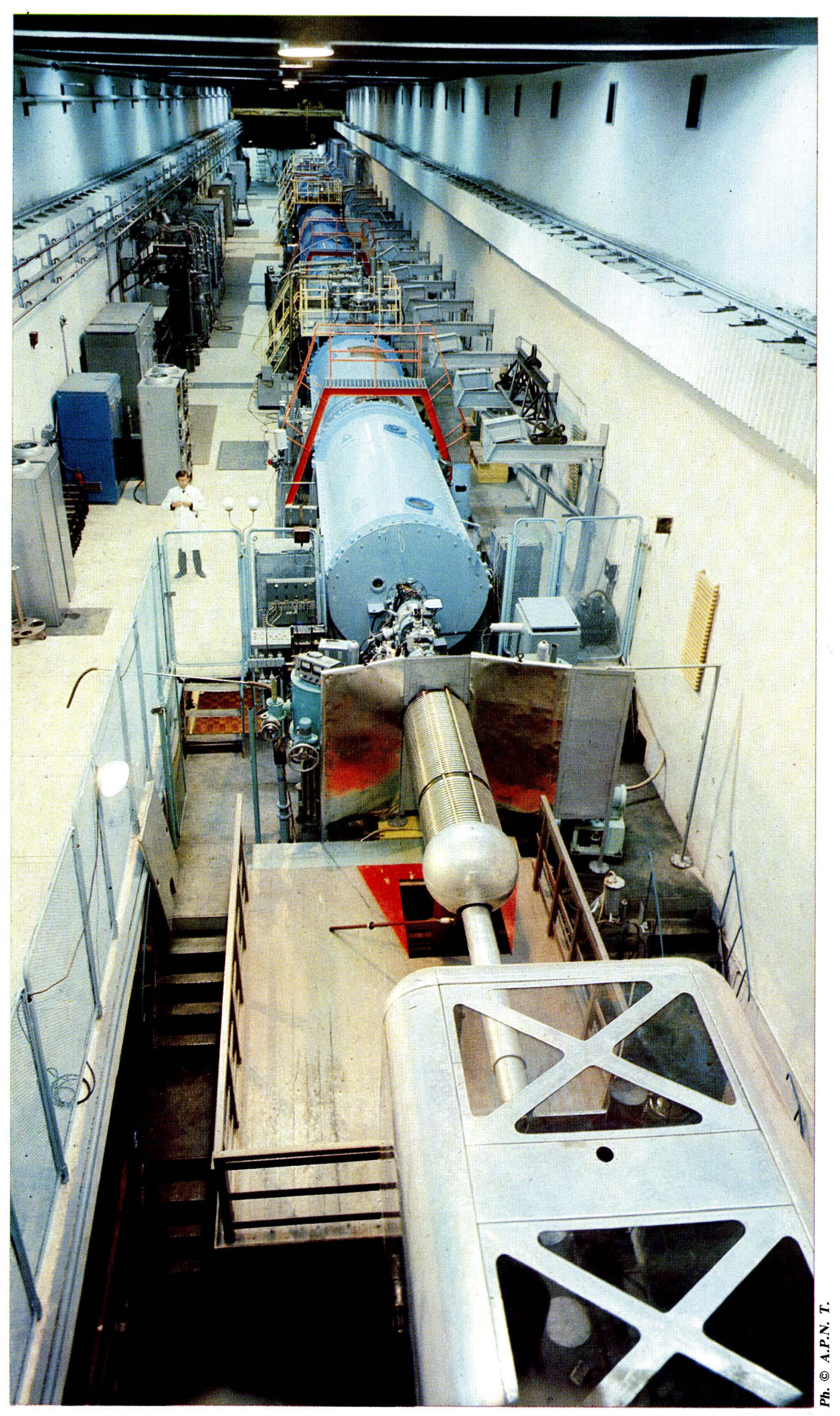
— Certaines particules se désintègrent spontanément au bout d'un certain temps (très court : de l'ordre du millionième, du milliardième, du dix-milliardième de seconde), la désintégration étant suivie de l'apparition de deux nouvelles particules.

Notions fondamentales.

Particules et antiparticules.

Les particules observées lors de phénomènes naturels, comme les rayons cosmiques ou la désintégration des noyaux, ou créées dans les accélérateurs de particules, sont donc caractérisées par leur masse au repos m et par leur charge qui vaut 0 (particules neutres), $+e$ ou $-e$ selon les cas. On a pris l'habitude de les nommer à l'aide de termes qui se terminent en *-on* (proton, électron, photon, neutron, méson, etc.) ou de lettres grecques qu'on écrit généralement en transcription (particules *lambda, sigma, xi, oméga*). Il est parfois nécessaire de préciser les variétés d'une particule : ainsi les mésons sont-ils répartis en mésons π ou *pions* et mésons K ou *kaons* (on y incluait aussi, autrefois, des « mésons μ », qui se sont révélés ne pas être des vrais mésons, et qu'on nomme des *muons*). Les mésons π eux-mêmes comprennent les mésons π^+ (charge positive), π^- (charge négative) et π^0 (neutres).

D'autre part, diverses considérations théoriques, en rapport avec l'électrodynamique quantique, nous imposent de supposer qu'il existe dans la matière une



Ph. © A.P.N. T.

Accélérateur de particules (U.R.S.S.).
L'accélération des particules est un problème théoriquement simple : toute particule chargée électriquement, placée dans un champ électrique, subit une accélération et « se met en mouvement ». La difficulté est d'ordre technique : pour obtenir les grandes vitesses (donc les grandes énergies) nécessaires aux désintégrations nucléaires, il faut créer des champs électriques de plusieurs millions de volts, ce qui demande des installations extrêmement complexes. A ce niveau, la recherche scientifique fondamentale est liée à la capacité industrielle d'un pays.

certaine *symétrie* : à chaque particule électrisée correspond une particule de même masse mais de charge opposée, qu'on appelle une *antiparticule*. Au proton correspond l'*antiproton*, à l'électron négatif ou *négaton* correspond le *positon* (ou *positron* chez les Anglo-Saxons), au lambda l'*antilambda*, au xi, l'*antixi*, au sigma l'*antisigma*, etc. Ces antiparticules ont été mises en évidence dans les grands accélérateurs. Le principe de symétrie a pu être aussi appliqué à des particules de charge nulle : il existe un *antineutron* et un *antineutrino*. Le tableau de la page 177 donne la liste des particules dites « fondamentales » et de leurs principales caractéristiques, expliquées ci-après.

● *La classification des particules* a donné lieu à ce qu'on nomme la *statistique de Bose-Einstein* et la *statistique de Fermi-Dirac* ; les particules qui obéissent à la première sont appelées des *bosons*, celles qui obéissent à la seconde sont des *fermions*. Les fermions comprennent : 1° les particules « légères » ou *leptons* (du grec *leptos* = « léger »), à savoir les neutrinos ν_e et ν_μ, l'électron e^- et le muon μ^- ainsi que les antiparticules correspondantes ($\overline{\nu}_e$ et $\overline{\nu}_\mu$, e^+, μ^+) ; 2° les particules lourdes ou *baryons* (*barus* = « lourd »), à savoir les nucléons (proton, neutron) et les *hypérons* auxquels on a donné comme symboles des lettres grecques majuscules (Λ, Σ, Ξ, Ω). Les bosons comprennent : 1° le photon γ (voir p. 61) ; 2° des particules intermédiaires, quant à leur masse, entre les leptons et les baryons, à savoir les *mésons* (*mēsos* = « intermédiaire »), divisés en *pions* et *kaons*. Le tableau ci-dessous récapitule cette classification.

On notera aussi les faits suivants :

1 - le photon n'a que des interactions électromagnétiques ;

2 - les leptons n'ont que des interactions faibles ou électromagnétiques, à l'exception du neutrino qui n'a pas d'interactions électromagnétiques ; ces deux types d'interactions (qu'on appelle, globalement, interaction *électrofaible)* ont été unifiés par la théorie de Glashow, Salam et Weinberg.

3 - toutes les autres particules ont des interactions fortes (on les nomme parfois des *hadrons*).

Classe	Sous-classe	Particules
FERMIONS	Leptons	Neutrinos Electron Muon
	Baryons	Proton, Neutron } NUCLÉONS Lambda, Sigma, Xi, Oméga } HYPÉRONS
BOSONS	Mésons	Mésons π ou pions Mésons K ou kaons
	Photon	Le photon est à lui-même son antiparticule.

Les particules fondamentales d'après le tableau classique fondé sur les statistiques de Bose-Einstein et de Fermi-Dirac. On notera qu'il existe deux sortes de neutrinos, l'un associé à l'électron (ν_0) et l'autre associé au muon (ν_μ). A chacune de ces particules correspond une antiparticule (le méson neutre π^0 étant à lui-même son antiparticule). Ce tableau doit être complété, il faut lui ajouter : 1° les particules charmées (mésons charmés, lambda charmé) ; 2° le psi (Ψ) et la classe de particules qui lui correspondent (découvert en 1974) ; 3° la particule upsilon (Υ) découverte en 1977.

● *Résonances.* Les particules indiquées sur le tableau qui précède et les antiparticules correspondantes sont les unes stables (proton, neutron, photon), les autres instables. La vie moyenne de ces dernières est de l'ordre de 10^{-10} s.

Il existe, par ailleurs, d'autres « particules », que nous n'avons pas citées sur ce tableau, et qu'on appelle des *résonances* : ce sont des états excités de particules, dont la vie moyenne est considérablement plus courte que celle des particules du tableau : de l'ordre de 10^{-23} s. On représente en général les résonances par un symbole muni d'une étoile : N*, Y*, etc.

● *Singulets et multiplets.* Lorsque plusieurs particules, ayant même nombre baryonique et une masse sensiblement égale, diffèrent par leur charge électrique, on dit qu'elles constituent un *multiplet* (*doublet, triplet, quadruplet* selon qu'il y a deux, trois ou quatre particules dans le multiplet). Une particule qui ne fait pas partie d'un multiplet est un *singulet*.

Par exemple, le proton et le neutron forment un doublet. En effet, ces deux particules ont une masse sensiblement égale ($m_p \approx m_n$), et diffèrent par leur charge (+ 1 pour le proton, 0 pour le neutron). De même les mésons π forment un triplet (π^0, π^+, π^-) ; etc.

Caractéristiques d'une particule.

● *Masse.* La masse d'une particule s'exprime d'ordinaire en unités énergétiques (MeV/c^2). On notera la présence de particules de masse au repos nulle : neutrinos, antineutrinos, photon.

Selon leur masse (et aussi selon d'autres critères), on distingue des *leptons* (particules « légères »), des *mésons* (particules « intermédiaires ») et des *baryons* (particules « lourdes »). On peut associer à chaque

particule deux *nombres quantiques* appelés *nombre baryonique B* et nombre *leptonique l*.

— Le nombre baryonique est égal à + 1 pour les baryons, à − 1 pour les antibaryons, à 0 pour toutes les autres particules.

— Le nombre leptonique est égal à + 1 pour les leptons (ν_e et ν_μ, e^-, μ^-), à − 1 pour les antiparticules correspondantes ($\overline{\nu}_e$ et $\overline{\nu}_\mu$, e^+, μ^+) et à 0 pour toutes les autres particules. Le nombre baryonique est aussi appelé *charge protonique*, et le nombre leptonique *charge leptonique* (mais le mot « charge » n'a pas de rapport, ici, avec l'idée de charge électrique).

● *Charge électrique.* Évaluée en unité *e*, elle vaut, comme on l'a dit, − 1, 0 ou + 1 ; on la désigne classiquement par le symbole *Q*.

● *Étrangeté.* On appelle *particules étranges* des particules découvertes à partir de 1947 et qui présentaient, aux yeux du physicien, des propriétés qui semblaient très étonnantes (d'où leur nom) : créées à l'occasion de collisions dont la durée est de l'ordre de 10^{-23} s, elles ont une vie moyenne (voir ci-dessous) de l'ordre de 10^{-10} s. Autrement dit, elles vivent en moyenne 10 000 milliards de fois plus longtemps que l'événement qui les a produites.

La considération de certaines interactions (fortes) a conduit à attribuer un nombre quantique *S*, dit *nombre d'étrangeté*, aux particules. Ce nombre est différent de zéro pour les particules étranges, à savoir les hypérons (lambda, sigma, xi, oméga) et les kaons, ainsi que les antiparticules qui leur correspondent ; il vaut $S = 0$ pour toutes les autres particules.

● *Hypercharge.* L'hypercharge est un nombre *Y* défini par :

$$Y = B + S\,. \qquad (1)$$

Ce concept, qui condense les informations dues au nombre baryonique et au nombre d'étrangeté, ne concerne que les hadrons, c'est-à-dire les particules susceptibles d'avoir des interactions fortes.

● *Spin isotopique* (*ou, mieux, spin isobarique, ou isospin*). Les particules qui sont animées d'un mouvement de rotation sur elles-mêmes possèdent un moment cinétique intrinsèque, tout comme on l'a vu pour l'électron p.99. Le *spin*, évalué en unités *h*/2, vaut 0, 1/2, 1 ou 3/2 selon les cas. Il ne faut pas confondre cette notion avec le concept d'*isospin*, introduit en 1933 par Heisenberg, d'une façon purement formelle, et qui s'est révélé une importante caractéristique des particules.

Considérons un multiplet, comme par exemple le doublet proton-neutron ou le triplet des mésons π. Chaque multiplet possède autant d'états de charge possibles que d'éléments. Le doublet proton-neutron présente la charge $Q = + 1$ (proton) ou $Q = 0$ (neutron), le triplet des mésons π a trois états de charge (+ 1 pour π^+, − 1 pour π^- et 0 pour π^0). D'une manière générale, le nombre d'états de charge d'un multiplet est défini par le nombre $(2I + 1)$; pour un singulet $I = 0$; pour un doublet $I = 1/2$ d'où $2I + 1 = 2$; pour un triplet $I = 1$; etc. Le nombre *I* est appelé *isospin* du multiplet considéré.

Chaque élément d'un multiplet est alors caractérisé par un nombre qu'on appelle « troisième composante du spin isotopique » et qu'on désigne par I_3 (ce nombre peut être justifié par l'application d'une théorie algébrique, la *théorie des groupes*, aux transformations des particules). Ainsi le doublet proton-neutron a un isospin $I_3 = 1/2$; et l'on a $I_3 = - 1/2$ pour le neutron et $I_3 = 1/2$ pour le proton.

● *Charme.* Pour rendre compte de certaines réactions observées dans la chambre à bulles, on a introduit un nombre quantique *C* dit *nombre quantique de charme*. Les particules pour lesquelles $C \neq 0$ sont des *particules charmées* ; elles sont restées théoriques jusqu'à l'identification de la première particule charmée en 1976 (à Stanford, aux États-Unis, et dans la chambre à bulles *Gargamelle* du CERN).

● *Vie moyenne d'une particule.* L'expérience nous enseigne que certaines particules se désintègrent spontanément, en produisant de nouvelles particules (elles-mêmes susceptibles de se désintégrer). La *durée de vie* d'une particule est donc limitée. Supposons qu'au temps $t = 0$ nous disposions d'un échantillon de N_0 particules. Nous ne savons pas, *a priori*, si une particule va se désintégrer dans l'intervalle de temps Δt (très court), mais nous sommes certains que plus Δt est grand, plus la probabilité Pr (Δt) pour que la particule se désintègre pendant le temps Δt est grande. Nous pouvons donc écrire :

$$\Pr(\Delta t) = k\,\Delta t\,, \qquad (2)$$

k étant un facteur de proportionnalité caractéristique de la particule considérée. On écrit en général *k* sous la forme $1/\tau$, la constante τ étant appelée *durée de vie moyenne* de la particule instable. Considérons maintenant nos N_0 pions, N_0 étant suffisamment grand pour qu'une mesure statistique ait un sens. Nous ignorons ce que chaque pion, pris individuellement, va devenir : se désintégrera-t-il immédiatement, ou bien dans un siècle ? Par contre, nous savons que, pour *N* particules, il y aura dans l'intervalle de temps Δt :

$$N \times \Pr(\Delta t) \qquad (3)$$

désintégrations, soit, en utilisant (2) : $N \Delta t \tau$ désintégrations.

Ainsi donc, le nombre de particules va varier, pendant le temps Δt, de $-\ \Delta t\ \mathrm{d}N/\mathrm{d}t$ (signe « − » pour indiquer que le nombre de particules diminue), d'où l'équation différentielle :

$$-\ \Delta t \frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t} = N \frac{\Delta t}{\tau} \Rightarrow \frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t} = -\ \frac{N}{\tau}\,. \qquad (4)$$

Cette équation a pour solution :

$$N(t) = N_0\,\mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}}\,. \qquad (5)$$

Si vous ne savez pas résoudre une équation différentielle aussi simple que (4), ne vous en désolez pas et retenez simplement l'équation (5). Elle nous apprend que le nombre de particules présentes au temps *t* est égal au nombre de particules présentes au temps $t = 0$, soit N_0, multiplié par $\mathrm{e}^{-t/\tau}$; le nombre e, base des logarithmes népériens (voir p. 38) est égal à 2,7 18 28...

Réactions.

Les particules peuvent réagir de deux façons : soit se désintégrer spontanément (réactions de désintégration), soit participer à des collisions d'où naissent de nouvelles particules. Les particules qui ne se désintègrent pas spontanément sont dites *stables* : c'est le cas pour le proton, l'électron, le photon, le neutrino et le muon.

Les réactions entre particules s'écrivent comme les réactions chimiques : dans le membre de gauche, on écrit les particules présentes au début de l'expérience, et, dans le membre de droite, les particules produites, les deux membres étant reliés par une flèche.

Par exemple, le lambda Λ^0 se désintègre en produisant tantôt un proton et un méson π^-, tantôt un neutron et un méson π^0 ; ces deux réactions s'écrivent :

$$\Lambda^0 \rightarrow p + \pi^-\,; \qquad (6)$$

$$\Lambda^0 \rightarrow n + \pi^0\,. \qquad (7)$$

Bien entendu, seules certaines réactions sont possibles, et encore n'ont-elles lieu que dans des circonstances bien déterminées. L'étude des réactions peut se faire de deux façons : expérimentalement ou théoriquement.

Expérimentalement, on traite les informations données par la chambre à bulles. On constate alors que les réactions particulaires respectent certaines *lois de conservation* et que leur probabilité dépend notamment de la nature de la *cible*, c'est-à-dire des particules sur lesquelles on fait agir d'autres particules. Théoriquement, on extrapole les lois de conservation et on cherche à rendre compte de l'ensemble des faits connus par un algorithme. Ce faisant, on peut être conduit à postuler l'existence de particules non encore détectées, on fournit ainsi d'ambitieux objectifs aux expérimentateurs.

● *Notion de section efficace.* Parlons d'abord de la probabilité Pr (*i*) pour qu'une certaine interaction ait lieu entre une particule *A* incidente et une particule *A'*, appartenant à une cible composée de *n* particules *A'* par unité de surface. Il est naturel de penser que Pr (*i*) est d'autant plus grande que *n* est plus grand, donc qu'on peut écrire :

$$\Pr(i) = \sigma n\,, \qquad (8)$$

σ étant un coefficient de proportionnalité appelé *section efficace totale* pour l'interaction considérée.

On peut donner l'image suivante du coefficient σ : associons à chaque particule *A'* un disque circulaire de surface σ, de sorte qu'une particule incidente *A* interagit avec *A'* si elle frappe le disque. Considérons une cible de surface unité, contenant *n* particules *A'*. La surface totale des disques associés aux particules *A'* vaut $n\sigma$; la surface restante est $1 - n\sigma$. La probabilité pour qu'il y ait interaction est $n\sigma$; la probabilité complémentaire (pour que *A* passe à travers la cible sans frapper aucun disque) est $1 - n\sigma$.

La section efficace pourrait se mesurer en mètres carrés ; mais on emploie usuellement le *barn* (mot anglais signifiant « grange », par allusion à l'expression *big as a barn* : « grand comme une grange ») et ses sous-multiples le *millibarn* (mb) et le *microbarn* (μb). On a l'équivalence :

$$1 \text{ barn} = 10^{-28}\ \text{cm}^2\,. \qquad (9)$$

● *Lois de conservation.* Les interactions entre particules (désintégration, collisions) respectent certaines lois de conservation relatives aux nombres quantiques qui les caractérisent. Ces lois disent que la somme des nombres quantiques considérés doit être la même dans les deux membres de l'équation décrivant l'interaction : elles limitent, en conséquence, le nombre de réactions possibles.

L'étude expérimentale et théorique des interactions a ainsi montré :

1 - la conservation de la charge *Q* dans toutes les interactions ;

2 - la conservation du nombre baryonique *B* dans toutes les interactions ;

3 - la conservation du nombre leptonique *l* dans toutes les interactions ;

4 - la conservation de l'étrangeté *S* dans les interactions fortes et dans les interactions électromagnétiques (*mais pas dans les interactions faibles*) ;

5 - la conservation du spin isotopique dans les *interactions fortes seulement*.

Voici quelques exemples d'application de ces lois, qui permettent d'équilibrer les réactions comme on le fait en Chimie classique.

— La réaction :

$$\pi^- + p \rightarrow \pi^+ + p \qquad (10)$$

est impossible, car on a à gauche $Q = - 1 + 1 = 0$ et à droite $Q = 1 + 1 = 2$: la loi n° 1 n'est pas respectée.

— La réaction protonique :

$$p + p \rightarrow p + p + p + \overline{p}\,, \qquad (11)$$

qui fait intervenir l'antiproton $\overline{p}$ de charge − 1 vérifie la loi n° 1 (1 + 1 = 1 + 1 + 1 − 1) ; pour que la conservation du nombre baryonique soit respectée, il faut attribuer à $\overline{p}$ le nombre $B = - 1$.

— La matérialisation d'un photon γ en deux électrons e^+ et e^- (création de paires, voir p. 78) s'écrit :

$$\gamma = e^+ + e^-\,. \qquad (12)$$

Cette relation vérifie la loi n° 1, puisque la charge du photon est nulle, et que la charge de la paire $e^+ + e^-$ est nulle. Elle vérifie la loi n° 2, puisque le nombre baryonique d'un photon et des leptons e^+ et e^- est égal à zéro. Elle vérifie la loi n° 3, si l'on pose $l(\gamma) = 0$, $l(e^-) = 1$ et $l(e^+) = - 1$.

— La relation :

$$p + n = n + \Lambda \qquad (13)$$

vérifie les lois n° 1 (1 + 0 = 0 + 1), n° 2 (1 + 1 = 1 + 1) et n° 3 (0 + 0 = 0 + 0) ; mais elle ne vérifie pas la conservation de l'étrangeté, puisqu'on a ici 0 + 0 dans le premier membre et 0 − 1 dans le deuxième membre (voir le n° **539.2*** de l'*Annexe* où figure la valeur de *S* pour chaque particule). En revanche, la relation :

$$p + p \rightarrow p + \Lambda + K^+ \qquad (14)$$

est possible puisque l'étrangeté du membre de gauche est 0 + 0 = 0 et celle du membre de droite 0 − 1 + 1 = 0.

Les hadrons et la théorie des groupes.

De quoi s'agit-il ?

Il existe entre les particules matérielles quatre sortes d'interactions possibles :

— les interactions gravitationnelles ;
— les interactions électromagnétiques ;
— les interactions faibles ;
— les interactions fortes.

Les interactions gravitationnelles sont universelles :



Murray Gell-Mann (né en 1929), physicien américain qui a transformé la théorie des particules dites élémentaires : il a introduit le concept d'étrangeté, proposé la théorie dite du groupe SU (3) (symétrie unitaire d'ordre trois) en collaboration avec Ne'eman, qui prévoit notamment l'existence d'une particule nommée Ω⁻ (oméga moins). Cette particule a été découverte en 1964, dans la chambre à bulles de Brookhaven. Ces résultats ont conduit Gell-Mann et Zweig à supposer l'existence de particules qui seraient les éléments constitutifs de toutes les autres : les quarks (1964). Gell-Mann a obtenu le prix Nobel de physique en 1969.

partout où il y a de la matière, il y a des forces newtoniennes qui s'exercent. Toutefois, eu égard aux autres forces agissant sur les particules, les interactions gravitationnelles peuvent être considérées comme négligeables. Restent les trois autres types d'interactions concernant les particules à des titres divers. En effet les particules neutres (neutron, neutrino, méson π^0, etc.) ne participent pas, et pour cause, à des interactions électromagnétiques ; les leptons (ν_e et ν_μ, e^- et e^+, μ^- et μ^+ et les antiparticules correspondantes) ont tous des interactions faibles, mais ils ne participent jamais à des interactions fortes. Celles-ci ne se rencontrent que chez les baryons et les mésons, particules qui ont été regroupées sous le nom de *hadrons* (du grec *hadros* = « fort »).

C'est donc aux hadrons que nous allons nous intéresser, car les interactions fortes sont très importantes dans la nature (c'est grâce à elles que les protons et les neutrons sont maintenus à l'intérieur du noyau) et nous allons nous poser, à leur sujet, diverses questions auxquelles la physique des particules a tenté de répondre : Comment classer les hadrons ? Comment les représenter ? Peut-on faire dériver les hadrons de certaines particules fondamentales ? Dans la mesure où les réactions auxquelles participent les hadrons présentent des *invariants*, comment peut-on les traduire par une algèbre adéquate (la *théorie des groupes*) ? Etc.

Formule de Gell-Mann et Nishijima.

● *La formule de Gell-Mann et Nishijima* établit une relation entre les nombres quantiques Q, B, S et I_3 d'un hadron (voir la définition de ces nombres ci-dessus, p. 115). On montre aisément, en effet, la relation :

$$Q = I_3 + \frac{B + S}{2}. \qquad (1)$$

Par exemple, pour le proton, on a :

$$\begin{cases} I_3 = 1/2 \\ B = 1, \\ S = 0, \end{cases} \qquad (2)$$

d'où l'on tire :

$$Q = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1, \qquad (3)$$

qui est bien la charge du proton. Pour le neutron, on aurait $I_3 = -1/2$ et $Q = 0$.

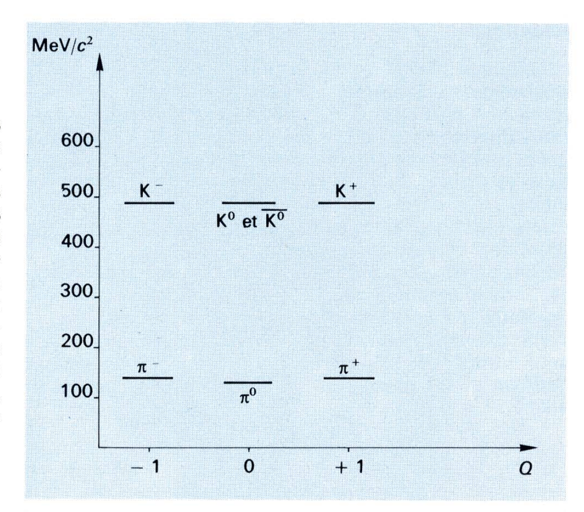
Le lecteur vérifiera la relation sur les divers hadrons en se servant des données des pages 177-178.

● *Représentation des multiplets.* Considérons l'ensemble des mésons et des antiparticules correspondantes. Il contient les trois pions π^0, π^- et π^+, dont les antiparticules respectives sont π^0, π^+ et π^-, et les deux kaons K^+ et K^0, dont les antiparticules sont respectivement K^- et $\bar{K}^0$. Les mésons K^0 et $\bar{K}^0$ sont des mésons K neutres, de masse sensiblement égale et qui diffèrent par leur vie moyenne. Récapitulons ces particules sur un tableau, qui décrit le *surmultiplet* des mésons (un surmultiplet contient plusieurs multiplets ; ici il s'agit d'un triplet et d'un quadruplet).

Méson	Masse en MeV/c^2	Vie moyenne en secondes	Q[1]	B	I_3	S
π^+	139,6	$2{,}6 \times 10^{-8}$	+ 1	0	+ 1	0
π^-	139,6	$2{,}6 \times 10^{-8}$	− 1	0	− 1	0
π^0	135	$1{,}8 \times 10^{-16}$	0	0	0	0
K^+	493,8	$1{,}2 \times 10^{-8}$	+ 1	0	+ 1/2	+ 1
K^-	493,8	$1{,}2 \times 10^{-8}$	− 1	0	− 1/2	− 1
K^0	497,8	$0{,}9 \times 10^{-10}$	0	0	− 1/2	+ 1
$\bar{K}^0$	497,8	6×10^{-8}	0	0	+ 1/2	− 1

Les mésons π et K : on peut vérifier pour chaque particule l'exactitude de la formule de Gell-Mann et Nishijima.

Nous pouvons représenter ces sept mésons sur un diagramme dit *spectre de masse*, en portant en abscisse la charge Q des particules et en ordonnée leur masse. Chaque méson est alors représenté par un petit trait horizontal.



Spectre de masse des mésons.

Le schéma de Gell-Mann et Ne'eman.

Il est intéressant de ranger les hadrons en supermultiplets, contenant des particules de même spin et de même *parité*. Cette notion est une propriété de la fonction d'onde Ψ associée à la particule : la parité est dite *paire* si $\Psi(x, y, z) = \Psi(-x, -y, -z)$ et *impaire* dans le cas contraire.

Le tableau des pages 177-178 nous permet de construire quelques-uns de ces supermultiplets :

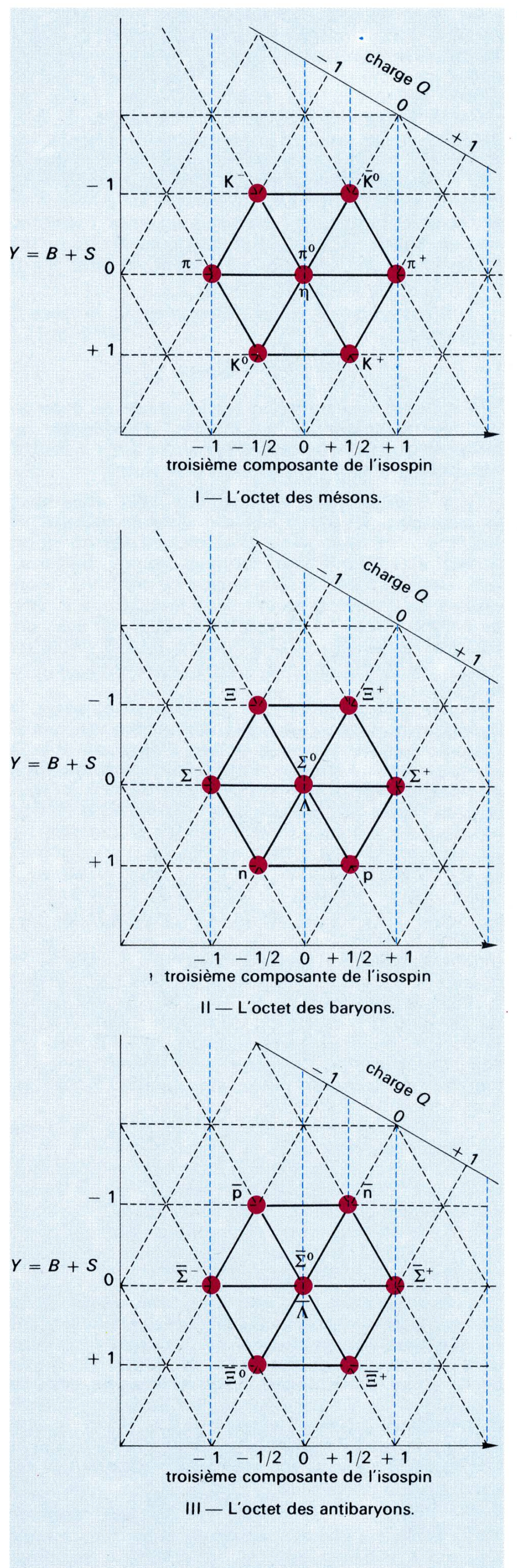
— Les deux nucléons et les six hypérons (Λ, Σ^+, Σ^0, Σ^-, Ξ^0, Ξ^-) ont même spin 1/2 et même parité : ce supermultiplet à huit éléments est l'*octet des baryons*.

— Les antiparticules correspondantes forment l'octet des antibaryons.

— Les mésons sont au nombre de sept ; il est bien dommage qu'ils ne forment pas, eux aussi, un octet, pour la beauté des choses et la satisfaction de l'esprit. Toutefois, des considérations théoriques nous permettent de prédire l'existence d'un huitième méson, le méson η : il y a donc aussi un octet des mésons (le méson η est, en fait, une résonance, de spin 0 et de même parité que les autres mésons).

Pour représenter graphiquement ces supermultiplets, nous allons utiliser des coordonnées hexagonales, en portant sur une ligne horizontale les valeurs de la troisième composante de l'isospin I_3, sur une ligne verticale les valeurs de l'hypercharge $B + S = Y$, et sur une ligne inclinée à 60° sur l'horizontale les valeurs de la charge Q. On constate que les trois diagrammes sont identiques et présentent les mêmes symétries. C'est pour rendre compte de ces symétries que Gell-Mann et Ne'eman ont imaginé de décrire une particule par huit nombres quantiques (les trois composantes de l'isospin, l'hypercharge Y et quatre autres grandeurs), théorie connue sous le nom de l'*octuple voie* (allusion à une formule bouddhique). Cette théorie permet de trouver tous les diagrammes de symétrie possibles et de les compléter éventuellement par des particules *prédites*. Les prédictions les plus célèbres furent celles du méson η en 1961 et de l'hypéron Ω^- en 1962, particules qui furent identifiées par les expérimentateurs quelques années plus tard.

Trois octets remarquablement symétriques. Pour que la comparaison soit possible, il faut supposer qu'il existe un huitième méson, le méson η. Ce dernier fut découvert en 1964/1965.



Le modèle des quarks.

Les propriétés de symétrie des hadrons peuvent être étudiées à l'aide d'une théorie algébrique appelée *théorie des groupes*. Un groupe est un ensemble d'éléments sur lesquels on peut faire des opérations définies par un système d'axiomes. Les symétries des hadrons peuvent être exposées algébriquement à l'aide d'un groupe appelé en mathématiques le groupe des symétries unitaires SU (3).

A partir du calcul théorique — que nous ne pouvons exposer ici — on peut proposer un modèle dit *modèle des quarks* (Gell-Mann et Zweig, 1964) qui se résume ainsi : chaque hadron est constitué d'une combinaison de trois éléments fondamentaux appelés *quarks* (allusion littéraire au poète irlandais James Joyce, qui conte à sa manière l'histoire de Tristan et Yseut et le roi Marc dans *Finnegans Wake* en commençant son récit par une parodie poétique dont le premier vers est *Three quarks for Muster Mark*!), auxquels correspondent trois *antiquarks.*

Les quarks, notés *u* (pour *up* = « en haut »), *d* (pour *down* = « en bas ») et *s* (pour *strange* = « étrange »), et les antiquarks correspondants $\overline{u}$, $\overline{d}$, $\overline{s}$, rendent compte des propriétés statiques de tous les hadrons connus, mais ce sont des particules hypothétiques qui n'ont jamais été directement observées. Le modèle des quarks, tel qu'il fut présenté en 1964, fournissait une remarquable simplification de l'univers des particules et des théories de la matière, et il n'est pas inutile de faire ici quelques remarques historiques. Depuis 1932, on savait que tous les éléments constituant la matière étaient, en fait, des combinaisons de trois particules que l'on considérait comme véritablement *élémentaires*: le proton, le neutron et l'électron. Après la Seconde Guerre mondiale, comme on l'a dit plus haut, on a découvert des dizaines et des centaines d'autres particules et résonances, et le problème se posait de les ramener à quelques particules fondamentales. L'hypothèse des quarks est une solution en apparence satisfaisante du problème, puisqu'elle réduit tous les hadrons à n'être qu'une combinaison de trois quarks.

C'est alors qu'eut lieu une découverte que les chercheurs américains ont appelé la « révolution de Novembre » (1974), la découverte d'une nouvelle particule : le *psi* (symbole : Ψ) et de particules et résonances de la même famille, de masse très élevée (3 105 MeV/c^2), dont l'interprétation exige l'introduction du quatrième quark, noté *c* (initiale de *charm* = « charme », voir ci-dessous p. 118). En 1977, les chercheurs de Columbia University (New York) ont annoncé l'existence d'une particule encore plus tonique que le *psi*, l'*upsilon* (symbole : Υ), dont la masse atteint 9 400 MeV/c^2. Pour rendre compte de cette nouvelle particule, il faut envisager l'existence d'un cinquième quark, noté provisoirement *t* (initiale de *top* = « toit » ou de *truth* = « vrai »). Et comme les quarks vont par paire (*u* et *d*, *s* et *c*), il faut aussi faire l'hypothèse d'un sixième quark noté *b* (initiale de *bottom* = « fond » ou de *beauty* = « beauté »). Nous voici donc avec un modèle à six quarks et à six antiquarks : le modèle simplificateur de 1964 s'est considérablement compliqué, et il est fort possible qu'il existe des dizaines, et pourquoi pas, des centaines de quarks. Dès lors, les quarks ne sont plus les particules fondamentales qu'on imaginait, et il faudra trouver — par le raisonnement et par l'expérience — d'autres particules un peu plus « fondamentales » et dont les combinaisons rendent compte des quarks.

Caractères quantiques des quarks. Les quarks sont désignés par les lettres* u, d, s *; les antiparticules correspondantes* (antiquarks) *sont* $\overline{u}$, $\overline{d}$, $\overline{s}$ *: leur charge Q et leur nombre baryonique sont opposés à ceux des quarks correspondants.

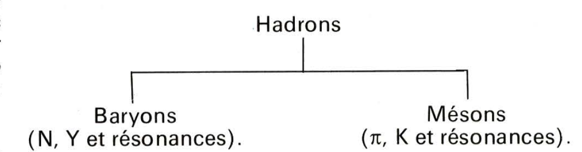
Quark	Spin	*Q*	*B*	*S*
u	1/2	− 1/3	1/3	0
d	1/2	2/3	1/3	0
s	1/2	− 1/3	1/3	− 1

Quelques problèmes particuliers.

Les interactions fortes.

● *Les hadrons.*

Les forces qui s'exercent entre les baryons et les mésons, quand deux particules appartenant à ces ensembles sont mises en présence, sont appelées *interactions fortes* ; à l'échelle du proton, qui est souvent pris comme particule de référence, elles sont 10^{38} fois plus intenses que les forces de gravitation et 10^2 fois plus intenses que les forces électromagnétiques. Leur portée est de l'ordre de 10^{-15} m, c'est-à-dire du fermi. Comme on l'a dit plus haut (p. 116), baryons et mésons forment la classe des *hadrons,* ou particules soumises aux interactions fortes.



Dans ce tableau condensé, N est le doublet p − n du proton et du neutron et Y le quadruplet des hypérons (lambda, sigma, xi, oméga) ; π est le triplet des pions et K le doublet des kaons.

Le type même de l'interaction forte est du genre :

$$N \rightarrow N + \pi . \qquad (1)$$

ou du genre

$$N \rightarrow Y + K . \qquad (2)$$

L'application des lois de conservation (p. 115) permet de préciser quel nucléon, quel pion, quel hypéron et quel kaon peut figurer dans ces équations.

Ainsi, si l'on prend N = p dans le membre de gauche de l'équation (1), la loi de conservation de la charge ne nous permet que deux réactions seulement :

$$\begin{cases} p \rightarrow n + \pi^+ ; \\ p \rightarrow p + \pi^0 . \end{cases} \qquad (3)$$

(rappelons en effet que la charge de p est $Q = +1$; celle de n, $Q = 0$; celle de π^0, $Q = 0$; celle de π^+, $Q = 1$). Les deux relations respectent aussi la loi de conservation du nombre baryonique ($B = 1$ pour n et p ; $B = 0$ pour π^0 et π^+). Les lois de conservation n°s 3 et 4 n'ont pas lieu d'être évoquées ici, puisque nucléons et pions ont un nombre leptonique nul et une étrangeté nulle.

Une réaction telle que (1) ou (2) est un *processus virtuel* expression qu'on emploie pour dire qu'elle viole le principe de conservation de l'énergie. Cela s'explique à partir de la relation d'incertitude de Heisenberg :

$$\Delta E . \Delta t \geqslant \hbar . \qquad (4)$$

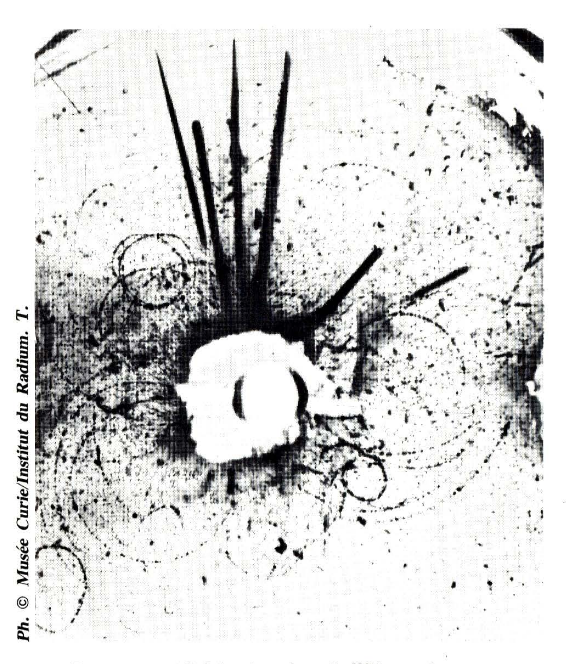
Le temps Δt que dure une interaction est en effet de l'ordre de 10^{-23} s ; cette durée est beaucoup trop brève pour qu'on puisse observer un écart d'énergie ΔE.

● *L'interaction pionique.* Les interactions (1) et (2) sont réversibles, c'est-à-dire que l'on peut aussi avoir :

$$\begin{cases} N + \pi \rightarrow N ; \\ Y + K \rightarrow N . \end{cases} \qquad (5)$$

Limitons-nous à l'interaction $N \rightleftarrows N + \pi$, qui traduit le fait qu'un nucléon émet ou absorbe un pion ; ce qui justifie l'expression d'*interaction pionique.* Un nucléon N va donc osciller entre un état N et un état N + π : pendant le temps τ_1, il existe à l'état N, pendant le temps τ_2, il existe à l'état N + π, c'est-à-dire entouré d'un nuage de pions virtuels, puis il est à nouveau dans l'état N, etc.

Il faut bien comprendre que les pions virtuels ne sont pas observables : il s'agit d'une expression commode pour traduire une conséquence mathématique de la *théorie quantique des champs,* qui est un domaine hautement abstrait de la physique quantique. En langage probabiliste, cela signifie que la probabilité pour trouver un pion dans l'entourage du nucléon N est quasi nulle pendant le temps τ_1 et assez élevée pendant le temps τ_2. Le rayon du nuage pionique est de l'ordre du fermi.



Rayons α et β à la chambre de Wilson : les corpuscules α, lourds, ont des trajectoires rectilignes bien dessinées, tandis que les corpuscules β ont des trajectoires plus complexes, semblant « s'enrouler » sur elles-mêmes.

Les interactions faibles.

Les interactions faibles, ainsi nommées parce qu'elles sont 100 000 fois moins intenses que les interactions fortes, s'établissent entre hadrons et leptons. Dans le cas des hadrons, elles peuvent être marquées par les interactions fortes. Les leptons (électrons, muons, neutrinos) sont des particules de masse faible, toutes stables à l'exception des muons ; nous les décrivons plus bas.

Les interactions faibles respectent les lois de conservation n°s 1, 2 et 3 (charge, nombre baryonique, nombre leptonique), mais elles ne conservent ni l'étrangeté, ni le spin isotopique ni, en général, la parité.

Nous avons rencontré des interactions faibles en étudiant la radioactivité β (p. 108) : la désintégration d'un nucléon s'écrit en effet (voir p. 115) :

$$n \rightarrow p + e^- + \overline{\nu} \qquad (6)$$

pour le neutron, et :

$$p \rightarrow n + e^+ + \nu \qquad (7)$$

pour le proton.

Dans le premier cas, l'introduction de la particule $\overline{\nu}$ est rendue nécessaire par la loi de conservation du nombre leptonique. En effet, on a :

$$l(n) = l(p) = 0 \quad \text{et} \quad l(e^-) = 1 \qquad (8)$$

La relation

$$n \rightarrow p + e^- \qquad (9)$$

est alors impossible, puisque l'on a, pour les nombres leptoniques, 0 = 0 + 1, alors qu'on devrait avoir 0 = 0. Il faut donc supposer que la désintégration du neutron fournit, en plus de p et de e^-, une troisième particule dont les caractéristiques doivent être les suivantes :

1° - sa masse au repos est nulle (pour respecter le principe de conservation de la masse) ;

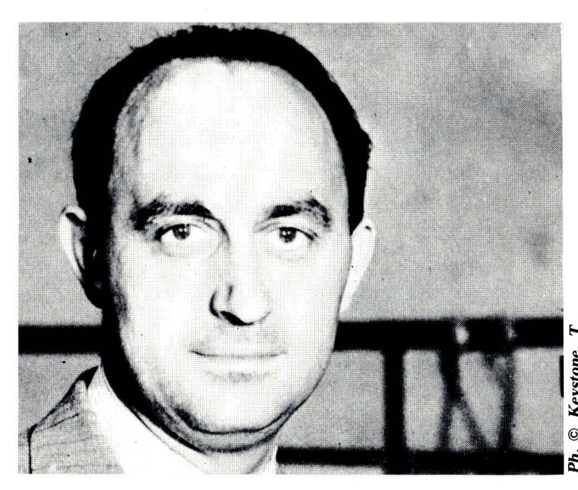
2° - sa charge *Q* est nulle (pour respecter la conservation de la charge à laquelle satisfait $n \rightarrow p + e^-$, puisqu'elle correspond à $0 = 1 - 1 = 0$;

3° - son nombre leptonique est $l = -1$, de sorte que l (p + e^- + particule inconnue) = 0.

A cette particule hypothétique, on a donné le nom d'*antineutrino* et le symbole $\overline{\nu}$ (en fait, le neutrino et l'antineutrino ont été introduits en 1932 par Pauli pour expliquer la conservation de l'énergie, de l'impulsion et du spin ; on ignorait alors les lois concernant les interactions entre particules).

D'autres interactions faibles, mettant en jeu des neutrinos, ont été reconnues depuis, par exemple :

$$\begin{cases} \pi^+ \rightarrow \mu^+ + \overline{\nu} ; \\ K^+ \rightarrow \mu^+ + \overline{\nu} ; \\ \Lambda^0 \rightarrow p + e^- + \overline{\nu} : \end{cases} \qquad (10)$$


Ph. © Keystone. T.

Enrico Fermi (1901-1954) : on lui doit des travaux fondamentaux sur la physique nucléaire et la physique des particules. Prix Nobel de physique en 1938.

Description de quelques particules importantes.

● *Les électrons.* L'électron e^- est bien connu : découvert en 1896 par J.-J. Thomson dans le rayonnement cathodique, l'électron négatif appelé encore *négaton,* est un des constituants de l'atome. Les propriétés physico-chimiques des corps simples sont dues à la distribution des électrons dans l'atome et les interactions matière-lumière correspondent à des transitions électroniques, comme on l'a expliqué p. 75.

L'électron e^+ ou *positon* a été observé dans les rayons cosmiques par C. D. Anderson en 1933, et parmi les produits de la radioactivité artificielle — découverte par Irène et Frédéric Joliot-Curie en 1934 — on a retrouvé les positons. Auparavant, la résolution de l'équation de Dirac (voir p. 103) avait conduit à des états d'énergie négative, interprétés comme des particules e^+, qui était alors (1927) hypothétiques.

Lorsqu'un positon entre en collision avec un électron négatif, cette paire de particules peut s'*annihiler* : les particules disparaissent et leur énergie est entièrement convertie en photons. Ce processus s'écrit :

$$e^+ + e^- \rightarrow n\gamma \,, \qquad (11)$$

n étant un entier supérieur à 1 (s'il n'y avait qu'un photon γ émis, il n'y aurait pas conservation de l'énergie et de la quantité de mouvement). Le processus suivant peut se réaliser : un rayonnement X ou γ, donc de grande énergie, soumis au champ électrique d'un noyau, peut se transformer en une paire $e^+ + e^-$: c'est le processus de *production de paires.*

● *Le neutrino et l'antineutrino.* En étudiant la désintégration β et les interactions faibles, nous avons vu que, pour ne pas violer le principe de conservation de l'énergie, il fallait supposer l'existence d'une particule de masse au repos nulle, de charge nulle et de nombre leptonique $l = 1$. Il doit lui correspondre une antiparticule de masse au repos nulle, de charge nulle et de nombre leptonique $l = -1$. L'hypothèse de l'existence d'une telle particule et de l'antiparticule correspondante a été proposée par Pauli en 1931-1932 ; elle a été reprise en 1934 par Fermi, qui a baptisé ces particules *neutrino* (symbole ν) et *antineutrino* (symbole $\overline{\nu}$) et qui en a fait la théorie quantique. Au cours d'une désintégration β, l'électron émis est donc accompagné d'un neutrino s'il s'agit d'un électron positif ou positon (e^+) et d'un antineutrino s'il s'agit d'un électron négatif (e^-) ; le processus de désintégration correspond à la transformation d'un proton p du noyau en un neutron n (désintégration β^+) ou en la transformation d'un neutron n du noyau en un proton p (désintégration β^-) selon les réactions :

$$\begin{cases} p \rightarrow n + e^+ + \nu \,; \\ n \rightarrow p + e^- + \nu \,. \end{cases} \qquad (12)$$

Le neutrino a été observé expérimentalement pour la première fois en 1956 seulement.

En 1962, l'observation de la désintégration de pions (mésons π) en muons (mésons μ), a montré que ce processus s'accompagnait aussi d'émission de neutrinos ou d'antineutrinos. Le neutrino associé au muon est d'une espèce différente du neutrino associé à l'électron ; on note le premier ν_μ et le second ν_e. Les antiparticules correspondantes sont notées respectivement $\overline{\nu}_\mu$ et $\overline{\nu}_e$.

● *Les rayons cosmiques.* Lorsqu'on a commencé à utiliser la chambre de Wilson dans les laboratoires, on a constaté que celle-ci était le siège d'ionisations dues à un rayonnement particulaire dont Hess démontra, en 1912, qu'il provenait de l'espace extra-terrestre. Ces flots de particules ont été baptisés *rayons cosmiques* ; leur aspect *en gerbe* est caractéristique. A partir de 1927-1930, on distingue dans les rayons cosmiques deux composantes : la composante *molle,* faiblement énergétique, et la composante de très haute énergie (elle peut franchir une barrière de plomb de 1 m d'épaisseur). Par la suite, on a montré que la composante molle est constituée de photons γ et d'électrons e^+ et e^- (créés par matérialisation du photon γ), et que la composante dure est formée de particules de masse intermédiaire entre celle de l'électron (0,511 MeV/c^2) et celle du proton (938,25 MeV/c^2), et appelés pour cette raison des *mésons,* eux-mêmes distribués en plusieurs variétés, qui vont être passées en revue ci-après. L'origine du rayonnement cosmique est la suivante : des protons et des noyaux atomiques arrivent dans l'atmosphère terrestre, en provenance de l'espace intersidéral ; ils heurtent alors les noyaux d'azote et d'oxygène de l'air, et ces collisions provoquent la libération de protons et de neutrons et la création de *mésons π* (voir ci-dessous). Ces mésons se désintègrent ensuite rapidement.

● *Les muons.* Ces particules ont été découvertes en 1937 dans la composante dure des rayons cosmiques ; on les a d'abord nommées *mésons μ,* terme impropre car ils n'ont pas les propriétés des vrais mésons (voir ci-dessous).

Les muons existent sous les états μ^+ et μ^- ; leur masse est à peu près le double de celle de l'électron : 105,66 MeV/c^2, leur vie moyenne est de $2{,}2 \times 10^{-6}$ seconde. Le nombre leptonique est $l = +1$ pour le muon μ^- et $l = -1$ pour le muon μ^+. La désintégration du muon μ^- se fait selon la relation :

$$\mu^- \rightarrow e^- + \nu_\mu + \overline{\nu}_e \,, \qquad (13)$$

ν_μ est le neutrino, $\overline{\nu}_e$ l'antineutrino. De même le muon μ^+ se désintègre selon la relation :

$$\mu^+ \rightarrow e^+ + \overline{\nu}_\mu + \nu_e \,. \qquad (14)$$

● *Les mésons π ou pions.* En 1935, le physicien japonais Yukawa a montré l'existence d'une particule hypothétique, de masse intermédiaire entre celle de l'électron et celle du proton, et qu'on a nommée pour cela méson. Selon Yukawa, ces mésons étaient les véhicules des interactions nucléaires, le « ciment », en quelque sorte, des noyaux atomiques ; ce qui leur imposait d'être absorbés par la matière avec une certaine avidité.

— La découverte du muon a d'abord été interprétée comme la vérification expérimentale de l'hypothèse de Yukawa. Toutefois on a constaté que les « mésons μ » — comme on appelait les muons en 1937 — traversaient allégrement de grandes épaisseurs de matière (écrans de plomb d'un mètre d'épaisseur), ce qui interdisait d'y voir les mésons de Yukawa. Ceux-ci n'ont été découverts qu'en 1948, dans la composante dure des rayons cosmiques ; ils sont créés au cours de collisions de grande énergie, lors de l'arrivée en haute atmosphère des protons et autres noyaux extra-terrestres. Les mésons π existent sous trois états π^0, π^+ et π^-, le pion π^0 est moins massif (135 MeV/c^2) que les deux autres (139,6 MeV/c^2), et sa vie moyenne est plus courte ($1{,}8 \times 10^{-16}$ s pour le π^0 contre $2{,}6 \times 10^{-8}$ pour le π^+ et le π^-). Les réactions de désintégration sont les suivantes :

$$\begin{cases} \pi^0 \rightarrow \gamma + \gamma \,; \\ \pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu \,; \\ \pi^- \rightarrow \gamma^- + \gamma_\mu \,. \end{cases} \qquad (15)$$

— La réaction réversible étudiée p. 117 :

$$N \leftrightarrows N + \pi \qquad (16)$$

résume l'essentiel du rôle des pions dans la nature. Un proton peut être considéré comme le produit de la collision $n + \pi^+$ et un neutron comme le produit de l'interaction $p + \pi^-$; on peut aussi admettre les relations :

$$\begin{array}{l} p \leftrightarrows p + \pi^0 \,, \\ n \rightleftarrows n + \pi^0 \,. \end{array} \qquad (17)$$

● *Les mésons K ou kaons.* Découvertes entre 1945 et 1955, ces particules connues sous les états K^+, K^-, K^0 et $\overline{K^0}$ ont une masse plus élevée que celle des pions (493,8 MeV/c^2 pour K^+ et K^-, 497,8 MeV/c^2 pour K_0 et $\overline{K}_0$). Leur vie moyenne est égale à $1{,}2 \times 10^{-8}$ pour K^+ et K^-, $0{,}9 \times 10^{-10}$ et 6×10^{-8} s pour les deux variétés de K^0 : K_1^0 et K_2^0. Ce sont, comme on l'a dit, des particules étranges, d'étrangeté $S = +1$.

● *Les hypérons* sont des particules instables (l'ordre de grandeur de leur vie moyenne est 10^{-10} s), plus lourdes que les neutrons (plus de 1 000 MeV/c^2 pour chaque hypéron), ils possèdent une étrangeté non nulle (-1 pour lambda et sigma ; -2 pour xi ; -3 pour oméga) et participent à des interactions fortes. On les désigne globalement par le symbole Y.

Nous avons vu comment les hypérons pouvaient être groupés en supermultiplets, et quelles conséquences on pouvait tirer de leurs symétries.

Les particules charmées.

● *La physique des hautes énergies* a pu se dérouler grâce à la construction de grands et puissants accélérateurs (le synchroton à protons de Brookhaven ou l'accélérateur à électrons de Stanford, le premier dans l'État de New York et le second en Californie ; l'accélérateur du CERN à Genève). Grâce à ces installations on peut communiquer à des particules-projectiles des énergies de plusieurs dizaines de GeV, et observer les résonances produites par les collisions de particules (on rappelle qu'une *résonance* est une particule instable de vie moyenne très courte). C'est ainsi qu'on découvrit en 1974, en étudiant des collisions proton-proton ou proton-neutron une nouvelle classe de particules : le *psi* (symbole : ψ), de masse égale à 3 105 MeV/c^2. Une autre résonance Ψ' de 3 695 MeV/c^2 a été découverte à Stanford ; elle se désintègre selon la relation :

$$\psi' \rightarrow \psi + 2\,\pi \,. \qquad (18)$$

La durée de vie de ces résonances est de l'ordre de 10^{-20} s, ce qui, en soi, est inattendu. En effet, les vies moyennes des résonances sont en rapport avec l'interaction qui les crée :

— les résonances nées d'interactions faibles vivent de 10^{-8} à 10^{-10} s ;

— les résonances nées d'interactions électromagnétiques vivent de 10^{-16} à 10^{-19} s ;

— les résonances nées d'interactions fortes vivent 10^{-23} s.

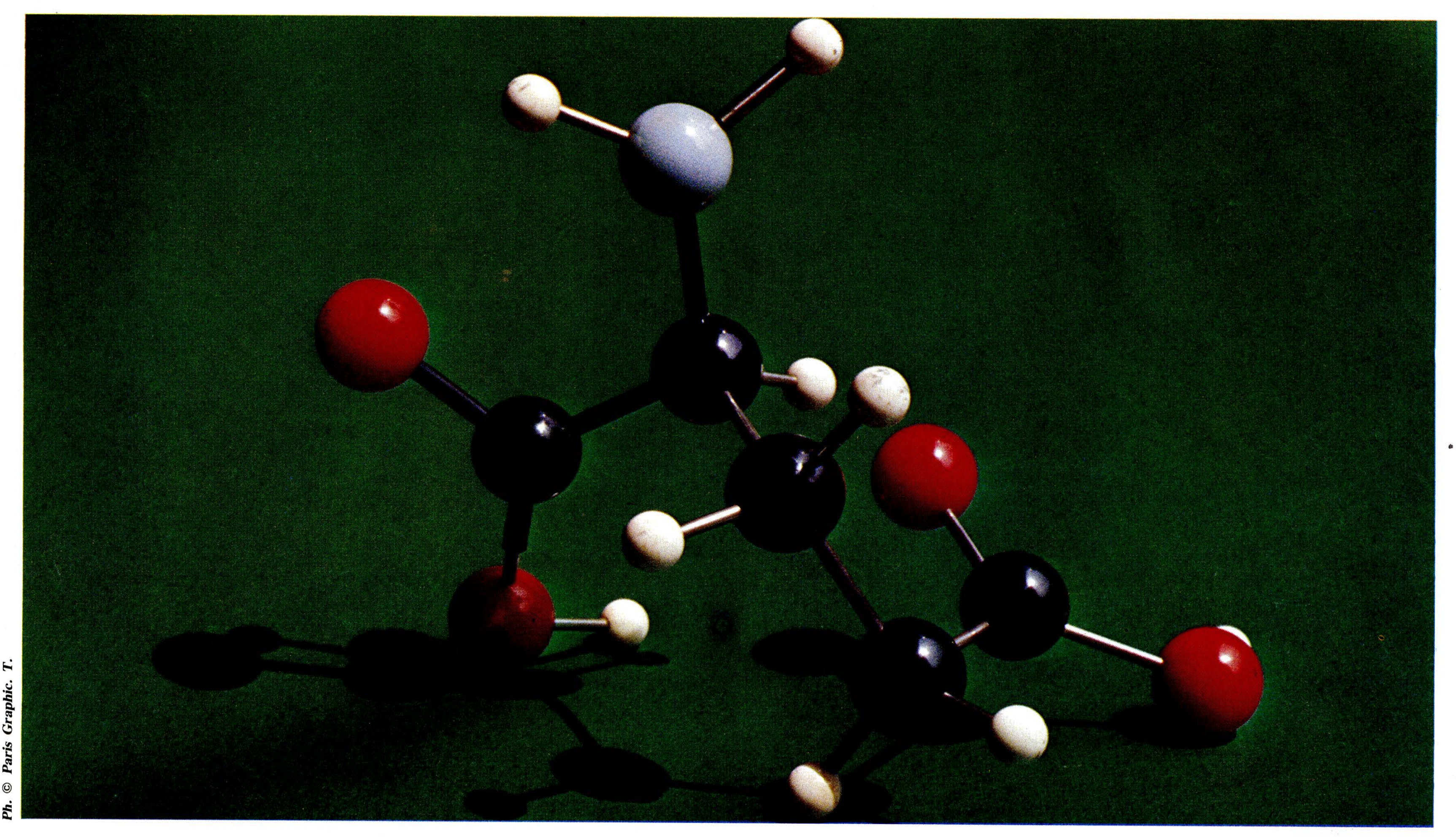
Dès lors, le temps $\tau = 10^{-20}$ s semble ou trop grand ou trop petit : les résonances constituent une nouvelle classe de particules et, pour les décrire, il faut sans doute faire appel à un nouveau nombre quantique (de même avait-on introduit l'étrangeté S et l'hypercharge Y pour rendre compte des hypérons et des kaons).

● *Interprétation des résonances Ψ.* Selon la théorie des quarks, il faut trois quarks pour constituer un baryon et une paire quark-antiquark pour constituer un méson, chaque quark portant une charge Q, un nombre baryonique B et une étrangeté S (d'où une hypercharge $Y = B + S$). Pour interpréter le psi, il faut faire appel à un quatrième quark, noté c, et porteur d'un nombre quantique C appelé *charme.* La particule ψ serait alors constituée de paires $c\bar{c}$, comme les mésons.

Ce modèle est satisfaisant dans la mesure où il « explique » les caractères des ψ : mais, comme il a été créé pour les « expliquer », cette adéquation n'est pas le signe de sa vérité. Toutefois le modèle a des conséquences : il prédit l'existence de particules dans lesquelles un des quarks serait un quark c ou $\bar{c}$, c'est-à-dire de *particules charmées.*

● *La confirmation expérimentale* a été donnée en 1976. Les chercheurs du CERN (Centre européen de recherche nucléaire) ont détecté trois interactions de neutrinos dans la chambre à bulles baptisée *Gargamelle* (c'était le nom de la mère de Gargantua, grande mangeuse de tripes : la chambre à bulles du CERN est une grande mangeuse de particules), et ces interactions ne peuvent être interprétées que par référence au charme : elles produisent des hadrons porteurs d'un quark c, c'est-à-dire des hadrons charmés. Les chercheurs américains ont, évidemment, découvert des particules charmées avec des énergies plus hautes que celles du CERN (équipe de Batavia, équipe de Stanford).

CHIMIE



Ph. © Paris Graphic. T.

Les composés chimiques sont des associations d'atomes, liés entre eux soit par des forces électrostatiques (composés dits* ioniques*), soit par la mise en commun d'électrons (*liaisons de covalence*). Une molécule peut donc être représentée par un* modèle*, figurant les atomes qui la composent et leur orientation dans l'espace. La photographie ci-dessus est un modèle de l'acide glutamique, composé organique qui joue un rôle important dans le tissu musculaire et le tissu nerveux. Chaque boule symbolise un atome ; ici, elle est noire pour le carbone* (C), *rouge pour l'oxygène* (O), *blanche pour l'hydrogène* (H) *et grise pour l'azote* (N) ; *les tringles qui les relient représentent les liaisons entre les atomes. En comptant les boules de chaque espèce, on voit que la formule brute de l'acide glutamique est* $C_5H_9O_4N$. *On peut aussi écrire cette formule en indiquant les atomes liés à chacun des cinq carbones ; on aurait alors, en partant du carbone de gauche :

$$\begin{array}{c} \quad\quad NH_2 \\ \quad\quad | \\ COOH{-}CH{-}CH_2{-}CH_2{-}COOH \end{array}$$

Ainsi énoncée, la formule est dite* développée *; elle souligne la présence des groupements* COOH *et* NH_2*, responsables des principales propriétés de l'acide glutamique.

OBSERVATIONS PRÉLIMINAIRES

La chimie étudie la nature et les propriétés des corps matériels. En tant que science, elle s'est constituée dans la seconde moitié du XVIIIe siècle, mais son histoire est issue d'une longue préhistoire qui remonte aux observations des Grecs et des peuples qui les ont précédés, notamment les Égyptiens et les Mésopotamiens. Les Arabes ont emprunté aux Grecs le mot désignant la science (fortement teintée de magie) de la matière, qu'ils ont appelée *al-kīmiyā'*, ce qui a donné, dans le latin du Moyen Age, *alchemia.* L'*alchimie,* le « Grand Art », la science secrète réservée aux « initiés » à qui leurs maîtres transmettaient mystérieusement leur savoir, avait pour but de découvrir le principe unique qui reliait les choses matérielles et les êtres spirituels et recherchait les éléments fondamentaux des corps (leurs *quintessences* ou leurs *arcanes*) ; les alchimistes espéraient trouver ainsi une « pierre » dont les vertus permettraient de transformer les métaux vils, fer ou plomb, en or ; à cette substance mystérieuse avait été donné le nom de *pierre philosophale* : celui qui la posséderait deviendrait capable de *transmuter* les métaux.

Bien entendu les alchimistes, considérés comme des sorciers ou des hérétiques par l'Église, comme des criminels de droit commun (parfois) par le pouvoir laïque, ne trouvèrent jamais la pierre philosophale. Néanmoins, chemin faisant, ils ont découvert de nombreux corps, de nombreuses réactions et ont préparé la voie à la connaissance scientifique de la matière. Leurs méthodes, faites de magie, de mise en scène, d'incantations nous font aujourd'hui sourire, mais ils ont amassé un lot important de connaissances qui mettront des savants comme Lavoisier en mesure de créer la *science chimique.*

Le mot « chimie » (latin médiéval : *chimia*), qui n'est autre que le mot *alchimie* débarrassé de l'article arabe *al,* apparaît dans la langue française au XVIe siècle (vers 1550) ; à partir du XVIIe siècle, il est devenu impossible de confondre un *alchimiste* avec un *chimiste,* c'est-à-dire un savant qui s'intéresse aux propriétés de la matière. L'histoire de la chimie est résumée pp. 120-121. Les développements prodigieux de la chimie depuis la fin du siècle dernier ont imposé d'y distinguer plusieurs branches qui s'interpénètrent :

— La *chimie générale* étudie les lois générales des réactions chimiques qui conduisent à la constitution de corps *composés* à partir de corps *simples* fondamentaux ; son domaine englobe aussi l'étude des *structures* (des « architectures ») des corps (disposition des atomes et des molécules, etc.).

— La *chimie physique* a pour objet l'étude des conditions physiques dans lesquelles se produisent les réactions (études des solutions, de l'influence de la lumière, de la chaleur, etc.). Plusieurs branches : *électrochimie* (dont l'électrolyse est un des aspects les plus connus), *photochimie* (action de la lumière), *thermochimie, stéréochimie* (étude de la disposition dans l'espace à trois dimensions des atomes dans une molécule).

— La *chimie minérale* étudie les propriétés et la nature des corps simples et des corps composés qui constituent le « monde inerte » ; elle s'est d'abord intéressée aux « pierres », puis aux liquides et aux gaz. Actuellement, la chimie minérale a pour objet l'étude de tous les corps qui ne sont pas des composés du carbone.

— La *chimie organique* est la chimie des composés du carbone (voir p. 138).

— La *biochimie (chimie biologique)* est une branche très importante de la chimie organique ; elle étudie plus spécialement la matière vivante, et ses découvertes, depuis un quart de siècle, ne se comptent plus.

— La *chimie appliquée* intéresse le domaine technologique.

HISTOIRE DE LA CHIMIE.

● *Les origines de la chimie* se perdent dans la nuit des temps ; elles sont à la fois *magiques* et *techniques*. Lorsque se fonde la civilisation grecque, on connaît déjà le cuivre, le bronze et le fer ; l'or et l'argent sont utilisés pour les parures et le plomb, facile à travailler, est loin d'être ignoré. On sait obtenir des teintures (pourpre des Murex), fondre les émaux et, depuis la plus haute antiquité, on extrait du *cinabre* (sulfure rouge) un liquide brillant comme de l'argent, très lourd et qui possède toutes les propriétés d'un métal ; les Romains l'appellent *hydrargyrum* (liquide d'argent) ; les alchimistes du Moyen Age pensent qu'il a un rapport avec la planète Mercure, ils l'appellent *mercure* et lui confèrent des propriétés mystérieuses relatives à la pierre philosophale.

D'autre part, les Grecs (Thalès, Empédocle, Leucippe et Démocrite) avaient établi des théories de la matière qui étaient une première approche de la réalité : tous les corps, selon les anciens philosophes, provenaient d'un mélange bien proportionné de quelques éléments simples. La thèse qui s'était transmise avec le plus de bonheur était celle d'Empédocle (quatre éléments, le feu, l'air, l'eau et la terre, expliquaient, en dernière analyse, la nature des choses). La théorie audacieuse de Leucippe et de Démocrite (les corps seraient composés d'*atomes* invisibles qui leur conféraient leurs propriétés) devait connaître, à l'époque moderne et contemporaine, une fortune nouvelle.

● *Au Moyen Age*, les alchimistes ont augmenté les connaissances chimiques de l'humanité, mais leurs intentions sont plus que suspectes à la conscience scientifique. Beaucoup ont été des escrocs, des faux-monnayeurs, des « empoisonneurs » ; ils prétendaient relier leur savoir à l'enseignement occulte des anciens mages de l'Iran, des anciens Égyptiens, des Druides, etc., et ils ont connu le succès de tous les charlatans. Ils promettaient aux uns la fortune et la transformation du plomb en or, aux autres la guérison de tous leurs maux, la puissance, des vertus physiques extraordinaires ; leur vocabulaire métaphorique est, à dessein, obscur et incantatoire. Quand on feuillette, de nos jours, ces vieux grimoires, on oublie les préoccupations mercantiles des alchimistes et l'on admire, non leur savoir, mais la puissance de leur imagination qui en fait de véritables poètes. Ils n'étaient d'ailleurs pas toujours dénués d'esprit critique : l'Arabe Abū Mūsā Ǧabir as-Sūfi, connu en Occident sous le nom de *Geber*, auteur, vers l'an 800, du plus ancien traité de chimie connu, n'affirmait-il pas que la transmutation des métaux était une entreprise aussi impossible que la transformation d'un bœuf en chèvre ?

Du point de vue méthodologique, on doit aux alchimistes une opération fondamentale en chimie : la *pesée*. Leurs philtres exigeaient qu'on dosât avec minutie les ingrédients qu'on y mêlait : ainsi, dans leurs laboratoires « faustiques », les alchimistes ont élaboré ce qui sera plus tard la méthode quantitative.

● *Au XVII*^e^ *et au XVIII*^e^ *siècle*, on connaît de nouveaux corps, comme le phosphore, et l'on s'interroge sur un problème d'où sortira la première théorie chimique : pourquoi les corps brûlent-ils ? On avait remarqué que, lorsqu'on chauffait un métal, plomb ou étain, il s'alourdissait. L'un des premiers à s'en étonner fut le chimiste français Jean Rey (vers 1583-1645) qui, en 1630, propose l'explication suivante : le feu « épaissit » l'air ambiant qui se fixe sur le métal chauffé et, ainsi, en augmente le poids. Idée reprise par Boyle (à qui l'on doit la loi sur la compressibilité des gaz) et par le Français Nicolas Lémery (1645-1715). C'est alors que triomphe la thèse de l'Allemand Georg Stahl (1660-1734) : il y a, dit-il dans tous les corps, une substance invisible qui les pénètre par tous leurs pores et qui est inflammable (en grec : *phlogisticos*), le *phlogistique*. Un métal qui brûle perd son phlogistique et devient une *chaux* (une « pierre », du grec *halix*) ; mise en contact avec un corps qui n'a pas perdu son phlogistique, comme le charbon ou le soufre, la « chaux » le lui emprunte et redevient métal, etc. Lorsqu'en 1766 Cavendish (1731-1810) découvrit qu'en versant un acide sur un métal, il se dégageait un gaz inflammable (qu'on devait appeler en 1787 l'*hydrogène* quand on observera qu'il peut donner naissance à de l'*eau*), la plupart des chimistes furent persuadés qu'on avait sous la main le mystérieux phlogistique de Stahl.

Cinq ans plus tard, Joseph Priestley (1733-1804) découvrait qu'en chauffant du salpêtre ou du minium on obtenait un « air » dans lequel les combustions étaient extrêmement vives ; cet « air », on l'obtenait aussi en chauffant de l'oxyde rouge de mercure. En 1774 Priestley se risqua à en respirer : il fut surpris de l'impression de bien-être qu'il en retira. S'en référant aux théories de Stahl, Priestley conclut de ses expériences que l'air commun comprenait deux composants : l'air qui active les combustions et qu'il appela l'*air déphlogistiqué*, et un résidu, l'*air phlogistiqué*.

● *A peu près dans le même temps*, Antoine Laurent de Lavoisier (1743-1794) renversait la théorie du phlogistique (qui était presque centenaire) et fondait la chimie moderne. Il reprend l'analyse de l'air « naturel » de Priestley, en 1774, et le trouve, effectivement, composé de deux « airs », l'un qui entretient les combustions et l'autre dans lequel une souris meurt (par asphyxie). Puis il mesure les volumes gazeux intervenant dans l'expérience, constate l'augmentation de poids du mercure qu'il a fait chauffer en présence de l'air commun (et qui s'est recouvert de petites parcelles rouges), et que la calcination de ce « mercure rouge » donne, comme dans les premières expériences de Priestley, l'air entretenant les combustions. En 1784-1785. Lavoisier réalise — après Cavendish et Priestley — la synthèse de l'eau en utilisant un mélange convenable d'*air inflammable* (découvert par Caven-

Antoine Laurent de Lavoisier (1743-1794), initiateur de la chimie moderne.



dish en 1766) et d'air dit *déphlogistiqué* ; inversement l'immersion d'un fer rouge dans l'eau produit les deux « airs ». L'expérience fut publique et les mesures extrêmement précises, pour l'époque.

En quoi Lavoisier était-il plus proche de la vérité que Stahl, Priestley ou Cavendish ? En ceci qu'au lieu d'expliquer les combustions par la « déphlogistication » d'un corps, et cela par référence à un concept peu scientifique (le phlogistique), il proposait une explication plus générale et plus précise : toute combustion consiste, pour un corps (et notamment un métal), à fixer l'« air pur », l'« air déphlogistiqué » de Priestley, en l'empruntant soit à l'air naturel dont il est l'un des deux composants, soit à un corps dans lequel il se trouve et qui est alors dit *réduit,* privé de cet air qui entretient les combustions.

A ces idées il ne manquait plus qu'un langage : puisque la chimie, avec Lavoisier, entrait dans l'ère de la précision et de la mesure, il fallait bien réviser une nomenclature qui devait plus aux alchimistes et aux philosophes qu'à l'observation des faits. En 1787 les chimistes français, convertis aux thèses de Lavoisier, promulguent les règles de cette « grammaire » de la matière. Les règles de nomenclature générale que nous résumons p. 122 furent précisées. Ceux qui participèrent à ce travail de mise en ordre des connaissances furent : Guyton de Morveau, Fourcroy, Jean Chaptal, Berthollet.

● *Pendant la première moitié du XIXe siècle,* la chimie avança sagement dans les sentiers tracés par Lavoisier. Les travaux de Sir Humphry Davy (1778-1829), de Scheele, de Jean-Baptiste Dumas (1800-1884) et de Liebig (1803-1873) enrichissent la chimie de connaissances nombreuses : découvertes de nouveaux corps simples, de nouvelles réactions, précisions apportées à la nomenclature, lois générales des combinaisons, etc.

Mais la première moitié du XIXe siècle devait voir deux nouveautés scientifiques de première grandeur s'imposer aux savants : l'hypothèse atomique sur la constitution de la matière, liée aux travaux de l'Anglais John Dalton (1766-1844), du Suédois Jacob Berzelius (1779-1848), de l'Allemand Benjamin Richter (1762-1807), de l'Italien Avogadro (1776-1856), du Français Gay-Lussac (1778-1850). La seconde grande découverte fut l'œuvre du chimiste allemand Friedrich Wöhler qui réalisa, en 1828, la synthèse de l'urée à partir de substances minérales, montrant ainsi que les corps organiques, dont on croyait qu'ils étaient régis par des lois spéciales, n'étaient pas différents, dans leur nature, des substances inorganiques (minérales).

La chimie connaît alors ses premières grandes « crises » : il y a les partisans de l' « ancienne chimie » qui ne croient pas aux atomes, les vitalistes, qui sont persuadés que la chimie organique a ses lois propres, et leurs adversaires (qui finiront par triompher). Le débat déborde les cadres des universités : faut-il se limiter à ce qu'on voit et à ce qu'on pèse ou bien doit-on chercher les secrets de la structure de la matière en faisant confiance aux théories de Berzelius ? C'est alors qu'on commence à utiliser le comportement de différentes substances vis-à-vis de la lumière polarisée pour déterminer leur architecture (Pasteur) et la chimie des structures naît avec les travaux de l'Allemand A. Kekulé von Stradonitz (1829-1896), de Butlerov (1828-1886), d'Archibald Couper, etc.

En 1860 avait lieu le premier congrès international des chimistes (à Karlsruhe) : on y débattait d'architecture moléculaire et de « valence » (le terme devait être introduit en 1875 seulement). Y participait un jeune chimiste russe, Dmitrij Ivanovič Mendeleev (1834-1907) dont les vues intuitives allaient marquer non seulement sa génération mais toute la science contemporaine.

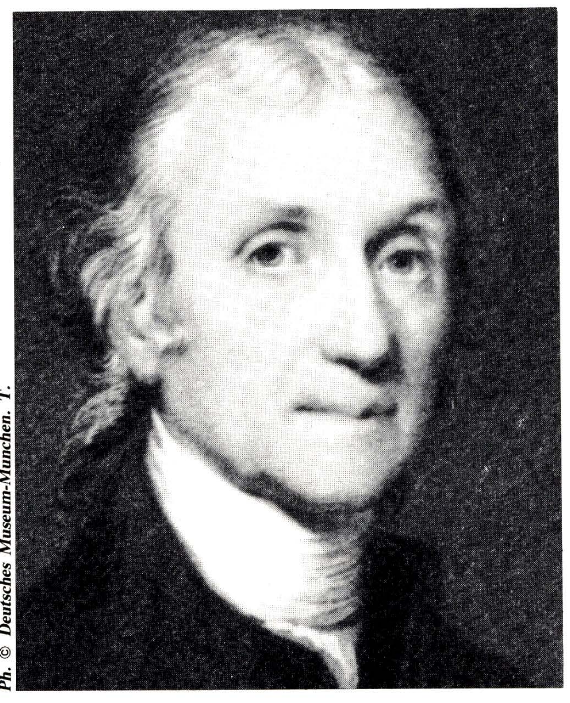
● *L'ère ouverte par la classification de Mendeleev* (voir p. 123), il y a un siècle n'est pas encore terminée ; les chimistes ont travaillé dans trois directions principales :

— une direction « classique » tendant à exploiter les résultats obtenus dans le domaine de la *chimie de synthèse* (Liebig, Baeyer, Berthelot, les Perkin père et fils, Griess, etc.) ;

— un approfondissement des prévisions de Mendeleev, qui conduisent aux découvertes de Pierre et Marie Curie et qui jettent enfin un pont entre la chimie et la physique ;

— un développement de la chimie structurale et de la physico-chimie (travaux de Le Bel, Kolbe, Van't Hoff, Arrhenius, etc.).

On parvient ainsi à la phase contemporaine de la chimie, dont les pages suivantes tentent de donner un aperçu simplifié.



Ph. © Deutsches Museum-Munchen. T.



Ph. © Rencontre. T.



Trois grandes figures des débuts de la chimie moderne.
De haut en bas : l'Anglais Joseph Priestley (1733-1804), le Français Claude Berthollet (1748-1822) et l'Anglais Sir Humphry Davy (1778-1829).



Ph. © Roger-Viollet. T.

GÉNÉRALITÉS.

La notation atomique.

Corps simples et corps composés.

Il existe deux catégories de substances : celles qui, comme l'eau ou l'air, peuvent être décomposées en plusieurs composants, et celles qui résistent à toute décomposition. Les premières ont été nommées *corps composés* et les secondes *corps simples.* Les corps composés eux-mêmes se divisent en *mélanges* ou en *combinaisons,* selon que la proportion de leurs composants est variable ou rigoureusement fixe. Les propriétés d'un mélange sont variables ; celles d'une combinaison sont constantes. Par exemple l'eau du robinet est un mélange d'eau chimiquement pure et de diverses substances dissoutes (calcaires, produits bactéricides, etc.) ; l'eau distillée est une combinaison, aux propriétés invariables. Seuls les *corps purs* — simples ou composés — sont, en toute rigueur, l'objet de la chimie qui étudie leurs *propriétés physiques* (densité, point de fusion, de solidification, etc.) et leurs *propriétés chimiques,* c'est-à-dire leurs réactions avec d'autres corps. A partir de la connaissance de ces propriétés, on peut tirer certaines conclusions quant à la *structure* intime des corps étudiés.

La théorie atomique.

Tous les corps sont, en dernière analyse, composés de *molécules,* qui sont elles-mêmes des réunions d'*atomes* diversement *liés* entre eux.

● *Rappel.*

— Un atome est composé d'un *noyau* central autour duquel se meuvent des *électrons* (particules électronégatives). Le noyau est composé de *protons* (particules électropositives) et de *neutrons.* Le nombre de protons est égal au nombre d'électrons ; on le désigne par Z : c'est le *numéro atomique* de l'atome considéré. Le nombre N de neutrons peut être nul. Le nombre $A = Z + N$ est appelé *nombre de masse* de l'atome.

Un corps simple est encore appelé *élément* : tous les atomes d'un élément ont même numéro atomique Z. On appelle *isotopes* des atomes de même numéro atomique qui ne diffèrent que par leur nombre de neutrons. Par exemple on connaît trois isotopes de l'élément hydrogène ($Z = 1$) :

— l'hydrogène dit « ordinaire » (0 neutron) ;
— l'hydrogène lourd ou *deutérium* (1 neutron) ;
— l'hydrogène hyperlourd ou *tritium* (2 neutrons).

Ces trois atomes ont respectivement comme nombre de masse $A = Z = 1$, $A = Z + 1 = 2$, $A = Z + 2 = 3$. L'hydrogène naturel est un mélange d'isotopes, qui contient 99,985 % de l'isotope $A = 1$.

— Il existe 92 éléments naturels, numérotés de 1 (hydrogène) à 92 (uranium), dont chacun comporte, en général, plusieurs isotopes. A l'aide d'accélérateurs de particules ou dans les réacteurs nucléaires, on peut créer des éléments de numéro atomique supérieur à 92, appelés *éléments transuraniens.*

— On désigne un élément par un *symbole chimique* qui est en général l'initiale ou l'abréviation de son nom (H pour hydrogène, C pour carbone, O pour oxygène, etc.). On peut aussi préciser, le cas échéant, son numéro atomique Z et son nombre de masse A, en écrivant ces deux nombres respectivement en indice et en exposant à gauche du symbole considéré. Par exemple pour le carbone ($Z = 6$), de symbole C, on a les isotopes suivants :

$$ {}^{12}_{6}\mathrm{C}\,,\quad {}^{13}_{6}\mathrm{C}\,;\quad {}^{14}_{6}\mathrm{C}\,, $$

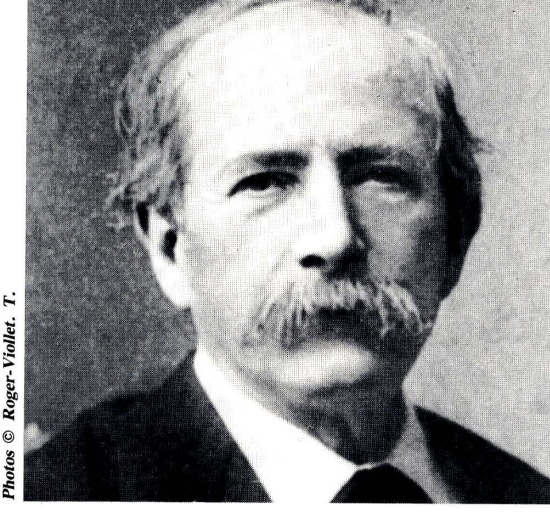
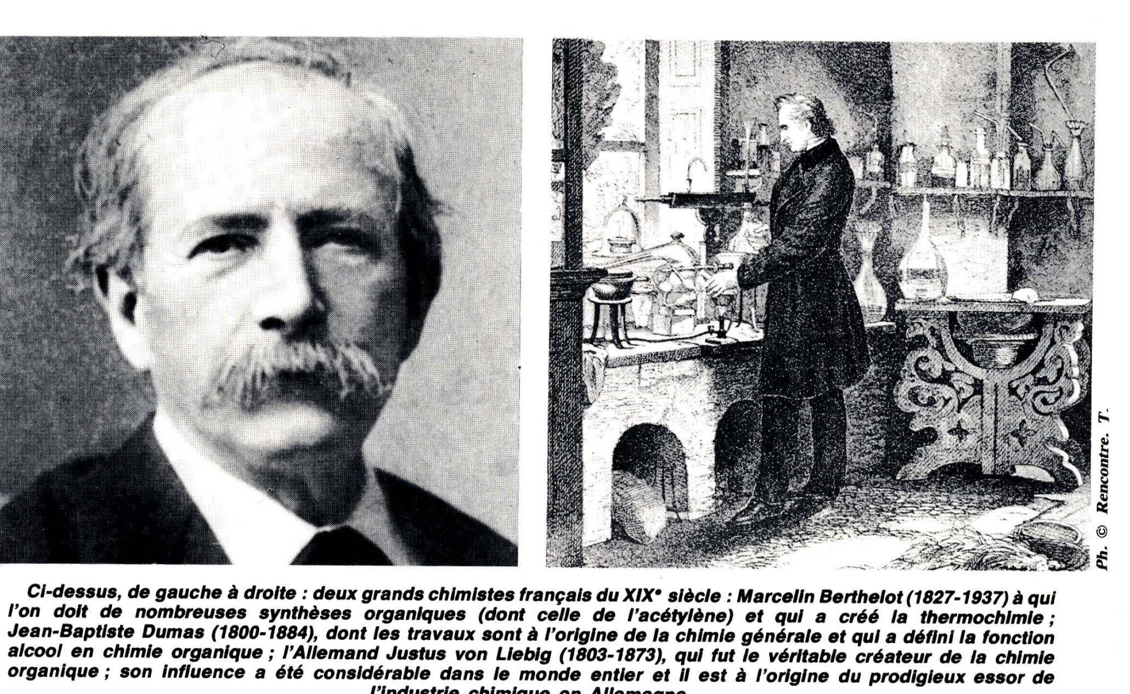
qu'on appelle respectivement : carbone 12 (98,9 % du carbone naturel), carbone 13 et carbone 14 (ce dernier est radioactif).

● *Masse des atomes et molécules.*

— L'*unité de masse atomique* (symbole : u) est, par définition, la douzième partie de la masse de l'atome de carbone 12 ; elle vaut :

$$ \mathrm{u} = 1{,}660\,565\,5 \times 10^{-27}\ \mathrm{kg} \pm 86 \times 10^{-34}\ \mathrm{kg}\,. \quad (1) $$

Cette unité est très voisine de la masse du proton et de celle du neutron. Il n'est pas inutile de retenir que la masse du proton est environ 1 836 fois plus grande que celle de l'électron : il en résulte que la quasi-totalité de la masse d'un atome est concentrée en son noyau.

Photos © Roger-Viollet. T. — Ph. © Rencontre. T.

Ci-dessus, de gauche à droite : deux grands chimistes français du XIX[e] siècle : Marcelin Berthelot (1827-1937) à qui l'on doit de nombreuses synthèses organiques (dont celle de l'acétylène) et qui a créé la thermochimie ; Jean-Baptiste Dumas (1800-1884), dont les travaux sont à l'origine de la chimie générale et qui a défini la fonction alcool en chimie organique ; l'Allemand Justus von Liebig (1803-1873), qui fut le véritable créateur de la chimie organique ; son influence a été considérable dans le monde entier et il est à l'origine du prodigieux essor de l'industrie chimique en Allemagne.

— On appelle *mole* la masse représentée par le nombre N_A d'atomes ; une mole de carbone 12 a, par définition, une masse égale à 12 grammes. A partir de cette donnée, on peut établir un système de *masses atomiques* fondé sur la masse du carbone 12. Le nombre N_A, ou *nombre d'Avogadro,* a été déterminé pour la première fois par Loschmidt ; il vaut :

$$N_A = 6{,}022\,045 \times 10^{23} \pm 31 \times 10^{17}\,. \qquad (2)$$

— Une molécule est un édifice composé d'atomes ; la masse est égale à la somme des masses atomiques qui la constituent. Une mole de molécules contient N_A molécules.

Nomenclature chimique.

● *Formules chimiques.* Les corps — simples ou composés — sont constitués de *molécules,* c'est-à-dire de groupements d'atomes. Une *formule chimique brute* indique, conventionnellement, de quels atomes il s'agit. Exemples :

— la formule de l'hydrogène est H_2 : cela signifie qu'une molécule d'hydrogène contient deux atomes d'hydrogène liés entre eux (molécule *diatomique*) ; de même la formule de l'oxygène est O_2 ; celle du chlore Cl_2 ; etc. ; l'ozone a pour formule O_3 (*triatomique*) ;

— la formule de l'eau est H_2O : une molécule d'eau résulte de la liaison de deux atomes d'hydrogène et d'un atome d'oxygène ; si l'hydrogène de la molécule est l'isotope à un neutron (hydrogène lourd ou deutérium, de symbole D), on obtient l'*eau lourde,* de formule D_2O ;

— la formule de l'acide sulfurique est H_2SO_4 (deux atomes d'hydrogène, un atome de soufre, quatre atomes d'oxygène) ; celle de la chaux est $Ca(OH)_2$ (un atome de calcium et deux fois un atome d'oxygène plus un atome d'hydrogène) ;

— en chimie organique, on rencontre des formules très « compliquées » ; par exemple le cholestérol a pour formule brute $C_{27}H_{46}O$ (74 atomes) ; en biochimie, nous rencontrons des molécules contenant plusieurs milliers d'atomes.

● *Notion de fonction chimique.* On appelle *fonction chimique* un ensemble des propriétés communes à plusieurs substances. En chimie inorganique, les trois fonctions les plus importantes sont la *fonction acide,* la *fonction base* et la *fonction sel.* Les corps simples présentent les fonctions : métal, non-métal, gaz noble (voir ci-après, pp. 135-137).

● *Comment nommer une substance chimique ?*

— Les corps simples ont été baptisés au cours de l'histoire (... ou de la préhistoire) de la chimie, par référence à leurs propriétés, au lieu de leur découverte, à certains savants qu'on désirait honorer ou à certains pays qui ont contribué aux progrès de la science.

— Les composés organiques font l'objet de règles rigoureuses de nomenclatures, expliquées p. 138 et suivantes.

— Les composés inorganiques (= minéraux) ont, eux aussi, des règles de nomenclatures. Le tableau ci-dessous rappelle ces règles pour les composés binaires (à deux éléments) ou ternaires (à trois éléments).

● *Masses atomiques, masses moléculaires.* L'utilisation de l'unité de masse atomique n'est pas commode à l'échelle humaine. On exprime donc les masses atomiques et moléculaires relatives à la mole de carbone 12.

Par exemple, on écrit :

$$H = 1{,}007\,97\,, \qquad (3)$$

ce qui signifie :

— que l'atome d'hydrogène a une masse égale à 1,007 97 u ;

— qu'une mole d'atomes d'hydrogène a une masse de 1,007 97 gramme.

De même, une masse moléculaire étant la somme des masses atomiques qui la constituent, on écrira, à partir de O = 15,999 4 :

$$H_2O = 2 \times 1{,}007\,97 + 15{,}999\,4 = 18{,}015\,34\,. \qquad (4)$$

● *Réactions chimiques.* Une réaction chimique s'écrit comme une équation : dans le membre de gauche on écrit les formules des corps en présence, et, dans le membre de droite, celles des produits de la réaction. Les deux membres sont reliés par le signe « → » (ou « ⇄ » si la réaction est *réversible,* c'est-à-dire si elle a lieu dans les deux sens).

En vertu du principe de conservation de la matière, il faut veiller à ce que les masses s'équilibrent entre les deux membres de la réaction.

Nomenclature chimique.

Nature du composé	Dénomination	Exemples
Non-métal + oxygène	Oxyde du non-métal (*mono-*, *di-*, *tri*-oxyde, etc., selon le nombre d'atomes d'oxygène)	CO : oxyde de carbone CO_2 : dioxyde de carbone SO_3 : trioxyde de soufre
Métal + oxygène	Oxyde { *-ique* / *-eux*	CuO : oxyde cuivrique Cu_2O : oxyde cuivreux
Non-métal + hydrogène	La plupart du temps : acide *-hydrique*	H_2S : acide sulfhydrique HCl : acide chlorhydrique (ancienne dénomination)
Non-métal + métal	*-ure* du métal	NaCl : chlorure de sodium NaBr : bromure de sodium CuCl : chlorure cuivreux $CuCl_2$: chlorure cuivrique
Non-métal + oxygène + hydrogène	Acide { *-eux* / *-ique*	H_2SO_3 : acide sulfureux H_2SO_4 : acide sulfurique
NaOH KOH $Ca(OH)_2$	Hydroxyde de sodium (soude) — de potassium (potasse) — de calcium (chaux)	

Analyse et synthèse en chimie.

L'analyse.

Pour connaître la composition qualitative et quantitative d'une substance, il faut l'*analyser.* Pour cela on emploie divers procédés, qui dépendent de la nature des substances étudiées : *électrolyse* des solutions contenant un acide, une base ou un sel, utilisation de *réactifs* dont on connaît la réaction en présence de certaines substances, spectroscopie, etc.

L'analyse quantitative peut être *volumétrique* ou *pondérale.* Dans tous les cas, elle exige de grandes précautions pratiques (lavage soigneux des instruments, pesées précises, lecture attentive dans les tubes et éprouvettes, etc.). Nous ne nous étendrons pas, ici, sur l'ensemble des procédés techniques qui, dans le cas de recherches hautement spécialisées, font appel aux formes les plus sophistiquées de la technologie moderne.

La synthèse.

C'est l'opération inverse de l'analyse ; elle consiste à créer un corps composé à partir de ses composants. Par exemple, si l'on met, dans un tube, un volume d'oxygène et deux volumes d'hydrogène, et si l'on provoque une étincelle électrique, on obtient une petite explosion (le mélange est dit *détonant*) à la suite de laquelle on recueille de l'eau sur les parois de l'éprouvette.

L'intérêt de la synthèse est double : 1° elle permet de s'assurer de la validité du résultat de l'analyse ; 2° elle permet la production artificielle de substances, parfois rares à l'état naturel, ou difficiles à extraire. Ce rôle pratique de la synthèse est à la base de l'industrie chimique et pharmaceutique.

PÉRIODES	IA	IIA	IIIA	IVA	VA	VIA	VIIA	VIII	VIII	VIII	IB	IIB	IIIB	IVB	VB	VIB	VIIB	0
K 1	1 $1s^1$ H		Métaux légers												Non-métaux			2 $1s^2$ He
L 2	(He) 3 $2s^1$ Li	4 $2s^2$ Be											5 $2s^2$ $2p^1$ B	6 $2s^2$ $2p^2$ C	7 $2s^2$ $2p^3$ N	8 $2s^2$ $2p^4$ O	9 $2s^2$ $2p^5$ F	10 $2s^2$ $2p^6$ Ne
M 3	(Ne) 11 $3s^1$ Na	12 $3s^2$ Mg			Métaux fragiles				Métaux ductiles				13 $3s^2$ $3p^1$ Al	14 $3s^2$ $3p^2$ Si	15 $3s^2$ $3p^3$ P	16 $3s^2$ $3p^4$ S	17 $3s^2$ $3p^5$ Cl	18 $3s^2$ $3p^6$ A
N 4	(Ar) 19 $4s^1$ K	20 $4s^2$ Ca	21 $3d^1$ $4s^2$ Sc	22 $3d^2$ $4s^2$ Ti	23 $3d^3$ $4s^2$ V	24 $3d^5$ $4s^1$ Cr	25 $3d^5$ $4s^2$ Mn	26 $3d^6$ $4s^2$ Fe	27 $3d^7$ $4s^2$ Co	28 $3d^8$ $4s^2$ Ni	29 $3d^{10}$ $4s^1$ Cu	30 $3d^{10}$ $4s^2$ Zn	31 $3d^{10}$ $4s^2$ $4p^1$ Ga	32 $3d^{10}$ $4s^2$ $4p^2$ Ge	33 $3d^{10}$ $4s^2$ $4p^3$ As	34 $3d^{10}$ $4s^2$ $4p^4$ Se	35 $3d^{10}$ $4s^2$ $4p^5$ Br	36 $3d^{10}$ $4s^2$ $4p^6$ Kr
O 5	(Kr) 37 $5s^1$ Rb	38 $5s^2$ Sr	39 $4d^1$ $5s^2$ Y	40 $4d^2$ $5s^2$ Zr	41 $4d^4$ $5s^1$ Nb	42 $4d^6$ $5s^1$ Mo	43 $4d^6$ $5s^1$ Tc	44 $4d^7$ $5s^1$ Ru	45 $4d^8$ $5s^1$ Rh	46 $4d^{10}$ $5s^0$ Pd	47 $4d^{10}$ $5s^1$ Ag	48 $4d^{10}$ $5s^2$ Cd	49 $4d^{10}$ $5s^2$ $5p^1$ In	50 $4d^{10}$ $5s^2$ $5p^2$ Sn	51 $4d^{10}$ $5s^2$ $5p^3$ Sb	52 $4d^{10}$ $5s^2$ $5p^4$ Te	53 $4d^{10}$ $5s^2$ $5p^5$ I	54 $4d^{10}$ $5s^2$ $5p^6$ Xe
P 6	(Xe) 55 $6s^1$ Cs	56 $6s^2$ Ba	57 à 71 Lanthanides	72 $4f^{14}$ $5d^2$ $6s^2$ Hf	73 $4f^{14}$ $5d^3$ $6s^2$ Ta	74 $4f^{14}$ $5d^4$ $6s^2$ W	75 $4f^{14}$ $5d^5$ $6s^2$ Re	76 $4f^{14}$ $5d^6$ $6s^2$ Os	77 $4f^{14}$ $5d^7$ $6s^2$ Ir	78 $4f^{14}$ $5d^9$ $6s^1$ Pt	79 $4f^{14}$ $5d^{10}$ $6s^1$ Au	80 $4f^{14}$ $5d^{10}$ $6s^2$ Hg	81 $4f^{14}$ $5d^{10}$ $6s^2$ $6p^1$ Tl	82 $4f^{14}$ $5d^{10}$ $6s^2$ $6p^2$ Pb	83 $4f^{14}$ $5d^{10}$ $6s^2$ $6p^3$ Bi	84 $4f^{14}$ $5d^{10}$ $6s^2$ $6p^4$ Po	85 $4f^{14}$ $5d^{10}$ $6s^2$ $6p^5$ At	86 $4f^{14}$ $5d^{10}$ $6s^2$ $6p^6$ Rn
Q 7	(Rn) 87 $7s^1$ Fr	88 $7s^2$ Ra	à partir de 89 Actinides									Métaux à bas point de fusion						Gaz nobles

La classification de Mendeleev.
Les indications portées dans le coin gauche de chaque case concernent les couches électroniques. Il faut les lire ainsi : le sodium (nº 11) possède toutes les couches du néon** (Ne, **nº 10) saturées et un électron** 3 s **sur la couche nº 3 (couche** m**) ; etc...
En rouge : les métaux ; en vert : les non-métaux ; en jaune : les actinides ; en orangé : les gaz rares.

L'ATOME ET LA CLASSIFICATION DE MENDELEEV.

Structure électronique de l'atome.

Rappel historique.

A la fin du XVIIIe siècle (Lavoisier) et au début du XIXe siècle (Proust, Dalton, Richter, Berzelius, Gay-Lussac, Avogadro), l'étude des réactions obtenues avec des composés chimiques avait conduit les savants à adopter l'hypothèse émise par Dalton en 1803 : les corps sont des « agglomérations » de particules matérielles « indivisibles », nommées *atomes.* En fait, il faudra attendre les années 1895-1925 pour savoir que les atomes sont eux-mêmes des systèmes de particules électrisées et pour en connaître l'architecture.

L'un des grands problèmes que se posèrent les chimistes au XIXe siècle fut celui de la classification des éléments. Lavoisier en connaissait 23 et, en 1810, Dalton en cite 36 ; Berzelius en cite 40 (1818), Döbereiner 52 (1823). Vers 1869, on en connaissait 63. Le problème de leur classification rationnelle fut résolu par Mendeleev, en mars 1869, sous la forme d'un tableau fondé sur l'observation suivante : les propriétés des éléments se répètent périodiquement si on les classe par ordre de masses atomiques croissantes.

Ce n'est qu'à partir de 1913, lorsque N. Bohr proposa le modèle atomique dit *semi-classique,* que l'on comprit quelle était la « clef » du *tableau de Mendeleev.*

Répartition des électrons de l'atome.

Le modèle actuellement admis de l'atome est décrit p. 104. Voici quelques précisions supplémentaires.

Comme on l'a expliqué ci-dessus, la masse d'un atome est concentrée, dans presque sa totalité, en son noyau. Par exemple la masse du noyau d'un atome d'uranium 235 ($Z = 92$, $A = 235$) représente 99,978 7 % de la masse totale de l'atome. C'est cette masse, ou une fraction de cette masse, qui se convertit en énergie selon la relation $E = mc^2$ dans les réactions nucléaires.

Les électrons se meuvent autour du noyau. Leur danse est capricieuse, aléatoire, et il est impossible de savoir où se trouve un électron à un instant donné. Le schéma qui consiste à figurer l'orbite d'un électron par un cercle centré sur le noyau est périmé depuis plus d'un demi-siècle. Tout ce que l'on peut connaître, c'est la *probabilité* de présence d'un électron à une distance r_1, r_2, ..., r_n du noyau. Cette probabilité est donnée par une *fonction d'onde* associée à l'électron considéré et appelée *orbitale atomique.* On la représente par un nuage de points, plus ou moins dense selon la probabilité de présence de l'électron dans telle ou telle région du nuage (voir p. 104).

● *Géographie énergétique de l'atome.* On a expliqué, p. 104, que la siuation d'un électron à l'intérieur de l'atome est définie par quatre *nombres quantiques, n, l, m* et *s.* Les deux premiers sont en rapport avec la distribution probable des électrons dans l'atome ; le troisième appelé *nombre quantique magnétique* est relatif à l'orientation d'une orbite stationnaire dans l'espace ; le quatrième, appelé *nombre quantique de spin* (de l'anglais *to spin* = « pivoter »), définit le sens dans lequel l'électron pivote sur lui-même, comme une toupie (comme il n'y a que deux sens de pivotement possibles, il n'y a que deux valeurs de s, $+ 1/2$ et $- 1/2$).

La *situation dynamique* d'un électron dans un atome constitue ce qu'on nomme une *case quantique.* Le mot « situation » ne doit pas être pris au sens spatial, puisque nous ignorons où se trouve un électron à un instant donné, mais au sens énergétique. De même, lorsqu'on dit d'une personne qu'elle occupe une certaine « situation » dans la société, on ne veut pas dire qu'elle se trouve à tel endroit précis, mais qu'elle possède tel niveau de vie, tel rang hiérarchique, tel pouvoir de décision, etc. Une case quantique est définie par trois nombres quantiques :

— Le nombre n, qui caractérise son *niveau d'énergie* ou, comme on dit, une *couche électronique.* On a pris l'habitude de désigner les couches par des lettres capitales : les électrons de la couche $n = 1$ sont dits appartenir à la *couche K* ; pour $n = 2$, c'est la *couche L* ; etc.

— A chaque niveau n existent n états énergétiques possibles ; chacun de ces états est appelé une *sous-couche* et désigné par le nombre quantique $l = 0$,

1, 2, ..., $n-1$. Ici aussi, on a pris l'habitude de désigner les sous-couches par des lettres : s pour $l=0$, p pour $l=1$, d pour $l=2$, f pour $l=3$, g, h, i, ... pour $l=4, 5, 6$, ...

Pour $n=1$ (couche K), il n'y a qu'une valeur possible de l, soit $l=0$ (sous-couche s) ; toute case quantique de la couche K est donc dans l'état 1s (1 pour $n=1$; s pour $l=0$). Pour $n=2$ (couche L), on peut avoir $l=0$ et $l=1$, d'où les deux sous-couches 2s et 2p. Pour $n=3$ (couche M), il y a trois sous-couches possibles : 3s, 3p et 3d, puisqu'on peut avoir $l=0, 1, 2$. La couche N ($n=4$) possède les quatre sous-couches 4s, 4p, 4d et 4f ; et ainsi de suite.

— Chaque sous-couche contient un nombre déterminé de cases quantiques, défini par le nombre quantique magnétique m, qui prend toutes les valeurs entières entre $-l$ et $+l$, soit :

$m=0$,	pour $l=0$	(état s) ;
$m=-1, 0, 1$,	pour $l=1$	(état p) ;
$m=-2, -1, 0, 1, 2$,	pour $l=2$	(état d) ;
$m=-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$	pour $l=3$	(état f) ;

etc.

Autrement dit, il y a une case quantique pour toute sous-couche s, trois cases quantiques pour toute sous-couche p, cinq cases quantiques pour toute sous-couche d, sept cases quantiques pour toute sous-couche f ; etc. Au total, chaque couche n possède donc n^2 cases quantiques au plus.

— Dans chaque case quantique, c'est-à-dire dans chaque situation dynamique (n, l, m), il peut y avoir zéro, un ou deux électrons, pas davantage. S'il y a deux électrons, ils diffèrent par leur nombre de spin s et ils sont dits appariés ; s'il n'y a qu'un électron, de spin + 1/2 ou − 1/2, il est dit célibataire ; s'il n'y a pas d'électron, la case est vide.

● *Le principe d'exclusion de Pauli* interdit que deux électrons aient leurs quatre nombres quantiques tous égaux deux à deux. Ce principe permet d'expliquer le *remplissage* des couches électroniques.

— Sur la couche K ($n=1$), il ne peut y avoir qu'une case quantique ($l=0$, $m=0$), dans l'état 1s ; il y a donc soit un électron célibataire, soit, au plus, deux électrons et la couche est dite *saturée* à deux électrons. Un atome à un électron ($Z=1$), à savoir l'atome d'hydrogène, a donc pour formule électronique $[1s^1]$ (l'exposant indique le nombre d'électrons dans l'état 1s) ; pour $Z=2$, la formule électronique est $[1s^2]$: les deux électrons de la case unique 1s sont de spins opposés. S'il y a trois électrons, les deux premiers saturent la couche K, puisqu'elle ne contient qu'une case quantique ; le troisième électron appartient donc nécessairement à la couche L ($n=2$). Celle-ci, on l'a vu, contient deux sous-couches : 2s et 2p, auxquelles correspondent respectivement une et trois cases quantiques. Le troisième électron va donc être placé dans la sous-couche 2s (c'est un électron célibataire), et la formule électronique pour $Z=3$ est :

$$[1s^2,\ 2s^1],$$

ce qui signifie : 2 électrons dans l'état 1s, 1 électron dans l'état 2s.

— La couche L ($n=2$) contient quatre cases quantiques ; elle est donc saturée lorsque toutes ses cases sont pleines, c'est-à-dire avec huit électrons. L'atome correspondant a pour numéro atomique $Z=10$, avec 2 électrons saturant la couche K et 8 électrons saturant la couche L. Sa formule électronique est :

$$[1s^2,\ 2s^2,\ 2p^6],$$

ce qui signifie : 2 électrons dans l'état 1s, 2 électrons dans l'état 2s et 6 électrons dans l'état 2p.

— La couche M ($n=3$) contient trois sous-couches : 3s, 3p et 3d, avec une case quantique 3s, trois cases 3p et cinq cases 3d. Elle est saturée à 18 électrons (deux par case), et sa formule est alors $[3s^2, 3p^6, 3d^{10}]$. Un atome dont les couches K, L et M sont saturées possède donc $Z=28$ électrons et sa formule électronique est :

$$[1s^2,\ 2s^2,\ 2p^6,\ 3s^2,\ 3p^6,\ 3d^{10}];$$

on a figuré sur le tableau ci-dessus les quatre premières couches à saturation.

Couches (n)	Sous-couches (v)		Cases quantiques (m)	Représentation de l'état (n, v) saturé	Nombre d'électrons de la couche saturée	Formule de la couche saturée
K $n=1$	0	1 s	0	(↑↓)	2	$[1\,s^2]$
L $n=2$	0	2 s	0	(↑↓)	8	$[2\,s^2,\ 2\,p^6]$
	1	2 p	−1 0 1	(↑↓) (↑↓) (↑↓)		
M $n=3$	0	3 s	0	(↑↓)	18	$[3\,s^2,\ 3\,p^6,\ 3\,d^{10}]$
	1	3 p	1 0 1	(↑↓) (↑↓) (↑↓)		
	2	3 d	−2 −1 0 1	(↑↓) (↑↓) (↑↓) (↑↓) (↑↓)		
N $n=4$	0	4 s	2 0	(↑↓)	32	$[4\,s^2,\ 4\,p^6,\ 4\,d^{10},\ 4\,f^{14}]$
	1	4 p	−1 0 1	(↑↓) (↑↓) (↑↓)		
	2	4 d	−2 −1 0 1 2	(↑↓) (↑↓) (↑↓) (↑↓) (↑↓)		
	3	4 f	−3 −2 −1 0 1 2 3	(↑↓) (↑↓) (↑↓) (↑↓) (↑↓) (↑↓) (↑↓)		

Les quatre premières couches à saturation.

Construction du tableau de Mendeleev.

Remplissage des couches.

Étant donné un élément de numéro atomique Z, ses électrons sont répartis sur les couches successives K, L, M, ... selon les règles suivantes, qui résument les faits expérimentaux et qui peuvent être déduites des lois de la physique quantique.

— Pour $Z=1$ (hydrogène) et pour $Z=2$ (hélium), les électrons sont sur la couche K, saturée, comme on le sait, à 2 électrons.

— Pour $Z>2$, les électrons sont distribués sur les couches K, L, M, ... de sorte que :

1 - la dernière couche n'ait jamais plus de 8 électrons (quand elle contient 8 électrons, elle est dite *pseudo-saturée*) ;

2 - une nouvelle couche se crée lorsque toutes les couches inférieures sont saturées ; le nombre d'électrons saturant une couche n est $2n^2$, puisqu'il y a n^2 cases quantiques, donc :

K ($n=1$) est saturée avec 2 électrons ;
L ($n=2$) est saturée avec 8 électrons ;
M ($n=3$) est saturée avec 18 électrons ;
N ($n=4$) est saturée avec 32 électrons ;
O ($n=5$) est saturée avec 50 électrons ;
P ($n=6$) est saturée avec 72 électrons ;
Q ($n=7$) est saturée avec 98 électrons.

— En vertu de la condition n° 1, on voit donc que, à partir de $Z=11$, la dernière couche n'est jamais saturée, mais pseudo-saturée. C'est-à-dire que les sous-couches de la dernière couche ne sont pas toutes utilisées. Prenons l'exemple de l'élément nickel, dont le noyau comporte $Z=28$ protons. Comment vont être répartis les 28 électrons de cet atome ?

1 - Les deux premiers électrons saturent la couche K, dans la sous-couche 1s ; soit, pour la couche K : $[1s^2]$.

2 - La couche L reçoit les 8 électrons suivants, par saturation de ses deux sous-couches 2s et 2p, soit pour la couche L : $[2s^2,\ 2p^6]$. Il reste alors $28-10=18$ électrons à placer.

3 - Si nous plaçons ces 18 électrons sur la couche M, ce qui semblerait possible puisque cette couche peut recevoir jusqu'à 18 électrons, nous violons la règle de pseudo-saturation, car nous construisons un atome dont la dernière couche a plus de 8 électrons. Il faut donc répartir les 18 électrons qui restent sur une partie seulement des sous-couches de M, de sorte qu'il en reste pour la couche N (et il doit en rester 8 ou moins de 8). La théorie permet de prévoir que ces 18 électrons seront répartis ainsi :

couche M (16 électrons)	2 sur la sous-couche 3s ; 6 sur la sous-couche 3p ; 8 sur la sous-couche 3d ;
couche N (2 électrons)	2 sur la sous-couche 4s.

Le tableau p. 178 indique la répartition des électrons sur les différentes couches électroniques selon le numéro Z de l'élément considéré, depuis $Z=1$ jusqu'à $Z=103$.

Le tableau de Mendeleev.

Ce tableau comporte 7 lignes, dont chacune correspond à une *période*, et 16 colonnes correspondant à 16 *groupes* d'éléments. Les périodes sont numérotées 1, 2, ..., 7 ou K, L, ... Q ; les groupes sont notés IA, IIA, ... VIIA, IB, IIB, ..., VIIB, VIII et 0.

● *Les périodes* correspondent au remplissage électronique des couches. La première ligne du tableau (période K) contient donc tous les éléments à une couche d'électrons, la couche K ; la deuxième ligne (période L), les éléments à deux couches, K et L ; et ainsi de suite. En vertu de ce qui vient d'être expliqué, il y a donc :

— deux éléments dans la période K, puisque la couche K est saturée avec deux électrons ; ce sont les éléments $Z=1$ (hydrogène) et $Z=2$ (hélium) ;

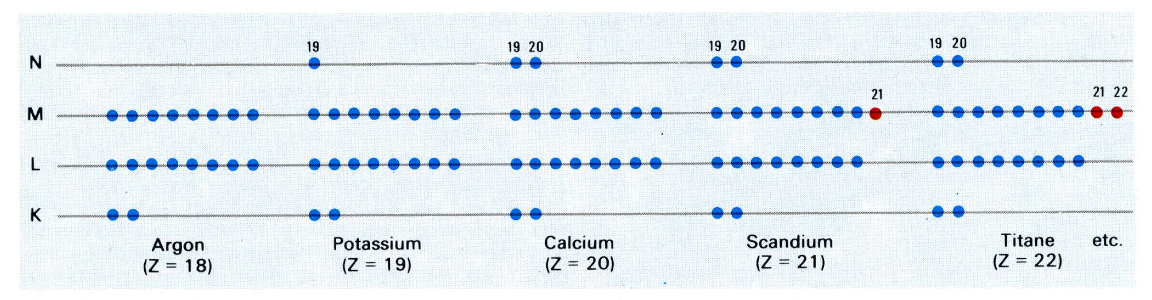
— huit éléments (de $Z=3$ à $Z=10$) dans la période L, puisque la couche L est saturée avec huit électrons ; de même, il y a huit éléments (de $Z=11$ à $Z=18$) dans la période M, puisque la couche M est pseudo-saturée avec 8 électrons et que pour $Z>18$, il faut commencer à remplir la couche N ;

— dix-huit éléments dans la période N (de $Z=19$ à $Z=36$) ; en effet, il reste encore dix électrons à caser sur la couche M (qui peut en recevoir 18 avant d'être saturée) et huit électrons à placer sur la couche N pour qu'elle soit pseudo-saturée ; de même la période O contient les éléments de $Z=37$ à $Z=54$, la période P les éléments de $Z=55$ à $Z=86$ et la période Q de $Z=87$ à $Z=92$.

● *Remarques.*

1 - Les éléments des trois premières périodes sont obtenus par garnissage progressif de la couche K, puis de la couche L, puis du début de la couche M ; ils sont dits *éléments normaux.*

2 - Les deux premiers éléments de la période N



Remplissage des couches.
L'argon (Z = 18) est le dernier élément de la période M, la couche périphérique M est pseudo-saturée à 8 électrons. Le potassium (Z = 19) et le calcium (Z = 20) sont des éléments normaux : les électrons au-delà du 18ᵉ se placent sur la couche périphérique N. En revanche, le scandium (Z = 21) et le titane (Z = 22) sont des éléments de transition : les électrons nᵒˢ 21 et 22 (en rouge sur la figure) se placent sur la couche M, sous-jacente à la couche périphérique N. On a numéroté les électrons à partir du 19ᵉ.

(potassium, $Z = 19$ et calcium, $Z = 20$) sont eux aussi « normaux » : les 18 premiers électrons de ces deux éléments sont les couches *K, L, M* et le 19ᵉ et le 20ᵉ électrons sur la couche *N.*

3 - A partir de $Z = 21$ (scandium), les choses sont différentes. Ainsi le 21ᵉ électron du scandium n'est pas sur la couche *N*, mais sur la couche *M* (qui peut en recevoir 18 au total) : les éléments qui, tel le scandium, sont obtenus par remplissage de la couche sous-jacente non saturée sont dits *éléments de transition.*

4 - Le dernier élément *naturel* du tableau de Mendeleev est l'uranium ($Z = 92$). Les éléments transuraniens ($Z > 92$) sont artificiels : on les obtient dans les grands accélérateurs de particules ou dans les réacteurs nucléaires.

● *Les groupes.* Il reste à placer les éléments dans les colonnes du tableau, selon une règle spécifique.

— Dans la colonne 0, à l'extrémité droite du tableau, on place tous les éléments dont la dernière couche est saturée ou pseudo-saturée, c'est-à-dire les derniers éléments des périodes, à savoir : l'hélium ($Z = 2$), le néon ($Z = 10$), l'argon ($Z = 18$), le krypton ($Z = 36$), le xénon ($Z = 54$), et le radon ($Z = 86$). Ces éléments sont appelés *gaz nobles* (l'adjectif « noble » est pris au sens étymologique de « rare » : les gaz nobles sont les gaz *rares* de l'air). Par conséquent, dans la première période, l'élément nº 1 (hydrogène) est dans la première colonne et l'élément nº 2 (hélium) dans la 16ᵉ colonne du tableau, les cases intermédiaires étant vides, de ce fait.

— Le remplissage des autres colonnes tient compte de la *structure électronique* des éléments et, en particulier, du nombre d'électrons que possède la couche périphérique. Ainsi, dans la colonne IA, on place les éléments dont la dernière couche ne contient qu'un électron dans l'état énergétique *ns* (*n* étant le numéro de la couche), de sorte que, en appelant (*G*) le « squelette » électronique d'un gaz noble de numéro atomique *Z*, la formule électronique de l'élément $Z + 1$ est :

$$[(G),\ ns^1]\,.$$

Dans la colonne IIA, la formule électronique de l'élément $Z + 2$ est :

$$[(G),\ ns^2]\,;$$

et ainsi de suite.

— Les colonnes IA à VIIA, la colonne VIII et les colonnes IB et IIB contiennent les éléments qu'on appelle des *métaux.* Leurs propriétés métalliques étaient connues avant qu'on ne comprenne le sens du tableau de Mendeleev, et le fait qu'ils soient groupés par colonnes, c'est-à-dire par familles de métaux ayant des propriétés voisines, n'a donc rien de surprenant. Ainsi le lithium, le sodium, le potassium, le rubidium, etc., c'est-à-dire les éléments de la colonne IA, sont des métaux de formule $[(G),\ ns^1]$, etc. Le nombre d'électrons de la dernière couche est important : il caractérise ce qu'on nomme l'*électrovalence,* ou plus simplement, la *valence* du métal. Ainsi les métaux du groupe IA sont-ils *monovalents* (*monos* = « un ») : ils peuvent perdre l'électron unique de la couche périphérique, et devenir des *ions positifs* ou *cations.*

Les groupes métalliques sont résumés sur le tableau ci-dessous.

Les colonnes IIIB à VIIB comprennent 15 corps (isolés par le trait — en escalier — sur notre tableau) qu'on appelle des non-métaux (on les appelait autrefois des métalloïdes). Ils ont tendance à capter des électrons pour donner des *ions négatifs* ou *anions* (c'est-à-dire à avoir autant d'électrons que les gaz nobles de leur période) ; on dit qu'ils sont électronégatifs. La famille des halogènes (fluor, chlore, etc.) est composée des non-métaux monovalents : la famille de l'oxygène de non-métaux bivalents, le polonium — qui est au bas de la colonne — a déjà des caractères métalliques (on l'appelle un semi-métal) ; la famille de l'azote (trivalent) se prolonge par deux semi-métaux qui méritent le nom de métalloïdes (= qui a l'aspect d'un métal) : l'antimoine (Sb) et le bismuth (Bi) ; la colonne IVB comprend deux non-métaux, le carbone et le silicium (tétravalents), les trois éléments inférieurs sont des éléments intermédiaires (germanium, étain, plomb) ; la colonne IIIB ne comprend qu'un non-métal, le bore (B).

Résumé de la table de Mendeleev : les métaux.
n désigne la période à laquelle appartient le corps (L, M, ... Q) ; (G) est le « squelette » d'un gaz noble (couche externe pseudo-saturée à 8 électrons). Les électrons externes — états ns ou état (n — 1) d — sont susceptibles d'être perdus par l'atome qui devient alors un cation.

	Colonne I A	Colonne II A	Colonnes III A à VIII	Colonne I B	Colonne II B
Nom du groupe	Métaux alcalins	Alcalino-terreux	Métaux de transition	Groupe du cuivre	Groupe du zinc
Structure électronique	$(G), ns^1$	$(G), ns^2$	Le squelette n'est pas de la forme (G); la couche externe *ns* et l'avant-dernière sous-couche $(n-1)d$ ont des niveaux énergétiques voisins.	$(G), (n-1)$ $d^{10}ns^1$ Même remarque que pour les colonnes III A à VIII.	$(G), (n-1)$ $d^{10}ns^2$
Électrons qui peuvent être perdus	ns^1	ns^2	Les électrons *ns* ou les électrons $(n-1)d$		
Valence	I	II	Variable selon que les électrons de valence appartiennent à la couche *ns* ou à $(n-1)d$.	I, II ou III	II Hg donne aussi Hg^+

Les lanthanides (colonne III A, nᵒˢ 57 à 71), ont leurs couches externes *O* et *P* identiques ; ils ne se distinguent les uns des autres que par le nombre d'électrons de l'avant-avant-dernière (antépénultième) couche *4f* ; par suite les propriétés chimiques de ces corps, qui forment le groupe des *terres rares,* sont très voisines. Les actinides sont tous radioactifs ; leur structure électronique est discutée.

LES LIAISONS ENTRE ATOMES ET MOLÉCULES.

Un corps est composé d'atomes disposés d'une manière déterminée à l'intérieur d'une molécule ; les molécules ont elles-mêmes des situations relatives caractéristiques. Comme les propriétés physiques et chimiques d'un corps ne sont pas celles de ses composants (l'eau, par exemple, n'a ni les propriétés de l'oxygène, ni celles de l'hydrogène), il faut admettre qu'il existe entre les atomes et entre les molécules des *liaisons* qui leur font perdre leur individualité.

Liaisons entre les atomes.

Les liaisons ioniques.

● *Ions.* Un atome isolé est électriquement neutre ; il contient *Z* charges positives (les *Z* protons de son noyau) et *Z* charges négatives (les *Z* électrons à des niveaux énergétiques divers). La charge globale est donc, en appelant *e* la valeur absolue de la charge d'un proton, égale à celle d'un électron,

$$Ze - Ze = 0\,. \qquad (1)$$

Lorsqu'un atome perd un électron (ou plusieurs électrons), il n'est plus neutre électriquement et on l'appelle un *ion positif* (les charges positives sont plus nombreuses que les charges négatives). Inversement, lorsqu'il fixe un ou plusieurs électrons, il devient un *ion négatif.* Le mot « ion » est tiré du verbe grec *ienai* = « aller » : dans une cuve à électrolyse les ions, en tant que particules électrisées, *vont vers* la cathode (*cations*) s'ils sont positifs et vers l'anode (*anions*) s'ils sont négatifs.

Un ion est donc un atome dont la structure électronique a été perturbée. Il est assez facile de comprendre que, d'ordinaire, ce sont les électrons de la couche la plus externe qui vont être intéressés par ces perturbations : ce sont en effet les électrons de la couche périphérique d'un atome qui sont au niveau énergétique le plus bas (en valeur absolue). Par exemple le sodium ($Z = 11$) a pour formule électronique :

$$[1s^2,\ 2s^2,\ 2p^6,\ 3s^1]\,,$$

ce qui indique, comme on l'a expliqué p. 123, que les 11 électrons de cet atome sont répartis ainsi :
— couche *K* ($n = 1$) : deux électrons dans la sous-couche 1*s*, ($1s^2$) ;
— couche *L* ($n = 2$) : deux électrons dans la sous-couche 2*s*, ($2s^2$) ; six électrons dans la sous-couche 2*p*, ($2p^6$) ;
— couche *M* ($n = 3$) : un électron dans la sous-couche 3*s*, ($3s^1$).

On constate qu'il suffit d'une énergie de 5,1 eV pour arracher l'électron unique $3s^1$ de la couche *M*, et 47 eV — soit près de dix fois plus — pour arracher un deuxième électron du niveau *p* de la couche *L*. Cela explique que l'ion sodium « normal » est celui qu'on obtient par perte de l'électron unique $3s^1$. Sa charge électrique globale a pour valeur :

$$Ze - (Z - 1)\,e = +\,e\,, \qquad (2)$$

puisqu'il contient *Z* protons et ($Z - 1$) électrons ; on le désigne par le symbole Na^+, pour le distinguer de l'atome neutre Na.

Considérons maintenant l'atome neutre de chlore ($Z = 17$), de formule électronique :

$$[1s^2,\ 2s^2,\ 2p^6,\ 3s^2,\ 3p^5]\,.$$

La couche périphérique $M (n = 3)$ contient 7 électrons, deux sur la sous-couche 3*s* et cinq sur la sous-couche 3*p*. Le comportement de cet atome est différent de celui du sodium : alors que l'atome de sodium a tendance à perdre l'électron unique de sa couche périphérique, l'atome de chlore a tendance à fixer un huitième électron sur sa couche périphérique et à la pseudo-saturer (l'énergie mise en jeu lors de cette fixation est égale à 3,63 eV). L'ion chlore obtenu possède donc la charge totale :

$$Ze - (Z + 1)\,e = -\,e\,. \qquad (3)$$

C'est un ion électronégatif, que nous noterons Cl^-.

Plus généralement, un atome quelconque X a tendance à modifier le nombre d'électrons de sa couche périphérique, lorsque celle-ci n'est pas saturée, c'est-à-dire lorsqu'elle ne compte pas 8 électrons. Quand elle contient 1, 2, 3 ou 4 électrons, l'atome a tendance à les perdre et à devenir un *cation*, soit, selon les cas :

$$X^+, X^{2+}, X^{3+}, X^{4+}.$$

C'est le cas des éléments appelés *métaux*. Les autres éléments ont au contraire tendance à fixer des électrons pour saturer leur couche périphérique et à devenir des anions X^-, X^{2-}, etc. C'est le cas des *non-métaux*. Le bore (B) et le silicium (Si) font exception et s'ionisent comme des métaux : (B^{3+}, Si^{4+}). Quant au carbone, son cas sera étudié p. 138.

● *Composés ioniques*. Lorsqu'un métal, comme le sodium, est en présence d'un non-métal, comme le chlore, il se produit une double ionisation :

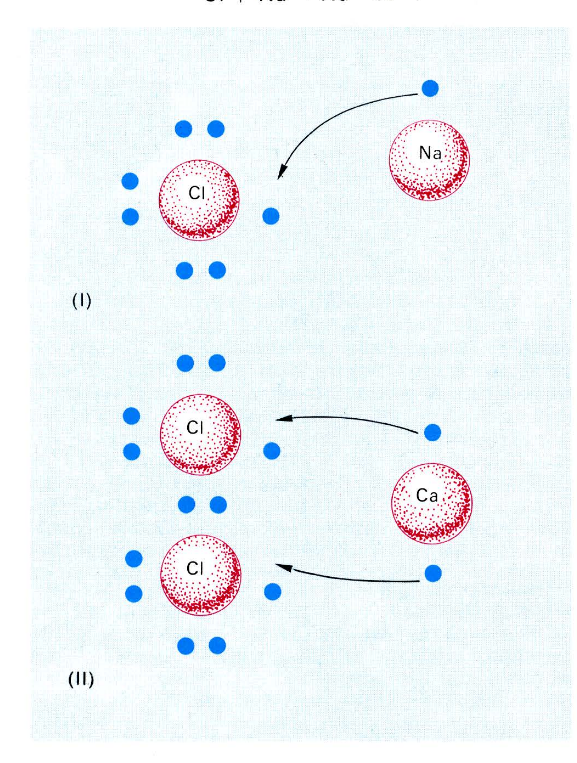
1 - le sodium perd son électron périphérique et devient l'ion Na^+ ;

2 - le chlore fixe cet électron et devient l'ion Cl^-. Le bilan énergétique est, en valeur absolue,

$$5{,}1 - 3{,}63 = 1{,}47 \text{ eV}. \quad (4)$$

Le composé ainsi formé est le *chlorure de sodium* ; il comporte deux ions liés l'un à l'autre par une force électrostatique (force de Coulomb). C'est un *composé ionique* et la force de cohésion moléculaire est une *liaison ionique*. On peut écrire l'équation chimique suivante :

$$Cl + Na \rightarrow Na^+ Cl^-.$$



Formation d'un composé ionique. (I) : chlorure de sodium. — (II) : chlorure de calcium. Dans le second cas, le calcium ayant deux électrons externes à perdre, il faut deux atomes de chlore pour que se constitue une molécule de chlorure de calcium ($Cl^- Ca^{2+} + Cl^-$).

● *Électrovalence*. L'électrovalence d'un élément est le nombre de charges élémentaires qu'il est susceptible de gagner, précédé du signe « + » s'il s'agit de charges positives, et du signe « − » s'il s'agit de charges négatives. Ainsi le sodium a pour électrovalence + 1 et le chlore a pour électrovalence − 1 ; on aurait, de même, + 2 pour le calcium, − 2 pour le soufre, etc.

Les liaisons atomiques.

La liaison ionique ne rend compte que de la cohésion des composés ioniques (sels, acides, bases par exemple). Pour expliquer la formation des autres composés chimiques, il faut faire appel à d'autres considérations, en particulier à la notion de *covalence* introduite par Lewis et Langmuir (1916).

● *Liaisons covalentes*. D'une façon générale, deux atomes peuvent s'unir en mettant en commun deux électrons, chaque atome fournissant un électron de sa couche périphérique. Les deux électrons mis en commun constituent un *doublet* (voir figure ci-après). La liaison par doublet s'appelle *liaison covalente* ; elle est dite simple, double ou triple s'il y a un, deux ou trois doublets. La liaison de covalence est beaucoup plus forte que la liaison ionique (elle ne peut être ni affaiblie ni détruite par fusion ou par mise en solution aqueuse, ce qui n'est pas le cas pour la liaison ionique) ; la force de liaison n'est pas de nature électrostatique.

● *Liaison de covalence dative*. Lorsque le doublet provient d'un seul atome (atome *donneur*) qui se lie à un atome récepteur, la liaison est appelée *liaison de covalence dative* ou de *coordinence*. Une telle liaison ne peut avoir lieu qu'avec certains atomes. Ainsi l'azote, le phosphore, l'oxygène, le soufre, les halogènes sont des *donneurs* ; le bore, l'aluminium sont des *accepteurs*.

● *Les conséquences de ce mode de liaison* sont multiples. Celle qui nous intéresse le plus est la suivante : la molécule formée par des liaisons atomiques est plus « solide » que la molécule ionique. Les atomes sont un peu comme les humains. Si Paul aime Virginie, et s'il en fait sa maîtresse, comme on l'écrit dans les romans à l'eau de rose, les deux amants ont une *liaison*. Le jour où Paul n'aime plus Virginie, le jour (qui ne sera sans doute pas le même) où Virginie n'aimera plus Paul, ils se sépareront, avec quelques pleurs peut-être, mais sans trop de difficultés. Et si Paul et Virginie partent en croisière sur le bateau d'un ami fortuné, avec d'autres couples analogues au leur, il peut se faire que, au hasard du voyage, des liaisons éphémères se produisent, et qu'on retrouve un soir Virginie dans le lit de Paul, un autre soir Paul dans le lit d'une autre, etc. Tel est le sort des liaisons ioniques en chimie : elles se font et se défont pour un oui ou pour un non et si une liqueur contient l'ion chlore, l'ion sodium, l'ion brome et l'ion calcium, quatre couples peuvent se former :

— Na^+ et Cl^- (chlorure de sodium) ;
— Na^+ et Br^- (bromure de sodium) ;
— Ca^{++} et deux Cl^- (chlorure de calcium) ;
— Ca^{++} et deux Br^- (bromure de calcium).

Remplaçons la liaison entre deux amants volages par un mariage solide, selon la bonne tradition bourgeoise des temps jadis. Paul et Virginie sont devenus « Monsieur et Madame X... », et tout change : s'ils veulent se quitter, il leur faut divorcer, plaider, payer ; s'ils se trouvent avec d'autres couples du même genre, les échanges de partenaires seront sans doute beaucoup moins fréquents et moins faciles. La liaison institutionnalisée est beaucoup plus forte. Tel est le sort des liaisons atomiques. Alors que l'*ion* hydrogène H^+ est un ion volage, qui se lie indifféremment à l'ion Cl^- ou à l'ion Br^- par exemple, l'*atome* d'hydrogène H, quand il est engagé dans une liaison atomique comme CH_4, est beaucoup plus stable.

Théorie des orbitales.

Cette théorie, fondée sur la mécanique ondulatoire (voir en *Physique* p. 101), explique le fait des liaisons atomiques. Nous nous limitons ici à résumer la théorie de Heitler et London (1927), relative à la molécule d'hydrogène, composée de deux atomes d'hydrogène.

Soit deux atomes d'hydrogène dont les noyaux P_1 et P_2 sont à la distance r. Lorsque r est grand, chaque proton P_1 ou P_2 est accompagné d'un électron dont la situation est définie par la fonction d'onde qui lui est associée : il y a deux orbitales atomiques distinctes, une pour chaque atome. Lorsque les deux atomes se rapprochent, les deux nuages de probabilité s'interpénètrent et on ne peut plus dire d'un électron s'il est lié au proton P_1 ou au proton P_2.

Mathématiquement, cela revient à dire que les fonctions d'onde Ψ_1 et Ψ_2 des deux électrons sont remplacées par une fonction Ψ_0 qui est une combinaison linéaire des deux autres. Le niveau énergétique des électrons se calcule en résolvant l'équation de Schrödinger relative à la fonction Ψ_0. On obtient deux valeurs possibles de l'énergie : une valeur minimale et une valeur maximale.

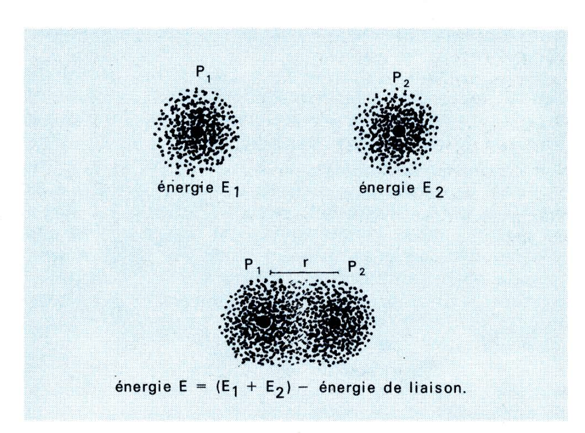
— La valeur minimale est $E_0 = 4{,}46$ eV ; elle correspond à une distance $r_0 = 0{,}74$ Å entre les deux noyaux. Les deux électrons ont des spins opposés et peuvent être appariés. Les deux orbitales atomiques se sont fondues en une *orbitale moléculaire*, entourant les deux noyaux et de forme ellipsoïdale. L'énergie E_0 est inférieure à la somme des énergies des deux atomes ; la différence correspond à l'*énergie de liaison* qui permet au système de se constituer en molécule, c'est-à-dire en énergie de liaison covalente. On montre que l'on a : énergie de liaison = énergie électrostatique + énergie d'échange.

L'énergie électrostatique est classique ; l'*énergie d'échange* correspond à la mise en commun des orbitales et à la constitution de l'orbitale moléculaire, elle représente environ les 9/10 de l'énergie de liaison. Autrement dit : les deux atomes ont tendance à s'éloigner l'un de l'autre (les deux noyaux positifs se repoussent), mais cette force de répulsion est compensée, à 90 %, par une force d'attraction résultant de la fusion des orbitales, à laquelle correspond l'énergie d'échange.

C'est donc à la fusion des orbitales qu'est dû le rapprochement des deux noyaux ; or ces orbitales correspondent chacune à un électron et, pour que ces électrons aient tendance à se rapprocher l'un de l'autre, malgré la répulsion électrostatique, il faut qu'ils aient des nombres de spin opposés (+ 1/2 et − 1/2), conformément au principe de Pauli (dans un atome, deux électrons ne peuvent avoir leurs quatre nombres quantiques $\{n, l, m, s\}$ égaux deux à deux).

La molécule d'hydrogène contient donc deux électrons appariés ; si l'on approche un troisième atome de la molécule, il ne peut pas s'y unir, car son spin sera forcément parallèle à celui de l'un des deux atomes de la molécule et il sera repoussé (principe de Pauli : deux électrons de même spin ont tendance à s'éloigner l'un de l'autre).

— La valeur maximale de l'énergie correspond à des spins parallèles : l'appariement des deux électrons n'est plus possible, les atomes ont tendance à se repousser l'un l'autre et la molécule ne se constitue pas. On dit que l'énergie est *antiliante*.



Fusion des orbitales atomiques en une orbitale moléculaire : constitution de la molécule d'hydrogène.

On peut généraliser ce qui précède. Un atome peut s'unir à un autre atome s'il possède au moins un électron célibataire à un niveau énergétique donné ; la liaison se fait par fusion de l'orbitale de cet électron avec celle d'un électron de spin opposé. Dans le cas de l'hydrogène, la liaison a lieu entre deux électrons de niveau 1*s* : on l'appelle *orbitale de type sigma* et on la note H⇅H ou σ1*s* (lire « sigma 1 s »). Lorsque l'axe de l'orbitale moléculaire est le même que celui des orbitales atomiques, la liaison est dite *simple* ; sinon, il y a *hybridation* des orbitales.

Les composés de coordination.

Liaisons complexes.

Un *ion complexe* est un assemblage constitué d'un atome central de métal lourd (chrome, fer, cobalt, nickel, cuivre, platine, or, etc.), auquel sont liés d'autres atomes, appelés *coordinats*. L'électrovalence résultant de cette construction est l'*électrovalence de coordination*. L'ion ainsi constitué se comporte alors comme un ion ordinaire, et peut entrer dans une liaison ionique.

Exemple : le platine (Pt) est tétravalent, c'est-à-dire qu'il peut fournir l'ion Pt^{4+} ; associé à quatre ions Cl^-, il donne le chlorure de platine, $PtCl_4$, qui est un composé

ionique. Mais il peut s'attacher aussi deux autres ions Cl^-, pour donner le groupement $PtCl_6$, porteur de deux charges négatives et qu'on écrit sous la forme :

$$[PtCl_6]^{2-}.$$

Ce groupement se comporte comme un ion électronégatif vis-à-vis d'un cation comme le potassium par exemple. Il donne alors le sel complexe $[PtCl_6]\,K_2$, qui s'écrit ioniquement :

$$[PtCl_6]^{2-}, \quad 2\,K^+.$$

L'ion $[PtC_6]^{2-}$ est un *ion complexe* ; l'ion Pt^{4+} est l'*ion central* et les ions Cl^- sont les coordinats. Parmi les coordinats possibles, citons, à titre d'exemple : H^-, O^{2-}, $[OH]^-$, S^{2-}, $[CO_3]^{2-}$, $[CN]^-$, etc.

Pour nommer un composé de coordination on nomme le (ou les) coordinat (*hydrido* pour H^-, *chloro* pour Cl^-, *cyano* pour $[CN]^-$, etc.), puis celui du métal central. Ainsi $[PtCl_6]\,K_2$ est le *chloroplatinate de potassium*. Autre exemple : $K[Fe(CN)_6]$ est l'*hexacyanoferrate de potassium* (*hexa* car il y a six groupements *cyano*) ; son nom usuel (non réglementaire) est : ferrocyanure de potassium.

Nature des liaisons dans les ions complexes.

Pour expliquer la cohésion des composés de coordination, ainsi que leurs propriétés physiques et chimiques, on a dû renoncer à y voir des liaisons de covalence et faire appel à la *théorie du champ cristallin*, développée en 1929-1932 pour expliquer certaines propriétés magnétiques des métaux. Cette théorie consiste à supposer que les seules forces de liaison qui se manifestent sont des forces électrostatiques entre l'ion métal central et les molécules (coordinats) qui l'entourent, ces molécules étant *polarisées*. Cette hypothèse permet de donner une interprétation quantitative correcte des propriétés optiques et magnétiques des ions complexes.

On peut aussi — comme le font actuellement les chimistes — associer la théorie du champ cristallin à celle de l'hybridation des orbitales en considérant non plus les orbitales atomiques mais les orbitales moléculaires. La théorie ainsi proposée s'appelle la théorie du *champ du coordinat*. Elle dépasse le cadre de cet exposé.

Les liaisons physiques entre les molécules.

Forces de Van der Waals.

Une masse de substance, même petite, contient des milliards de milliards de milliards de molécules. Les propriétés physiques de cette substance proviennent de la solidité de l'édifice moléculaire ; elles se modifient lorsque les conditions physiques (température notamment) changent. Les molécules sont plus ou moins maintenues dans une architecture stable parce qu'il s'exerce entre elles des forces de cohésion électrostatiques qu'on appelle les *forces de Van der Waals*.

On a montré que ces forces se répartissaient en trois catégories :

— les forces de Keesom ont pour effet d'orienter les molécules polarisées (qui ont un pôle positif et un pôle négatif) ; on les désigne par le symbole f_K ;

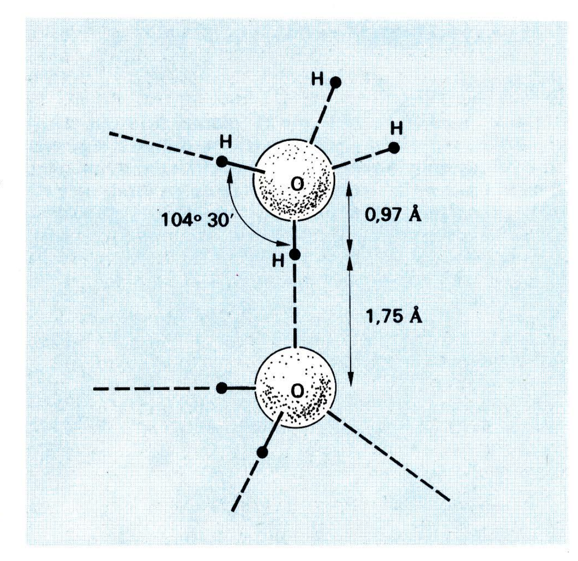
— les forces de Debye ont tendance à attirer les molécules, ce sont des forces d'induction que l'on désigne par F_D. Elles agissent dans le même sens que f_K ;

— les forces de London sont des forces de dispersion, qui se calculent à partir des principes de la mécanique ondulatoire.

Les forces de Van der Waals sont toutes inversement proportionnelles à la puissance septième de la distance *d* qui sépare deux molécules ; quand les molécules sont très éloignées elles tendent donc à diminuer et à devenir négligeables.

La liaison hydrogène.

Un atome d'hydrogène lié, par liaison covalente, à un atome électronégatif (azote, oxygène, azote), a la capacité de se lier, très faiblement, à un autre atome électronégatif. Cette liaison « supplémentaire » s'appelle la *liaison hydrogène*, elle est de type intermoléculaire. La figure suivante en explique le principe.



La liaison hydrogène dans le cas de la glace. La glace est composée de molécules d'eau (H_2O) dans lesquelles chaque atome d'oxygène est lié à deux atomes d'hydrogène (liaison « normale ») ; ces liaisons sont indiquées en traits pleins, l'angle des valences est égal à 104° 30'. Par ailleurs chaque atome d'oxygène est aussi lié aux autres atomes d'oxygène par la liaison hydrogène (en tiretés), de sorte qu'il est entouré, en définitive, par quatre atomes d'oxygène.

LES STRUCTURES CHIMIQUES.

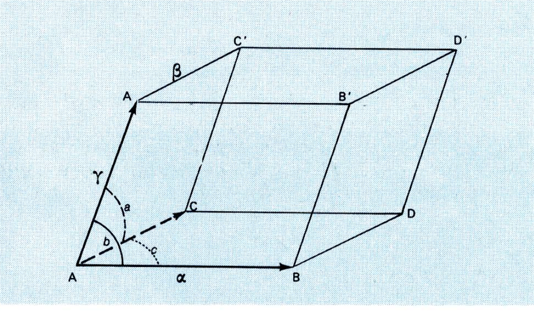
Les édifices cristallins.

Généralités.

● *Définition.* Un *cristal* est un composé dont les particules (atomes, ions ou molécules) sont disposées selon un ordre géométrique rigoureux, formé de parallélépipèdes identiques.

— Un parallélépipède isolé est une *maille* du cristal ; c'est en quelque sorte le « motif » d'une tapisserie à trois dimensions qui serait le cristal lui-même.

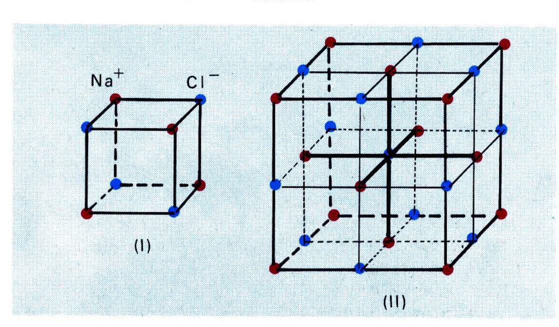
— Les particules sont disposées soit aux sommets (*nœuds*), soit sur les faces des parallélépipèdes.



Une maille de cristal

● *Exemple.* Le chlorure de sodium NaCl est un *cristal ionique* (ses particules sont les ions Na^+ et Cl^-). La maille élémentaire de ce cristal est un cube, aux sommets duquel alternent les ions Na^+ et Cl^-, comme on l'a indiqué sur la figure ci-dessous.

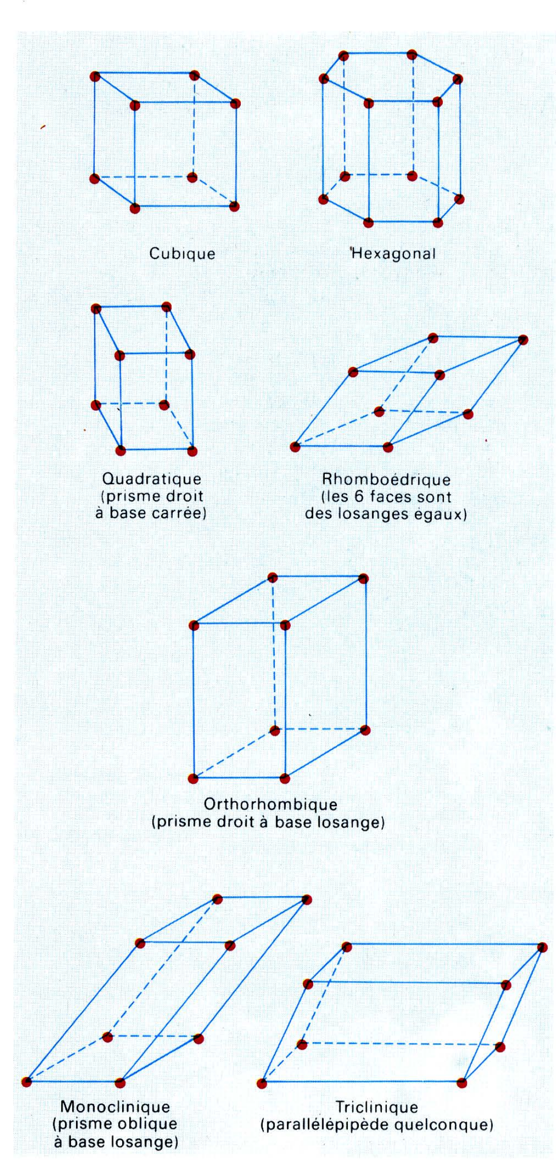
Maille élémentaire du chlorure de sodium. Une maille ne comprend que 8 ions (I) ; il est cependant plus commode d'utiliser la représentation (II) qui montre la situation des ions les uns par rapport aux autres.



● *Classification des systèmes cristallins.* La théorie des structures cristallines a été élaborée par le Français Auguste Bravais, au milieu du XIXe siècle. Selon la forme de la maille élémentaire, on parle de cristal cubique, hexagonal, quadratique, rhomboédrique, orthorhombique, monoclinique ou triclinique (voir figure ci-après).

● *Isotropie, anisotropie.* Les propriétés physiques d'un milieu homogène peuvent être scalaires (indépendantes de la direction selon laquelle on les considère) ou vectorielles (définies par rapport à une direction donnée) ; la masse volumique, par exemple, est une propriété scalaire, alors que la vitesse de propagation de la lumière dans un milieu est une propriété vectorielle.

Un milieu est dit *isotrope* lorsque ses propriétés vectorielles sont les mêmes dans toutes les directions. Il est dit *anisotrope* dans le cas contraire.



Les systèmes cristallins (formes simples) : les formes dérivées se nomment « centrées », « à faces centrées » ou « à bases centrées » lorsque des ions occupent le centre du volume, des faces ou des bases de la forme simple.

Les cristaux ioniques.

● *Structure.* Un cristal ionique est un réseau de particules électrisées (ions), maintenues en place par un système de forces antagonistes dont la résultante est nulle. On admet que les ions peuvent être assimilés à des sphères cotangentes les unes aux autres, dont le rayon est appelé *rayon ionique*.

— Un cristal ionique est donc formé de cations (métalliques) et d'anions (non métalliques) ; sa formule brute est $M_x A_y$, *M* désignant le métal et *A* le non-métal, *x* et *y* étant des nombres qui dépendent des électrovalences de *M* et de *A*. Par exemple :

1 - NaCl est la formule du cristal ionique composé d'ions Na^+ et d'anions Cl^- ;

2 - $CaCl_2$ est la formule du cristal ionique composé d'ions Ca^{2+} et d'anions Cl^- (mais il faut deux Cl^- pour un Ca^{2+}).

— Soit r^+ et r^- les rayons ioniques du métal M et de l'anion A ; la distance entre deux noyaux de M et de A vaut :

$$d_0 = r^+ + r^-$$

— Le nombre n d'anions entourant un cation est l'*indice de coordination* du cation (par exemple, pour Na^+, on a $n = 6$: il peut y avoir six ions Cl^- autour d'un ion Na^+).

● *Propriétés physiques.* La force de liaison est électrostatique ; la formation d'un cristal implique l'installation d'un état d'équilibre entre les forces électrostatiques répulsives et attractives (les électrons entourant les noyaux des ions ont tendance à se repousser et les ions eux-mêmes à s'attirer). La mise en jeu de ces forces se traduit par la fourniture au milieu extérieur d'une énergie E appelée *énergie réticulaire* du cristal (cette énergie est négative, car elle est fournie par le cristal au milieu extérieur).

Les propriétés physiques à retenir sont la *dureté* (qui dépend de la liaison et de la charge des ions), la température de fusion et la possibilité d'être déformés.

Cristaux moléculaires et atomiques.

Ce sont des réseaux cristallins composés de molécules (ou d'atomes), maintenues en place par les forces de Van der Waals et la liaison hydrogène (voir p. 127). Les forces électrostatiques ne jouent pas, puisque chaque molécule est neutre électriquement. Les forces intermoléculaires sont plus faibles que les forces assurant l'équilibre des cristaux ioniques. Il en résulte une stabilité moins grande des cristaux moléculaires et atomiques, entraînant des propriétés caractéristiques (point de fusion et température d'ébullition peu élevés, coefficients de dilatation relativement grands ; faible dureté et compressibilité élevée ; faible densité ; conductivité électrique et thermique médiocre).

Du point de vue de la structure, on peut distinguer : les vrais cristaux, analogues aux cristaux ioniques à trois dimensions ; les cristaux composés de molécules ou d'atomes mis bout à bout (*molécules filiformes*) ; les molécules géantes et les cristaux à deux dimensions (ex. : graphite) ; les cristaux atomiques à trois dimensions (exemple : diamant).

Isomérie et stéréochimie.

L'isomérie.

Deux composés qui ont la même formule brute, c'est-à-dire qui comportent le même nombre d'atomes identiques, peuvent présenter des différences de structure qui auront un effet sur certaines de leurs propriétés physiques : on les appelle *isomères.* L'isomérie, assez rare en chimie inorganique, est particulièrement fréquente en chimie organique. Nous renvoyons donc le lecteur p. 140 où elle est étudiée dans ses principaux aspects.

Structure tridimensionnelle des molécules.

● *Conception traditionnelle.* La *valence chimique* d'un atome peut être comprise au sens d'électrovalence ou de covalence ; elle est définie par un nombre (1, 2, 3, 4 ...) qui indique, selon les cas : soit le nombre d'électrons qui peuvent être placés sur la couche électronique la plus extérieure pour former un octet (8 électrons), soit le nombre d'électrons qu'il y a sur cette couche. Ainsi le sodium possède la valence 1 (un électron périphérique), le calcium la valence 2 (deux électrons périphériques), etc. ; de même l'azote, avec 5 électrons périphériques, a pour covalence 3 puisqu'il peut recevoir trois électrons pour participer à trois doublets ; etc.

Par convention, on représente les valences chimiques par de petits traits, par exemple :

—H —O— —S— —N— —C— (avec deux traits verticaux sur C)

Ce symbolisme est commode, surtout en chimie organique où le nombre de composés est très grand ; à chaque tiret on peut « accrocher » un atome d'hydrogène ou un atome équivalent (Cl, Na, etc.), ou encore un groupe d'atomes possédant une valence libre :

méthane	chlorure de méthyl
CH_4 : H—C(H)(H)—H	CH_3Cl : H—C(H)(Cl)—H

H—O—H
eau

Na—O—H ou Na—OH
soude

Les formules ainsi développées sont appelées *formules de constitution* ; elles peuvent faire apparaître des groupements caractéristiques appelés *radicaux*, possédant eux aussi une valence, comme dans les formules :

$$CH_3\text{—}OH \quad \text{ou} \quad C_2H_5\text{—}OH, \quad \text{etc.},$$

qui représentent respectivement l'alcool méthylique et l'alcool éthylique (radicaux monovalents CH_3— et C_2H_5—).

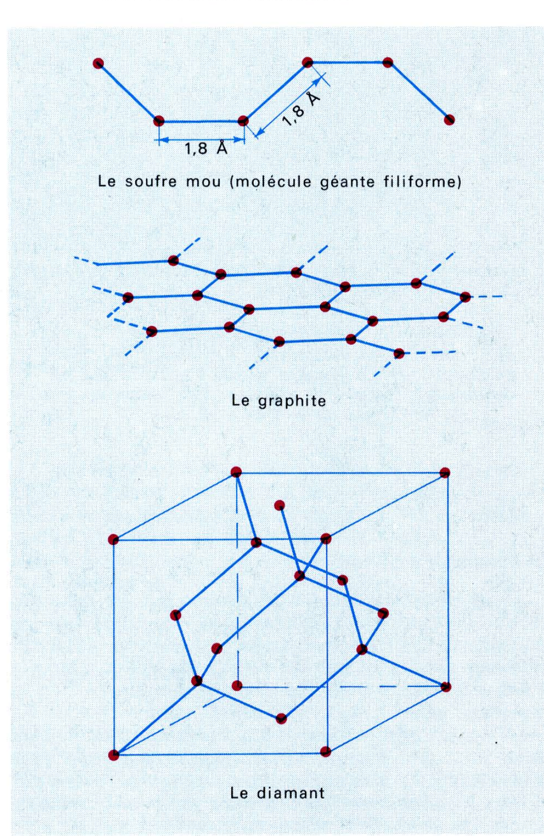
● *Stéréochimie.* Les représentations précédentes sont *planes* ; or, dans une molécule, les atomes ont, en général, une disposition spatiale à trois dimensions. On a donc introduit vers 1874 (Le Bel et Van't Hoff) des formules à trois dimensions indiquant la situation des atomes dans l'espace ; le méthane, par exemple, dont la formule est CH_4, est formé de molécules dans lesquelles les atomes d'hydrogène sont placés aux sommets d'un tétraèdre régulier (chaque face est un triangle équilatéral), dont le centre est occupé par l'atome de carbone. La régularité de cette disposition explique que, lorsqu'on substitue un atome de chlore à un atome d'hydrogène pour former du chlorure de méthyle, peu importe l'atome qui subit la substitution.

La chimie à trois dimensions — la *stéréochimie* — permet de comprendre que des corps ayant même formule brute (formule non développée) aient des propriétés physiques légèrement différentes en raison des dispositions relatives variées que peuvent avoir leurs atomes. Des corps qui ont la même composition brute, mais des atomes arrangés différemment dans la molécule, sont dits *isomères* (*isos* : « égal » ; *meros* : « partie »).

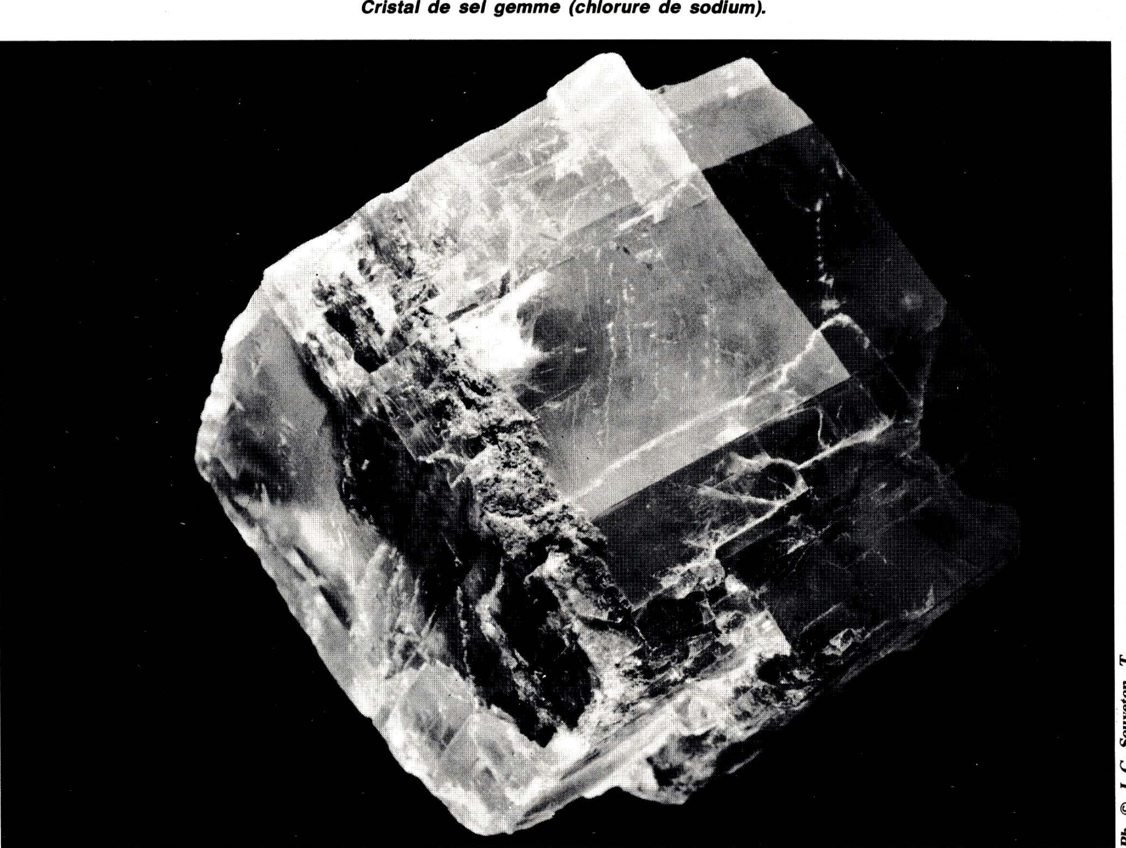
La chimie moderne est plus exigeante encore ; elle cherche à préciser les distances entre les atomes, les *angles valenciels*, la nature et l'intensité des liaisons à l'intérieur des molécules et entre les molécules. Comme il est impossible d'observer directement une molécule, on doit se servir de procédés d'investigation indirects : en étudiant les propriétés optiques, électriques, magnétiques des corps, en les interprétant à l'aide de la mécanique ondulatoire, en formulant parfois des hypothèses de travail qu'on éprouve expérimentalement, on a pu préciser certaines structures.

Il est alors possible de fabriquer des modèles moléculaires à l'aide de petites boules figurant les atomes et de tiges flexibles figurant les liaisons : l'exercice ressemble à un jeu de construction. Nous donnerons quelques informations supplémentaires sur la stéréochimie p. 140.

Trois structures cristallines.



Cristal de sel gemme (chlorure de sodium).



Ph. © J. C. Souveton. T.

ÉNERGÉTIQUE ET CINÉTIQUE CHIMIQUES.

Rôle de la chaleur (thermochimie).

Dans tout ce qui suit, nous supposerons que l'ensemble des corps qui réagissent forme un *système clos.* Ce système échange avec le milieu extérieur de la chaleur Q et du travail W ; ces grandeurs seront affectées du signe « + » si elles sont fournies, et du signe « − » si elles sont perdues par le système. La somme algébrique :

$$W + Q$$

est le *bilan thermodynamique* de la réaction. Celle-ci est dite *exothermique* lorsque Q est négatif (dégagement de chaleur), et *endothermique* lorsque Q est positif (absorption de chaleur par le système).

Chaleur de réaction.

Rappel. Comme on l'a expliqué en *Physique statistique*, p. 46, il convient de distinguer les réactions à *volume constant* dites *isochores*, et les réactions à *pression constante* dites *isobares.* La variation d'énergie interne du système, ΔU, est mesurée par le bilan thermodynamique :

$$\Delta U = W + Q \,. \qquad (1)$$

Dans une réaction isochore, le travail W des forces extérieures est nul, puisque le volume ne varie pas, et l'on a :

$$\Delta U = Q_v \,. \qquad (2)$$

La chaleur Q_v, échangée avec le milieu extérieur, est appelée *chaleur de réaction à volume constant.*

Dans une réaction isobare, il y a une variation $\Delta V = V_2 - V_1$ du volume du système : donc $W \neq 0$. Si p_0 désigne la pression extérieure, on montre que le travail W a pour valeur :

$$W = -\,p_0(V_2 - V_1) \,. \qquad (3)$$

L'équation (1) s'écrit donc :

$$\Delta U = Q_p - p_0(V_2 - V_1) \,, \qquad (4)$$

Q_p désignant la *chaleur de réaction à pression constante.* De (4) on tire :

$$Q_p = \Delta U + p_0(V_2 - V_1) \,, \qquad (5)$$

soit, en posant $\Delta V = V_2 - V_1$:

$$Q_p = \Delta U + p_0\,\Delta V = \Delta(U + p_0\,V) \,. \qquad (6)$$

Et, en posant $H = U + p_0\,V$, d'où $\Delta H = \Delta(U + p_0\,V)$:

$$Q_p = \Delta H \,. \qquad (7)$$

La fonction H est la *fonction enthalpie* du système (voir p. 46).

● *La loi de Hess* (en russe *Gess*) groupe les deux résultats :

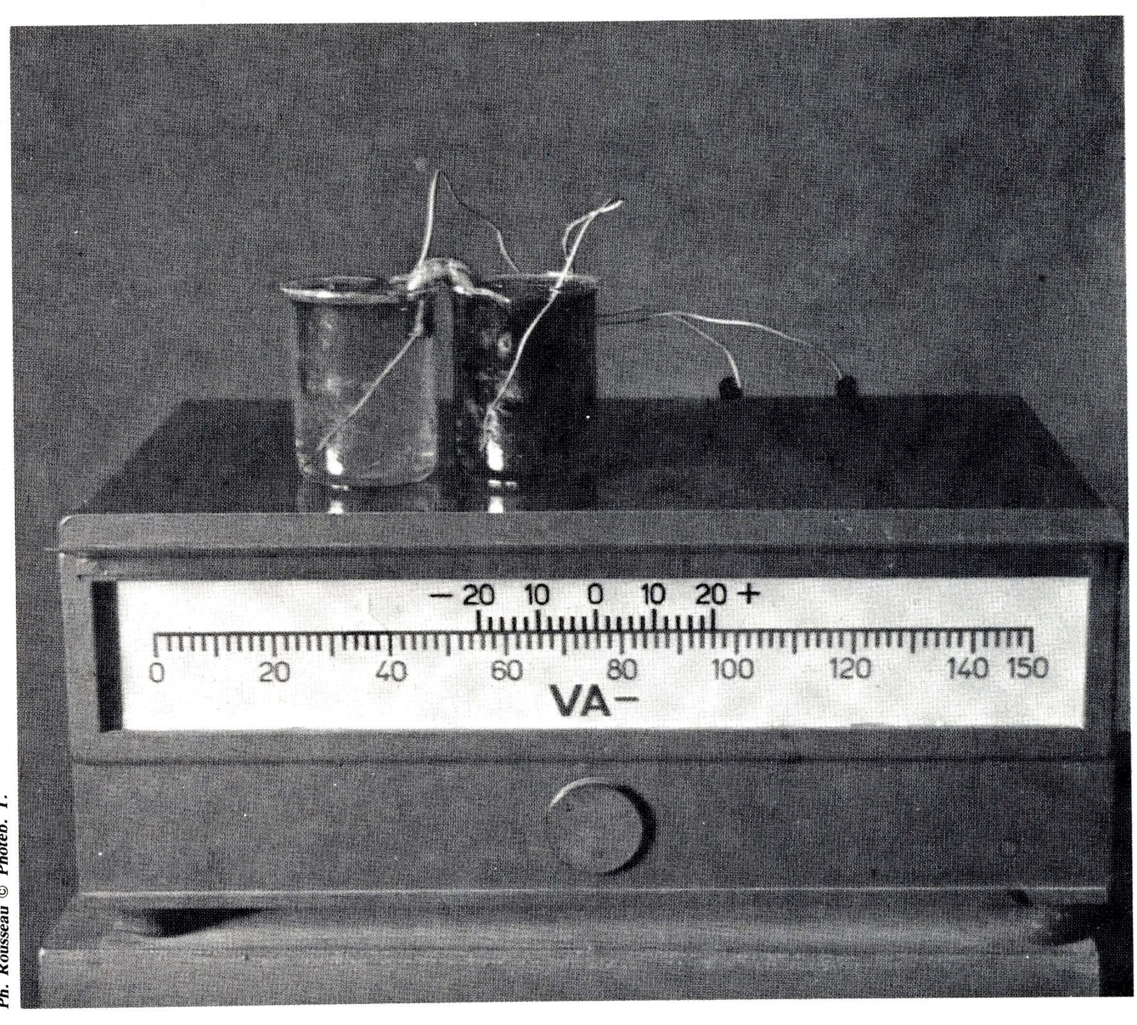
$$Q_v = \Delta U \quad \text{et} \quad Q_p = \Delta H \qquad (8)$$

en une seule proposition : les chaleurs de réaction à volume constant et à pression constante ne dépendent que de l'état initial et de l'état final du système ; elles correspondent respectivement à la variation d'énergie interne et à la variation d'enthalpie du système.

Pour des liquides, $\Delta V \approx 0$, donc $\Delta U \approx \Delta H$ et $Q_p = Q_v$; pour des corps gazeux, on a la relation approchée :

$$\Delta H - \Delta U = (n_2 - n_1)\,RT \,, \qquad (9)$$

n_1 et n_2 étant le nombre de moles gazeuses au début et à la fin de la réaction, R la constante des gaz parfaits et T la température absolue du système.



Ph. Rousseau © Photeb. T.

Mesure du potentiel d'oxydoréduction.
Le rH, ou potentiel d'oxydoréduction, vaut, par convention, 0 pour l'hydrogène (réducteur parfait), 27 pour l'eau dans les conditions normales, 41 pour l'oxygène (considéré comme oxydant parfait). Le rH de tous les autres corps se mesure par rapport à cette échelle.

● *Corollaires de la loi de Hess.*

— Si la chaleur de réaction est Q, la chaleur de la réaction inverse est $-Q$.

— La quantité de chaleur mise en jeu au cours d'une réaction est égale à la différence des chaleurs de formation des composés (en action ou obtenus).

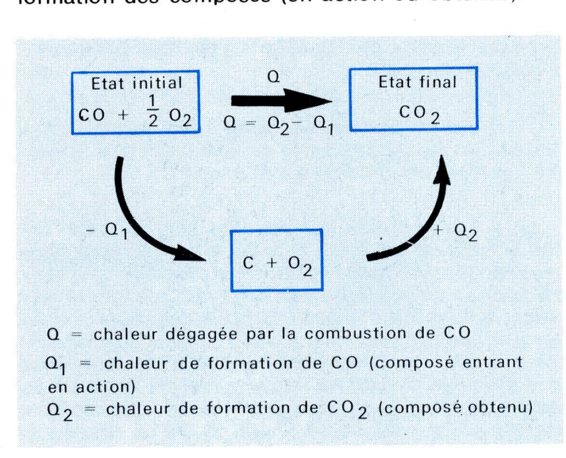


Illustration de la loi de Hess : combustion de l'oxyde de carbone.

Prévision des réactions.

Définissons d'abord les fonctions suivantes, associées au système en réaction :

— à volume constant, si l'on passe de l'état A à l'état B par action d'une seule source de chaleur sur le système, on doit lui fournir une énergie $W(A, B)$, qu'on récupère lorsque le système revient à son état initial ; la fonction $F = W(A, B)$ est la *fonction énergie libre* du système ;

— à pression constante, on définit la *fonction enthalpie libre* G (voir p. 46).

Cela dit, on peut énoncer le principe suivant : les réactions chimiques ont tendance à entraîner spontanément une diminution des fonctions F et G. Les états d'équilibre correspondent aux valeurs minimales de ces fonctions.

Vitesse des réactions.

Définition.

L'étude des vitesses de réaction est l'objet de la *cinétique chimique,* qui se divise en cinétique des *systèmes homogènes* (tous les corps en réaction sont dans le même état physique) et cinétique des *systèmes hétérogènes.*

● *On appelle vitesse de réaction* d'un corps appartenant au système étudié le nombre de moles de ce corps qui apparaissent ou disparaissent par unité de temps.

Soit la réaction :

$$xA + yB + zC \rightarrow x'A' + y'B' + z'C' \,,$$

dans laquelle A, B, C, A', B', C' sont des composés chimiques ou des corps simples et x, y, z, x', y', z' les nombres de moles des différents corps présents au début et à la fin de la réaction. Pendant l'intervalle de temps dt, il disparaît dx moles de A, dy moles de B, etc., et il apparaît dx' moles de A', dy' moles de B', etc. D'où les vitesses de réaction :

$$v_A = \frac{dx}{dt}, \quad v'_{A'} = \frac{dx'}{dt}, \quad v_B = \frac{dy}{dt}, \quad \text{etc.} \qquad (1)$$

● *Le degré d'avancement* λ d'une réaction est le rapport :

$$\frac{dx}{x} = \lambda . \qquad (2)$$

On montre aisément que :

$$\frac{d\lambda}{dt} = \frac{v_A}{x} = \frac{v_B}{y} = \cdots = v . \qquad (3)$$

La grandeur v est la *vitesse de variation du degré d'avancement.*

● *Dans les applications expérimentales,* on caractérise les vitesses de réaction par la variation de la composition du mélange.

S'il s'agit d'un système liquide, de volume V pratiquement constant, on peut déterminer à chaque instant la concentration K_i des corps A, B, ... dans le système. Si, à l'instant t, il y a :

— n_A moles de A, la concentration de A est $K_A = n_A/V$;

— n_B moles de B, la concentration de B est $K_B = n_B/V$, etc.

Et l'on définit les vitesses :

$$v_A = \frac{dK_A}{dt} V, \quad v_B = \frac{dK_B}{dt} V, \quad \text{etc.}$$

Henry Cavendish (1731-1810), physicien et chimiste anglais, auquel on doit des travaux sur les gaz (isolement de l'hydrogène en 1766, analyse de l'air et première synthèse de l'eau en 1783). Il a inventé, en 1718, une balance de torsion qui lui a permis de mesurer la constante d'attraction universelle. On lui doit aussi d'importants travaux sur l'électrostatique (notions de potentiel, de capacité, de constante diélectrique).



Ph. © Deutsches Museum-München. T.

S'il s'agit d'un système gazeux homogène, on mesure les pressions partielles p_A, p_B, etc., des gaz du système à la température T (en °K) maintenue constante pendant toute la durée de l'expérience. Comme on a (voir p. 34) :

$$p_A = \frac{n_A}{V} RT \ldots ,$$

on peut choisir pour mesurer la vitesse de réaction les grandeurs telles que dp_A/dt.

Les facteurs de la vitesse de réaction.

● *Facteurs internes.* On pose les définitions suivantes :

— l'*ordre* d'une réaction relativement à la concentration K d'un corps A (exprimée généralement en nombre de moles de A par unité de volume) est un nombre qui définit la variation de K en fonction du temps, à partir d'une concentration initiale K_0 ;

— la *molécularité* (ou *molarité*) d'une réaction est le nombre de molécules (ou de moles) en jeu dans la réaction ; une réaction *monomoléculaire* est de la forme :

$$A \to \cdots ;$$

une réaction *bimoléculaire* est de la forme :

$$2A \to \cdots \quad \text{ou} \quad A + B \to \cdots ;$$

une réaction *trimoléculaire* est de la forme :

$$3A \to \cdots \quad \text{ou} \quad A + B + C \to \cdots \quad \text{ou} \quad A + 2B \to \cdots, \ \text{etc.}$$

— Une réaction est dite *réversible* lorsqu'elle conduit à un équilibre résultant de deux processus inverses ; elle s'écrit, par exemple :

$$A \rightleftarrows B + C .$$

● *Facteurs externes.* Le facteur principal, qui fait croître très rapidement une vitesse de réaction, est la *température.* La *loi d'Arrhenius* (1889) dit que lorsque les températures croissent en progression arithmétique (par exemple : 0, 1, 2, 3, ..., n), les vitesses de réaction croissent en progression géométrique (exemple : 1, 2, 4, 8, ..., 2^n).

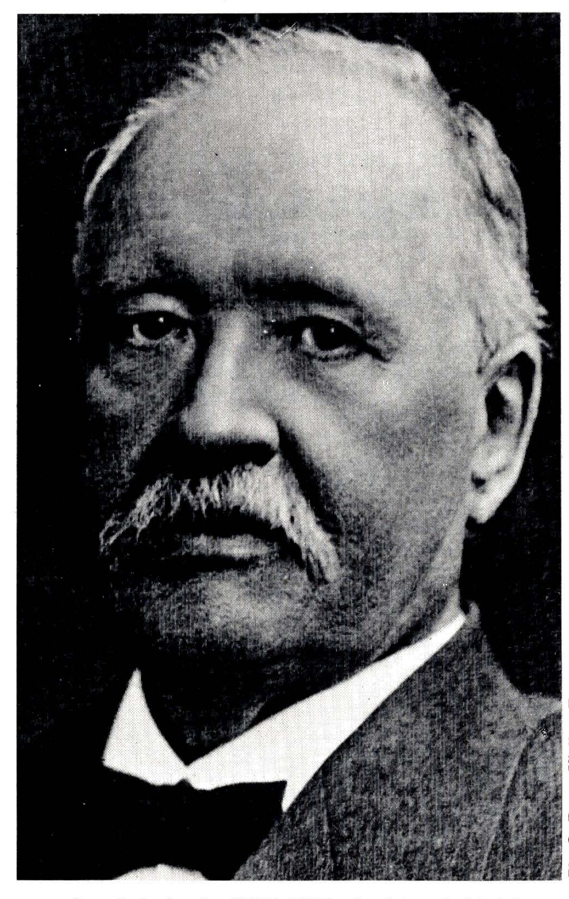
Mécanismes des réactions.

● *Les réactions photochimiques* sont celles qui dépendent de l'action de la lumière. Elles sont particulièrement importantes en chimie organique (exemple : la photosynthèse).

● *Les réactions en chaîne* correspondent à l'activation des molécules de proche en proche ; exemple : la fission en chaîne de l'uranium.

● *Les réactions par catalyse.* Un catalyseur est une substance qui, sans intervenir directement dans une réaction, fait varier par sa seule présence la vitesse de réaction (le catalyseur est dit positif s'il accélère la réaction, négatif s'il la ralentit). Les catalyseurs sont en général *spécifiques,* c'est-à-dire qu'ils ne sont efficaces que pour certains types de réactions seulement (par exemple le platine, sous forme de mousse de platine ou de noir de platine, active les oxydations et les déshydrogénations, l'alumine active les déshydratations, les sels de manganèse facilitent les oxydations, etc.).

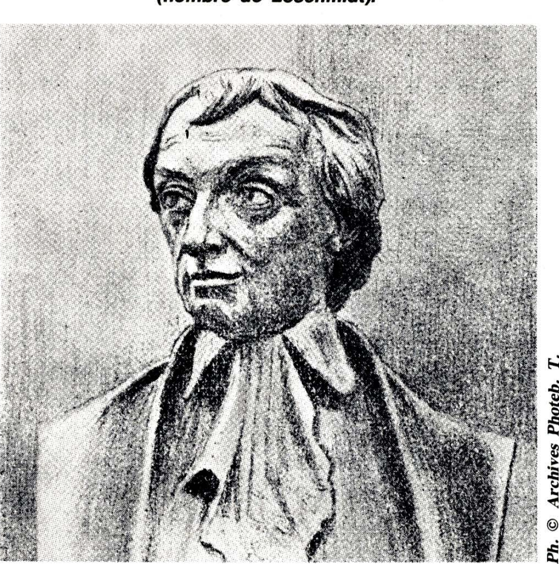
On distingue des *promoteurs,* qui, par leur présence, renforcent et prolongent les réactions, et les catalyseurs biologiques (*biocatalyseurs*), comme les enzymes ; le nombre de ces dernières est considérable et leurs formules très complexes (masses moléculaires élevées).



Ph. © Roger-Viollet. T.

Svante Arrhenius (1859-1927), physicien et chimiste suédois, auteur d'une théorie de l'ionisation des électrolytes (1887) ; prix Nobel de Chimie en 1903.

Amadeo Avogadro (1776-1856), physicien et chimiste italien, qui fit, en 1811, l'hypothèse célèbre qui porte son nom (nombre d'Avogadro) : ***le nombre de molécules contenues dans un volume donné d'un gaz, dans des conditions définies de température et de pression, est le même quel que soit le gaz considéré. C'est le physicien autrichien Loschmidt qui détermina, pour la première fois, en 1865, le nombre de molécules existant dans 1 cm³ de gaz pris à 0 °C et sous la pression atmosphérique normale (nombre de Loschmidt).***



Ph. © Archives Photeb. T.

ÉQUILIBRES CHIMIQUES.

Généralités et lois.

Définitions.

● *Équilibre.* Un système chimique est dit *en équilibre* lorsqu'il ne s'y produit aucune transformation. L'équilibre est *stable* lorsqu'une petite variation des conditions extérieures n'entraîne qu'une variation infinitésimale du système ; il est instable dans le cas contraire.

Une réaction chimique s'écrit comme une équation ; le membre de gauche représente l'état initial du système et le membre de droite l'état final, les deux états étant supposés en équilibre. Les corps symbolisés dans le membre de gauche sont appelés *réactifs* ou corps *réagissants*.

● *Divers types de réaction.* Une réaction est dite *complète* lorsque tous les réactifs se transforment et que le système ne peut retourner spontanément à l'état initial. Elle est dite *limitée* lorsque les réactifs ne se transforment pas complètement ; le système final a tendance à évoluer en sens inverse et à redonner l'état initial : une réaction limitée est donc aussi dite *réversible*. On la symbolise par « $\rightleftarrows$ ».

● *Règle des phases.* On appelle *phase* d'un système un ensemble homogène de ce système. Une phase peut être gazeuse, liquide ou solide ; un système homogène ne comporte qu'une phase : il est *monophasé* ; un système hétérogène est dit *polyphasé*.

Considérons par exemple la réaction réversible obtenue en mettant en présence de l'iode et de l'hydrogène, dont la combinaison fournit l'*iodure d'hydrogène* HI :

$$2\,HI \rightleftarrows H_2 + I_2\,.$$

Le système est monophasé (phase gazeuse) et le *nombre de constituants* du système est $n = 3$ (il y a trois corps : l'iodure d'hydrogène, l'hydrogène et l'iode). Pour que la réaction s'établisse il suffit de mettre en présence H_2 et I_2, qu'on appelle des *constituants indépendants*. Le nombre de facteurs physiques intervenant dans la réaction est limité à trois (température, pression, concentrations molaires).

Plus généralement, appelons : φ le nombre de phases, n le nombre de constituants, c le nombre de constituants indépendants d'un système et p le nombre de facteurs physiques agissant. On appelle *variance v* du système le nombre de facteurs qu'on peut faire varier sans qu'il y ait rupture d'équilibre. La variance est liée à φ, p et c par la relation suivante, dite *règle de Gibbs* ou *règle des phases* :

$$v = c + p - \varphi\,. \qquad (1)$$

Dans le cas de la réaction $2\,IH \rightleftarrows H_2 + I_2$, on voit qu'on aurait $v = 4$.

Lois de l'équilibre.

● *Lois qualitatives.*

— Loi de Van't Hoff : une élévation de température d'un système en équilibre entraîne une réaction qui, si elle avait lieu séparément, serait endothermique (= absorberait de la chaleur), donc abaisserait la température.

— Loi de Le Chatelier : un accroissement de la pression à laquelle est soumis un système en équilibre détermine une transformation qui tend à diminuer le nombre de moles, donc à diminuer la pression, et inversement.

● *Lois quantitatives.*

— Loi d'action de masse (= loi de Guldberg et Waage, 1864). Soit un système en équilibre selon la réaction :

$$x_1 A_1 + x_2 A_2 + \cdots \rightleftarrows x_1' A_1' + x_2' A_2' + \cdots$$

(A_1, A_1', ... sont les constituants du système ; x_1, x_2, ... les nombres de moles présentes). Désignons par $[A_i]$ la concentration d'un constituant A_i quelconque (nombre de moles par unité de volume du système) ; la loi de Guldberg et Waage dit que, à l'équilibre :

$$\frac{[A_1']^{x_1'} \times [A_2']^{x_2'} \times \cdots}{[A_1]^{x_1} \times [A_2]^{x_2} \times \cdots} = K_c\,. \qquad (2)$$

La constante K_c est la *constante d'équilibre* dans les conditions de l'expérience (température, pression).

— Si le système est gazeux et homogène, on peut remplacer les concentrations molaires par les pressions partielles des constituants du système. La loi précédente s'écrit alors en désignant par p_i ou p_i' la pression partielle du constituant A_i ou A_i' :

$$\frac{p_1'^{x_1'} \times p_2'^{x_2'} \times \cdots}{p_1^{x_1} \times p_2^{x_2} \times \cdots} = K_p\,. \qquad (3)$$

Si l'on appelle n et n' le nombre de moles à l'état initial et à l'état final, on peut aussi écrire :

$$K_p = K_c (RT)^{n'-n}\,. \qquad (4)$$

Équilibres ioniques.

L'hypothèse d'Arrhenius.

On appelle *électrolytes* des substances dont les molécules se dissocient en deux ions (un *cation*, positif, et un *anion*, négatif), transportés (par l'attraction coulombienne) vers les électrodes d'une cuve à électrolyse. C'est le cas, notamment, des acides, des bases et des sels. Pour expliquer ce phénomène, le Suédois Arrhenius a émis l'hypothèse suivante (1887) : les électrolytes sont dissociés en leurs ions *du fait* de leur mise en solution ou en fusion. Autrement dit, ce n'est pas le courant électrique qui les « décompose » : la présence des électrodes mobilise simplement les ions et les met en évidence.

Prenons l'exemple de l'acide chlorhydrique HCl. Mis en solution, il est dissocié en deux ions H^+ et Cl^-. Si l'on plonge deux électrodes reliées aux pôles d'une batterie d'accumulateurs dans la solution ainsi dissociée, les ions H^+ vont vers la cathode (électrode négative) et les ions Cl^- vers l'anode (électrode positive). On peut définir la dissociation de l'acide par un nombre i appelé *coefficient d'ionisation* de l'électrolyte : dans le cas présent, chaque molécule est dissociée et donne naissance à 2 ions ; les n molécules de la solution fournissent donc $n' = 2\,n$ ions. Le rapport $n'/n = i$ est égal à 2.

Loi de dilution d'Ostwald.

● *Degré de dissociation d'un électrolyte.* On appelle *coefficient de dissociation ionique* le nombre α défini par :

$$\alpha = \frac{\text{nombre de moles ionisées par unité de volume}}{\text{nombre total de moles par unité de volume}}\,.$$

— Lorsque toutes les moles de l'électrolyte sont ionisées, on a évidemment $\alpha = 1$; on dit qu'il s'agit d'un *électrolyte fort*, totalement dissocié en ses ions. C'est le cas, par exemple, des acides forts comme l'acide chlorhydrique :

$$HCl \rightarrow H^+ + Cl^-\,.$$

— Si $\alpha < 1$, l'électrolyte est dit *faible* ; c'est le cas de l'anhydride sulfurique H_2S :

$$H_2S \rightleftarrows 2\,H^+ + S^{2-}\,.$$

Dans le cas d'un électrolyte faible, le système en réaction contient à la fois des molécules non ionisées, comme H_2S et des molécules dissociées en leurs ions (ici : H^+ et S^{2-}) : l'équilibre ionique correspond à une réaction réversible.

● *La loi d'Ostwald* (1888) s'obtient par application de la loi de Guldberg et Waage au système formé par un électrolyte faible en équilibre.

— Prenons d'abord le cas où la molécule AB se dissocie en deux ions A^- et B^+ ; appelons C la concentration de AB avant dissociation ; on a, après dissociation :

$$[AB] = (1-\alpha)\,C\,, \quad [A^-] = [B^+] = \alpha C \qquad (1)$$

et la loi d'action de masse (colonne ci-contre), s'écrit :

$$\frac{\alpha^2}{1-\alpha}\,C = K \text{ (constante)}\,. \qquad (2)$$

C'est la *loi de dilution* d'Ostwald.

— S'il y a plus de deux ions, on raisonne de la même façon ; par exemple la réaction :

$$AB_2 \rightleftarrows A^{2-} + 2\,B^+\,,$$

qui met en présence trois ions conduisait à la loi :

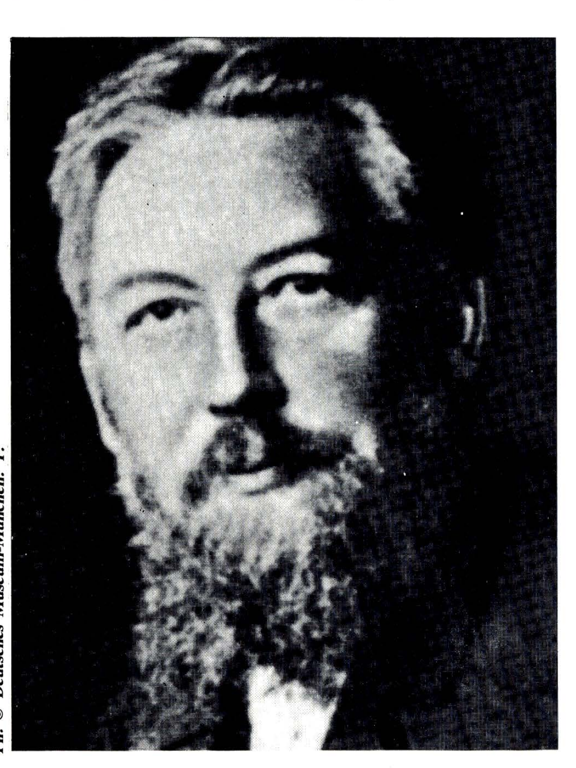
$$\frac{4\,\alpha^3}{1-\alpha}\,C^2 = K\,. \qquad (3)$$

Réactions secondaires de l'électrolyse.

D'après la loi de Faraday, la masse du cation transportée à la cathode par un courant d'intensité I pendant le temps t est donnée par :

$$m = \frac{1}{96\,500}\,\frac{A}{N}\,It \qquad (4)$$

(m en grammes, I en ampères, t en secondes ; A est la masse atomique du cation et N sa valence). Toutefois cette réaction principale peut être masquée par des *réactions secondaires*, au cours desquelles les molécules dissociées se reconstituent par action sur les électrodes ou sur le bain électrolytique.



Wilhelm Ostwald (1853-1932), chimiste allemand qui fit de nombreux travaux sur les électrolytes (loi de dilution d'Ostwald, 1888) et sur la catalyse. On lui doit aussi la mise au point de la préparation industrielle de l'acide nitrique (1947). Il a obtenu le prix Nobel de Chimie en 1909.

Les solutions et les systèmes dispersés.

Définition.

● *Solutions.* Une solution est un mélange homogène de deux ou de plusieurs substances, dont l'une (la plus abondante par le nombre de molécules) est le *solvant* et l'autre le *soluté* (ou les solutés s'il y en a plusieurs).

On appelle *solubilité* d'un corps dans un solvant la masse maximale de ce corps que l'on peut dissoudre dans une masse (ou un volume) donnée de solvant. Lorsque toute nouvelle addition de soluté à une solution est impossible, on dit qu'elle est *saturée*. Quand la solution peut se faire selon n'importe quelle proportion, la solubilité est dite infinie et les corps sont dits *miscibles*.

● *Concentrations.* On mesure la *concentration* d'une solution en indiquant :

— soit la masse dissoute dans l'unité de masse ou de volume du solvant (*concentration massique* ou *volumique*) ;

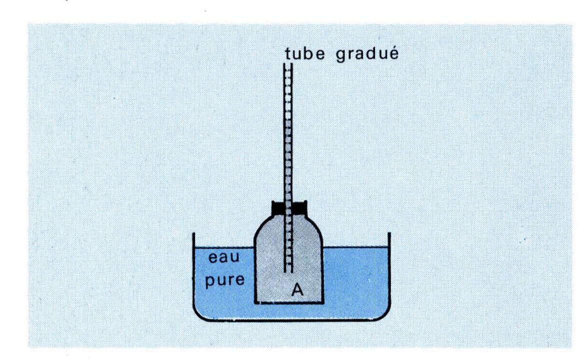
— soit le nombre de moles dissoutes dans cette unité (*concentration molaire*) ;

— soit le nombre d'*équivalents* d'un élément du corps dissous par unité de volume du solvant (1 équivalent = A/N, A étant la masse atomique et N la valence de l'élément considéré) ; une solution qui contient 1 équivalent par litre (1 Éq/l) est dite normale ; si elle contient 0,1 Éq/l elle est dite *décinormale* ; on utilise fréquemment le sous-multiple nommé *milliéquivalent* (mÉq), qui vaut 0,001 Éq.

Pression osmotique.

● *L'osmose.* Deux liquides miscibles en présence dans un même récipient diffusent l'un vers l'autre. Si l'on sépare les deux liquides par une membrane, la diffusion n'est plus libre et les échanges entre les deux parties du récipient constituent l'*osmose* (du grec *osmos* = « poussée »).

Plaçons dans une cuve d'eau pure un récipient *A* contenant de l'eau sucrée et dont le fond est une membrane perméable (vessie de porc par exemple). On constate que l'eau monte dans le tube gradué surmontant le récipient *A*, c'est-à-dire que de l'eau pénètre dans *A*. Simultanément l'eau pure de la cuve devient de l'eau sucrée. Au bout d'un certain temps, la concentration en sucre est la même dans la cuve et dans le récipient *A*.



Osmomètre de Dutrochet.
Le fond du récipient A est une vessie de porc ; le récipient contient du sucre dissous dans de l'eau.

Il existe des membranes dites *hémiperméables* qui ne laissent passer les molécules que dans un sens. Par exemple, certaines membranes empêchent le sucre de quitter le récipient *A* et laissent l'eau s'y introduire. Cette eau exerce une pression supplémentaire sur les parois du récipient, pression dite *osmotique* et qu'on peut mesurer par la hauteur à laquelle le liquide s'élève dans le tube gradué.

● *Lois de l'osmose.*

— A température constante, la pression osmotique est proportionnelle à la concentration du corps dissous.

— Pour une solution donnée, la pression osmotique croît proportionnellement à $1 + \alpha\theta$ ($\alpha = 1/273$; θ : température en degrés Celsius).

— Loi de Van't Hoff : la pression osmotique ne dépend que du nombre de moles présentes dans le volume occupé par la solution, elle est indépendante de la nature du solvant ou du soluté.

Lois de Raoult.

L'abaissement du point de congélation ou l'élévation du point d'ébullition d'une solution contenant un soluté de masse moléculaire *M* à la concentration massique *C* est donnée par la relation :

$$\Delta\theta = K\frac{C}{M},$$

K étant une constante qui dépend du solvant et qui n'est pas la même selon qu'il s'agit du processus de congélation ou du processus d'ébullition. Cette formule peut servir à la détermination de *M* (*cryométrie, ébulliométrie*).

Les systèmes dispersés.

Un système qui comprend plusieurs phases est appelé un *système dispersé* (exemple : des grains de sable très fins agités dans de l'eau). Lorsque les deux phases sont liquides, le système est une *émulsion* ; si l'une des phases est solide, c'est une *suspension.* Un cas particulier est constitué par les suspensions dont les particules sont si fines qu'elles ressemblent à des solutions ; ces systèmes sont appelés *solutions colloïdales* (parce qu'elles ressemblent parfois à de la colle). Ce sont des pseudo-solutions qu'on appelle aussi, parfois, des *sols* (*hydrosols, éthérosols,* etc.).

Les systèmes dispersés sont d'une stabilité relative ; par exemple, du sable agité dans de l'eau finit par se déposer au fond du vase sous l'effet de la pesanteur lorsque l'agitation ne se produit plus. Il y a cependant un certain nombre de facteurs qui maintiennent, avec plus ou moins d'efficacité, la stabilité du système (frottements s'opposant aux déplacements des phases, électrisation des particules, etc.).

Les substances colloïdales ont une importance considérable en biochimie.

ACIDES ET BASES. OXYDORÉDUCTION.

Notation ionique : p = colg.

Le logarithme décimal d'un nombre x s'écrit $\lg x$; on le lit sur une table de logarithmes ou sur le voyant d'une petite calculatrice électronique. On rappelle en outre que le *cologarithme* d'un nombre x est défini par :

$$\text{colg}\, x = \lg\frac{1}{x} = -\lg x. \qquad (1)$$

● *Notion de pH.* Soit une solution contenant des ions H^+ à la concentration $[H^+] = x$. On appelle pH (p initiale de « potentiel » et H initiale d' « hydrogène ») le cologarithme décimal de x, c'est-à-dire le logarithme décimal de l'inverse de la concentration en ions H^+, soit :

$$\text{pH} = \text{colg}\,[H^+] = \lg\frac{1}{[H^+]}. \qquad (2)$$

Cette notation a été introduite par Sørensen (1909).

● *Ionisation de l'eau pure.* L'eau distillée prise à 23 °C est très légérement ionisée (une molécule sur 10^7 est dissociée en ses ions, donc $\alpha = 10^{-7}$), selon la réaction :

$$H_2O \rightleftarrows H^+ + HO^-$$

On a donc, en concentration :

$$[H^+] = [HO^-] = 10^{-7}\,; \quad [H_2O] = 1 - 10^{-7} \approx 1. \qquad (3)$$

La loi d'action de masse s'écrit :

$$\frac{[H^+][HO^-]}{[H_2O]} \approx 10^{-14} \qquad (4)$$

La constante $K = 10^{-14}$ est le *produit ionique* de l'eau. On a d'autre part :

$$\text{colg}\, 10^{-7} = \lg 10^7 = 7\,; \quad \text{colg}\, 10^{-14} = 14\,, \qquad (5)$$

d'où :

$$\text{colg}\,[H^+] + \text{colg}\,[HO^-] = \text{colg}\, K. \qquad (6)$$

En remplaçant colg par le symbole p, on écrit (Sørensen) :

$$\text{pH} + \text{p(HO)} = \text{p}K. \qquad (7)$$

Pour l'eau distillée, considérée comme neutre, pH = p(HO) = 7.

Acides et bases.

Définition ionique.

Un acide est un électrolyte qui libère des ions H^+ ; une base est un électrolyte qui libère des ions HO^-. Un corps est dit *monoacide, diacide* ou *triacide* selon qu'il libère un, deux ou trois ions H^+ par molécule. Par exemple :

— HCl, CH_3COOH, HNO_3 sont des monoacides (respectivement : chlorhydrique, acétique, nitrique) ;

— H_2SO_4, H_2CO_3 (acides sulfurique, carbonique) sont des diacides ;

— H_3PO_4 (acide phosphorique) est un triacide.

Cette définition ionique explique la réaction d'un acide sur une base (ou d'une base sur un acide) :

$$\text{acide} + \text{base} \rightarrow \text{sel} + \text{eau}$$

(l'eau du membre de droite est fournie par l'ion H^+ de l'acide et l'ion HO^- de la base).

pH des solutions acides et basiques.

Le pH d'une solution neutre est égal à 7, comme on vient de le voir. Si la concentration $[H^+]$ augmente, la solution devient acide et son pH est inférieur à 7, d'après la définition de l'équation (2) ci-dessus. Si la concentration $[H^+]$ diminue, le pH devient supérieur à 7 et la solution est basique.

● *Bases fortes.* Leur formule type est MOH, M étant un métal qui s'ionise en M^+, le groupement OH devenant l'anion HO^-. Si la base est forte, $\alpha = 1$: il y a autant d'ions HO^- que de molécules initiales. Soit $C = [MOH]$ la concentration de la base considérée ; on a aussi $[HO^-] = C$. La relation (7) de Sørensen (colonne ci-contre) s'écrit, avec pK = 14 :

$$\text{pH} + \text{p(HO)} = 14\,, \qquad (1)$$

avec :

$$\text{p(HO)} = \text{colg}\,[HO^-] = -\lg\,[HO^-] = -\lg C. \qquad (2)$$

On en tire :

$$\text{pH} = 14 - \lg C. \qquad (3)$$

● *Acides forts.* La formule est du type HA, (A = anion), s'il s'agit d'un monoacide ; la dissociation est totale, donc la concentration en ions H^+ est égale à la concentration $C = [HA]$. On a donc immédiatement :

$$\text{pH} = \lg\frac{1}{C}. \qquad (4)$$

Pour un polyacide on aurait la formule type H_nA, avec n ions H^+ par molécule dissociée, soit :

$$[H^+] = nC\,, \qquad (5)$$

et :

$$\text{pH} = \lg\frac{1}{nC}. \qquad (6)$$

● *Électrolytes faibles.* En appelant toujours *C* la concentration de l'électrolyte et *K* la constante d'équilibre de la loi d'action de masse (K_a pour les acides, K_b pour les bases), on montre que :

— pour une monobase faible (MOH), on a :

$$\text{pH} = 14 - \frac{\text{p}K_b - \lg C}{2}\,; \qquad (7)$$

— pour un monoacide faible (HA) on a :

$$\text{pH} = \frac{\text{p}K_a - \lg C}{2}. \qquad (8)$$

Pour des polyacides ou des polybases le calcul est plus délicat, car il y a plusieurs constantes K_a et K_b.

Acidimétrie et alcalimétrie.

L'acidimétrie est la mesure de la quantité d'acide contenue dans une solution par une méthode volumétrique ; l'alcalimétrie est l'opération correspondante pour une base. Ces méthodes peuvent être utilisées toutes les fois qu'une réaction est réalisable en milieu liquide et qu'elle est complète (non réversible).

● *Le principe général en est le suivant :* On utilise des *indicateurs colorés* (matières colorantes organiques en solution dans de l'eau ou de l'alcool), qui ont la propriété de prendre une coloration différente selon que le milieu dans lequel on les dilue est acide, basique ou neutre. Ainsi la *teinture de tournesol*, violacée en milieu neutre, vire au bleu en présence d'une base et au rouge en présence d'un acide ; il en est bien d'autres, dont le *virage* correspond à des degrés différents d'acidité ou de basicité, donc suivant le pH, comme l'indique le tableau suivant :

Indicateurs colorés	Teinte acide	Teinte basique	Valeurs extrêmes du pH	
			début du virage	fin du virage
Tropéoline	rouge	jaune	1,3	3
Jaune de méthyle	rouge	jaune	2,9	4
Hélianthine	rouge	jaune	3,1	4,4
Rouge de méthyle	rouge	jaune	4,2	6,2
Rouge de phénol	jaune	rouge	6,4	8
Rouge neutre ...	rouge	jaune brun	6,8	8
Teinture de tournesol	rouge	bleu	6,5	7,5
Phénolphtaléine .	incolore	pourpre	8	9,8
Thymophtaléine .	incolore	bleu	9,3	10,5
Jaune d'alizarine.	jaune	violet	10,1	12

Pour doser une solution (acide ou basique), on procède de la manière suivante :

— On place dans un récipient un volume connu de la solution à doser, additionnée de quelques gouttes d'indicateur coloré convenablement choisi ; soit *V* ce volume.

— On fait tomber goutte à goutte dans le récipient, à l'aide d'une burette, une solution de titre connu (basique si la solution à mesurer est acide, acide si la solution à mesurer est basique).

— On cesse de verser la solution lorsque le virage a lieu (il faut que le virage soit complet) et l'on mesure le volume *V′* qui a été nécessaire pour provoquer le virage.

— On fait alors une simple règle de trois pour déterminer le titre de la solution inconnue.

● *Exemple.* Soit à doser une solution de titre inconnu d'acide chlorhydrique (HCl) ; on utilise par exemple 10 cm³ de la solution acide qui comprend *x* g/l d'acide chlorhydrique. On place dans la burette une solution normale de soude (une mole de soude par litre) et l'on verse progressivement cette solution jusqu'à ce qu'on obtienne un virage stable dans le récipient contenant l'acide. Soit $V' = 5$ cm³ le volume de solution basique nécessaire pour provoquer le virage. On sait que :

$$HCl + NaOH \rightarrow NaCl + H_2O ,$$

c'est-à-dire qu'il faut une mole (40 g) de soude pour neutraliser une mole (36,5 g) d'acide. Dans 5 cm³ de solution normale il y a 0,005 mole de soude ; il y avait donc 0,005 mole d'acide chlorhydrique dans les 10 cm³ de la solution inconnue, soit 0,5 mole par litre (18,25 g d'acide par litre de solution).

Si l'on avait eu à doser une solution inconnue de soude, on aurait utilisé une solution connue d'acide chlorhydrique et opéré de même : la mesure aurait alors été alcalimétrique.

● *Pour mesurer l'acidité vraie d'une solution,* il faut déterminer son pH (pH-métrie). On utilise pour cela des indicateurs colorés variés dont on compare les teintes de proche en proche (à l'aide de teintes témoins) : les résultats obtenus fournissent les pH avec une précision de 0,1 ; pour des mesures plus précises (0,001 près), il faut avoir recours à des méthodes électriques.

La théorie de Brönsted.

Une nouvelle définition des acides et des bases.

● *Selon la théorie d'Arrhenius,* un acide est une substance capable de libérer, en solution aqueuse, des ions H^+ ; une base est une substance capable de libérer en solution aqueuse des ions HO^-. L'ionisation est le *fait du solvant,* c'est-à-dire de l'eau. Cette définition — extrêmement féconde — n'est pas générale : elle n'est valable que si le solvant est l'eau.

● *La théorie de Brönsted* vaut pour tous les solvants ; elle repose sur la double définition suivante :

— un acide est une structure chimique quelconque (moléculaire ou ionique) susceptible de fournir des protons H^+ ;

— une base est une structure chimique quelconque (moléculaire ou ionique) susceptible de fixer des protons H^+.

La fourniture ou la fixation d'un proton n'est possible que si les deux corps correspondants sont mis en présence (ils sont dits alors *conjugués*) ; on les désigne par un indice :

$$\text{acide}_1 \quad \text{et} \quad \text{base}_1 ;$$

ce sont deux entités conjuguées et l'on peut écrire :

$$\text{acide}_1 \rightarrow \text{base}_1 + H^+ .$$

On peut avoir aussi :

$$\text{base}_2 + H^+ \rightarrow \text{acide}_2$$

et, si l'on met en présence l'acide₁ et la base₂ on obtient la réaction fondamentale

$$\text{acide}_1 + \text{base}_2 \rightarrow \text{base}_1 + \text{acide}_2$$

(réaction qu'on appelle une *protolyse*).

Cette réaction exprime un transfert de protons : il n'y a pas de *sels* dans la chimie de Brönsted.

Conséquences.

● *Dans la théorie de Brönsted,* on admet que l'ionisation de l'eau fournit des anions HO^- et des protons H^+, comme dans l'hypothèse d'Arrhenius ; mais l'on doit préciser que la stabilité du proton est assurée par la présence de molécules non ionisées (il semble qu'un proton H^+ soit entouré de quatre molécules d'eau, mais on adopte, pour simplifier l'écriture, l'équation de Brönsted :

$$H_2O + H^+ \rightarrow (H_2O)\,H^+ \quad \text{(proton hydraté ou } \textit{solvaté}\text{)},$$

ce qui revient à considérer que le cation résultant de l'ionisation de l'eau est l'ion H_3O^+ ou *ion hydroxonium*).

Dans ces conditions on peut écrire :

$$\underset{\text{acide}_1}{H_2O} + \underset{\text{base}_2}{H_2O} \rightleftarrows \underset{\text{acide}_2}{H_3O^+} + \underset{\text{base}_1}{HO^-}$$

La molécule d'eau peut donc être considérée soit comme un acide, soit comme une base : on dit qu'elle est *amphotère.*

On démontre, en appliquant la loi d'action de masse, que le produit ionique de l'eau a la même valeur dans la théorie d'Arrhenius et dans celle de Brönsted, et que, par conséquent, le pH d'une solution a la même valeur dans les deux théories ; on montre aussi que l'acide conjugué d'une base faible est un acide fort, que la base conjuguée d'un acide faible est une base forte, et inversement.

● *La théorie de Brönsted* a le mérite d'appeler acides et bases des corps qui sont simplement donneurs ou accepteurs de protons. La définition est particulièrement originale dans le cas des bases, puisqu'elle ne fait pas intervenir l'ion HO^- ; à chaque acide ou à chaque base « classique » correspond un acide ou une base de Brönsted.

L'action de l'eau sur une base s'écrit (pour la soude par exemple) :

$$\underset{\text{base}}{NaOH} + \underset{\text{acide}}{H_2O} \rightarrow \underset{\text{acide}}{Na^+, H_2O} + \underset{\text{base}}{HO^-} .$$

L'ion Na^+ est dit, comme plus haut l'hydrogène, un ion *solvaté* (on ignore le nombre de molécules d'eau accompagnant Na^+ ; on l'écrit donc arbitrairement égal à 1). La réaction précédente nous montre qu'une base forte comme la soude n'existe pas en solution aqueuse ; celle-ci contient en réalité une base HO^- (base forte). Le cation Na^+ est l'acide conjugué de la base très forte ; il doit être considéré comme un *ion inerte.*

● *Le cas de l'ammoniac,* NH_3, est intéressant à étudier. Avec l'hypothèse d'Arrhenius on était amené à écrire que le gaz ammoniac, en solution dans l'eau sous la forme d'*ammoniaque* (la terminaison *-que* caractérise l'état dissous) était dissocié de la façon suivante :

$$NH_4OH \rightleftarrows NH_4^+ + HO^- .$$

Selon la théorie de Brönsted, la protolyse s'écrit :

$$\underset{\text{base}}{NH_3} + \underset{\text{acide}}{H_2O} \rightleftarrows \underset{\text{acide}}{NH_4^+} + \underset{\text{base}}{HO^-} .$$

L'ion NH_4^+ est l'*ammonium.*

● *La théorie de Brönsted* considère qu'il n'existe pas de sel *en solution* ; on conserve cependant le nom de *sels métalliques* aux sels cristallisés (cristaux ioniques). Soit par exemple l'acétate de sodium, CH_3COONa, qui donne un cation Na^+ sans action sur le solvant et un anion CH_3COO^- ; si nous considérons cet anion comme une *base* (il est susceptible de fixer un proton H^+), en présence de l'eau (qui est alors un *acide* au sens de Brönsted), on a :

$$\underset{\text{base}}{CH_3COO^-} + \underset{\text{acide}}{H_2O} \rightarrow \underset{\text{acide}}{CH_3COOH} + \underset{\text{base}}{HO^-} ,$$

ce qui explique que l'acétate de sodium en solution est *hydrolysé* et fournit l'ion Na^+ et l'ion HO^- ; cette hydrolyse est en réalité une *protolyse de l'anion basique* par le solvant amphotère (l'eau).

Phénomènes d'oxydoréduction.

Définition.

On appelle *oxydation* le fait pour un atome de perdre un ou plusieurs électrons, et *réduction* le fait pour un atome de gagner un ou plusieurs électrons. L'atome qui s'oxyde perd son (ou ses) électron au profit de l'atome qui est réduit. Les deux réactions sont donc couplées : on dit qu'il y a *oxydoréduction* entre *A* et *B*, c'est-à-dire transfert d'électrons de l'atome donneur *A* au receveur *B*. Un exemple simple d'oxydoréduction est donné par la synthèse du chlorure de sodium à partir des atomes Na et Cl : l'atome Na perd un électron et devient l'ion Na^+ ; l'atome Cl capte cet électron et devient l'ion Cl^- et il en résulte le composé ionique Na^+Cl^-.

$$Na + Cl \rightarrow Na^+Cl^-$$


Ph. © Rencontre. T.

Jöns Jacob Berzelius (1779-1848) ; ses travaux ont permis l'établissement des masses atomiques et il a énoncé les lois de l'électrochimie. On lui doit aussi les concepts fondamentaux d'isomérie, de polymérie et d'allotropie, et l'isolement de nombreux corps simples (sélénium, baryum, calcium, strontium, cérium, thorium, tantale, etc.).

Nombre d'oxydation.

On appelle *nombre d'oxydation* d'un élément le nombre positif ou négatif qui exprime sa charge électrique, mesurée en charges élémentaires *e.* Un atome neutre a pour nombre d'oxydation 0 ; l'ion sodium de la relation précédente a pour nombre d'oxydation + I ; celui du chlore est égal à − I ; etc. (les nombres d'oxydation s'écrivent d'ordinaire en chiffres romains).

Quand il s'agit d'un composé ionique, tel NaCl ou $CaCl_2$ le nombre d'oxydation de chaque élément est immédiat et se déduit de sa structure électronique :

$$Na^{+I},\ Cl^{-I},\ Ca^{+II}, \text{ etc.}$$

Si la liaison n'est pas ionique mais de covalence (voir p. 126), on imagine une *liaison fictive* qui attribue les électrons de liaison au plus électronégatif des deux atomes liés par ces électrons (... il faut évidemment connaître l'électronégativité relative des éléments). Par exemple l'oxyde de carbone CO est obtenu en liant un atome C, dont la dernière couche contient 4 électrons, à un atome O, dont la deuxième couche possède 6 électrons. La liaison de covalence est obtenue par la mise en commun de deux des quatre électrons du carbone, ce qui sature la couche périphérique de l'oxygène. L'oxygène étant plus électronégatif que le carbone, on lui attribue fictivement les électrons du doublet ; son nombre d'oxydation est donc − II et celui du carbone est + II. La réaction s'écrit :

$$C^{+II} + O^{-II} \rightarrow CO .$$

L'oxygène est, après le fluor, l'élément le plus électronégatif : c'est donc un *agent d'oxydation* par excellence, qui peut fixer deux électrons. L'hydrogène moléculaire, en revanche, est un donneur d'électrons : c'est un *réducteur* efficace, dont le nombre d'oxydation est + I (il peut perdre son unique électron).

CHIMIE INORGANIQUE

LES ÉLÉMENTS.

La *chimie inorganique* englobe dans son étude toutes les substances chimiques, à l'exception des composés du carbone, appelés *composés organiques*, parce qu'on les rencontre uniquement chez les êtres vivants ou comme produits par des êtres vivants. On l'appelait autrefois *chimie minérale*.

Tous les corps sont composés des éléments qui sont énumérés dans le tableau de Mendeleev (voir p. 123). Le tableau ci-après les récapitule, par ordre alphabétique, et précise leurs propriétés structurales et physiques. Le tableau de la page 178 donne le détail de leurs structures électroniques.

Propriétés structurales et physiques des éléments.

Nom de l'élément	Symbole	Numéro atomique	Masse atomique	Point de fusion (en °C)	Point d'ébullition	Masse volumique (en g/cm^3 à l'état solide)	Nom de l'élément	Symbole	Numéro atomique	Masse atomique	Point de fusion (en °C)	Point d'ébullition	Masse volumique (en g/cm^3 à l'état solide)
Actinium	Ac	89	227	1 100	—	—	Mendélevium	Md	101	256	—	—	—
Aluminium	Al	13	26,982	660	2 500	2,7	Mercure	Hg	80	200,59	– 39	357	13,6
Américium	Am	95	243	995	—	13,7	Molybdène	Mo	42	95,94	3 400	—	19,3
Antimoine	Sb	51	121,75	630	1 440	6,6	Néodyme	Nd	60	144,24	—	—	—
Argent	Ag	47	107,868	960	2 180	10,5	Néon	Ne	10	20,183	– 249	– 246	—
Argon	Ar	18	39,948	– 179	– 176	—	Neptunium	Np	93	237	637	—	20,5
Arsenic	As	33	74,9216	Subl. à 450 °C	616	5,7	Nickel	Ni	28	58,71	1 450	2 840	8,9
Astate	At	85	210	—	—	—	Niobium	Nb	41	92,906	2 400	—	8,4
Azote	N	7	14,0067	– 210	– 196	1,03	Nobelium	No	102	254	—	—	—
Baryum	Ba	56	137,34	850	1 540	3,6	Or	Au	79	196,967	1 063	2 700	19,3
Berkelium	Bk	97	249	—	—	—	Osmium	Os	76	190,2	2 700	—	22,5
Béryllium	Be	4	9,0122	1 280	1 500	1,86	Oxygène	O	8	15,9994	– 219	– 183	1,27
Bismuth	Bi	83	208,980	270	1 420	9,8	Palladium	Pd	46	106,4	1 560	—	11,9
Bore	B	5	10,811	2 300	2 500	2,4	Phosphore	P	15	30,9738	16,96	287	1,83
Brome	Br	35	79,904	– 7	59	3,12	Platine	Pt	78	195,09	1 770	—	21,4
Cadmium	Cd	48	112,40	321	770	8,6	Plomb	Pb	82	207,19	327	1 750	11,3
Calcium	Ca	20	40,08	850	1 440	1,55	Plutonium	Pu	94	242	639	—	19,7
Californium	Cf	98	251	—	—	—	Polonium	Po	84	210	250	960	9,5
Carbone	C	6	12,01115	1 400	2 300	2,49	Potassium	K	19	39,102	63	760	0,86
Cérium	Ce	58	140,12	—	—	—	Praséodyme	Pr	59	140,907	—	—	—
Césium	Cs	55	132,905	28,5	685	1,90	Promethium	Pm	61	145	—	—	—
Chlore	Cl	17	35,453	– 102	– 35	1,56	Protactinium	Pa	91	231	< 1 600	—	15,4
Chrome	Cr	24	51,996	1 920	—	7,1	Radium	Ra	88	226,05	960	—	5,0
Cobalt	Co	27	58,9332	1 480	2 880	8,7	Radon	Rn	86	222	202	208	—
Cuivre	Cu	29	63,546	1 083	2 580	8,92	Rhénium	Re	75	186,2	3 170	—	20,5
Curium	Cm	96	247	1 340	—	—	Rhodium	Rh	45	102,905	1 970	—	12,4
Dysprosium	Dy	66	162,50	—	—	—	Rubidium	Rb	37	85,47	39	700	1,53
Einsteinium	Es	99	254	—	—	—	Ruthénium	Ru	44	101,07	2 500	—	12,2
Erbium	Er	68	167,26	—	—	—	Samarium	Sm	62	150,35	—	—	—
Étain	Sn	50	118,69	230	2 360	7,3	Scandium	Sc	21	44,956	1 420	2 480	2,5
Europium	Eu	63	151,96	—	—	—	Sélénium	Se	34	78,96	217	685	4,8
Fer	Fe	26	55,847	1 535	2 890	7,9	Silicium	Si	14	28,086	1 400	2 300	2,49
Fermium	Fm	100	253	—	—	—	Sodium	Na	11	22,9898	0,8	890	0,97
Fluor	F	9	18,9984	– 233	– 188	1,11	Soufre	S	16	32,064	115	445	2,06
Francium	Fr	87	223	—	—	—	Strontium	Sr	38	87,62	800	1 370	2,6
Gadolinium	Gd	64	157,25	—	—	—	Tantale	Ta	73	180,948	2 850	—	16,6
Gallium	Ga	31	69,72	29,8	2 100	5,93	Technétium	Tc	43	99	2 150	—	11,5
Germanium	Ge	32	72,59	960	2 700	2,49	Tellure	Te	52	127,60	450	1 390	6,2
Hafnium	Hf	72	178,49	2 200	—	13,07	Terbium	Tb	65	158,924	—	—	—
Hélium	He	2	4,0026	—	– 268	—	Thallium	Tl	81	204,37	449	1 390	11,85
Holmium	Ho	67	164,930	—	—	—	Thorium	Th	90	232,038	1 750	—	11,7
Hydrogène	H	1	1,00797	– 259,1	– 252,8	—	Thulium	Tm	69	168,934	< 1 600	—	9,3
Indium	In	49	114,82	156	2 070	7,29	Titane	Ti	22	47,90	1 725	3 260	4,50
Iode	I	53	126,9044	113	183	4,93	Tungstène	W	74	183,85	3 400	—	19,3
Iridium	Ir	77	192,2	2 450	—	22,4	Uranium	U	92	238,03	1 132	—	19,0
Krypton	Kr	36	83,80	– 153	– 157	—	Vanadium	V	23	50,942	1 700	—	5,96
Lanthanium	La	57	138,91	920	3 300	6,2	Xénon	Xe	54	131,30	– 112	– 107	—
Lawrencium	Lw	103	257	—	—	—	Ytterbium	Yb	70	173,04	824	—	7,0
Lithium	Li	3	6,939	180	1 330	0,53	Yttrium	Y	39	88,905	1 500	3 200	5,5
Lutécium	Lu	71	174,97	—	—	—	Zinc	Zn	30	65,37	419	910	7,1
Magnésium	Mg	12	24,312	650	1 500	1,75	Zirconium	Zr	40	91,22	1 860	4 750	6,53
Manganèse	Mn	25	54,9381	1 260	—	7,4							

L'HYDROGÈNE ET LES MÉTAUX.

L'hydrogène et l'eau.

L'hydrogène.

Dans la nature (terrestre) l'hydrogène apparaît principalement dans des composés dont les plus abondants sont l'eau (H_2O) et les composés organiques (notamment les *hydrocarbures*). L'isotope naturel (99,985 %) le plus répandu est ^1_1H (le noyau est réduit à un proton) ; le *deutérium*, ou hydrogène lourd, et le *tritium* ont respectivement pour formule ^2_1H et ^3_1H ; leur noyau contient, en plus du proton, un neutron dans le cas du deutérium et deux neutrons pour le tritium. Par perte d'un électron, l'hydrogène donne l'ion monovalent H^+.

L'hydrogène moléculaire est diatomique. La molécule se forme selon la réaction :

$$2\,H \rightarrow H_2\,; \quad \Delta H = -\,437\,000\ \text{J/mole}\,,$$

en appelant ΔH la chaleur de réaction à pression constante, mesurée en joules par mole.

● *Réactions d'addition.* Peu réactif à la température ordinaire, l'hydrogène présente des *réactions d'addition* avec le chlore, l'oxygène (il faut un catalyseur ou une étincelle électrique), l'azote (à chaud, sous pression) et le carbone (à haute température, dans l'arc électrique). Les réactions sont les suivantes :

$H_2 + Cl_2 \rightarrow 2\,HCl$ (acide chlorhydrique) $+ 92\,930$ J ;

$H_2 + 1/2\,O_2 \rightarrow H_2O + 242\,788$ J ;

$N_2 + 3\,H_2 \rightarrow 2\,NH_3 + 2 \times 50\,232$ J (ammoniac) ;

$2\,C + H_2 \rightarrow C_2H_2 - 213\,486$ J .

La dernière réaction est importante : c'est la *synthèse de l'acétylène* C_2H_2, réalisée pour la première fois par Marcelin Berthelot, en 1860. C'est une réaction *endothermique*, c'est-à-dire qui absorbe de l'énergie calorifique (d'où le signe « − » qui précède la chaleur de réaction).

● *L'action de l'hydrogène* sur les composés chimiques est double : 1° c'est un *réducteur* (à chaud), qui fixe les éléments électronégatifs (voir p. 133), comme le chlore ou l'oxygène ; 2° il peut être fixé, par réaction d'addition, sur un composé ayant des valences libres (hydrogénation). Exemples :

— réaction de réduction :

$$2\,AgCl + H_2 \rightarrow 2\,Ag + 2\,HCl$$

(l'hydrogène fixe le chlore du sel d'argent) ;

— réaction d'addition : hydrogénation de l'acétylène :

$$C_2H_2 + 2\,H_2 \rightarrow C_2H_6 \ \text{(éthane)}\,.$$

● *Préparation.* L'hydrogène est employé dans l'industrie pour la synthèse de l'ammoniac et de divers produits organiques (méthanol, carburants synthétiques). On le prépare industriellement à partir de l'eau (par électrolyse) ou de mélanges gazeux qui le contiennent (gaz des cokeries, gaz de pétrole, cracking des hydrocarbures). En laboratoire, on fait agir de l'acide sulfurique dilué (H_2SO_4) sur du zinc (Zn) :

$$H_2SO_4 + Zn \rightarrow ZnSO_4 + H_2\nearrow.$$

L'eau.

L'eau pure s'obtient par distillation (ébullition) de l'eau naturelle qui contient de nombreuses impuretés dissoutes. L'analyse et la synthèse de l'eau montrent que sa formule est H_2O. Si l'hydrogène de la molécule est de l'hydrogène lourd, l'eau est alors dite *eau lourde*.

L'eau est un corps très stable qui donne deux sortes de réactions : 1° destruction d'une molécule (*hydrolyse*) sur laquelle elle agit ; 2° *hydratation* d'un élément (par fixation de l'ion HO^-). Exemples :

— hydrolyse de l'anhydride sulfurique SO_3 :

$$SO_3 + H_2O \rightarrow SO_2(OH)_2\,;$$

— hydratation d'un métal, donnant un *hydroxyde métallique* (base) :

$$Na + H_2O \rightarrow NaOH - \frac{1}{2}H_2\nearrow$$

(NaOH est la *soude*).

Généralités sur les métaux.

Définition et classification.

● *Définition.* Pour un chimiste, un *métal* est un élément susceptible de donner un ion positif (cation). Un atome métallique possède donc au plus quatre électrons sur sa couche périphérique.

Les métaux usuels (fer, cuivre, nickel, métaux dits précieux, etc.) sont solides dans les conditions normales de température et de pression ; le mercure, connu depuis l'Antiquité, est un métal *liquide*. Mais il existe aussi des métaux mous (sodium, potassium) ou friables (calcium). Les propriétés physiques principales d'un métal (point de fusion, point d'ébullition, masse volumique) sont données au tableau alphabétique des éléments p. 134.

● *Classification des métaux.* On se sert, bien entendu, de la classification de Mendeleev (voir le tableau p. 123). Les métaux sont classés par groupes (colonnes verticales du tableau) et peuvent être répartis en quatre grandes familles : métaux légers, métaux fragiles, métaux ductiles et métaux à bas point de fusion.

Propriétés chimiques générales des métaux.

Dans ce qui suit nous appelons *M* un métal quelconque et *X* un non-métal (comme le chlore, le brome, le soufre par exemple).

● *Réactions.* Un composé chimique contenant un métal est un *sel métallique*. Le terme « sel » a été introduit dans le langage des chimistes au XVIe siècle, mais il n'a pris son sens moderne qu'au XVIIIe siècle (Lavoisier). Deux types de sels métalliques doivent retenir notre attention :

— les *sels binaires*, de formule générale M_aX_b, *a* et *b* étant des nombres entiers dépendant des valences de *M* et de *X* ; si *X* est remplacé par l'oxygène, le sel est un *oxyde* ;

— les *sels ternaires*, contenant de l'oxygène, de formule générale $M_aX_bO_c$.

Les premiers sont nommés à l'aide de la terminaison *-ure* (chlorures, sulfures, bromures, etc.) ; les seconds à l'aide des terminaisons *-ate* ou *-ite* (sulfates, sulfites, chlorates, chlorites, nitrates, nitrites, etc.), comme on l'a expliqué p. 122.

Deux types de réactions sont importants à connaître en ce qui concerne les métaux.

— L'action d'un acide sur un métal donne un sel du métal en question, avec dégagement d'hydrogène :

$$M + \text{acide} \rightarrow \text{sel de } M + \frac{1}{2}H_2\nearrow.$$

— L'action d'un sel d'un métal *M'* sur un métal *M* peut se traduire par un déplacement du métal *M'* par *M* :

$$M + \text{sel de } M' \rightarrow \underset{\downarrow\downarrow}{M'} + \text{sel de } M\,.$$

Cette réaction a lieu si *M* est plus électropositif que *M'*.

● *Valences.* L'électrovalence d'un métal est définie par le nombre d'électrons périphériques qu'il peut perdre. De sorte que, dans le tableau de Mendeleev, les éléments du groupe I A (première colonne) sont monovalents (ils donnent les ions Li^+, Na^+, K^+, etc.) ; ceux de la deuxième colonne sont bivalents (ils donnent les ions Be^{2+}, Mg^{2+}, Ca^{2+}, etc.) ; ceux de la troisième colonne sont trivalents ; etc. Mais cette valence, stable pour les trois premiers groupes, peut varier dans les autres groupes.

Ainsi le fer (Fe) peut prendre la valence II ou la valence III ; on le nomme fer *ferreux* dans le premier cas et fer *ferrique* dans le second. Avec l'oxygène, on obtient l'oxyde ferreux FeO ou l'oxyde ferrique Fe_2O_3 selon qu'il s'agit de l'un ou de l'autre de ces deux états du fer ; les sels correspondants sont dits sels ferreux ou sels ferriques. De même il existe un cuivre *cuivreux*, monovalent et un cuivre *cuivrique*, bivalent. Plus généralement, quand un élément présente deux valences possibles, on emploie les terminaisons *-eux* et *-ique* pour distinguer les deux états (*-eux* pour la plus petite et *-ique* pour la plus grande valence).

● *Remarques sur les sels métalliques.* Un sel est un composé ionique, dont le cation est un métal M^+, M^{2+}, etc., selon la valence qu'il possède.

L'anion d'un sel est soit un non-métal Cl^-, S^{2-}, ...), soit un groupement oxygéné ; cet anion peut être, selon les cas, monovalent, bivalent, etc. Voici une liste des principaux anions dans le cas des sels ternaires (par ordre alphabétique) :

Nom	Formule	Valence	Acide correspondant
Arsénite	AsO_4^{3-}	III	H_3AsO_4
Borate	$B_4O_7^{2-}$	II	$H_2B_4O_7$
Bromate	BrO_3^-	I	$HBrO_3$
Carbonate	CO_3^{2-}	II	H_2CO_3
Chlorate	ClO_3^-	I	$HClO_3$
Chromate	CrO_4^{2-}	II	H_2CrO_4
Nitrate	NO_3^-	I	HNO_3
Nitrite	NO_2^-	I	HNO_2
Phosphate	PO_4^{3-}	III	H_3PO_4
Sulfate	SO_4^{2-}	II	H_2SO_4
Sulfite	SO_3^{2-}	II	H_2SO_3

Principaux anions des sels ternaires. Dans la dernière colonne on a donné les acides correspondant aux divers anions (acides arsénique, borique, bromique, etc.).

Étude systématique.

Nous allons maintenant passer en revue les différents métaux, en suivant la classification périodique.

Groupes I A et I B.

● *Groupe I A : métaux alcalins.* Ce sont le lithium, le sodium, le potassium, le rubidium, le césium et le francium (qui n'existe qu'à l'état radioactif). Tous ces métaux n'ont qu'un électron sur leur couche périphérique, dans l'état ns^1 (*n* : numéro de la couche ou de la période). Ils sont donc monovalents. Ce sont des éléments très électropositifs ; physiquement ce sont des corps mous, d'un blanc argenté qui se ternit à l'air ; leur point de fusion est bas et décroît quand le numéro atomique *Z* augmente (180 °C pour le lithium, 98 °C pour le sodium, ..., jusqu'à 28 °C pour le césium). Leur densité par rapport à l'eau varie de 0,53 à 1,90.

Les métaux du groupe I A sont très réactifs ; tous leurs sels sont solubles et ils ont tous tendance à s'ioniser selon la réaction $M \rightarrow M^+$. Les raies spectrales qu'ils émettent sont dans le domaine du visible (rouges pour le lithium, jaunes pour le sodium).

La réaction la plus remarquable est la formation de bases par hydratation, de formule générale *M*(OH) : *soude* (NaOH) avec le sodium, *potasse* (KOH) avec le potassium notamment (et *lithine* avec le lithium). Par exemple :

$$H_2O + Na \rightarrow NaOH + \frac{1}{2}H_2\nearrow.$$

(« Alcali » vient d'un mot arabe qui signifie « soude » ; les métaux du groupe I A, qui donne des bases analogues à la soude, sont dits *alcalins*.)

● *Groupe I B : métaux nobles.* Ce groupe contient le cuivre, l'argent et l'or. Comme les métaux du groupe I A, ils n'ont qu'un électron périphérique, donc ils présentent tous la valence I. Ils peuvent aussi perdre un ou deux électrons de leur avant-dernière couche, et présenter les valences II ou III. Ainsi obtient-on les ions suivants :

— Cuivre { ion cuivreux Cu^+ (monovalent) ; ion cuivrique Cu^{2+} (bivalent).

— Argent : seule est stable la valence I de l'ion Ag^+.

— Or : l'état stable est la valence III : Au^{3+}.

Ces métaux ont des points de fusion élevés et des densités importantes (19,3 pour l'or). Ils sont bons

conducteurs de l'électricité. Chimiquement, ils ne sont attaqués que par les acides qui sont en même temps des oxydants (HNO_3 et H_2SO_4 pour le cuivre et l'argent ; un mélange de HCl et de HNO_3 dit *eau régale* pour l'or). En raison de leur structure électronique, les métaux nobles peuvent aussi entrer dans des composés de covalence.

Groupes II A et II B.

● *Groupe II A : métaux alcalino-terreux.* Ce sont le béryllium, le magnésium, le calcium, le strontium, le baryum et le radium (radioactif). Avec deux électrons périphériques, ils sont bivalents. Comme les métaux du groupe I A, ils sont très électropositifs. Ce sont des métaux légers, mous, très réactifs.

Avec l'eau, ils donnent des bases solubles (magnésie hydratée, chaux éteinte, hydroxyde de baryum), de formule $M(OH)_2$. Par exemple :

$$CaO + H_2O \rightarrow Ca(OH)_2 .$$

Leurs oxydes, de formule MO, ressemblent à des terres réfractaires ; ce sont notamment : la magnésie (MgO), la chaux vive (CaO), la baryte (BaO). D'où leur nom de métaux alcalino-terreux. Tous leurs sels sont solubles, sauf les fluorures, les phosphates, les arséniates, les carbonates et les silicates. Signalons en outre que les propriétés du béryllium le rapprochent en fait de l'aluminium, beaucoup plus que des métaux alcalino-terreux.

● *Groupe II B : zinc, cadmium, mercure.* Ces métaux sont bivalents (2 électrons périphériques), faiblement électropositifs. Le mercure (autrefois appelé *vif-argent* car il reste inaltéré à l'air) se distingue notamment des deux autres métaux du groupe : 1° par une très faible électropositivité ; 2° par le fait qu'il donne des sels solubles, faiblement ionisés.

Tous ces métaux peuvent entrer dans des liaisons de covalence et former facilement des complexes.

métaux : le germanium, l'étain et le plomb.

— Le germanium est stable avec la valence IV ; c'est un semi-conducteur, utilisé dans l'industrie électronique.

— L'étain peut présenter la valence II (étain *stanneux*) ou la valence IV (étain stannique). Il est légèrement plus électropositif que l'hydrogène et réagit comme le germanium.

— Le plomb, dont l'état naturel le plus courant est le sulfure de plomb ou *galène* PbS, affectionne la valence II (mais, dans les composés organiques, il est tétravalent). Ses oxydes les plus connus sont le *massicot* PbO (oxyde jaunâtre), le *minium* Pb_3O_4 (oxyde rouge) et l'*oxyde puce* PbO_2. Le plomb a des propriétés acides et donne des *plombates*, tel le plombate de sodium Na_2PbO_3.

Groupes V A et V B.

● *Le groupe V A* (vanadium, niobium, tantale) comprend des éléments rares, difficiles à isoler. Ils sont utilisés dans la préparation des aciers de haute qualité (*scavenging*) et pour les techniques à températures élevées. Ce sont des éléments de transition typiques, dont la sous-couche *ns* se sature avant la sous-couche $(n-1)$ *d*. Valence variable (de II à V), composés colorés, action catalytique. Principaux dérivés : oxydes (le pentoxyde de vanadium est acide), vanadates, niobates, tantalates (où les éléments jouent le rôle d'un non-métal) ; quelques halogénures (VaF_5, $TaCl_5$, etc.).

● *Le groupe V B* ne contient que deux métaux : l'antimoine (dont le minerai est la *stibine*) et le bismuth. L'antimoine est électropositif et présente les valences III et V (deux sels : $SbCl_3$ et $SbCl_5$). Il fixe l'oxygène à chaud et donne l'anhydride antimonieux Sb_2O_3 ; l'anhydride antimonique est Sb_2O_5. L'antimoine donne, comme le bismuth, des complexes de plusieurs types (ils peuvent jouer le rôle de donneurs ou de récepteurs d'électrons selon leur valence). Le bismuth est stable à la valence III.

Ph. © Bavaria-Verlag. T.

John Dalton (1766-1844), physicien et chimiste anglais : il exposa son hypothèse atomique pour la première fois le 21 octobre 1803, au cours d'une conférence faite à la Société littéraire et philosophique de Manchester... devant sept auditeurs seulement. Il indiqua, dans son exposé, la valeur des « pesanteurs relatives des plus petites particules » (= masses atomiques) pour l'hydrogène, l'azote, le carbone, l'oxygène, le phosphore et le soufre. Ses théories furent reprises par Thomas Thomson (1773-1852), qui les publia dans son ouvrage* A new System of Chemistry (Un nouveau système de Chimie), *en 1807. L'ouvrage de Dalton* A new System of Chemical Philosophy (Nouveau Système de philosophie chimique) *ne parut qu'en 1808.

Groupes III A et III B.

● *Groupe III A.* Ce groupe contient le scandium, l'yttrium, les lanthanides et les actinides. Ce sont des éléments de transition (voir p. 127), très électropositifs et très réactifs. La valence la plus fréquente est III ; elle peut être variable. Ces métaux forment habituellement des composés par liaison covalente.

● *Groupe III B.* Si l'on veut bien se reporter au tableau de Mendeleev, on observera que ce groupe contient un non-métal, le bore (voir ci-dessous, p. 137). Les autres éléments du groupe sont métalliques : aluminium, gallium, indium et thallium.

— L'aluminium est trivalent ; c'est un métal très électropositif, qui s'oxyde spontanément à froid pour donner l'*alumine*, Al_2O_3. Il possède des propriétés réductrices et donne des sels facilement hydrolysables. Son point de fusion n'est pas très élevé (660 °C).

— Les trois autres métaux du groupe ont tendance à former des liaisons par covalence plutôt que des liaisons ioniques. Ils ont des points de fusion bas et des points d'ébullition élevés. Le thallium est plus stable avec la valence I et le gallium peut être bivalent. Ces métaux réagissent surtout avec les halogènes (fluor, chlore) pour former des halogénures plus ou moins ionisés.

Groupes IV A et IV B.

● *Groupe IV A.* C'est le groupe du titane, du zirconium et du hafnium. La couche périphérique porte deux électrons et l'avant-dernière couche 10 électrons. Ces éléments ont donc tendance à perdre 2 + 2 électrons, pour ramener l'avant-dernière couche à 8 électrons : ils sont, en principe, *tétravalents* (valence = IV). Le point de fusion de ces éléments est élevé et ils ont beaucoup d'affinité avec l'oxygène, l'azote et le carbone (d'où la difficulté de les préparer à l'état pur). Le titane et le zirconium, en raison de cette affinité, sont employés pour le « nettoyage » (*scavenging*) des aciers (ils fixent les impuretés gazeuses).

Ces métaux forment tous un grand nombre de complexes, surtout avec les éléments coordinateurs appelés *ligands* contenant de l'oxygène.

● *Groupe IV B.* Ce groupe contient deux non-métaux (carbone et silicium ; voir p. 137) et trois

Groupes VI A et VI B.

● *Le groupe VI A* est celui du chrome, du molybdène et du tungstène. Le chrome présente les valences II, III et VI ; avec la valence III (la plus stable), il ressemble à l'aluminium. Il donne deux séries de sels : les sels chromeux (chrome bivalent), bleus, très oxydables, et les sels chromiques (chrome trivalent), violets ou verts. Avec la valence VI, il joue dans les composés le rôle d'un non-métal pour donner l'anhydride chromique CrO_3 et les chromates (exemple le chromate de potassium : K_2CrO_4) qui sont des sels de teinte jaune.

Le molybdène (valences II à VI) donne : à la valence III des oxydes et hydroxydes basiques ; à la valence IV : le bisulfure de molybdène (minerai naturel) et des tétrahalogénures ; à la valence V un pentachlorure : $MoCl_5$. L'acide molybdique, au contraire de l'acide chromique, n'est pas oxydant et l'on peut obtenir des molybdates.

Le tungstène a des propriétés très semblables. Avec le molybdène il entre dans des composés très réfractaires.

● *Le groupe VI B* ne contient qu'un seul métal, le *polonium.* C'est un élément instable obtenu sous la forme de l'isotope 210 par bombardement neutronique du bismuth 209 (demi-vie : 138,4 jours ; le polonium 209 a une demi-vie de 100 ans).

Groupe VII A.

Ce groupe comprend le manganèse, le technétium et le rhénium. Le technétium est instable et n'est connu que dans les expériences de la radioactivité. Le rhénium ressemble au manganèse, mais il est plus instable que ce dernier aux valences inférieures.

Le manganèse joue un rôle important dans de nombreux alliages et composés. Son affinité pour l'oxygène explique son intérêt dans la fabrication des aciers purs ; on utilise aussi un alliage de cuivre et de manganèse (la *manganine*) dont la résistivité est indépendante de la température. Le manganèse présente les valences I à VII, les plus stables étant : II, IV et VII.

Pour $n = 2$, il est basique et donne des *sels manganeux* : $MnCl_2$ (résultat de l'action de l'acide chlorhydrique sur le bioxyde de manganèse, MnO_2) ; le sulfate de manganèse $MnSO_4$. Les sels manganeux donnent un hydroxyde $Mn(OH)_2$ par addition de l'alcali ; le bioxyde de manganèse donne un manganate :

Groupe VIII.

C'est le groupe des métaux dits *ductiles*, c'est-à-dire qui peuvent être étirés sans se rompre facilement.

● *Le fer, le cobalt et le nickel.* Ces trois éléments appartiennent à la quatrième période ; leur couche périphérique *N* contient deux électrons, ce qui leur permet de présenter la valence II. Mais leur avant-dernière couche *M* contient 14 électrons dans le cas du fer, 15 dans le cas du cobalt et 16 dans le cas du nickel (alors qu'elle est normalement saturée à 18 électrons), d'où des variations possibles de la valence. Le fer est unique par ses propriétés magnétiques, et il est beaucoup plus réactif que le cobalt ou le nickel ; il décompose la vapeur d'eau en rouge, et donne *l'oxyde magnétique* Fe_3O_4 (pierre d'aimant naturelle). L'oxyde le plus répandu est *l'oxyde ferrique* Fe_2O_3, qui donne, par réduction, *l'oxyde ferreux* FeO. Le fer ferreux est plus stable à l'état ionisé ; le fer ferrique est plus stable quand il agit par covalence.

1 - Le fer présente les valences II (fer ferreux) et III (fer ferrique) ; les sels ferreux sont verts en solution, les sels ferriques sont jaunes ou bruns ; on passe des premiers aux seconds par oxydation et des seconds aux premiers par réduction.

2 - Le cobalt présente aussi les valences II et III ou même IV (dans des complexes) ; les sels de cobalt sont roses. Le cobalt a des propriétés intermédiaires entre celles du fer et du nickel.

3 - Le nickel a pour valence principale II (sels nickeleux, verts, non toxiques) ; on le rencontre aussi avec les valences I et III ; c'est une substance peu oxydable (d'où son utilisation en revêtement : nickelage) et qui résiste mieux que les deux autres métaux de la triade à l'attaque des acides.

● *Les autres métaux du groupe* présentent des valences variées, entre I et VIII ; pour le ruthénium, le rhodium, le palladium, l'osmium et l'iridium, voir le tableau p. 134, ainsi que pour le platine dont on retiendra que c'est un catalyseur très actif sous la forme de *mousse de platine* et de *noir de platine*.

LES GAZ NOBLES ET LES NON-MÉTAUX.

Les gaz nobles (groupe 0).

Les *gaz nobles* sont des éléments dont la dernière couche est saturée ou pseudo-saturée (avec 2 électrons pour l'hélium, avec 8 électrons pour les cinq autres gaz de ce groupe qui sont, par ordre de numéros atomiques croissants : le néon, l'argon, le krypton, le xénon et le radon). Les atomes de ces gaz n'ont à peu près aucune affinité chimique : ils ne donnent que rarement un composé stable. On dit qu'ils sont *inertes* chimiquement. Tous ces gaz sont monoatomiques (1 atome par molécule). Leur absence de réaction, conséquence de leur grande stabilité de structure, présente un grand intérêt pratique (remplissage d'ampoules électriques ou de tubes à gaz raréfié, soudure de métaux facilement oxydables sous atmosphère inerte, etc.). Il faut remarquer cependant que leur inertie n'est pas absolue ; on a obtenu récemment (1963) des composés stables comme le tétrafluorure de xénon, le tétrafluorure de krypton et le complexe X_2^+ $(PtFe_6)^-$ qui est un ferroplatinate.

Les non-métaux.

Ce sont tous des corps électronégatifs, qui ont tendance à fixer des électrons et à devenir des *anions*. Ils sont répartis entre les groupes III B à VII B de la classification de Mendeleev. On se reportera, pour les informations concernant leurs propriétés physiques, au tableau p. 134.

Groupe III B.

Le seul non-métal de ce groupe est le bore (trivalent). C'est un réducteur, ayant une forte affinité pour l'oxygène. Il forme aussi des composés stables avec de nombreux métaux (borures) et de nombreux complexes, comportant des liaisons avec l'oxygène, l'azote et le carbone. Principaux composés minéraux : l'anhydride borique B_2O_3 qui donne l'acide borique ordinaire $B(OH)_3$ par hydratation. Par action de l'eau oxygénée on obtient le perborate de sodium $NaBO_3$.

Groupe IV B.

Ce groupe contient deux non-métaux : le carbone et le silicium.

● *Le carbone* est tétravalent. Il présente de faibles propriétés électronégatives (formation du méthane CH_4 par hydrogénation ; formation de carbures métalliques tels CaC_2 ou Fe_3C_2) et d'importantes propriétés électropositives (pouvoir réducteur), puisqu'il a une grande affinité pour l'oxygène :

$$C + \frac{1}{2} O_2 \rightarrow CO + 123\,000 \text{ J} ;$$
$$C + O_2 \rightarrow CO_2 + 408\,550 \text{ J} .$$

CO est la formule de l'oxyde de carbone ; CO_2 est celle du dioxyde de carbone, communément appelé gaz carbonique. Le premier est un gaz de faible stabilité aux basses températures et un réducteur énergique ; le second est un composé très stable, qui possède des propriétés acides et qui donne, avec les bases, des sels métalliques tels que CO_3Ca, CO_3Na_2, etc. Ces sels correspondent à un acide hypothétique H_2CO_3, l'acide carbonique.

Les carbonates dérivant de cet acide peuvent être acides (s'ils contiennent un atome d'hydrogène) ou neutres. Exemples : CO_3Na_2 est le carbonate neutre de sodium et CO_3HNa le carbonate acide de sodium.

Le rôle capital du carbone dans la chimie des êtres vivants est étudié p. 138.

● *Le silicium* apparaît naturellement dans la *silice* SiO_2, constituant du quartz, des silex, de l'agate, etc. La silice est l'anhydride d'un acide hypothétique H_2SiO_3 qui fournit des sels appelés *silicates* : K_2SiO_3, $CaSiO_3$, etc. Avec l'acide fluorhydrique HF on a l'importante réaction :

$$SiO_2 + 4\,HF \rightleftarrows SiF_4 + 2\,H_2O .$$

SiF_4 (tétrafluorure de silicium) est un gaz décomposable à l'eau.

Groupe V B.

C'est le groupe de l'azote, du phosphore et de l'arsenic.

● *L'azote* (78 % de l'air atmosphérique) est un gaz diatomique (N_2), trivalent, peu réactif. Il donne l'ammoniac NH_3 par action de l'hydrogène, et son oxydation fournit l'oxyde nitrique NO. De l'oxyde nitrique on passe, par hydratation, à l'acide azotique HNO_3 :

$$2\,NO + 3/2\,O_2 + H_2O \rightarrow 2\,HNO_3 .$$

Dans la nature, l'acide nitrique provient de l'oxydation de l'ammoniac. L'acide nitreux HNO_2 est un acide faible très instable qui s'oxyde facilement pour donner l'acide nitrique. Les sels des deux acides sont des nitrites (à partir de l'acide nitreux) et des nitrates. On appelle *nitrification* la chaîne de réactions :

$$N \rightarrow NO \rightarrow HNO_2 \rightarrow \text{nitrites} \rightarrow \text{nitrates} .$$

L'acide nitrique, fumant à l'air libre, est un acide fort, très oxydant (il attaque tous les métaux sauf l'or et le platine). Nous verrons son rôle en chimie organique (voir *benzène*, p. 151).

Quant aux oxydes d'azote, ce sont le protoxyde d'azote N_2O, le bioxyde d'azote ou oxyde nitrique NO, le peroxyde d'azote NO_2.

● *Le phosphore* a pour valence III ou V ; le phosphore ordinaire est blanc ; le phosphore rouge est un mélange plus stable.

C'est un corps électropositif (P^{3+} ou P^{5+}), qui peut réagir avec le chlore ou l'oxygène pour donner notamment : des chlorures de phosphore Cl_3P ou Cl_5P et l'anhydride phosphorique P_2O_5 (avec le phosphore pentavalent). Mais c'est surtout un corps électronégatif (P^{3-}), qui donne l'hydrogène phosphoré H_3P et des phosphures métalliques (exemple : Ca_3P_2 : phosphure de calcium).

Parmi les composés du phosphore, on citera :
— les acides phosphoreux (H_3PO_3), phosphorique (H_3PO_4), hypophosphoreux (H_3PO_2, réducteur), métaphosphorique HPO_3 ;
— les phosphates, obtenus à partir de l'acide phosphorique ordinaire, en remplaçant un, deux ou trois atomes d'hydrogène par un métal.

● *L'arsenic* est un corps qui possède des propriétés électronégatives (il donne des arséniures avec les métaux du groupe I A et II A), et des propriétés électropositives (il se comporte alors comme un métal, notamment avec la valence III ou V et donne par exemple des chlorures d'arsenic $AsCl_3$ ou $AsCl_5$).

Lorsqu'il se comporte comme un non-métal, l'arsenic donne l'anhydride arsénieux As_2O_3, l'acide arsénieux H_3AsO_3 et des sels appelés arsénites. En oxydant As_2O_3 par voie humide, on obtient l'acide arsénique H_3AsO_4 et les sels appelés arséniates.

Groupe VI B.

Ce sont des éléments fortement électronégatifs, bivalents ; combinés avec des éléments plus électronégatifs qu'eux, leur valence électropositive peut atteindre VI. Plus le numéro atomique est grand, plus les propriétés métalliques de ces éléments sont nettes.

● *Oxygène.* Il représente environ 20 % du volume d'air atmosphérique ; il existe à l'état combiné dans l'eau et dans de nombreux composés, minéraux ou organiques. Après le fluor, c'est le plus électronégatif des éléments. L'oxygène est naturellement diatomique (O_2) ; sous l'action des rayons ultraviolets, il devient triatomique (ozone : O_3). Combiné à l'hydrogène, l'ozone donne l'*eau oxygénée* H_2O_2.

La fixation d'oxygène par un autre élément est un exemple type d'oxydation (voir p. 133). Le phénomène peut être lent ou rapide, avec ou sans flamme. Principaux composés :

— eau ordinaire : H_2O et eau oxygénée H_2O_2 ;
— oxydes métalliques : CaO, MgO, Al_2O_3, Fe_3O_4, ZnO, etc. ;
— bases (hydroxydes), obtenues par l'action de l'eau sur les oxydes métalliques :

$$Na_2O + H_2O \rightarrow 2\,NaOH .$$

● *Soufre.* Il existe dans la nature à l'état libre ou à l'état combiné (sulfates). On connaît plusieurs variétés dites allotropiques (soufre ordinaire, soufre mou, soufre colloïdal, etc.).

— Propriétés électronégatives : le soufre, bivalent, se combine à l'hydrogène, aux métaux et aux non-métaux électropositifs pour donner notamment l'hydrogène sulfuré (H_2S), le sulfure de fer (FeS), la pyrite (FeS_2), le sulfure d'aluminium (Al_2S_2), le sulfure de carbone (S_2C).

— Propriétés électropositives : fixation de l'oxygène, donnant successivement l'anhydride sulfureux (SO_2) et l'anhydride sulfurique (SO_3), qui donnent, par hydratation, l'acide sulfureux (H_2SO_3) et l'acide sulfurique (H_2SO_4), qui est un acide fort.

— Les sulfates et les sulfites sont, pour la plupart, des sels solubles (exception notable : le sulfate de plomb).

● *Sélénium et tellure.* Le sélénium donne les mêmes réactions que le soufre, mais elles sont moins nettes. Le bioxyde (SeO_2) donne l'acide sélénieux. Avec le fluor, on obtient l'hexafluorure de sélénium (stable), de formule SeF_6.

Le tellure donne un bioxyde (TeO_2) et un trioxyde (TeO_3) et des acides tellureux et tellurique. L'acide normal libre est $Te(OH)_6$; il donne des sels et des esters organiques ; c'est un acide faible.

Groupe VII B.

Tous les éléments de ce groupe sont des non-métaux ; on les nomme *halogènes* parce qu'ils donnent facilement naissance à de nombreux sels (en grec : *hals* = « sel ») binaires. La dernière couche de ces halogènes contient 7 électrons : ils sont donc très fortement électronégatifs et monovalents. Ce sont des corps très réactifs dont les quatre premiers (fluor, chlore, brome, iode) sont très communs ; le cinquième, très instable, est l'*astate* (terme qui signifie étymologiquement « instable »), il a été connu par la radioactivité.

● *Le chlore* est l'halogène type. Voici les principales réactions que fournit ce gaz.

— Action de l'hydrogène : formation d'acide chlorhydrique (catalyseur : la lumière) :

$$H_2 + Cl_2 \rightarrow 2\,HCl + 92\,930 \text{ J} .$$

— Réduction de l'eau :

$$2\,H_2O + 2\,Cl_2 \rightleftarrows 4\,HCl + O_2 - 123\,000 \text{ J} .$$

— Action ionique :

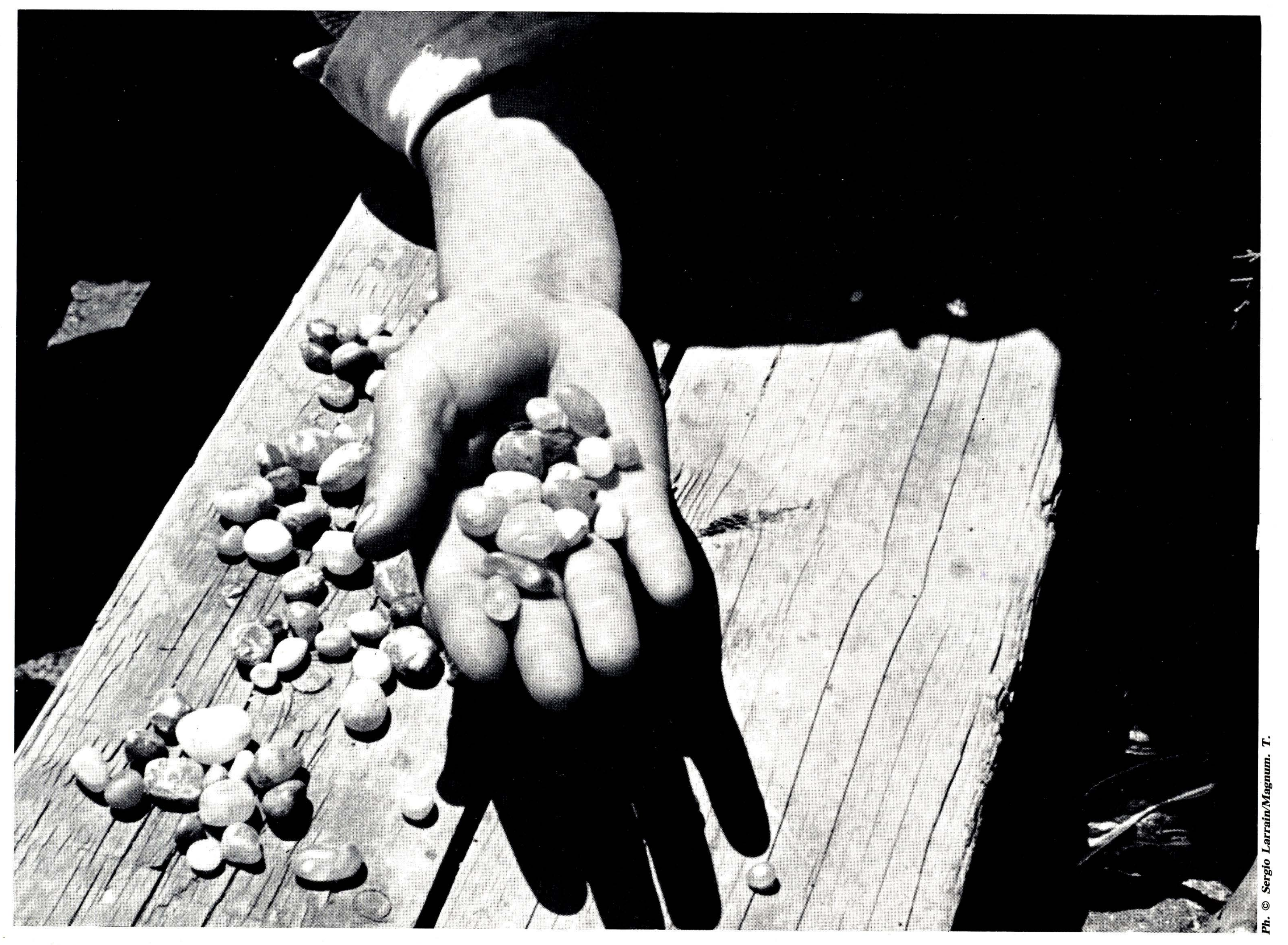
$$ClCl + HOH \rightleftarrows HCl + HClO \text{ (acide hypochloreux)} .$$

— Oxydation d'un corps X :

$$X + \text{chlore} + \text{eau} \rightarrow X \text{ oxydé} + \text{acide chlorhydrique} .$$

— Formation de nombreux chlorures métalliques : NaCl, $CaCl_2$, $FeCl_3$, etc.
— Nombreuses réactions de substitution à l'hydrogène en chimie organique.
— Sels ternaires : hypochlorites (ion ClO^-), chlorates (ClO_3^-), etc.
— Aux chlorates correspond l'acide chlorique $HClO_3$.

● *Le brome, l'iode et le fluor* ont à peu près les mêmes réactions (les sels sont des bromures, des iodures, des fluorures, etc.). Le fluor existe à l'état naturel sous forme de fluorure de calcium CaF_2 ; l'iode est un solide, soluble dans les solvants organiques ; le brome est le seul non-métal qui soit liquide dans les conditions ordinaires.



Voici une poignée de diamants bruts qui, une fois taillés, brilleront de tous leurs feux. Le diamant n'est autre qu'une variété cristalline de carbone pur, dont le système de cristallisation est cubique. Les composés du carbone sont extrêmement nombreux et se rencontrent principalement dans la substance des organismes vivants ou dans les produits qu'ils élaborent : on a donc appelé chimie organique la chimie des composés du carbone, mais les lois qui la régissent sont les mêmes que celles de la chimie organique (« minérale » selon l'ancienne terminologie).

CHIMIE ORGANIQUE

GÉNÉRALITÉS.

Qu'est-ce que la chimie organique ?

La chimie du carbone.

Jusqu'au milieu du XIXe siècle environ, on a cru que les substances des corps inertes, dites *minérales,* et les substances composant ou produites par les êtres vivants, dites *organiques,* étaient de natures différentes. On pensait que les dernières exigeaient la présence d'un mystérieux « principe vital », sans lequel elles ne pouvaient se former. Cette distinction entre un monde minéral et un monde organique sans aucune communication a été abandonnée, et cela pour plusieurs raisons.

1 - Parce qu'on a réussi à fabriquer par synthèse, à partir des corps simples les constituant, des substances organiques (synthèse de l'urée par F. Wöhler, en 1828 ; synthèse de l'acétylène par Marcelin Berthelot en 1860).

2 - Parce que la chimie des structures a largement établi l'*unité de la matière*, quelle que soit son origine.

3 - Parce qu'on a mille fois montré que l'inorganique et l'organique s'interpénètrent à tous les niveaux. Dans un organisme, il y a de nombreuses substances minérales : eau, ions métalliques (Na^+, K^+ Fe^{2+}, Fe^{3+}, Mg^{2+}, etc.), carbonates, phosphates, etc.). Les progrès énormes de la synthèse chimique permettent de fabriquer les produits organiques les plus divers, depuis les hormones synthétiques jusqu'au *nylon*, au *tergal* ou au *plexiglas*.

C'est pourquoi, à la question : « Qu'est-ce que la chimie organique ? », on doit répondre, non pas en l'opposant à la chimie inorganique, mais en la définissant comme la *chimie des composés du carbone*. Celle-ci a une place à part dans la chimie en général, parce qu'il se trouve que le carbone forme la majeure partie de la matière vivante — qui nous intéresse au premier chef — et qu'il est le seul élément capable de constituer des chaînes atomiques longues et stables.

Liaisons du carbone.

Commençons donc par décrire la structure de l'atome de carbone. Le carbone, de symbole C, est un élément de numéro atomique $Z = 6$; son noyau contient donc 6 protons. La majeure partie du carbone naturel (98,9 %) est composée de noyaux de carbone 12, contenant donc 6 protons et 6 neutrons. C'est ce carbone qui constitue l'étalon de masse atomique. Il existe aussi à l'état naturel, mais en quantités infimes, du carbone 14, à 8 neutrons, radioactif.

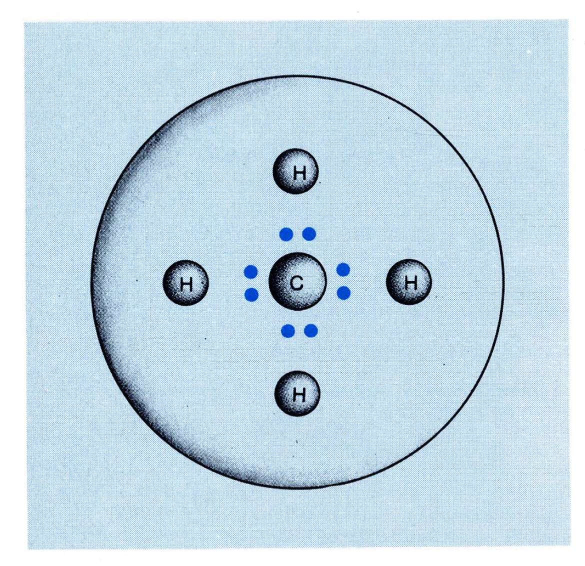
Les six électrons du carbone sont répartis en deux couches : il y en a 2 sur la couche *K*, saturée, et 4 sur la couche *L* : deux sur la sous-couche 2*s* et deux sur la sous-couche 2*p*. D'où la formule électronique :

$$[1s^2,\ 2s^2,\ 2p^2]\,.$$

La couche périphérique *L* n'étant pas saturée, le carbone peut *théoriquement* soit perdre ses quatre

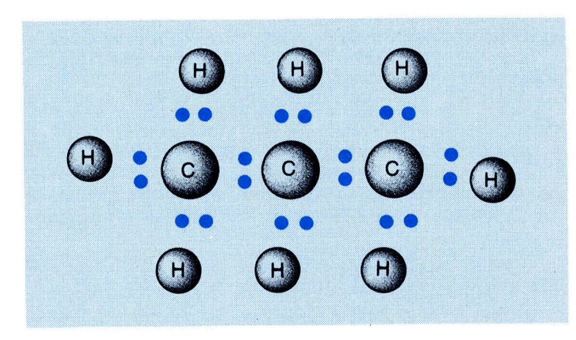
électrons périphériques et devenir l'ion C^{4+}, soit saturer sa couche périphérique en gagnant quatre électrons et devenir l'ion C^{4-}. Cependant ni l'une ni l'autre de ces deux modifications ne se produit car il en est d'autres, beaucoup moins coûteuses énergétiquement, qui se réalisent avant elles, favorisant des liaisons par covalence, c'est-à-dire des *liaisons atomiques,* beaucoup plus stables que les liaisons ioniques.

Prenons l'exemple de la liaison carbone-hydrogène. Chaque atome d'hydrogène contient un électron périphérique : cet électron va se fixer sur la couche *L* du carbone, et s'apparier avec un des quatre électrons qu'elle contient ; comme il y a quatre électrons sur la couche *L,* l'appariement peut se faire quatre fois. Finalement, l'atome de carbone fixera quatre atomes d'hydrogène et il se formera une molécule CH_4 (*méthane*). La liaison est atomique, c'est-à-dire que ni H ni C ne sont ionisés (donc CH_4 n'est pas un électrolyte).



Liaison atomique entre le carbone et l'hydrogène. Les électrons du carbone sont en bleu foncé ; ceux de l'hydrogène en bleu clair.

Les atomes de carbone peuvent aussi être liés entre eux par le même type de liaison. La *liaison carbone-carbone* (liaison C—C) est très forte ; lorsqu'elle se répète sur plusieurs atomes, elle permet la formation d'une *chaîne carbonée,* ossature de tout composé organique.



La liaison carbone-carbone : c'est une liaison atomique très forte, qui aboutit à la constitution de chaînes carbonées qui sont les « squelettes » stables des molécules organiques. Ici, on a une chaîne à trois carbones, chaque carbone ayant fixé un nombre maximal d'atomes d'hydrogène.

Les formules de la chimie organique.

Remarques générales.

Les composés inorganiques sont généralement formés d'un petit nombre d'atomes, et leurs formules sont relativement *simples*: AgCl, H_2SO_4, Fe_2O_3, etc. Les composés organiques peuvent contenir des dizaines, des centaines, des milliers ou même des millions d'atomes (dans le cas des molécules géantes). Par exemple, certaines molécules d'*amidon* sont formées, essentiellement, d'environ 60 000 atomes de carbone, 10 000 atomes d'hydrogène et 5 000 atomes d'oxygène. Il serait à peu près sans intérêt d'écrire que la formule d'une telle molécule est :

$$C_{60\,000}H_{10\,000}O_{5\,000}\,.$$

En effet, l'étude de l'amidon montre qu'il s'agit d'une substance dont les molécules géantes sont composées d'unités moléculaires, un peu comme un collier est composé de perles liées les unes aux autres. Chaque « perle » du collier d'amidon a pour formule $C_6H_{10}O_5$, et l'on écrit la formule des amidons sous la forme :

$$(C_6H_{10}O_5)^n\,,$$

n pouvant être égal à un nombre supérieur à 1 000 (dans notre exemple arbitraire, $n = 10\,000$).

Plus généralement, un composé organique peut être décrit sommairement de plusieurs façons.

— La *formule brute* indique simplement le nombre d'atomes de carbone, d'hydrogène, d'oxygène, etc., qui constituent sa molécule. Cette formule nous renseigne très peu sur la structure intime du composé considéré.

— La *formule développée plane* est beaucoup plus intéressante. Le principe consiste à écrire le carbone sous la forme suivante :

```
  |
—C— .
  |
```

Les quatre traits représentent les quatre valences du carbone (covalences), qui permettent la fixation de quatre atomes monovalents par exemple. Le composé CH_4 s'écrit alors :

```
   H
   |
H—C—H .
   |
   H
```

Cette écriture nous montre, au passage, qu'*il ne peut pas exister* un corps de formule CH_5, puisqu'il ne reste plus de valence libre pour un cinquième atome d'hydrogène. Avec ce système de représentation, la liaison carbone-carbone se figure ainsi :

```
  |  |
—C—C—
  |  |
```

(les deux atomes de carbone, tétravalents, mettent une valence en commun : il leur reste trois valences libres à chacun).

— La *formule développée dans l'espace* peut donner des informations plus précises encore sur la structure d'un composé (voir ci-dessous, p. 140).

— Le *nom* du composé déterminé par les règles édictées par l'*Union Internationale de Chimie pure et appliquée* (UICPA selon le sigle français, IUPAC selon le sigle anglo-saxon) décrit avec rigueur la formule développée, comme nous le verrons par la suite.

Écriture des formules.

● *Notation de Lewis.* (Lewis a élaboré la notion de covalence vers 1916). On représente un atome de carbone en indiquant par des points les quatre électrons de sa couche périphérique :

```
 .
·C· .
 ·
```

La liaison par covalence entre deux atomes de carbone s'écrit alors :

```
 ·     ·      ·  ·
·C· + ·C· → ·C:C· .
 ·     ·      ·  ·
```

La fixation de quatre atomes d'hydrogène par un atome de carbone s'écrit :

```
   H
H :C: H
   H
```

Cette *notation de Lewis* souligne la nature des liaisons atomiques.

● *Formules développées.* On utilise plus généralement la notation par formules développées, en mettant en évidence non pas les électrons appariés ou destinés à être appariés mais les valences disponibles, permettant des liaisons (chaque liaison correspond à la constitution d'un *doublet* électronique. comme on l'a expliqué p. 126).

Considérons donc la liaison carbone-carbone, dont l'importance est capitale. Pour cela, figurons deux atomes de carbone et numérotons leurs valences : 1, 2, 3, 4 pour le premier et 1′, 2′, 3′, 4′ pour le second. La *liaison simple* peut se faire, par exemple, par les valences 2 et 2′, les autres restant libres :

```
   1         1′               1    1′
4—C—2   2′—C—4′   →   4—C2·2′C—4′
   3         3′               3    3′
```

On peut fixer sur chaque valence libre un atome d'hydrogène et obtenir une molécule d'*éthane* (C_2H_6) dont la formule développée est :

```
   H  H
   |  |
H—C—C—H
   |  |
   H  H
```

On peut aussi relier les deux atomes de carbone par les valences 2 et 2′ et les valences 1 et 1′, on dit qu'il y a une *double liaison.* Il ne reste alors que deux valences libres par carbone ; si nous les saturons avec des atomes d'hydrogène, on obtient la molécule d'un corps appelé *éthylène* (C_2H_4) :

```
H—C=C—H
   |  |
   H  H
```

(le double trait représente la double liaison). De même, on peut aussi engager les valences 3 et 3′ et constituer entre les deux atomes de carbone une *triple liaison,* comme dans l'*acétylène* (C_2H_2) :

```
H—C≡C—H
```

● *Caractères des formules développées.* Un composé organique a pour ossature une *chaîne carbonée,* c'est-à-dire un grand nombre d'atomes de carbone liés entre eux par des liaisons simples, doubles ou triples. Ces chaînes peuvent être de trois sortes : *linéaires, ramifiées* ou *cycliques.*

— Les chaînes linéaires et ramifiées se rencontrent chez tous les composés organiques constituant la *série grasse,* ainsi nommée parce que les acides entrant dans la composition des graisses en font partie. Les exemples donnés ci-dessus sont des exemples de chaînes linéaires à deux carbones ; voici un exemple de chaîne ramifiée à 11 carbones.

```
          |
        —C—
          |
        —C—
  |  |  |  |  |
—C—C—C—C—C=C
  |  |  |  |  |
             C—
             ‖
             C—
             |
           —C—
             |
```

Exemple de chaîne ramifiée.

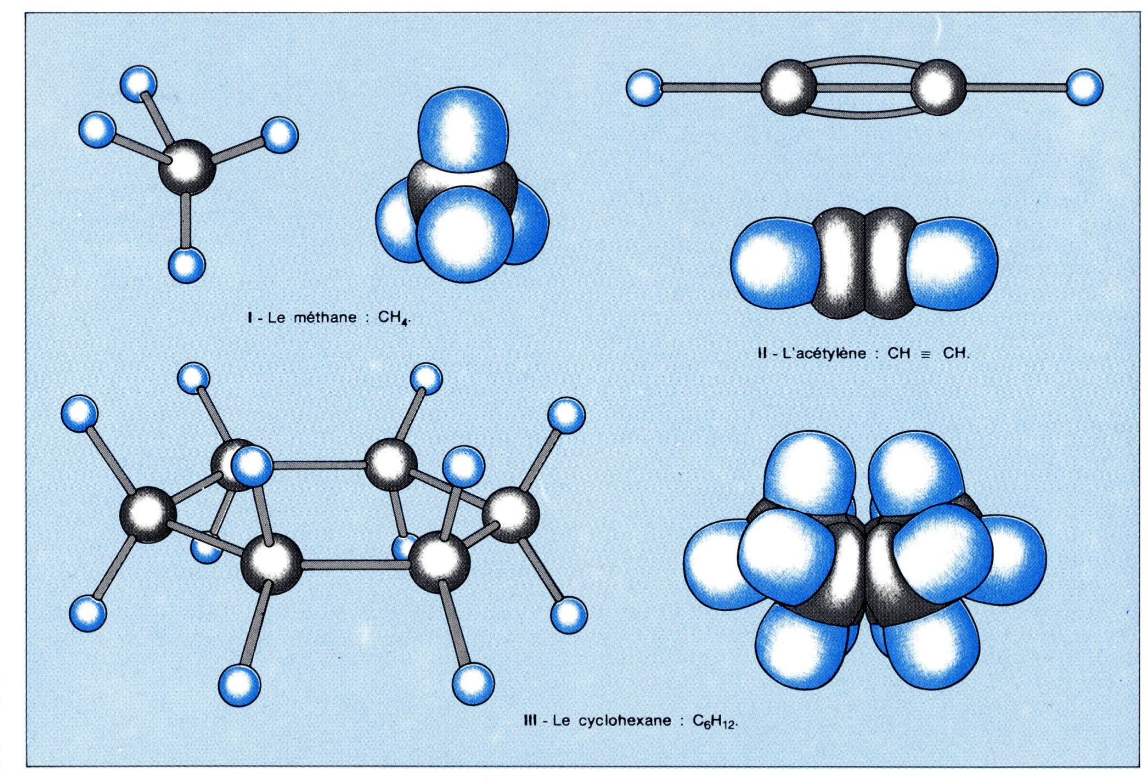
Observer : 1° l'existence d'une chaîne principale portant deux ramifications ; 2° le nombre de carbones (chaîne à 11 carbones) ; 3° l'existence de deux doubles liaisons. Sur chacune des valences libres des atomes de carbone peuvent se fixer des atomes ou des groupements d'atomes monovalents.

— Les chaînes cycliques se referment sur elles-mêmes, comme un serpent qui se mord la queue. Elles se rencontrent chez les composés de la *série aromatique,* ainsi nommée parce que de nombreuses substances parfumées (« essences ») en font partie. La chaîne cyclique la plus connue est celle du *benzène,* décrite sur la figure ci-après.

I II III

***Une chaîne cyclique importante : celle du benzène** (C_6H_6).*

***Il y a six carbones, reliés deux à deux par une double liaison (I). Chaque carbone a donc deux valences pour un carbone voisin, une valence pour l'autre carbone voisin, et une valence pour un atome d'hydrogène. Quand cette chaîne hexagonale apparaît telle quelle dans une formule, on l'écrit comme en II, sans lettres, par convention. Quand un atome d'hydrogène est remplacé par un atome ou un groupement d'atomes monovalents, on mentionne simplement ce groupement** X **à la place qu'il occupe dans la molécule. Ainsi, dans la formule III, il n'y a plus que 5 atomes d'hydrogène, le sixième ayant été remplacé par** X. **La formule brute (= globale) de I est** C_6H_6 ; **celle de III est :** C_6H_5X.*



Modèles « éclatés », à tiges, et modèles compacts de molécules organiques.
I — Méthane.
II — Acétylène (le modèle compact ne permet pas de voir la triple liaison, mais elle est présente grâce à trois boutons-pression invisibles de l'extérieur).
III — Un hydrocarbure cyclique : le cyclohexane, de formule brute** C_6H_{12}. **Les sphères sombres représentent les atomes de carbone, les petites sphères bleues, les atomes d'hydrogène.

Ajoutons quelques remarques à tout cela.

1 - Il existe des chaînes mixtes (plusieurs noyaux cycliques sur lesquels se greffent des chaînes linéaires ou ramifiées).

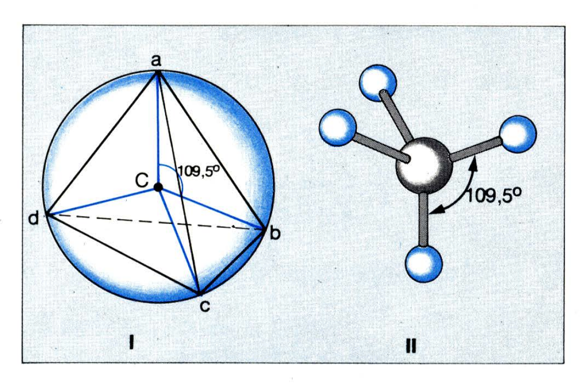
2 - Les valences libres de chaque carbone peuvent fixer des atomes (H, Cl, Na, etc.) ou des groupements d'atomes. Certains groupements dits *fonctionnels* caractérisent des fonctions chimiques typiques (fonction alcool, fonction acide organique, etc. ; voir p. 141, ci-après).

3 - Les formules développées sont encombrantes : dans certains cas on peut utiliser des formules *semi-développées* qui mettent en évidence la nature des liaisons et les groupements fonctionnels. On écrira par exemple CH_3-CH_3 pour l'éthane, $CH_2=CH_2$ pour l'éthylène et $CH\equiv CH$ pour l'acétylène.

Formules dans l'espace et stéréochimie.

Modèles à trois dimensions.

● *Modèles moléculaires dans l'espace.* Les progrès de l'analyse chimique depuis le XIX[e] siècle ont permis d'aller plus loin encore, et de déterminer la position *dans l'espace* des atomes composant une molécule. Ainsi, lorsque quatre atomes monovalents quelconques, que nous désignerons par la lettre X, sont liés à un atome de carbone, ils sont disposés aux quatre sommets d'un tétraèdre régulier dont le carbone occupe le centre (un tétraèdre régulier est un solide dont les quatre faces sont des triangles équilatéraux : c'est une *pyramide régulière*).



I — Tétraèdre régulier inscrit dans une sphère : le carbone est au centre de la sphère, à égale distance des quatre sommets du tétraèdre,** a, b, c **et** d. **Les angles** aCd, aCb, **etc. sont tous égaux à 109,5°.
II — Modèle représentant la molécule de** CX_4, X **étant un atome monovalent (dans le cas du méthane,** X **est un atome d'hydrogène).

Il est possible de reconnaître, par des moyens que nous n'expliquerons pas ici, la conformation spatiale des molécules et de construire, par conséquent, des *modèles moléculaires* à l'aide de petites boules de couleurs différentes, figurant les atomes, et de tiges qui les relient et qui représentent les *valences.* Comme on vient de le voir à propos du carbone, la direction de ces tiges est importante, elle permet de parler d'*angles valenciels* (dans le cas du carbone, tous les angles valenciels sont égaux à 109,5°).

● *Modèles compacts.* Les modèles à tige sont très clairs, mais ils donnent une fausse image de la réalité, car les distances relatives entre les atomes sont très petites. En fait, les atomes sont presque « collés » les uns aux autres. On a donc conçu des *modèles compacts* en remplaçant les tiges par des boutons-pression : on obtient des résultats dans le genre de ceux qui sont proposés sur les schémas ci-dessus.

L'isomérie.

● *Définition.* On appelle *isomères* des composés qui ont même formule brute, mais dont les atomes sont organisés différemment dans l'espace ; le phénomène correspondant est l'*isomérie* (en grec, *isos* = « égal » et *meros* = « partie » : deux corps isomères ont les « mêmes parties » différemment assemblées).

Par exemple, on connaît un composé à chaîne linéaire de formule brute C_4H_{10}, appelé *butane.* Sa formule semi-développée est :

$$CH_3-CH_2-CH_2-CH_3\ .$$

D'autre part il existe un composé possédant, en gros, les mêmes propriétés que le butane linéaire, de même formule brute C_4H_{10}, mais dont la chaîne est ramifiée :

$$CH_3-\overset{\overset{\displaystyle CH_3}{|}}{CH}-CH_3\ .$$

Ce butane ramifié est un *isomère* du butane linéaire. Dans la nomenclature de l'UICPA, le butane « normal » (linéaire) est appelé *n-butane* (« *n* » pour « normal ») et son isomère est l'*isobutane.*

● *L'isomérie optique.* Rappelons qu'une lumière est dite *polarisée* lorsque les vibrations lumineuses ne se propagent que dans un seul plan, dit *plan de polarisation* (voir en *Optique ondulatoire,* p. 73) ; on obtient de la lumière polarisée en faisant tomber un faisceau lumineux sur un spath d'Islande par exemple, ou sur un dispositif polariseur quelconque.

Si l'on fait tomber un faisceau de lumière polarisée sur un échantillon de substance organique, on constate parfois qu'après passage à travers la substance la lumière transmise ne vibre plus dans le même plan. On dit qu'il y a eu *rotation du plan de polarisation* et que la substance organique en cause est *optiquement active.* Ce *pouvoir rotatoire* de la substance peut être mesuré par l'angle α dont tourne le plan de polarisation de la lumière et le sens de la rotation. La substance est dite *lévogyre* si la rotation a lieu vers la gauche et *dextrogyre* si elle a lieu vers la droite.

Tous les composés carbonés ne sont pas optiquement actifs. L'expérience et la théorie montrent que la rotation du plan de polarisation n'a lieu que si la molécule du composé est telle qu'elle ne puisse se superposer à son image dans un miroir. Le cas le plus fréquent et le plus important est celui de molécules possédant un atome de carbone lié à quatre atomes ou groupements différents et qu'on appelle un *carbone asymétrique.*

Voici un exemple : l'aldéhyde glycérique, un corps important en chimie organique, a pour formule :

$$CHO-\underset{\underset{\displaystyle OH}{|}}{\overset{\overset{\displaystyle H}{|}}{C}}-CH_2OH$$

Le carbone central, lié à quatre groupements différents, est asymétrique, donc ce composé est optiquement actif. Toutefois l'expérience prouve qu'il existe deux types de molécules d'aldéhyde glycérique : les unes dévient le plan de polarisation vers la droite et les autres vers la gauche. Cela tient à une disposition dans l'espace différente des groupements liés au carbone asymétrique. On parle donc d'aldéhyde D-glycérique (dextrogyre) et d'aldéhyde L-glycérique (lévogyre), et ces composés sont dits *isomères optiques,* ou encore *énantiomorphes.*

De nombreuses substances sont en fait un mélange de molécules énantiomorphes ; leur action optique statistique est nulle. Un tel mélange est appelé un *racémique.*

La spectroscopie en chimie organique.

Spectres d'absorption.

Si l'on envoie sur une substance simple (par exemple à travers des vapeurs de sodium) une lumière composée de plusieurs radiations de longueurs d'onde λ_1, λ_2, etc., on constate que certaines de ces radiations sont « éteintes » par la substance traversée. Dans un spectroscope, cela se manifeste par la présence de *raies* caractéristiques sur la bande lumineuse observée (raies d'absorption). Avec un appareil étalonné (voir p. 75), on peut déterminer les longueurs d'onde de ces raies qui sont spécifiques de chaque élément. On rappelle que l'absorption d'une radiation de longueur d'onde λ par un atome correspond à une variation d'énergie électronique (passage, pour un électron, d'un niveau énergétique E_1 à un autre niveau E_2) ; cette variation d'énergie est liée à la longueur d'onde absorbée par la relation :

$$\Delta E_{1,2} = E_1 - E_2 = \frac{hc}{\lambda} ;$$

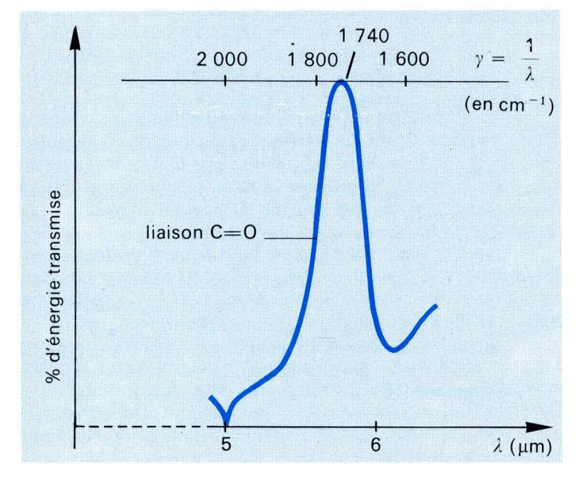
h : constante de Planck ; c : célérité de la lumière dans le vide ; λ : longueur d'onde absorbée.

Une molécule organique a une énergie totale E qui n'est pas seulement de caractère électronique ; il s'y ajoute une énergie due aux rotations de la molécule (ou de certaines de ses parties), et aux vibrations des atomes dans chaque liaison chimique :

$$\text{énergie moléculaire} \begin{cases} \text{énergie électronique ;} \\ \text{énergie vibrationnelle ;} \\ \text{énergie rotationnelle.} \end{cases}$$

L'absorption d'une radiation de longueur d'onde λ par une molécule peut donc provenir, soit d'une excitation électronique du type précédent, soit d'une variation des deux autres sortes d'énergie (variations qui sont également quantifiées, c'est-à-dire qui correspondent à des niveaux énergétiques). L'expérience a montré que les absorptions de radiations de loin les plus faciles à mettre en évidence à l'aide d'un spectroscope ont une longueur d'onde comprise entre 2 et 15 µm : ce ne sont pas des radiations visibles, mais des radiations infrarouges. L'analyse spectroscopique d'une molécule avec de telles radiations s'appelle la spectroscopie infrarouge.

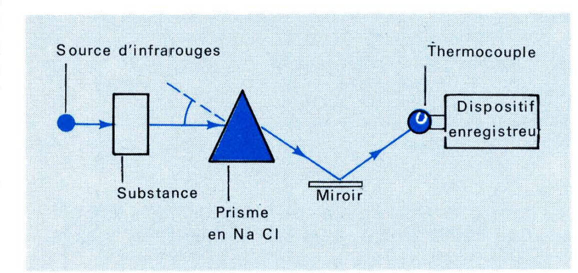
Un exemple schématique de spectre d'absorption. On porte en abscisse la longueur d'onde ou ce qu'on appelle le nombre d'onde (inverse de la longueur d'onde) et en ordonnée le pourcentage d'énergie radiante transmise correspondant à chaque longueur d'onde. Ainsi l'énergie absorbée correspondant aux vibrations de valence des liaisons carbone-oxygène (C = O) est représentée par un tracé caractéristique (qu'on appelle une élongation), dans la région des nombres d'onde 1 740 cm⁻¹ (soit λ = 1/1 740 cm, c'est-à-dire de longueur d'onde voisine de 6 µm). Les absorptions entre λ = 2 µm et λ = 8 µm sont associées à des types de liaisons caractéristiques et constituent ce qu'on appelle parfois les « empreintes digitales » de la substance. Comme on a déterminé expérimentalement les spectres d'absorption de la plupart des liaisons connues, il est possible, en face d'une substance de structure inconnue, de diagnostiquer la nature des liaisons qui se trouvent à l'intérieur de la molécule, en fonction du spectre obtenu que l'on compare à des spectres étalons.



Différentes méthodes d'analyse spectroscopique.

Pour étudier une substance organique, on commence avant toute chose par déterminer ses points de fusion et d'ébullition, puis on en fait l'analyse spectroscopique selon l'une des méthodes ci-après.

● *La spectroscopie infrarouge* est de loin la plus répandue. Le dispositif expérimental est indiqué sur la figure ci-dessous.



Spectroscopie infrarouge. ***Les radiations infrarouges, après avoir traversé la substance à analyser, sont reçues sur un prisme (à chaque angle entre la lumière incidente et le prisme correspond une longueur d'onde bien déterminée). Les radiations sont reçues par un détecteur infrarouge (thermocouple) qui les transforme en variations de courant alternatif. Un enregistreur permet de tracer le spectre d'absorption infrarouge de la substance.***

● *La spectroscopie de résonance magnétique nucléaire* (RMN). Les noyaux de certains éléments peuvent être comparés à de petits aimants ; placés dans un champ magnétique, ils s'orientent conformément aux lois générales de l'électromagnétisme. La spectroscopie de résonance magnétique nucléaire consiste à mesurer l'énergie nécessaire pour modifier l'alignement des noyaux dans un champ magnétique d'intensité donnée. La substance est déposée, par différents artifices, au centre d'un solénoïde placé dans l'entrefer d'un aimant puissant. On augmente graduellement le champ magnétique et, si les noyaux des atomes de la substance sont magnétiques, ils s'orientent selon le champ ; l'intensité du courant dans la bobine est augmentée et cette augmentation, caractérisée par des « pics » sur une courbe, peut être enregistrée à l'aide d'un oscillateur de fréquence.

Les applications détaillées de la spectroscopie de RMN dépassent le cadre de cet ouvrage. Retenons simplement qu'elle est surtout utilisée pour étudier la situation des atomes d'hydrogène, de fluor et de phosphore (sont magnétiques, en effet, tous les noyaux dont le nombre de masse est impair ; la limitation de la spectroscopie de RMN aux trois éléments indiqués correspond à des considérations théoriques et expérimentales particulières).

● *Spectrométrie de masse.* C'est une méthode qui consiste à bombarder par un faisceau d'électrons d'énergie moyenne, dans un vide très poussé, une substance organique. On charge ainsi électriquement un certain nombre de particules (qui deviennent des ions) qu'on peut accélérer par un champ électrique et trier par un champ magnétique. Seuls les ions ayant un rapport m/Q (m : masse de la particule, Q : charge de la particule) aboutissent à un collecteur d'ions. Chaque impact provoque, au niveau de ce collecteur, et en fonction du nombre de masse m/Q, des « pics » qu'on peut observer sur un appareil enregisteur et qui sont caractéristiques des différents ions, c'est-à-dire des différents fragments moléculaires. La spectrométrie de masse fournit donc des renseignements importants en ce qui concerne la structure des molécules et l'abondance des différents éléments dans ces molécules.

Classification des composés organiques.

Les séries homologues.

● *Définition.* On a décrit environ un million de composés organiques ; pour en faire simplement la liste, à raison d'une ligne par composé, il faudrait remplir 4 000 pages de ce livre. Fort heureusement pour nous, la nature n'est pas désordonnée et les composés organiques peuvent être classés en *séries homologues* contenant des corps de structures similaires et dont les propriétés physiques varient avec une certaine régularité en fonction de la chaîne carbonée qui est l'ossature de leur molécule.

● *Exemple.* Les chaînes linéaires qui ne contiennent que des simples liaisons entre les atomes de carbone et dont les valences libres sont occupées par des atomes d'hydrogène constituent la série des *hydrocarbures saturés* ou *alcanes* dont voici les trois premiers termes :

```
   H              H  H
   |              |  |
H—C—H          H—C—C—H
   |              |  |
   H              H  H
1 carbone      2 carbones
(méthane)       (éthane)

   H  H  H
   |  |  |
H—C—C—C—H    ou   CH3—CH2—CH3
   |  |  |
   H  H  H
3 carbones
(propane)
```

Plus généralement, un composé de cette série comprend, aux deux extrémités de la chaîne, les radicaux CH_3 ; chaque carbone de la chaîne autre que le premier et le dernier fixe deux hydrogènes. D'où la formule semi-développée générale de la série :

$$CH_3—CH_2—CH_2 \ldots CH_2—CH_2—CH_3 ,$$

soit la formule brute :

$$C_nH_{2n+2} .$$

Si l'on détermine le point d'ébullition t_E et le point de fusion t_F des hydrocarbures saturés, on constate qu'ils varient régulièrement selon la longueur de la chaîne (définie par le nombre de carbones).

Nombre de carbones dans la molécule	Formule brute	Point d'ébullition t_E en °C	Point de fusion t_F en °C
1	CH_4	− 161,5	− 183
2	C_2H_6	− 88,6	− 172
3	C_3H_8	− 42,1	− 188
4	C_4H_{10}	− 0,5	− 135
5	C_5H_{12}	36,1	− 130
6	C_6H_{14}	68,7	− 95
7	C_7H_{16}	98,4	− 91
8	C_8H_{18}	125,7	− 57
9	C_9H_{20}	150,8	− 54
10	$C_{10}H_{22}$	174,1	− 30
15	$C_{15}H_{32}$	270,6	10
20	$C_{20}H_{42}$	342,7	37

Point d'ébullition et point de fusion de quelques hydrocarbures à chaîne linéaire saturée.

● *Nomenclature.* On distingue les chaînes *acycliques* (linéaires ou ramifiées) et les chaînes *cycliques*. Les séries homologues sont désignées par :

— le radical *alc*- suivi d'un suffixe conventionnel si la chaîne est acyclique :

— le radical *cycl*- suivi du même suffixe si la chaîne est cyclique.

Les suffixes indiquent le nombre et la nature des liaisons multiples ; voici les plus communs :

Nature des liaisons	Suffixe
Aucune liaison multiple (= hydrocarbures saturés)	-ANE
Une double liaison	-ÈNE
Deux doubles liaisons	-DIÈNE(1)
Trois doubles liaisons	-TRIÈNE(1)
Une triple liaison	-YNE

(1) - Avec ces suffixes, les radicaux s'écrivent *alca*- et *cycla*- ou *cyclo*-.

Les hydrocarbures saturés acycliques sont donc, d'après ce tableau, des *alcanes* ; les hydrocarbures saturés cycliques sont des *cyclanes.* Un hydrocarbure linéaire comme l'éthylène (voir ci-dessus, p. 139) est un *alcène,* puisqu'il possède une double liaison ; etc.

— Le radical qui précède le suffixe définit le nombre de carbones composant la chaîne carbonée : *méth-* pour un carbone, *éth-* pour deux carbones, *prop-* pour trois carbones, *bit-* pour quatre carbones, et les radicaux numériques classiques (*pent-*, *hex-*, *hept-*, *oct-*, etc...) pour cinq, six, sept, huit, etc.. carbones. Ainsi un hydrocarbure saturé à huit atomes de carbones est un *octane*, de formule brute C_8H_{18}.

Les groupements fonctionnels.

Un très grand nombre de composés organiques sont des chaînes d'hydrocarbures cycliques ou acycliques portant un ou plusieurs groupes d'atomes responsables de l'essentiel de leurs propriétés chimiques, dont l'ensemble définit une *fonction chimique.* Par exemple l'existence d'une double liaison entre deux carbones, par ailleurs liés à la chaîne carbonée, confère à un corps la fonction *alcène* ; le *groupement fonctionnel* caractéristique est alors :

$$>C=C<$$

(sur les quatre valences libres de ce groupement on peut placer un nombre indéfini de chaînes, de radicaux, etc.). De même, tous les corps qui possèdent la *fonction alcool,* correspondant à des propriétés bien précises, possèdent le groupement

$$-OH$$

fixé sur l'un des carbones de la molécule. Par exemple les composés suivants sont tous des alcools :

$CH_3—OH$
$CH_3—CH_2—OH$
$CH_3—CH_2—CH_2—OH$
etc.

Le tableau ci-après décrit les principaux groupements fonctionnels que nous rencontrerons en chimie organique. On notera que certains composés peuvent posséder plusieurs groupements fonctionnels : ils sont dits *polyfonctionnels.*

Une récapitulation alphabétique des principales fonctions et des principales familles de la chimie organique est donnée pp. 179-180.

Nom du groupement fonctionnel	Formule développée du groupement	Formule brute	Nom de la fonction déterminée par le groupement	Exemples (le groupement est en bleu)
Groupement éthylénique	$>C=C<$		Alcène	$CH_2=CH_2$ (éthylène ou éthène) $CH_3—CH=CH_2$ (propène)
Groupement acétylénique	$—C\equiv C—$		Alcyne	$HC\equiv CH$ (acétylène ou éthyne)
Hydroxyle (1)	—O—H	—OH	Alcool	$CH_3—OH$ (méthanol) $CH_3CH_2—OH$ (éthanol)
Éther	—O—	—O—	Éther	$CH_3—O—CH_3CH_2$ (oxyde de méthyle et d'éthyle)
Halogène (2)	—Cl (chlore) —F (fluor) —Br (brome) —I (iode)	—Cl —F —Br —I	Halogénure (3)	CH_3Cl (chlorure de méthyle) $C_5H_{11}F$ (fluorure de pentyle)
Aldéhyde	O / —C \\ H	—CHO	Aldéhyde	$CH_3—CHO$ (méthanal) $CH_3CH_2—CHO$ (éthanal)
Carbonyle	—C— ‖ O	—CO—	Cétone	$CH_3—C—CH_3$ ‖ O (propanone) $CH_3COCH_2CH_3$ (butanone)
Carboxyle	O / —C \\ OH	—COOH	Acide carboxylique	$CH_3—COOH$ (4) (acide acétique) $H—COOH$ (5) (acide formique)
Amidogène	O / —C \\ NH_2	$—CONH_2$	Amide	$CH_3—CONH_2$ (méthylamide)
Aminogène	H / —N \\ H	$—NH_2$	Amine	CH_3NH_2 (méthylamine)
Dérivé nitré	O / —N \\ O	$—NO_2$	Dérivé nitré	$CH_3—CH—CH_3$ | NO_2 (nitropropane)
Nitrile	$—C\equiv N$	—CN	Nitrite	CH_3CN (acétonitrile)
Organométallique	| —C—métal |		Organométallique	

(1) Ou oxhydryle (usage ancien).

(2) de *als* = « sel », les halogènes sont des corps susceptibles de donner des sels métalliques appelés *halogénures* (le chlorure de sodium — sel de cuisine — est un halogénure).

(3) Chlorures, fluorures, bromures ou iodures.

(4) C'est le nom classique ; d'après la nomenclature officielle, il faudrait dire : *éthanoïque.*

(5) Même remarque, la dénomination officielle est *méthanoïque.*

Principaux groupements fonctionnels.

LES HYDROCARBURES.

Les hydrocarbures saturés.

Définition : les hydrocarbures saturés sont des composés dont les molécules ne comprennent que des atomes de carbone et des atomes d'hydrogène, et dont toutes les liaisons carbone-carbone sont des liaisons simples. Les cyclanes ont une chaîne cyclique, les alcanes une chaîne latérale ou ramifiée.

Les alcanes : C_nH_{2n+2}.

Ces composés forment la famille jadis appelée famille des *paraffines* (du latin : *parum* = « peu », *affinis* = « affine »), parce que ces corps ont très peu d'affinités chimiques. Leur type est le méthane, de formule CH_4.

- *Nomenclature.*

— *Chaîne linéaire* : les règles ont été données ci-dessus p. 141. Par exemple, le composé C_8H_{18}, de formule développée :

$$\begin{array}{ccccccccccccccccc} & & H & & H & & H & & H & & H & & H & & H & & H \\ & & | & & | & & | & & | & & | & & | & & | & & | \\ H & — & C & — & C & — & C & — & C & — & C & — & C & — & C & — & C & — H \\ & & | & & | & & | & & | & & | & & | & & | & & | \\ & & H & & H & & H & & H & & H & & H & & H & & H \end{array}$$

est l'*octane* (préfixe *oct-* = « huit »). La formule semi-développée d'un alcane linéaire est, d'une manière générale :

$$CH_3—CH_2—CH_2—\cdots—CH_2—CH_3\,.$$

On précise parfois *n*-alcane (*n* pour « normal ») afin de distinguer un alcane à chaîne droite d'un alcane à chaîne ramifiée. Les premiers termes de la série des alcanes sont donc : le méthane (CH_4), l'éthane (C_2H_6), le propane (C_3H_8), le butane (C_4H_{10}), etc.

— *Chaîne ramifiée* : voici les règles de nomenclature :

1 - On prend la *plus longue chaîne continue de carbones* comme chaîne principale, et on lui donne le nom de l'alcane correspondant.

2 - On numérote la chaîne principale en partant d'une extrémité, et on assigne aux radicaux alcoyles CH_3, C_2H_5, etc. venant se greffer sur la chaîne principale des numéros correspondants, le sens du numérotage est tel que la somme des substituants soit la plus petite possible (voir exemples ci-après).

3 - On nomme chaque substituant en le faisant suivre de son numéro, auquel il est relié par un trait d'union, noter que l'alcoyle perd son « e » final ; on écrit « méthyl-2 » et non pas « méthyle-2 ».

4 - S'il y a plusieurs substituants identiques, on indique à la suite les numéros pour chacun d'entre eux ; par exemple diméthyl-2,3 signifie qu'il y a un méthyle CH_3 en position 2 et un autre en position 3. S'il y a plusieurs substituants différents, on les nomme par ordre alphabétique.

5 - On fait suivre l'énumération des substituants par le nom de la chaîne principale.

$$CH_3-CH_2-CH_2-CH_2-\underset{|}{\overset{CH_2-CH_3}{CH}}-CH_2-CH_2-CH_3$$
(numérotation : 8 7 6 5 4 3 2 1)

la chaîne la plus longue a été isolée sur un fond bleu ; il y a 8 carbones, c'est un *octane*. Le radical CH_3CH_2- est l'éthyle. La chaîne principale est numérotée de droite à gauche, ce qui donne le n° 4 au carbone porteur du substituant; si on avait numéroté de gauche à droite, on aurait eu le n° 5 pour ce carbone; on doit choisir le sens de numérotation qui donne un nombre minimal. Il s'agit donc du composé nommé :
éthyl-4 octane

$$CH_3-\overset{CH_3}{CH}-CH_2-CH_2-\overset{CH_2-CH_3}{CH}-CH_2-CH_2-CH_3$$
(numérotation : 1 2 3 4 5 6 7 8)

La chaîne octane est numérotée de gauche à droite, ce qui donne 2 + 5 = 7 pour la place des substituants; si on avait conservé le sens de numérotation précédent, on aurait eu 4 pour l'éthyle et 7 pour le méthyle, soit 4 + 7 = 11, et il faut choisir l'ordre de numérotation donnant une somme minimale. Le composé se nomme donc (en indiquant les substituants dans l'ordre alphabétique) :
éthyl-5 méthyl-2 octane.

$$\underset{1}{CH_3}-\underset{2}{\overset{CH_3}{CH}}-\underset{3}{\overset{{}_{5}CH_3-{}_{4}CH_2}{CH}}-CH_3$$

La chaîne principale est à 5 carbones (pentane); ce serait une erreur que de numéroter horizontalement (on aurait 4 carbones seulement). Il y a deux radicaux méthyle, c'est donc le :
diméthyl-2, 3 pentane

Exemples de nomenclature des alcanes à chaîne ramifiée.

● *État naturel et propriétés physiques.* Les alcanes sont très répandus dans la nature, où ils proviennent de la dégradation des matériaux biologiques (par putréfaction par exemple). Ce sont les constituants des *pétroles*, mais il est difficile de les séprer à l'état pur de ceux-ci. Pour en faire l'étude en laboratoire, on doit donc souvent préparer les alcanes par synthèse.

Nous avons indiqué par ailleurs p. 141, les points d'ébullition et de fusion des alcanes. Le tableau proposé montre que ce sont des gaz pour $n < 5$ (du méthane au penthane), des liquides pour n compris entre 6 et 15, et des solides pour $n > 15$ (ce sont alors les paraffines au sens strict). Leur densité varie de 0,424 pour le méthane à 0,769 pour le pentadécane (15 carbones) et à 0,810 pour le triacontane (30 carbones).

● *Propriétés chimiques.* Les alcanes sont des composés peu réactifs. Ils présentent deux sortes de réactions : la *combustion* par l'oxygène et une réaction de substitution avec les halogènes.

— *La combustion* d'un alcane correspond à l'équation :

$$\text{alcane} + \text{oxygène} \rightarrow \text{gaz carbonique} + \text{eau} + \Delta H,$$

ΔH étant la *chaleur de réaction* (*négative* car il y a *dégagement de chaleur*). Tout le monde connaît l'utilisation des alcanes comme combustibles, sous forme de bouteilles de gaz (propane, butane) ou de gaz de ville (mélange de méthane et d'éthane). L'*essence ordinaire* (*gasoline* en anglais, *benzin* en allemand) est un mélange d'alcanes (et d'autres composés) de C_6 à C_{10} ; le *kérosène* (pétrole lampant) contient des alcanes en C_{11} et C_{12} ; le *gas oil* contient des alcanes de C_{13} à C_{17} ; lorsque le nombre de carbones dépasse 17, on a des *lubrifiants* (huiles légères, moyennes, lourdes). Les *mazouts* sont des résidus liquides de la distillation des pétroles bruts.

— L'*halogénation* est une réaction de substitution par laquelle un atome d'hydrogène de l'alcane est remplacé par un atome de chlore (ou d'un autre halogène : fluor, brome, iode). La réaction peut être répétée jusqu'à ce que tous les atomes d'hydrogène aient été remplacés par des atomes d'halogène. Avec le chlore, la réaction s'écrit :

$$R{-}H + Cl_2 \rightarrow RCl + HCl,$$

R désignant l'alcoyle correspondant à l'alcane, RCl est un halogénure de l'alcoyle.

— La *nitration* (substitution de NO_2 à l'hydrogène) est réalisée avec de l'acide nitrique HNO_3 dans des conditions déterminées de température et de concentration ; à 425 °C, on a :

$$RH + HNO_3 \rightarrow RNO_2 + H_2O,$$

R est l'alcoyle ; RNO_2 est appelé nitroalcane. Exemple : la nitration du propane donne deux nitropropanes, selon la place de $-NO_2$:

$$\underset{\text{propane}}{CH_3-CH_2-CH_3} \qquad \underset{\text{nitro-1 propane}}{CH_3-CH_2-CH_2NO_2} \quad \text{ou} \quad \underset{\text{nitro-2 -propane}}{CH_3-\underset{NO_2}{\underset{|}{CH}}-CH_3}$$

● *Le méthane* est l'exemple type d'alcane. On l'appelle, en langage commun, *formène* ou *gaz des marais* : on le trouve dans le *grisou* des mines de charbon. Sa formule est CH_4.

— L'oxydation est explosive lorsqu'on a deux volumes d'oxygène pour un volume de méthane ; la réaction s'écrit :

$$CH_4 + 2\,O_2 \rightarrow CO_2 + 2\,H_2O \qquad \Delta H = -\,890\,000\ J.$$

— L'halogénation donne successivement les composés chlorés suivants :

$$CH_3Cl\,;\quad CH_2Cl_2\,;\quad CHCl_3\,;\quad CCl_4\,;$$

appelés respectivement : chlorure de méthyle, dichlorométhane, trichlorométhane, tétrachlorométhane. Signalons que le dichlorométhane n'est autre que le *chloroforme*, dont les propriétés anesthésiantes sont bien connues.

Les cyclanes : $(CH_2)_n$.

Comme leur nom l'indique, les cyclanes sont des hydrocarbures saturés (terminaison *-ane*) cycliques.

● *Nomenclature.*

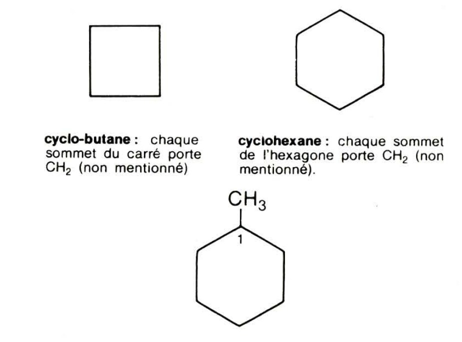
— Lorsqu'il y a un cycle simple, on met simplement le préfixe *cyclo-* devant le nom de l'alcane, comme on l'a vu précédemment (p. 141) : cyclopropane, cyclobutane, cyclopentane, cyclohexane, etc.

— Lorsqu'un ou plusieurs carbones du cycle sont porteurs de radicaux substituants (alcoyles), on numérote les carbones du cycle de sorte que la somme des numéros des carbones porteurs de radicaux soit minimale.

(Cycle : ${}_1CH(CH_3)$ – ${}_2CH(CH_3)$ – ${}_3CH_2$ – ${}_4CH_2$ – ${}_5CH_2$ – ${}_6CH_2$)

Exemple de nomenclature des cyclanes : le méthyl-1,2 cyclohexane. Il y a deux radicaux méthyle (CH_3) sur les carbones n° 1 et n° 2 du noyau saturé de cyclohexane.

● *Écriture simplifiée.* Lorsqu'il n'y a aucune ambiguïté possible, on n'écrit pas les carbones et les hydrogènes du cycle, placés à l'intersection de la figure représentant le cyclohexane. Par contre on mentionne les substituants, comme dans les exemples suivants :



cyclo-butane : chaque sommet du carré porte CH_2 (non mentionné)

cyclohexane : chaque sommet de l'hexagone porte CH_2 (non mentionné).

méthyl-1 cyclohexane : chaque sommet de l'hexagone porte CH_2 (non mentionné), à l'exception du sommet 1 qui porte CH (le deuxième hydrogène étant remplacé par CH_3).

Exemples d'écriture simplifiée des cyclanes.

● *Propriétés physiques.* Les points de fusion et d'ébullition des cyclanes sont un peu plus élevés que pour les alcanes correspondants. Le propane bout à − 42 °C, par exemple, et le cyclopropane à − 33 °C. Sur le tableau ci-dessous (en bas de page) on a comparé la densité, le point de fusion et le point d'ébullition de quelques alcanes et des cyclanes correspondants. On constate que ces propriétés dépendent, bien naturellement, du nombre de carbones dans la molécule. La densité des cyclanes est régulièrement supérieure à celle des alcanes correspondants. A l'état naturel, dans les conditions standard de température et de pression, les cyclanes sont gazeux jusqu'à C_4 (cyclobutane), et liquides à partir de C_6 (cyclohexane).

● *La structure des cyclanes* est intéressante à étudier car elle va nous faire comprendre deux notions très importantes que nous retrouverons par la suite : la *tension angulaire* et l'*empêchement stérique*. Raisonnons sur le cyclohexane. Si les atomes de carbone étaient réellement situés aux six sommets d'un hexagone régulier, cela signifierait que l'angle valenciel à un sommet vaudrait 120° :

(C – C – C, angle 120°)

Or nous avons vu plus haut (p. 140) que tous les angles valenciels d'un atome de carbone valaient normalement 109,5° : comment expliquer cela ? De deux façons possibles :

1 - soit en supposant que l'angle de liaison est maintenu plus ouvert « en force », comme le serait une pince à ressort dont on écarterait les branches ;

2 - soit en renonçant à placer tous les atomes de carbone dans un seul plan, et en cherchant une forme gauche telle que tous les angles de liaison soient égaux à 109,5°.

Propriétés physiques comparées de quelques alcanes et des cyclanes correspondants.

Nombre de carbones	Point d'ébullition en °C		Point de fusion en °C		Densité	
	alcane	cyclane	alcane	cyclane	alcane	cyclane
3	− 42	− 33	− 187	− 127	0,580	0,689
4	− 0,5	13	− 135	− 90	0,579	0,689
5	36	49	− 130	− 94	0,626	0,746
6	69	81	− 95	7	0,659	0,778
7	98	119	− 91	8	0,684	0,810
8	126	151	− 57	15	0,703	0,830

Dans le premier cas, on a une molécule « plane », avec, à chaque sommet de l'hexagone, une *tension angulaire*. Dans le deuxième cas on obtient deux conformations spatiales possibles, l'une dite en forme de *chaise* et l'autre en forme de *bateau* (formules ci-dessous).

I II

Forme chaise (I) et forme bateau (II) de la molécule de cyclohexane. Les carbones n°s 2, 3, 5 et 6 sont dans un plan dit équatorial ; les sommets 1 et 4 sont de part et d'autre de ce plan dans la forme chaise ; tous deux au-dessus du plan dans la forme bateau. Les traits gras indiquent les liaisons interatomiques situées en avant du plan de la figure, les traits maigres celles qui sont en arrière. Une liaison comme 3-4 est donc d'abord « grasse », puis « maigre » au fur et à mesure qu'elle s'élève jusqu'à l'atome n° 4. Il y a un atome de carbone à chaque sommet. Deux côtés consécutifs quelconques de la chaise ou du bateau font un angle égal à 109,5°.

Dans les figures ci-dessus, nous n'avons pas placé les atomes d'hydrogène. Chaque carbone est lié par deux de ses valences à deux carbones voisins du cycle, et il lui reste deux valences libres sur lesquelles se fixent les atomes d'hydrogène (12 au total). Ces liaisons et les atomes qu'elles lient au carbone peuvent être soit dans le plan équatorial (hydrogènes dits *équatoriaux*) soit au-dessus ou au-dessous de ce plan (hydrogènes dits *axiaux*), les angles de liaison étant toujours égaux à 109,5°.

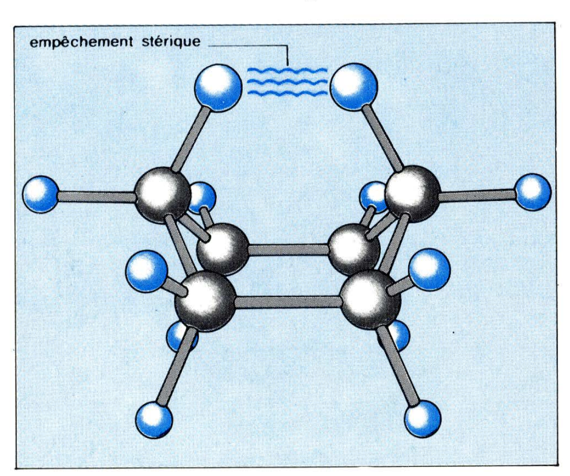
Ces modèles sont théoriques. Quel est celui qui représente le mieux la réalité ? Voici les résultats fournis par l'expérience et la théorie associées.

— Le *cyclohexane tendu* (formule plane) est très instable (on s'en doutait). Il y a une molécule tendue pour 10^{20} molécules déformées (en chaise ou en bateau).

— Les conformations chaise et bateau sont des *isomères* (mêmes atomes, même disposition relative des atomes) ; on précise *stéréoisomères* pour souligner que la différence relève uniquement de la forme géométrique de la molécule (plus exactement, de son squelette). A la température ordinaire, les deux formes s'intervertissent rapidement. A l'équilibre, il y a 99 % de « chaises » pour 1 % de « bateaux ».

Il reste à dire quelques mots des atomes d'hydrogène. On montre, en physico-chimie, que lorsque deux atomes non liés sont proches, ils tendent à s'écarter l'un de l'autre. Si donc on cherche à les rapprocher, il va falloir fournir une énergie d'autant plus importante qu'ils seront voisins, tout comme si on voulait comprimer un ressort. Or, dans le cas de la formule bateau, l'un des deux hydrogènes fixé sur le carbone n° 1 et son homologue fixé sur le carbone n° 2 sont à peine distants de 1,83 Å, ce qui correspond à une énergie de répulsion de plus de 12 000 joules. En conséquence, ces deux atomes vont avoir tendance à modifier la forme bateau : on dit qu'ils provoquent un *empêchement stérique* (du grec *stereos* = «à trois dimensions »). La figure précédente rend compte de cet empêchement qui est la cause de l'instabilité de la molécule.

La molécule de cyclohexane (forme « bateau ») : les atomes de carbone sont en noir et les atomes d'hydrogène en bleu. Les deux hydrogènes de la partie supérieure sont distants de 1,83 Å : ils provoquent, de ce fait, un empêchement stérique, cause de l'instabilité de cette configuration moléculaire.



● *Propriétés chimiques.*

— Les cyclanes à petit cycle « brûlent » de la même façon que les alcanes :

cyclane + oxygène → gaz carbonique + eau ,

lorsque la molécule est tendue, c'est-à-dire lorsque son énergie interne est grande, la chaleur de combustion est importante. Lorsque la molécule est flexible (en chaise ou en bateau), cette chaleur est moins grande. On peut comparer la chaleur de combustion des cyclanes et des alcanes correspondants ; on constate que, pour les petits cycles (C_3, C_4, C_5, soit : cyclopropane, cyclobutane, cyclopentane), la chaleur de combustion est plus grande que pour les alcanes : il existe donc des tensions d'angle. Par contre, la combustion du cyclohexane donne autant de chaleur que celle de l'hexane ; conclusion : la molécule de cyclohexane n'est pas tendue (autre raison de refuser la formule plane). De C_7 à C_{12}, il y a une légère tension des cyclanes ; les grands cycles sont pratiquement sans tension.

— Les cyclanes fournissent, comme les alcanes, des *dérivés de substitution*, par substitution d'un radical ou d'une fonction chimique à un hydrogène du cycle. Mais les réactions sont moins faciles et moins nombreuses qu'avec les alcanes. En outre, et cela est remarquable, l'inertie chimique (= le manque de réactivité) des molécules varie selon les cyclanes : cela est dû au fait que les tensions angulaires et les empêchements stériques, inexistants chez les alcanes, varient d'un cyclane à un autre.

● *Quelques dérivés intéressants du cyclohexane.*

— La fixation d'une fonction alcool — OH sur le cycle, par substitution à un hydrogène, donne le *cyclohexanol*, de formule brute $C_6H_{11}OH$ (la terminaison *-ol* est caractéristique des alcools, comme on le verra plus loin). On peut aussi fixer une fonction alcool sur les six carbones du cycle ; on obtient alors un composé de formule brute $C_6H_6(OH)_6$ et de formule développée :

```
         OH
         |
        CH
HOCH        CHOH
 |           |
HOCH        CHOH
        CH
         |
         OH
```

L'inositol.

Ce corps est l'*inositol*. C'est une vitamine du groupe B, dont on connaît dix isomères (la formule ci-dessus est donc très vague). On en trouve en abondance dans les Pois, auxquels il communique leur saveur sucrée, et en quantité restreinte dans le foie et dans le rein (d'où la saveur sucrée de ces tissus). Malgré sa saveur, l'inositol n'est pas un sucre (glucide), car il ne répond pas à la définition de ce groupe chimique.

— Le cyclohexane avec quatre fonctions alcool et une fonction acide substituées à cinq atomes d'hydrogène porte le nom usuel d'*acide quinique* ; il existe dans le café, le quinquina.

L'acide quinique.

```
         OH
         |
        CH
HOCH        CH—COOH
 |           |
HOCH        CH2
        CH
         |
         OH
```

Les alcènes : C_nH_{2n}.

Définition. Les *alcènes* sont des hydrocarbures à chaîne linéaire ou ramifiée possédant *une double liaison* —C=C—. On appelait autrefois les composés de cette série des *oléfines*, parce que certains alcènes gazeux fournissent des produits « huileux ». Le premier terme de la série est l'*éthylène*, de formule brute C_2H_4.

Nomenclature.

● *Les alcènes sont nommés* comme les alcanes, en changeant la terminaison *-ane* en la terminaison *-ène*. Quand il y a une ou plusieurs ramifications, on détermine la chaîne la plus longue *renfermant la double liaison* et on la numérote en partant d'une extrémité de telle sorte que le premier carbone de la double liaison ait le plus petit numéro possible. Pour le reste, on procède comme pour les alcanes. Voici quelques exemples ; noter que l'on indique le numéro du premier carbone de la double liaison (quand on veut être rigoureux et précis...).

```
 3      2    1
CH3—CH=CH2
```

propène - 1
(et non : propène - 3)

```
 8      7      6      5      4
CH3—CH2—CH2—CH2—CH—CH3
                            |
                          3 CH2
                            |
                          2 CH
                            ||
                          1 CH2
```

4 - méthyl - 1 - octène
(en bleu, la chaîne carbonée la plus longue portant la double liaison; le radical méthyl - CH_3 est fixé sur le carbone N° 4).

Nomenclature des alcènes.

● *Les alcényles* sont des alcènes auxquels on a enlevé un hydrogène ; ils sont alors monovalents et peuvent se fixer sur un autre composé. On les nomme en remplaçant la terminaison *-ène* par *-ényle* ; le n° 1 est donné au carbone portant la valence libre. Exemples :

$\overset{2}{CH_2}=\overset{1}{CH}—$	: éthényle (nom usuel : vinyle)
$\overset{3}{CH_3}—\overset{2}{CH}=\overset{1}{CH}—$	: propène-1 yle
$\overset{3}{CH_2}=\overset{2}{CH}—\overset{1}{CH_2}—$	: propène-2 yle (nom usuel : *allyle*)
$\overset{4}{CH_3}—\overset{3}{CH}=\overset{2}{CH}—\overset{1}{CH_2}—$	: butène-2 yle

Noms vulgaires employés couramment, en dépit de la nomenclature de UICPA :

— L'éthène est appelé vulgairement : *éthylène* ;

— Le propène est appelé vulgairement : *propylène* ;

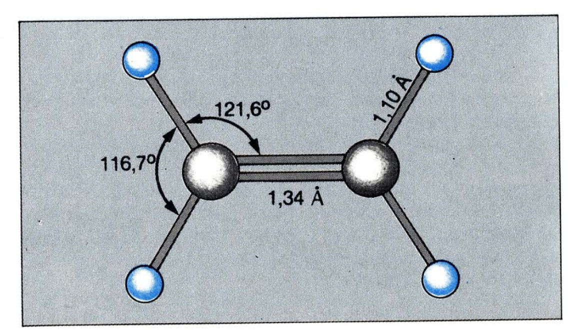
— Le 2-méthyle —1-butène est appelé vulgairement : *isobutylène* ;

— L'éthényle, le propène-2 yle, le méthyl-1 éthényle sont appelés, respectivement : *vinyle, allyle, isopropényle*.

Structure des alcènes.

● *L'existence d'une double liaison* dans la chaîne est capitale. Les angles de valence sont, dans le cas de l'éthylène, différents de 109,5° : il y a donc une tension angulaire dans la double liaison.

La molécule d'éthylène : C_2H_4



● *L'isomérie cis-trans.* Raisonnons sur le butène-2, de formule semi-développée $CH_3-CH=CH-CH_3$. Il y a deux formules développées possibles, selon que les groupements CH_3 (méthyle) sont d'un même côté de la double liaison (tous deux en haut ou tous deux en bas) ou de part et d'autre de la double liaison. Dans le premier cas, la position est appelée *cis* ; dans le deuxième cas, *trans* (deux mots latins qui signifient : « du même côté », « de l'autre côté »).

CH_3 CH_3 $C=C$ H H (*cis*) — CH_3 H $C=C$ H CH_3 (*trans*)

Cis-butène et trans-butène. On a orienté les liaisons en respectant les tensions d'angle.

Alcène	Formule	t_E en °C	t_F en °C	d
éthylène (= éthène)	$CH_2=CH_2$	− 105	− 169	
propène (= propylène)	$CH_3-CH=CH_2$	− 47,8	− 185	0,514
butène-1	$CH_3-CH_2-CH=CH_2$	− 6,3	− 185	0,595
cis-butène-2	$CH_3-CH=CH-CH_3$	3,7	− 139	0,621
trans-butène-2	$CH_3-CH=CH-CH_3$	0,9	− 106	0,604
pentène-1	$CH_3-CH_2-CH_2-CH=CH_2$	30	− 165	0,641

Propriétés physiques des premiers alcènes. Remarquer l'influence de l'isomérie cis-trans sur les propriétés physiques.

L'isomérie *cis-trans* est très fréquente en chimie organique ; nous en rencontrerons de nombreux exemples par la suite.

Propriétés des alcènes.

● *Les propriétés physiques* sont voisines de celles des alcanes. Se reporter au tableau ci-contre.

● *Les propriétés chimiques dues à la double liaison* sont très nombreuses : en effet, la rupture d'une des deux parties de cette double liaison libère deux valences, sur lesquelles peuvent se fixer des groupes nouveaux, que nous désignerons par X pour l'instant. Avec l'éthylène, on a par exemple ceci :

$$H_2C=CH_2 \rightarrow H-\overset{|}{\underset{H}{C}}-\overset{|}{\underset{H}{C}}-H$$

ouverture de la double liaison

Ouverture de la double liaison de l'éthylène. La fixation de deux groupes monovalents X sur chaque valence libre créée donnera un corps saturé de formule brute $C_2H_4X_2$.

La réaction s'écrira :

$$C_2H_4 + X_2 \rightarrow C_2H_4X_2 .$$

La question qui se pose est évidemment la suivante : qu'est-ce qui provoque la rupture de la double liaison ? La réponse s'explique par la structure électronique de l'éthylène.

1 - Quand il y a simple liaison (alcanes), la densité électronique entre les deux carbones est plus faible que lorsqu'il y a double liaison.

2 - En conséquence, les électrons de la double liaison s'écartent nécessairement de l'axe de liaison, tout comme les êtres humains vont habiter en balieue quand une ville est surpeuplée.

3 - Les électrons les plus éloignés de l'axe peuvent être attirés par des réactifs « amis des électrons », c'est-à-dire *électrophiles*, la densité électronique entre les deux carbones diminue et la rupture de la double liaison s'amorce. Cela nous incite à faire agir des réactifs électrophiles, et à constater que les réactifs *nucléophiles* (« amis des noyaux ») ne contribuent guère à l'ouverture d'une double liaison.

Les réactifs électrophiles sont : l'hydrogène, les halogènes, les acides halogénés (HCl, HBr, etc.), l'eau, l'acide sulfurique.

— Avec l'hydrogène, on obtient des alcanes ; ainsi :

$$C_2H_4 + H_2 \rightarrow C_2H_6 \text{ (éthane) ; } \Delta H = -125\,000 \text{ J} .$$

— Avec les halogènes on obtient des halogéno-alcanes ; ainsi :

$C_2H_4Cl_2$ est le dichloroéthane ;
$C_2H_4Br_2$ est le dibromoéthane ;

etc. Il y a, évidemment des isomères, et il faut préciser à l'aide des formules développées, ou par la nomenclature (dichloro-1,2 éthane, etc.).

— Avec les acides hypochloreux (HOCl) et hypobromeux (HOBr), on obtient des alcools ; exemple :

$$C_2H_4 + HOCl \rightarrow CH_2Cl-CH_2OH \text{ (1-chloroéthanol)} .$$

— Avec l'acide sulfurique, on obtient des sulfates acides d'alcoyles ; exemples :

$$CH_2=CH_2 + SO_2(OH)_2 \longrightarrow \underbrace{CH_3-CH_2-O-SO_3H}_{\text{Sulfate acide d'éthyle}}$$

— Avec l'oxygène (O_2), il y a combustion et rupture de la molécule :

alcène + oxygène → gaz carbonique + eau .

Mais avec l'ozone (O_3), il y a production de composés cycliques appelés *ozonides*. Ainsi, avec le butène-2 :

$$CH_3-CH=CH-CH_3 + O_3 \rightarrow CH_3-CH\underset{O-O}{\overset{O}{\diagup\diagdown}}CH-CH_3$$

ozonide de butène-2

● *Polymérisation des alcènes.* Cette transformation est très importante, car elle permet de passer à des corps de masse moléculaire très élevée. Un polymère (*polus* = « beaucoup », *meros* = « partie ») est un corps dont la molécule contient un grand nombre de « parties » identiques. La polymérisation est une réaction en chaîne, qui se fait par rupture de double liaison et réaction d'addition. Par exemple le propène-1, de formule $CH_3-CH=CH_2$ se polymérise en donnant une chaîne de *n* unités de la forme

$$-\overset{CH_3}{\overset{|}{CH}}-CH_2-$$

Les hydrocarbures possédant plusieurs doubles liaisons sont des *polyènes* ; les plus intéressants sont les *diènes* (deux doubles liaisons) comme *l'allène* $CH_2=C=CH_2$ et *l'isoprène* $CH_2=C\begin{smallmatrix} CH=CH_2 \\ CH_3 \end{smallmatrix}$

Les alcynes : C_nH_{2n-2}.

Définition : les alcynes sont des hydrocarbures à chaîne linéaire possédant une *triple liaison* $-C\equiv C-$. On les appelle aussi *hydrocarbures acétyléniques*, le premier terme de la série étant l'acétylène, C_2H_2. Il n'y a pas d'isomérie *cis-trans* au niveau de la triple liaison.

Nomenclature.

On les nomme comme les alcanes, en remplaçant la terminaison *-ane* par *-yne*. Le système de numérotation des chaînes est le même que celui des alcènes. Un alcyne qui a perdu un hydrogène est un radical monovalent qu'on appelle un *alcynyle*. La tête de série, est *l'éthyne*, de formule

$$H-C\equiv C-H ,$$

mais on a conservé le nom usuel de ce composé : *l'acétylène*.

Propriétés des alcynes.

● *Propriétés physiques.* Ce sont des composés gazeux jusqu'à C_4H_6 (butyne), liquides jusqu'à l'alcyne en C_{14}, solides au-delà (voir tableau ci-dessous).

● *Propriétés chimiques.* Elles sont sous la dépendance de la triple liaison qui peut être rompue et libérer alors 2 ou 4 valences pour des réactions d'addition. Ainsi l'acétylène $HC\equiv CH$, donne, par ouverture d'une liaison, le dichlorure d'acétylène $CHCl=CHCl$, puis, par ouverture de la deuxième liaison, le tétrachlorure d'acétylène $CHCl_2-CHCl_2$. De même, on aurait successivement, à partir de $HC\equiv CH$, l'éthylène $CH_2=CH_2$ puis l'éthane CH_3-CH_3. Appelons $R-C\equiv CH$ un alcyne quelconque (R : $CH_3-CH_2 \ldots CH_2$) ; un certain nombre de réactions méritent d'être notées, car elles donnent naissance, de proche en proche, à des corps importants.

— Action de l'eau :

$$R-C\equiv CH + H_2O \rightarrow R-CO-CH_3 .$$

Le produit formé est une *cétone* (voir ci-après p. 147).

— *Oxydation.*

1 - La combustion est facile à obtenir et donne un fort dégagement de chaleur (avec l'acétylène, on obtient des températures de flamme de l'ordre de 2 800 °C).

2 - L'action sur MnO_4K (permanganate de potassium, corps oxydant, riche en oxygène) est remarquable lorsque la liaison acétylénique est à l'intérieur de la chaîne (et non en bout de chaîne). On a alors des alcynes de la forme :

$$R-C\equiv C-R' \quad \text{(R et R' : radicaux alcoyles)} .$$

Les produits d'oxydation successifs sont les suivants :

1re oxydation : $R-CHO + R'-COOH$.
2e oxydation : (portant sur $R-CHO$) : $R-COOH$.

Propriétés physiques des alcynes usuels.

Alcyne		Formule	t_E en °C	t_F en °C	d
nom UICPA	nom usuel				
éthyne	***acétylène***	$HC\equiv CH$	− 84	− 61	
propyne	***méthylacétylène***	$CH_3-C\equiv CH$	− 23,2	− 103	
butyne-Δ	***éthylacétylène***	$CH_3-CH_2-C\equiv CH$	8,1	− 126	0,65
pentyne-Δ		$CH_3-CH_2-CH_2-C\equiv CH$	40,2	− 106	0,690

R–CHO est un *aldéhyde*, R–COOH et R′–COOH sont des acides carboxyliques (voir ci-après pp. 147-149).

— *Polymérisation* : elle se réalise plus facilement encore que la polymérisation des alcènes et donne des *arènes* (hydrocarbures aromatiques) comme on le verra plus loin.

— *Acidité des alcynes vrais.* Les alcynes vrais sont ceux qui portent leur triple liaison en bout de chaîne, de formule générale R—C≡CH. Avec une base forte ils peuvent donner des *alcynures* en échangeant l'hydrogène de la triple liaison contre du sodium (Na) ou du potassium (K) :

R—C≡CNa (comparer à ClNa) ;
R—C≡CK (comparer à ClK) .

Autrement dit, les alcynes vrais se comportent comme des acides (l'acide chlorhydrique donne des chlorures par exemple).

Cela dit, l'acidité des alcynes vrais, comparée à celle des acides minéraux, est insignifiante (elle est plus faible que celle de l'eau distillée !) : elle est toutefois 10^{13} fois plus grande que celle d'une base forte comme l'ammoniac, et 10^{18} fois plus grande que l'acidité d'un alcane ou d'un alcène correspondant.

L'acétylène : CH≡CH

C'est un alcyne carrefour car, à partir de l'acétylène, on peut réaliser un nombre impressionnant de synthèses organiques :

— par addition d'hydrogène, l'acétylène donne l'éthylène, C_2H_4, et l'éthane, C_2H_6 ;

— par addition d'eau, on obtient CH_3—CHO (aldéhyde éthylique) puis, par oxydation, CH_3—COOH (acide acétique) ;

— la polymérisation de l'acétylène donne le benzène ($3C_2H_2 \rightarrow C_6H_6$; voir p. 151) ;

C'est pourquoi la synthèse de l'acétylène, réalisée par Berthelot en 1860, est un moment important dans l'histoire de la chimie organique : en faisant passer un courant d'hydrogène sur les deux charbons d'un arc électrique, on obtient de l'acétylène :

$$C_2 + H_2 \rightarrow C_2H_2 .$$

Industriellement, on prépare l'acétylène à partir du carbure de calcium CaC_2, lui-même obtenu par réaction de la chaux vive CaO avec le charbon à 2 000 °C ; l'action de l'eau sur CaC_2 donne l'acétylène :

$$(1)\quad CaO + 3\,C \xrightarrow{2\,000°} CaC_2 + CO$$
$$(2)\quad CaC_2 + 2\,H_2O \longrightarrow HC{\equiv}CH + Ca(OH)_2$$

LES GRANDES FONCTIONS ORGANIQUES.

L'étude de la chimie organique est grandement facilitée par la considération des groupements fonctionnels (voir p. 142). Nous avons étudié la fonction alcène (une double liaison) et la fonction alcyne (une triple liaison) et cela nous a permis de comprendre les propriétés générales des hydrocarbures de la série dite *grasse*. Nous allons maintenant passer en revue les principales fonctions de la chimie organique, ce qui nous fournira un moyen simple de passer en revue les composés organiques les plus courants. Le lecteur se reportera aussi aux pp. 179-180 où sont décrites les principales fonctions et les principales familles organiques et les principaux composés organiques non cycliques.

La fonction alcool.

Définition et nomenclature.

● *Définition.* La fonction *alcool* est caractérisée par la présence de l'hydroxyle —OH, substitué à un hydrogène sur un atome de carbone. Un corps ne possédant qu'une seule fonction alcool est un *monol*, s'il en possède deux, c'est un *diol*, trois un *triol*, etc. et, d'une manière générale, un *polyol* (= plusieurs fonctions alcool).

Le carbone sur lequel est fixé l'hydroxyle peut être :

— soit relié à un autre atome de carbone : il est dit *primaire* ;

— soit relié à deux autres atomes de carbone : il est dit *secondaire* ;

— soit relié à trois autres atomes de carbone : il est dit *tertiaire*.

CH_3—CH_2—CH_3 (carbone primaire — carbone secondaire — carbone primaire) : propane

CH_3—CH(CH_3)—CH_3 (carbone tertiaire) : méthyl - 2 butane ou isobutane

Exemples de carbones primaire, secondaire et tertiaire.

Plus généralement, en appelant R, R′ et R″ des radicaux (alcoyles), on a :

R—CH_3 : C est un carbone primaire ;
R—CH_2—R′ : C est un carbone secondaire ;
R—CH(R″)—R′ : C est un carbone tertiaire.

Si on substitue à un hydrogène, dans les trois exemples précédents, un hydroxyle —OH, on obtient des alcools dits, respectivement : *primaire, secondaire, tertiaire*.

R—CH_2OH : alcool primaire
R—CHOH—R′ : alcool secondaire
R—C(OH)(R″)—R′ : alcool tertiaire

Les trois formes de la fonction alcool.

● *Nomenclature.* On nomme les alcools en ajoutant le suffixe-*ol* à l'hydrocarbure de base (méthanol, éthanol, etc.) ; s'il y a d'autres fonctions, on les énumère et on termine par -*ol*. On donne le n° 1 au carbone portant l'hydroxyle si celui-ci est en bout de chaîne ; sinon, on s'arrange pour que le numéro de ce carbone soit le plus bas possible. Ainsi le

chloro-4 éthyl-2 butène-2 ol-1

est un composé dont le carbone n° 1, en extrémité de chaîne, porte le groupement —OH (ol-1) ; dont le carbone n° 2 est lié par une double liaison au carbone n° 3 (c'est donc un -*ène*) ; dont la chaîne principale est à 4 carbones (butène) ; dont le carbone n° 4 porte un atome de chlore (chloro-4) ; il y a un radical éthyle CH_3CH_2—sur le carbone n° 2. D'où la formule développée :

$ClCH_2$(4)—CH(3)=C(2)(CH_2CH_3)—CH_2OH(1)

On utilise aussi une nomenclature usuelle en employant le mot « alcool » suivi de « alcoylique ». Les lettres *p*, *s* et *t* précisent s'il s'agit d'un alcool primaire, secondaire ou tertiaire.

CH_3OH est l'alcool *p*- méthylique
C_2H_5OH est l'alcool *p*- éthylique
CH_3—C(CH_3)(CH_3)—OH est l'alcool *t*- butylique.

Nomenclature usuelle des alcools.

Propriétés.

● *Propriétés physiques.* Les alcools sont des composés liquides ou solides dans les conditions normales (tous les alcools tertiaires sont solides, ainsi que les alcools à chaîne linéaire à plus de 16 carbones). Ils ont tous une densité inférieure à 1, et les premiers termes (à 1, 2 ou 3 carbones) sont miscibles à l'eau en toutes proportions. Les molécules d'alcool sont reliées entre elles par une liaison intermoléculaire relativement faible, mais qui rend compte de leur état physique : la *liaison hydrogène* (voir p. 127). Ainsi les molécules R—OH sont liées de la sorte.

R—O—H ··· R—O—H ··· R—O—H ··· R—O—H ··· R—O—H ··· R—O—H
(liaison hydrogène)

● *Propriétés chimiques.*

1 - Les alcools ne sont ni acides, ni basiques ; ce sont des *amphotères*, c'est-à-dire des corps susceptibles de donner des anions ou des cations selon les éléments auxquels ils sont unis. Ils peuvent se comporter comme des acides en donnant des « sels » métalliques (alcoolates) ; mais il ne s'agit pas de vrais sels, car les corps obtenus ne sont pas électrolysables et, alors que les sels s'ionisent en solution, les alcoolates sont décomposés par l'eau (hydrolyse), avec reconstitution de l'alcool primitif. Voici les réactions avec un alcool primaire R—OH :

$$(1)\quad R{-}OH + Na \longrightarrow \underbrace{R{-}ONa}_{\text{alcoolate de sodium}} + H\,;$$

$$(2)\quad R{-}ONa + H_2O \xrightarrow{\text{(hydrolyse)}} R{-}OH + \underbrace{OHNa}_{\text{soude}}.$$

2 - Réaction d'éthérification : avec certains dérivés halogénés des alcanes (iodures, chlorures, etc. d'alcanes), les alcools peuvent donner (lentement et à condition d'opérer avec précision) des *éthers*, c'est-à-dire des oxydes de deux alcoyles. Voici la réaction avec l'éthanol (= alcool éthylique) et l'iodure de méthyle CH_3I :

$$CH_3I + C_2H_5OH \rightleftarrows \underbrace{CH_3{-}O{-}C_2H_5}_{\text{oxyde de méthyle et d'éthyle = acétate d'éthyle}} + HI\,.$$

La réaction est réversible, cela signifie que, si l'éther est formé en trop grande abondance, il se reconstitue de l'alcool à ses dépens. On obtient des éthers d'une façon plus rapide et sans réversibilité en partant d'un alcoolate :

$$CH_3I + \underbrace{C_2H_5ONa}_{\text{alcoolate de sodium}} \rightarrow CH_3{-}O{-}C_2H_5 + HI\,.$$

3 - Réaction d'estérification (ne pas confondre *éther* et *ester*) : l'action d'un alcool sur un acide donne un ester (= éther-sel), avec élimination d'une molécule d'eau :

$$\underbrace{R{-}OH}_{\text{alcool}} + \underbrace{R'{-}COOH}_{\text{acide}} \rightleftarrows \underbrace{R{-}COO{-}R'}_{\text{ester}} + H_2O\,.$$

On notera que l'estérification est réversible (plus ou moins selon les alcools), et que les vitesses d'estérification dépendent notamment de l'*empêchement stérique* (étudié ci-dessus, p. 143).

4 - La rupture de la liaison entre le radical et l'hydroxyle conduit à la production d'halogénures d'alcoyle. Ainsi :

$$\underbrace{R{-}OH}_{\text{alcool}} + \underbrace{HCl}_{\text{acide chlorhydrique}} \rightleftarrows \underbrace{R{-}Cl}_{\text{chlorure de R}} + H_2O$$

(réaction réversible qui n'a lieu qu'en présence d'un acide fort).

5 - Déshydratation : l'action de l'acide sulfurique concentré donne un sulfate acide d'alcoyle, avec élimination d'eau. Exemple (avec l'éthanol) :

$$C_2H_5OH + H_2SO_4 \rightarrow \underbrace{C_2H_5HSO_4}_{\text{sulfate acide d'éthyle}} + H_2O\,.$$

6 - Oxydation. En dehors de leur combustion, qui donne du gaz carbonique et de l'eau, les alcools peuvent donner des composés oxydés portant le groupement CO appelé *carbonyle* (ne pas confondre avec le groupement *carboxyle*, qui en est un cas particulier). Voici d'abord l'équation de combustion de l'éthanol (alcool éthylique), pris comme alcool primaire type :

$$C_2H_5OH + 7/2\ O_2 \rightarrow 2\ CO_2 + 3\ H_2O$$

Quant au groupement carbonyle, il est bivalent, et il est bon de rappeler sa formule développée :

$$>C{=}O$$

— Dans le cas d'un alcool primaire, il y a deux oxydations successives : le groupement carbonyle se fixe par une de ses valences au radical de l'alcool et, par l'autre, à un atome d'hydrogène ; dans un deuxième temps, l'hydrogène est remplacé par un hydroxyle. La double oxydation se résume ainsi :

$$R{-}CH_2OH \xrightarrow{[\text{oxydation}]} R{-}C(=O){-}H \xrightarrow{[\text{oxydation}]} R{-}C(=O){-}OH$$

On a donc, successivement, un aldéhyde R—CHO, puis un acide carboxylique R—COOH. Ainsi l'éthanol donne, par oxydation : l'aldéhyle éthylique, CH_3CHO, puis l'acide acétique CH_3COOH.

— Les alcools secondaires ne donnent ni aldéhydes, ni acides, mais un seul produit d'oxydation : une *cétone*, selon la réaction :

$$R{-}CHOH{-}R' \xrightarrow{[\text{oxydation}]} \begin{matrix}R\\ & >C{=}O\\ R'\end{matrix}$$

L'oxydation ne peut être poussée au-delà : il y a alors bris de la molécule.

— Les alcools tertiaires ne sont pas oxydables : la molécule se brise et donne un alcène :

$$\underset{\text{alcool tertiaire}}{R,R'{>}C(OH){-}CH_2{-}R''} \longrightarrow \underset{\text{alcène}}{R,R'{>}C{=}CH{-}R''} + H_2O$$

● *En résumé,* la fonction alcool, marquée par le groupe —OH, permet d'obtenir un grand nombre d'autres fonctions : éther, ester, aldéhyde, cétone, acide carboxylique. On peut considérer un alcool R—OH comme un produit de substitution de l'eau HOH, le radical R prenant la place de l'hydrogène : il existe d'ailleurs de nombreuses analogies entre les réactions des alcools et celles de l'eau.

La fonction éther.

Définition et nomenclature.

● *Définition.* La fonction *éther* est caractérisée par la présence du groupement bivalent — O — entre deux alcoyles. La formule générale d'un éther est donc R—O—R'. On peut aussi considérer un éther comme dérivant d'un alcool R—OH, par substitution d'un radical R' à l'hydrogène de l'hydroxyle —OH.

● *Nomenclature.* On nomme les éthers *oxydes de R et de R'* ; si R et R' sont identiques (éthers symétriques), on écrit simplement : oxyde de R (le préfixe *di-* est superflu). Ainsi l'éther ordinaire, dont les propriétés anesthésiques sont bien connues, a pour formule :

$$C_2H_5{-}O{-}C_2H_5,$$

c'est l'oxyde d'éthyle.

Propriétés.

● *Propriétés physiques.* A part l'oxyde de méthyle, $CH_3{-}O{-}CH_3$, qui est un gaz inflammable, tous les éthers jusqu'au terme en C_{32} sont liquides. Ils sont faiblement solubles dans l'eau ; ce sont, par contre, d'excellents solvants des matières organiques, en particulier des corps gras. Les éthers, enfin, sont plus volatils que les alcools correspondants.

● *Propriétés chimiques.* La liaison carbone-oxygène qui apparaît dans les éthers (entre les carbones de R et de R' et O) est difficile à rompre. En conséquence, les éthers réagissent peu.

— Les éthers ne sont pas acides, et ne donnent donc pas de composés analogues aux alcoolates ; ils sont faiblement basiques et, traités par un acide fort, ils donnent des sels d'*oxonium*. Voici la réaction avec l'oxyde de méthyle.

$$\underset{\text{oxyde de méthyle (éther)}}{CH_3{-}O{-}CH_3} + HCl \rightleftarrows \underset{\text{chlorure de diméthyloxonium}}{(CH_3)_2O{<}^{H}_{Cl}}$$

— Avec un excès d'acide sulfurique, on peut *dédoubler* la molécule d'éther ; exemple, avec l'éther ordinaire :

$$\underset{\text{oxyde d'éthyle (éther)}}{C_2H_5{-}O{-}C_2H_5} + 2\ H_2SO_4 \rightleftarrows \underset{\text{sulfate acide d'éthyle}}{C_2H_5HSO_4} + \underset{\text{éthanol}}{C_2H_5OH} + H_2SO_4$$

(cette réaction de dédoublement est l'inverse de la réaction de formation).

La fonction aldéhyde.

Définition et nomenclature.

● *Définition.* La fonction *aldéhyde* est caractérisée par le groupement monovalent — CHO, dans lequel C est un carbone primaire (O est lié à C par une double liaison). La formule générale d'un aldéhyde est donc :

$$R{-}C(=O){-}H$$

● *Nomenclature.* On nomme les aldéhydes en ajoutant le suffixe *-al* à l'hydrocarbure ou au dérivé d'hydrocarbure de base. Ainsi :

- H−CHO est le méthanal (nom vulgaire : formaldéhyde) ;
- CH_3−CHO est l'éthanal (nom vulgaire : aldéhyde éthylique) ;
- $CH_2{=}CH{-}CHO$ est le propénal (le composé de base est un alcène).

Propriétés.

● *Propriétés physiques.* Le méthanal est gazeux ; les autres aldéhydes sont liquides et solubles dans l'eau sauf les aldéhydes de masse moléculaire très élevée, qui sont solides.

Propriétés chimiques.

1 - Les aldéhydes sont, comme on l'a vu ci-dessus a), intermédiaires entre les alcools et les acides. Donc, ils donnent un alcool par hydrogénation et un acide par oxydation :

$$R{-}CHO + H_2 \rightleftarrows R{-}CH_2OH \quad \text{(alcool primaire)} ;$$
$$R{-}CHO + 1/2\ O_2 \rightleftarrows R{-}COOH \quad \text{(acide carboxylique)}.$$

2 - La rupture de la double liaison C = O du groupement fonctionnel transforme le carbonyle C = O en C−OH ; on obtient alors un corps deux fois alcool (un *diol*). Exemple :

$$R{-}CHO + H_2O \rightleftarrows \underset{\text{diol}}{R{-}CH(OH)_2}$$

C'est là une réaction d'addition due au carbonyle C = O.

3 - Autre réaction du même type, avec l'acide cyanhydrique HCN :

$$R{-}CHO + HCN \xrightleftharpoons{(\text{base})} R{-}CH{<}^{OH}_{CN}$$

Le corps obtenu est un *cyanoalcool*, encore appelé une *cyanhydrine* ; il faut un catalyseur basique.

4 - Réaction d'addition avec l'ammoniac NH_3 : on obtient un aldéhyde-ammoniac ; ces corps, peu stables, apparaissent comme produits intermédiaires dans certaines réactions. Voici leur équation de formation :

$$R{-}CHO + NH_3 \xrightleftharpoons{(\text{base})} R{-}CH{<}^{OH}_{NH_2}$$

5 - L'action d'un alcool sur un aldéhyde donne d'abord un *hémiacétal*, puis un *acétal*. Exemple avec le méthanol agissant sur l'éthanal :

$$\underset{\text{éthanal}}{CH_3{-}C(=O){-}H} + \underset{\text{méthanol}}{CH_3{-}OH} \rightleftarrows \underset{\text{hémiacétal}}{CH_3(H)C(OH)(OCH_3)}$$

L'hémiacétal se transforme en acétal par addition d'une seconde molécule d'alcool et avec perte d'une molécule d'eau ; formule de l'acétal :

$$CH_3(H)C(OCH_3)_2$$

6 - Condensation des aldéhydes (= aldolisation) : on obtient des aldéhydes-alcools ou *aldols* :

$$R{-}CHO + CH_3{-}CHO \rightleftarrows \underbrace{R{-}CHOH{-}CH_2{-}CHO}_{\substack{\text{aldol}\\ \text{(alcool secondaire et aldéhyde)}}}.$$

7 - Polymérisation. On obtient aussi bien des polymères linéaires que des polymères cycliques. Par exemple le méthanal (nom commun : formaldéhyde ou aldéhyde formique) en solution aqueuse donne un solide à chaîne linéaire, appelé *polyoxyméthylène*.

Le polyoxyméthylène, chauffé avec un acide dilué donne un trimère cyclique (trois molécules de formaldéhyde en cycle), le *trioxyméthylène* :

$$\text{cycle } (CH_2{-}O)_3 : O{-}CH_2{-}O,\ H^2C,\ CH_2,\ O$$

Signalons que les polymères du méthanal sont la matière première de certains *plastiques*, à bas prix de revient. Leur défaut tient à leur instabilité à la chaleur (point de fusion vers 60 °C).

La fonction cétone.

Définition et nomenclature.

● *Définition.* La fonction *cétone* est caractérisée par le groupement C = O (carbonyle) entre deux radicaux R et R'. La formule générale d'une cétone est :

$$R{-}\underset{\|}{C}{-}R' \quad (C{=}O)$$

On remarque que les cétones, comme les aldéhydes, ont un carbone relié par une double liaison à un oxygène. Cela leur confère un certain nombre de propriétés communes avec les aldéhydes (réactions d'addition par rupture de la double liaison). Mais l'hydrogène mobilisable, présent dans le groupe —CHO, est ici absent, d'où, pour les cétones, des réactions différentes qui les individualisent.

● *Nomenclature.* On nomme les cétones en ajoutant le suffixe *-one* à l'alcane ou au dérivé de l'alcane correspondant. Ainsi le composé $(CH_3)_2C = O$, dont la formule semi-développée est :

$$CH_3{-}C({=}O){-}CH_3$$

est la cétone correspondant au propane, ou *propanone*.

Quelques cétones ont des appellations usuelles qu'il faut connaître : ainsi la propanone est couramment

nommée *acétone* et la pentène-4 one-2 (groupement cétone porté par le 2e carbone d'une molécule de pentène dont la double liaison est entre les carbones 4 et 5) est souvent appelée *méthylallylcétone*.

Propriétés.

● *Propriétés physiques.* Les cétones sont liquides jusqu'au terme en C_{11}, à partir duquel elles sont solides. Leur odeur agréable à l'odorat humain « civilisé » est caractéristique, et on les retrouve en de nombreuses essences qui leur doivent leur parfum. Leur point d'ébullition est toujours plus bas que celui de l'alcool secondaire dont elles dérivent, mais plus haut que celui des aldéhydes dont elles sont isomères.

● *Propriétés chimiques.* Elles ressemblent à celles des aldéhydes. Les différences se comprennent à partir de la structure des cétones.

— En premier lieu, les cétones peuvent réagir sous deux formes : l'une (forme stable) contient un carbonyle C = O, l'autre (forme instable) contient un hydroxyle OH. La première est dite *forme cétonique*, la seconde *forme énolique* (un *énol*, comme l'indique sa terminaison en *—ol*, porte une fonction alcool et une double liaison entre deux carbones, comme l'indique le préfixe *én*, qui n'est autre que la terminaison *-ène* des alcènes).

— D'autre part, les cétones de la forme R — CO — R', dans lesquelles R et R' sont des radicaux porteurs de nombreux atomes d'hydrogène présentent le phénomène déjà décrit de l'*empêchement stérique* : l'encombrement de la molécule par les atomes d'hydrogène rend impossible certaines réactions. On peut donc prévoir que les cétones dont l'un des radicaux est le méthyle CH_3 — (les méthylcétones) seront plus réactives que les autres. En particulier l'acétone ordinaire, avec ses deux radicaux C_2H_5, est très réactive.

— Cela explique qu'il faille étudier la chimie des cétones d'une part au niveau du carbonyle C=O, d'autre part en fonction des remarques qui précèdent.

1 - Hydrogénation : une cétone résultant de l'oxydation d'un alcool secondaire (voir ci-dessus, *a*), l'hydrogénation régénère cet alcool :

$$R—CO—R' + H_2 \rightleftarrows R—CHOH—R'.$$

Une hydrogénation plus poussée donne des alcools *bitertiaires* :

$$2(R—CO—R') + H_2 \rightleftarrows (R)(R')C(OH)—C(OH)(R)(R')$$

2 - L'oxydation des cétones est plus difficile à réaliser que celle des aldéhydes, car elles ne peuvent fixer d'oxygène sur leur groupement fonctionnel sans que leur chaîne carbonée soit rompue.

3 - Certaines réactions d'addition caractéristiques du carbonyle et étudiées avec les aldéhydes vont se retrouver ici : avec HCN (acide cyanhydrique) on obtient des cyanhydrines (catalyseur basique indispensable), et l'action des organomagnésiens (composés organiques contenant du magnésium) conduit aux alcools tertiaires :

$$R — CO — R' + R'' — Mg — Br + H_2O \longrightarrow R — C(R')(R'') — OH + MgBrOH$$

(alcool tertiaire)

4 - Halogénation, par remplacement d'atomes d'hydrogène sur le carbone directement attaché au groupe fonctionnel (ce carbone est généralement désigné par la lettre grecque α : c'est le carbone α) :

$$CH_3—CO—CH_3 + Cl_2 \rightarrow ClCH_2—CO—CH_3 + HCl$$

acétone (= propanone) ; chloracétone

5 - Énolisation : c'est la transformation d'une cétone en énol avec : 1° la rupture de la double liaison C=O ; 2° la fixation d'un hydrogène sur la première valence libérée, ce qui donne une fonction alcool —OH ; 3° l'établissement d'une double liaison, grâce à la deuxième valence libérée, entre le carbone du carbonyle et le premier carbone du radical suivant le carbonyle. Voici l'exemple de l'énolisation de l'acétone (= propanone).

$$CH_3—CO—CH_3 \rightarrow [CH_3—CO—CH_2]^- + H^+$$

anion énolate

I - Ionisation

$$[CH_3—CO—CH_2]^- + H^+ \qquad CH_3—C(OH)=CH_2$$

II - Ouverture de la double liaison ; III - Formation de l'énol

Énolisation de l'acétone.

Plus généralement, la forme cétonique R—CO—R' devient

$$R—CH=C(OH)—R'$$

6 - Cétolisation : c'est un processus de condensation des cétones analogue à l'adolisation, avec perte d'eau. Il y a formation d'un corps porteur de la fonction cétone et de la fonction alcool, c'est-à-dire d'un *cétol*. Voici l'exemple de la cétolisation de l'acétone.

$$2(CH_3—CO—CH_3) \rightleftarrows CH_3—C(CH_3)(OH)—CH_2—CO—CH_3$$

diacétone-alcool (cétol)

Cétolisation de l'acétone.

● *Les cétènes* sont des composés porteurs d'une double liaison carbone-carbone et d'un carbonyle :

$$>C=C=O$$

Le *cétène* lui-même a pour formule

$$H_2C=C=O$$

et donne deux séries de produits de substitution : les *aldocétènes* et les *cétocétènes*.

$$(R)(H)C=C=O \qquad (R)(R')C=C=O$$

Aldocétène ; Cétocétène

Produits de substitution du cétène.

La fonction acide carboxylique.

Définition et nomenclature.

● *Définition.* Les acides carboxyliques sont caractérisés par la présence du groupement

$$—C(=O)—O—H$$

que nous écrirons, dorénavant, — COOH. La présence dans ce groupement du carbonyle C = O et de l'hydroxyle OH pourrait faire penser que les acides carboxyliques sont à la fois des alcools (OH) et des cétones ou des aldéhydes (C=O). En fait, les atomes des deux groupements sont très proches les uns des autres et ne sont pas indépendants. Il faut donc considérer le carboxyle — COOH comme autre chose que la somme d'un carbonyle et d'un hydroxyle. Le premier terme de la série est connu sous le nom d'*acide acétique* : CH_3COOH (acide du vinaigre).

● *Nomenclature.* Dans le système de l'UICPA, les acides carboxyliques sont appelés des *alcanoïques*. On les nomme en ajoutant la terminaison *-oïque* à la chaîne carbonée porteuse du groupement — COOH ; s'il y a plusieurs chaînes possibles, on choisit la plus longue. Si le corps possède un ou plusieurs hydroxyles, la fonction acide l'emporte dans la dénomination. Voici quelques exemples :

$$\overset{6}{CH_3}—\overset{5}{CH_2}—\overset{4}{CH_2}—\overset{3}{CH_2}—\overset{2}{CH_2}—\overset{1}{COOH}$$

est l'hexanoïque (il y a six carbones, dont l'alcane de base est l'hexane ; noter que le carbone de la fonction acide, qui porte le n° 1, est compté).

$$CH_3—CH_2—CH_2—CH(Br)—COOH$$

est le bromo-2 pentanoïque (5 carbones ; l'halogène Br en position 2, puisque le carbone n° 1 est celui du groupement — COOH).

$$\underset{7}{CH_3}—\underset{6}{CH_2}—\underset{5}{CH}=\underset{4}{CH}—\underset{3}{CH(OH)}—\underset{2}{CH(CH_3)}—\underset{1}{COOH}$$

est un acide carboxylique caractérisé par :

1 - une chaîne *heptène*-4 (1 double liaison, 7 carbones, dont le 1er est celui du groupement fonctionnel) ; le premier carbone de la double liaison porte le n° 4) ;

2 - il y a un radical *méthyle* en position 2 et un hydroxyle en position 3 ;

c'est donc l'*acide méthyl-2 hydroxy-3 heptène-4 oïque*.

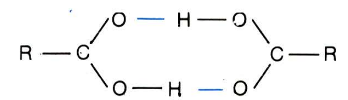
Certains acides communs sont encore nommés par leur nom vulgaire, et nous respecterons cet usage ; les noms en question évoquent l'origine naturelle de ces acides, en voici la liste.

Noms usuels de certains acides.

Formule	Nom UCIPA	Nom usuel	Étymologie
H—COOH	méthanoïque	acide formique	du latin *formica* = « fourmi ».
CH_3—COOH	éthanoïque	acide acétique	du latin *acetum* = « vinaigre ».
CH_3—CH_2—COOH	propanoïque	acide propionique	du grec *prôtos* = « premier » et *piôn* = « gras ».
CH_3—CH_2—CH_2—COOH	butanoïque	acide butyrique	du latin *butyrum* = « beurre ».
$(CH_3)_2$CH—COOH	méthyl-2 propanoïque (ou diméthyl-2 éthanoïque)	acide isobutyrique	

Propriétés.

● *Propriétés physiques.* Les acides carboxyliques sont liquides, dans les conditions normales de température et de pression, jusqu'au terme en C_{11} ; au-delà, ils sont solides. Leur point d'ébullition augmente régulièrement avec leur masse moléculaire ; leur point de fusion est d'abord décroissant jusqu'au terme en C_5, puis croissant. En outre, on se doit de souligner que les molécules sont souvent liées par la liaison hydrogène, de sorte que les acides carboxyliques se présentent souvent sous la forme *dimère* (*di* = « deux », *meros* = « partie »), cyclique.



Forme dimère d'un acide carboxylique. Les deux molécules* R—COOH *sont doublement liées par la liaison hydrogène (en bleu).* R *désigne un radical carboné quelconque.

● *Dissociation ionique.* Les acides carboxyliques sont dissociés ioniquement de la façon suivante :

$$R—COOH \rightleftarrows \underset{\text{anion}}{R—COO^-} + \underset{\substack{\text{cation} \\ (= \text{hydrogène acide})}}{H^+}$$

Cette dissociation est *faible* : en solution aqueuse, les molécules ne sont pas toutes dissociées en leurs ions, comme c'est le cas pour les acides forts (minéraux) comme HCl ou H_2SO_4. Si l'on appelle :

- $[H^+]$ la concentration en ions H^+
- $[R—COO^-]$ la concentration en ions $R—COO^-$
- $[R—COOH]$ la concentration en molécules non dissociées

d'une solution d'acide carboxylique R—COOH,

la constante de dissociation :

$$K = \frac{[R—COO^-] \times [H^+]}{[R—COOH]}$$

a une valeur de l'ordre de 10^{-5} ($1{,}75 \times 10^{-5}$ pour l'acide acétique). Cela signifie qu'un vinaigre contenant 60 grammes d'acide acétique pour 1 litre d'eau a la même acidité qu'une solution d'acide chlorhydrique contenant 0,155 g de cet acide minéral par litre.

En vertu de leurs propriétés acides, les alcanoïques peuvent agir sur des bases (NaOH, KOH) pour donner des *sels* (*alcanates*), qu'on nomme en remplaçant la terminaison *-oïque* par *-ate* (ou, s'il s'agit d'un nom usuel, la terminaison *-ique* par *-ate*). On a ainsi par exemple :

$CH_3—COOK$: acétate (= éthanate) de potassium ;
R—COONa : alcanate de sodium.

● *Réactions au niveau du carboxyle.* L'affinité de l'hydrogène de la fonction acide pour certains réactifs entraîne des réactions de substitution qui ne mettent pas en jeu l'ionisation de l'hydrogène. On obtient ainsi des *dérivés fonctionnels* de l'acide : *anhydrides, chlorures d'acides, amides,* etc. comme l'indique le tableau ci-après.

● *Décarboxylation.* C'est la perte du carboxyle, que remplace un atome d'hydrogène. La réaction s'obtient en chauffant non pas l'acide R – COOH, mais un sel de sodium R – COONa en présence de chaux sodée :

$$R—COONa + OHNa \rightarrow \underbrace{R—H}_{\text{alcane}} + CO_3Na_2$$

Ainsi, avec l'acétate de sodium, on obtient du méthane :

$$CH_3—COONa + OHNa \rightarrow CH_4 + CO_3Na_2$$

● *Remarque.* Un corps peut posséder plusieurs fonctions acides, caractérisées par plusieurs groupements – COOH : c'est alors un polyacide. Les monoacides (= une seule fonction acide) saturés sont appelés *acides gras*, parce que les plus répandus d'entre eux se retrouvent dans les graisses (l'acide butyrique, par exemple, ou butanoïque, en C_4, l'acide palmitique en C_{18}, etc.).

Nom de la fonction	Réaction	Exemples (CH_3COOH = acide acétique)
Ester R—COO—R′	Substitution d'un alcool R′—OH à l'hydrogène du groupement —COOH.	$CH_3COOH \rightarrow CH_3COOC_2H_5$ acétate d'éthyle
Chlorure d'acide R—COCl	Substitution de Cl (monovalent) à OH (monovalent)	$CH_3COOH \rightarrow CH_3COCl$
Anhydride d'acide R—CO—O—CO—R	Condensation de deux molécules d'acide avec élimination d'une molécule d'eau.	2 molécules de $CH_3COOH \rightarrow CH_3CO—O—CO—CH_3$ anhydride acétique
Amide primaire $R—CONH_2$	Substitution du groupement NH_2 à l'hydroxyle de —COOH.	$CH_3COOH \rightarrow CH_3CONH_2$ méthylamide

Principaux dérivés fonctionnels des acides carboxyliques.

Les fonctions azotées.

De nombreux corps organiques contiennent de l'azote, et nous verrons le rôle capital que jouent les substances azotées (protides) dans les sciences de la vie. Dans un très grand nombre de cas l'atome d'azote (N = 14) est impliqué dans un groupement fonctionnel.

L'azote est un élément oxydable et, en chimie inorganique, on décrit au moins une dizaine de degrés d'oxydation de cet élément. Le nombre de composés qu'on peut ainsi obtenir est important : nous avons résumé les principaux d'entre eux sur le tableau ci-après (d'après J. D. Roberts et M. C. Caserio, *Chimie organique moderne*, trad. J. M. Conia, Paris, Ediscience, 1968) ; pour les *degrés d'oxydation* voir p. 133.

Degré d'oxydation de l'azote	Composés minéraux de l'azote (N = 14 ; généralement trivalent, parfois tétravalent)		
– 3	NH_3 ammoniac; NH^+_4 ion ammonium	H—C≡N acide cyanhydrique	HOC≡N acide cyanique
– 2	$H_2N—NH_2$ hydrazine		
– 1	HN—NH diimide	NH_2Cl chloramine	NH_2OH hydroxylamine
0	N≡N azote		
1	N=N=O oxyde nitreux	$H_2N_2O_2$ acide hyponitreux	
2	N=O oxyde nitrique	$F_2N—NF_2$ tétrafluorahydrazine	
3	O=N—O—N—O anhydride nitreux; HNO_2 acide nitreux	O=N—Cl chlorure de nitrosyle	
4	NO_2 dioxyde d'azote	NO_3 tétroxyde d'azote	
5	$O_2N—O—NO_2$ anhydride nitrique	HNO_3 acide nitrique	O_2NCl chlorure d'azotyle

Principaux composés azotés.

Fonction amine.

● *Définition :* les amines sont des dérivés de l'ammoniac dans lesquels un, deux ou trois atomes d'hydrogène sont remplacés par un radical alcoyle (ou dérivé d'un alcoyle). Elles ont donc pour formules générales

$R—NH_2$: amine primaire ;
$R_2—NH$: amine secondaire ;
$R_3—N$: amine tertiaire.

D'autre part, l'ion ammonium NH_4^+ peut substituer quatre radicaux aux quatre hydrogènes, et fixer un anion X^- (par exemple Cl^-) ; on a alors un sel d'ammonium quaternaire (= à 4 radicaux) :

$$R_4—NCl \rightleftarrows R_4—N^+ + Cl^-.$$

Les amines sont nommées en faisant précéder le mot « *amine* » du nom de l'alcoyle. Exemples :

$$\underset{\text{méthylamine}}{CH_3NH_2} \quad \underset{\text{éthylamine}}{CH_3CH_2NH_2} \quad \underset{\text{triméthylamine}}{(CH_3)_3N}$$

Le radical peut être aussi un aryle (radical cyclique), certaines amines à radical cyclique ont reçu un nom vulgaire qu'elles ont conservé :

N—H — pipéridine; N — pyridine; NH_2 — aniline

Quelques amines à radical cyclique.

● *Propriétés physiques.* Les amines sont, en général, des liquides ; celles dont la masse moléculaire est très élevée sont des solides. Les méthylamines (avec CH_3) et la monoéthylamine sont gazeuses. Leur odeur putride est caractéristique et rappelle celle de l'ammoniac (poissons ou œufs pourris). Elles sont solubles dans l'eau et dans l'alcool, volatiles.

● *Propriétés chimiques.*

1 - Ce sont des *bases* monovalentes, avec des propriétés rappelant celles de l'ammoniac. En particulier, par neutralisation d'un acide, elles donnent des sels :

$$CH_3NH_2 + HCl \rightarrow \begin{cases} CH_3—NH_2HCl \text{ (chlorhydrate de méthylamine) ou} \\ CH_3—NH_3Cl \text{ (chlorure de méthylammonium).} \end{cases}$$

2 - L'azote d'une amine possède encore des électrons non partagés qu'il peut mettre en commun avec d'autres groupements. On parvient ainsi à la formation d'*amides* (ne pas confondre avec *amines*), de formules générales :

$$\underset{\text{amide primaire}}{R—CONH_2} \quad \underset{\text{amide secondaire}}{(R—CO)_2NH} \quad \underset{\text{amide tertiaire}}{(R—CO)_3N.}$$

L'introduction du dérivé R—CO s'appelle une *acylation.*

3 - Action de l'acide nitreux (HNO_2) : cet acide n'agit que sur les amines primaires ou secondaires

$$R—NH_2 + HNO_2 \rightleftarrows \underbrace{R—OH}_{\text{alcool}} + N_2 + H_2O$$

$$R—NH—R + HNO_2 \rightleftarrows \underbrace{R_2N—NO}_{\text{nitrosamine secondaire}} + H_2O$$

4 - Avec les chlorures d'acide, les esters, les anhydrides d'acides, les amines se condensent et fournissent des amides. Les réactions les plus importantes du point de vue biologique sont celles :

— du chlorure de carbonyle $O=CCl_2$;
— des esters O=C=N—R ;

on obtient alors des substances appelées *diuréines* qui dérivent de l'*urée*, $O=C(NH_2)_2$.

Fonction amide.

● *Définition.* Les *amides* sont des composés provenant de la substitution de NH_2 à l'hydroxyle d'une fonction acide —COOH. Leur formule générale est donc :

$$R—C(=O)—NH_2 \quad \text{ou} \quad R—CONH_2.$$

Il peut aussi se former des amides secondaires (avec deux radicaux) ou tertiaires (avec trois radicaux) : avec des radicaux *acyles*, c'est-à-dire de la forme R—CO—, on a les amides secondaires et tertiaires :

$$R—CO—NH—CO—R \quad \text{ou} \quad (R—CO)_2—NH$$
(secondaires) ;

$$(R—CO)_3—N$$
(tertiaires).

Avec des radicaux alcoylés (méthyle, etc.) on a :

R—CONH—R′ pour les amides secondaires ;
$(R—CO)_3NR'$ pour les amides tertiaires.

Ces dernières sont appelées *alcalamides* (les autres : *acylamides*).

● *Propriétés.* Les amides sont des solides cristallisés, à point de fusion bien déterminé. Leurs propriétés basiques sont faibles et tiennent à la présence du groupement NH_2 (électropositif) ; mais, dans certaines conditions, un atome d'hydrogène de NH_2 peut s'échanger contre un métal, et l'amide se comporte alors comme un acide. Nous avons donc là des corps *amphotères*, susceptibles de donner des anions ou des cations selon les cas. Voici quelques réactions importantes.

1 - Saponification par une base alcaline :

$$R—CONH—R' + NaOH \rightleftarrows R—COONa + R'—NH_2.$$

2 - Action de l'acide hypochloreux sur une amide primaire :

$$R—CONH_2 + HOCl \rightleftarrows R—CONHCl + H_2O$$

R—CONHCl est une *chloramide* ; les chloramides ont des propriétés *antiseptiques*.

Fonction nitrile.

● *Définition :* la fonction *nitrile* est caractérisée par la présence du groupement —C≡N dans la molécule. On nomme les nitriles comme les acides (alcanoïques) qui leur correspondent. Exemples :

HCOOH acide formique (= méthanoïque)	HCN nitrile formique (nom usuel : acide cyanhydrique)
CH_3—COOH acide acétique (= éthanoïque)	CH_3CN nitrile acétique (nom usuel : cyanure de méthyle)

Le groupement —CN est très stable ; en outre, il peut s'ioniser et devenir l'ion électronégatif CN^-. Aussi désigne-t-on souvent ce radical par l'abréviation Cy, et les nitriles autres que HCN sont alors appelés des *cyanures* : CH_3CN (ou CH_3Cy) est le cyanure de méthyle, C_2H_5Cy est le cyanure d'éthyle. Signalons aussi le cyanure d'allyle : CH_2=CH—CH_2—Cy (l'allyle est un alcyne dont le nom réglementaire est propène-2 yle), présent dans la *moutarde*.

● *Propriétés.*

1 - Les nitriles dérivent d'acides carboxyliques ; ils peuvent donc, par hydratation, régénérer ces acides ; la réaction a lieu en trois temps :

$$(1)\quad R—C\equiv N + H_2O \rightarrow R—CONH_2$$
$$(2)\quad R—CONH_2 + H_2O \rightarrow R—COONH_4$$
$$(3)\quad R—COONH_4 + HCl \rightarrow R—COOH + NH_4Cl.$$

2 - L'hydrogénation des nitriles produit des amines primaires :

$$R—C\equiv N + 2\,H_2 \rightarrow R—CH_2—NH_2.$$

3 - L'hydrolyse des nitriles donne des amides :

$$R—C\equiv N + H_2O \rightarrow R—CONH_2.$$

Les corps polyfonctionnels.

Définition.

● *Un corps polyfonctionnel* est un composé portant plusieurs fonctions organiques. Nous en avons déjà rencontré quelques-unes. Ainsi, l'acide lactique a pour formule développée :

$$CH_3—CH(OH)—COOH$$

il porte une fonction acide et une fonction alcool. Nous verrons plus loin, en *Biochimie*, qu'il existe des composés porteurs à la fois d'une fonction amine —NH_2 et d'une fonction acide —COOH : ces corps sont donc des *aminoacides* (= *acides aminés*) ; le plus simple d'entre eux porte le nom usuel de glycine ou glycocolle ; il a pour formule :

$$H_2N—CH(COOH)—H$$

La glycine

De même, il existe des composés qui sont deux fois alcènes, c'est-à-dire qui contiennent deux doubles liaisons : on les appelle des *diènes* (ou alcadiènes) ; exemple, le *butadiène* :

$$CH_2{=}CH—CH{=}CH_2.$$

Nous allons dire quelques mots, dans ce qui suit, de la manière de nommer les composés polyfonctionnels.

Nomenclature.

● *Rappel.* Il est cependant utile, auparavant, de regrouper d'une manière commode les informations qui précèdent. Le lecteur non familier des livres de chimie se perd sans doute dans le dédale des acétals, des énols, des alcanoïques, des alcènes et des alcynes etc. Nous avons donc récapitulé, pp. 179-180, par ordre alphabétique, les principaux types de composés organiques non cycliques (voir ci-dessous p. 151, pour les composés cycliques).

Toutefois, pour éviter des recours trop fréquents à ces tableaux rappelons, une fois de plus, deux ou trois points essentiels.

— Les chaînes saturées se terminent en *-ane*, les préfixes dépendant du nombre de carbones (C_1 : *méth-*, C_2 : *éth-*, C_3 : *prop-*, C_4 : *but-* ; au-delà : préfixe numérique grec).

— Une double liaison : *-ène* ; deux doubles liaisons : *-diène* ; plusieurs doubles liaisons : *-polyène*. De même : *-diyne*, *-polyne* pour deux ou plusieurs triples liaisons.

— Les radicaux non saturés (avec une valence libre) sont des alcoyles (méthyle, éthyle, propyle, etc.) ou des alcényles (méthényle, éthényle, etc.) ; néanmoins les premiers alcényles ont des noms usuels :

$CH_2{=}CH—$ vinyle	$CH_2{=}CH—CH_2$ allyle

— Les alcools se terminent en *-ol*, les aldéhydes en *-al*, les cétones en *-one* ; un aldéhyde-alcool est un *aldol*, une cétone-alcool, un *cétol*.

— Les composés *organosulfurés* (c'est-à-dire contenant du soufre) font intervenir le préfixe *thio-* (du grec *theion* = « soufre ») : *thiols* (alcools), *thioéthers*, etc.

— Les *halogènes* sont : le chlore (Cl), le fluor (F), le brome (Br) et l'iode (I).

● *Comment numéroter les carbones d'un composé organique.*

1 - S'il n'y a pas de groupements fonctionnels, on se reporte aux règles ci-dessus, données pour les alcanes, les alcènes et les alcynes.

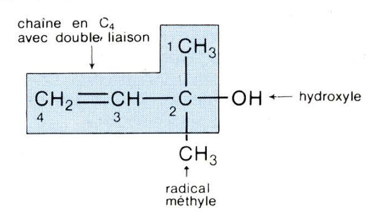
2 - S'il y a un groupement fonctionnel, on donne en principe le n° 1 au carbone portant la fonction s'il est en bout de chaîne, sinon, on numérote de telle sorte qu'il porte le numéro le plus bas.

3 - S'il y a plusieurs groupements fonctionnels, l'acide l'emporte sur l'alcool et l'alcool sur les halogènes ou la double liaison. On utilise aussi, couramment, les lettres grecques α, β, γ, δ, etc. pour désigner les positions qui se succèdent sur une chaîne carbonée. Le carbone attaché au groupe fonctionnel principal est le carbone α, le suivant le carbone β, etc. Ainsi le composé :

$$CH_2{=}CH—C(CH_3)_2—OH$$

peut être numéroté et nommé selon les règles de l'UICPA.

1° C'est un alcool (hydroxyle OH porté par un carbone) ; la plus longue chaîne de carbone contenant l'hydroxyle est une chaîne à 4 carbones, qu'il faut numéroter ainsi :



La numérotation en partant du haut de la chaîne donne le n° 2 au carbone porteur de l'hydroxyle ; si on avait numéroté en partant de la gauche, ce carbone aurait eu le n° 3 : il faut choisir l'ordre de numérotation qui lui confère le numéro le plus bas.

2° C'est un alcène (double liaison entre C_3 et C_4) : un alcène à 4 carbones est un *butène* ; nous préciserons même, ici : butène-3 (voir ci-dessus p. 144, la nomenclature des alcènes).

3° Il y a un radical méthyle CH_3 fixé sur le carbone C_2, donc : méthyl-2.

L'ordre des préséances étant (en partant du suffixe qui doit terminer la dénomination) : (alco)*ol* > -*ène* > *alcoyle* le corps en question porte le nom suivant :

méthyl-2 butène-3 ol-2.

Avec les lettres grecques, on lui donnera un autre nom. Le carbone portant la fonction alcool est le carbone α ; sur lui sont fixés deux radicaux *méthyle* : on écrit donc *α,α-diméthyl* (*di* pour « deux », *α,α-* pour signaler qu'ils sont tous deux sur le carbone α). D'autre part, la chaîne portant la fonction alcool, c'est-à-dire commençant au carbone α, est une chaîne en C_3 avec une double liaison qui s'écrirait CH_2=CH—CH_2—OH s'il n'y avait pas substitution de deux CH_3 aux deux hydrogènes du carbone α. C'est donc le radical *allyle* (voir ci-dessus). Finalement le corps prend le nom de :

alcool α, α-diméthylallylique.

Signalons que cette dualité de dénomination est fâcheuse. L'emploi des lettres grecques et du principe de dénomination qui lui est attaché est à déplorer. Par conséquent déplorons-le... et utilisons-le, puisque tel est l'usage.

● *Quelques règles de détail.*

1 - Pour nommer un composé, on énumère donc les substituants les uns après les autres, en *faisant suivre* chaque substituant du numéro du carbone porteur. Ce numéro est lié au substituant par un trait d'union.

2 - Quand le substituant est un alcoyle ou un alcényle, on écrit ce radical sans « e » :

« méthyl-2 » et non pas « méthyle-2 »

par exemple.

3 - Les oxydes (éthers), acides, halogénures, alcools, etc. s'écrivent souvent en plusieurs mots :
— chlorure de méthyle ;
— acide acétique ;
— oxydes de méthyle et d'éthyle ;
etc.

Par contre, un composé construit avec des groupements et des suffixes doit s'écrire en un seul mot :

« méthyéthylamine ».

4 - Les virgules entre les lettres grecques ou les numéros concernent le cas où il y a deux ou trois

substituants identiques en des positions différentes ou sur un même carbone :

triméthyl-3, 1, 1

signifie : un méthyl en C_3, deux méthyl en C_1 ; on pourrait aussi écrire :

méthyl-3 diméthyl-1,1.

LES COMPOSÉS CYCLIQUES.

Généralités.

Nous avons déjà rencontré des composés hydrocarbonés dont la chaîne se refermait sur elle-même ; les *cyclanes.* Cette configuration cyclique nous avait été imposée parce qu'un corps de formule brute C_6H_{12} par exemple, ne présentant aucune double liaison, ne pouvait être représenté par une chaîne linéaire, laquelle aurait correspondu à une formule brute : C_6H_{14}, puisqu'il y a trois atomes d'hydrogène à chaque extrémité de la chaîne.

fermeture de la chaîne

La formule du cyclohexane** C_6H_{12} **impose la figuration cyclique de la molécule.

Comme la liaison carbone-carbone est très stable, il est à prévoir qu'un hydrocarbure cyclique sera lui-même plus stable qu'un hydrocarbure linéaire ; il est plus résistant à la chaleur, aux oxydants, etc.

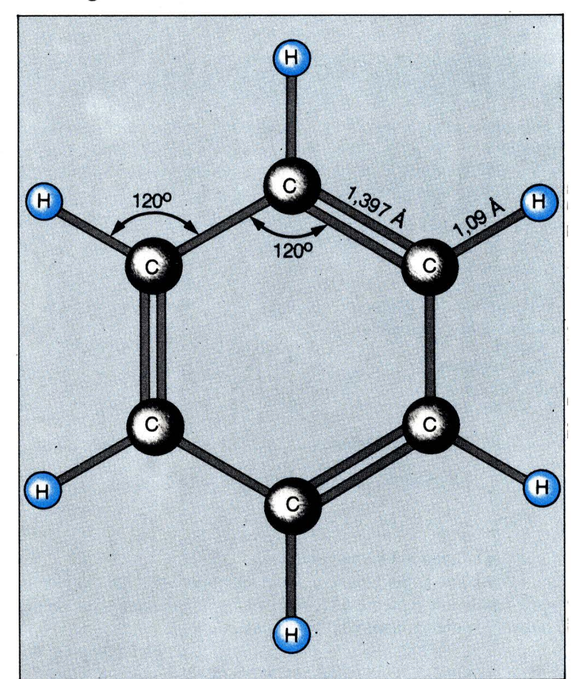
Le problème du benzène.

La distillation du goudron de houille fournit divers produits qu'on appelle des *huiles* (légères, moyennes, lourdes ou anthracéniques selon la température à laquelle on les recueille, les huiles légères se séparant des goudrons en dessous de 160 °C). Des huiles légères on sépare un composé hydrocarboné dont le point de fusion est à 5,5 °C, le point d'ébullition à 80 °C et la densité égale à 0,879 ; son odeur est caractéristique ; on l'a nommé depuis fort longtemps le *benzène.* L'analyse chimique montre que la formule brute du benzène est C_6H_6. L'étude de ses propriétés met en évidence l'existence de trois doubles liaisons C=C. Par conséquent, au premier abord, le benzène est un *triène* (trois fois la fonction alcène), avec six atomes de carbone. Pour rendre compte de sa formule brute, de ses propriétés chimiques et de sa remarquable stabilité, Kekulé (1865 ; prononcer « Kékoulé ») a donné du benzène la formule cyclique suivante :

Formule du benzène (hexagone de Kekulé). A gauche : tous les atomes ont été figurés ; à droite : représentation abrégée du noyau benzénique (chaque sommet de l'hexagone porte un** CH **). La numérotation des atomes de carbone est conventionnelle.

D'après cette formule, les premiers carbones de chaque double liaison portent respectivement les numéros 1, 3 et 5. Le benzène de Kekulé est donc le cyclohexatriène-1,3,5, (*hexa* parce qu'il a six carbones, *triène* parce qu'il y a trois doubles liaisons, *-1,3,5* pour définir la position des doubles liaisons).

Des mesures aux rayons X (spectroscopie, diffractions) ont montré que les atomes de carbone étaient effectivement placés aux sommets d'un hexagone régulier, distants les uns des autres de 1,397 Å ; les atomes d'hydrogène rayonnent vers l'extérieur, à une distance de 1,09 Å du cycle. Tous les angles de liaison sont égaux et valent 120°.



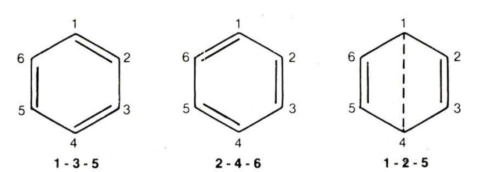
Dimensions de la molécule de benzène.

Cela dit, la formule de Kekulé, que nous adopterons par la suite en raison de sa commodité, ne rend pas compte de toutes les propriétés du benzène. Par exemple, l'hydrogénation du benzène est une réaction exothermique qui s'écrit :

$$\underset{\text{benzène}}{C_6H_6} + 3\,H_2 \rightarrow \underset{\text{cyclohexane}}{C_2H_{12}}\,; \quad \Delta H = -\ 208\,000\ \text{J/mole}$$

Or, si le benzène était le cyclohexatriène-1,3,5 prévu par Kekulé, le calcul montre que la chaleur dégagée devrait être égale à 359 000 J/mole, soit 151 000 J de plus par mole. D'autres réactions aboutissent à des résultats tout aussi discordants. De même, la combustion du benzène fournit 3 302 000 J/mole, alors que celle du cyclohexatriène-1,3,5 devrait en fournir 3 461 000, soit 159 000 kcal de plus (ce supplément est appelé « *énergie de stabilisation* » du benzène).

Qu'est-ce que cela signifie ? Tout simplement que les électrons de valence des carbones non engagés dans une liaison n'ont pas la distribution rigoureusement symétrique supposée par la formule de Kekulé. En d'autres termes, si les noyaux atomiques des six carbones et des six hydrogènes du benzène ont la disposition spatiale hexagonale régulière prévue par la formule et constatée par l'observation aux rayons X, les schémas d'appariements des électrons varient (le schéma le plus fréquent correspondant rigoureusement au schéma de Kekulé). Chaque structure particulière est appelée *structure de résonance,* et la structure réelle du benzène est la moyenne pondérée de ces structures particulières, autrement dit, l'énergie d'une molécule réelle est inférieure à l'énergie (théorique) de chaque structure de résonance.



Trois structures de résonance possibles du benzène. La double liaison entre les atomes 1 et 4 est en tiretés, car les deux atomes sont trop éloignés pour s'apparier réellement, c'est une liaison formelle.

En résumé, les formules cycliques proposées dans ce qui va suivre, qu'il s'agisse de l'hexagone de Kekulé ou d'autres cycles, ne rendent compte qu'imparfaitement des structures moléculaires. Elles sont néanmoins commodes pour décrire les composés cycliques. Retenons tout particulièrement le principe de numérotation des atomes du benzène (de 1 à 6 dans le sens des aiguilles d'une montre, en partant de la position « midi »), car ce principe sera étendu à tous les composés cycliques.

Classification des composés cycliques.

● *Les composés cycliques* sont appelés *carbocycliques* lorsque leur noyau, c'est-à-dire l'hexagone (ou, parfois, le pentagone ou l'heptagone) qui forme le squelette de la molécule, ne contient que des atomes de carbone (qui peuvent être liés à des hydrogènes ou à n'importe quel autre type de groupements chimiques). Quand un ou plusieurs atomes de carbone sont remplacés par un autre élément, en général l'azote, le soufre ou l'oxygène, il s'agit d'un corps *hétérocyclique.* Ces deux types de composés peuvent comporter un seul noyau (*monocycliques*) ou plusieurs noyaux (*polycycliques*). Les noyaux des composés cycliques sont, généralement, très stables. Les groupements qu'ils portent, les chaînes latérales qui se fixent sur eux sont, évidemment, plus faciles à déplacer ou à séparer. C'est pourquoi, lorsqu'on écrit les formules, on se contente de dessiner le noyau en n'écrivant ni les carbones, ni les hydrogènes normalement associés à ces carbones (un hydrogène si le carbone participe à une double liaison, deux hydrogènes dans le cas contraire). S'il s'agit d'un hétérocycle, on mentionne le ou les atomes non carbonés. Il est nécessaire de bien s'habituer à écrire et à lire ces formules, au demeurant simples dans leurs principes, car les composés cycliques sont très nombreux et très importants. Ajoutons enfin que ces composés sont souvent qualifiés d'*aromatiques* parce que les représentants des différentes familles ont une odeur caractéristique, souvent agréable.

● *Une description générale des composés cycliques* est proposée ci-après. On notera à ce propos les remarques suivantes :

1 - nous n'avons cité que les « têtes de file » de chaque groupe : benzène, naphtalène, phénanthrène, anthracène par exemple ;

2 - les hydrocarbures aromatiques forment le groupe des *arènes* (*ar* pour « aromatique », *-ène* pour les doubles liaisons) ; il leur correspond des radicaux *aryle* par perte d'un hydrogène (C_6H_6 est un arène, mais le radical C_6H_5—, monovalent, est un aryle) ;

3 - les doubles liaisons carbone-carbone ne sont pas distribuées de la même façon sur tous les cycles ;

4 - les hétérocycles sont nombreux et importants : nous avons donné ici les noms usuels des plus courants. Voir ci-après p. 154 les règles de la nomenclature ;

5 - à partir de chaque noyau, il est possible de concevoir des *dérivés cycliques des hydrocarbures* : halogénures, dérivés nitrés, dérivés oxygénés (phénols, quinones, tropolones), dérivés à chaînes latérales (acides, aldéhydes), etc.

Les hydrocarbures aromatiques ou arènes.

Définition et nomenclature.

● *Définition.* Hydrocarbures cycliques, à un ou plusieurs cycles, chaque cycle comportant trois doubles liaisons (quand il y a plusieurs cycles, certaines doubles liaisons peuvent être communes à deux cycles).

● *Nomenclature.*

— L'arène monocyclique est le *benzène* ; avec 2 cycles, c'est le *naphtalène ;* avec 3 cycles, l'*anthracène* et le *phénanthrène.* Les carbones sont numérotés conventionnellement (voir figure page ci-après). Les positions 1 et 2 du naphtalène sont parfois nommées α et β.

Le naphtalène est un corps blanc, cristallisé, insoluble dans l'eau, à l'odeur dite de « naphtaline » ; on l'extrait des huiles lourdes de goudron de houille. L'anthracène est aussi un corps solide dans les conditions naturelles, qui se recueille à 320/380 °C dans la distillation de la houille (*huile verte*) avec le phénanthrène.

1, 2, 3, 4, 5, 6
Benzène

8, 1(α), 2(β), 3, 4, 5, 6, 7
Naphtalène

9, 10, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8
Phénanthrène

8, 9, 1, 2, 3, 4, 10, 5, 6, 7
Anthracène

Formules des quatre premiers hydrocarbures aromatiques (arènes) : le benzène (1 cycle), le naphtalène (2 cycles), le phénanthrène (3 cycles) et l'anthracène (3 cycles). Noter la numération des atomes de carbone

— Les dérivés substitués s'obtiennent en remplaçant un ou plusieurs atomes d'hydrogène par un alcoyle, un alcényle, un alcynyle ou un aryle ; on les nomme en faisant précéder le nom de l'arène de base par le nom du radical substituant le ou les numéros des positions carbonées substituées. Dans le cas particulier du benzène, quand il y a deux substituants :

la position 1,2 est désignée par *ortho-*,
la position 1,3 est désignée par *méta-*,
la position 1,4 est désignée par *para-*

ces trois positions s'écrivent, en abrégé, respectivement *o-*, *m-* et *p-*. Voici quelques exemples :

***Exemples de nomenclature des dérivés de substitution, obtenus en remplaçant un ou plusieurs hydrogènes du noyau benzénique par un ou plusieurs radicaux** (CH_2CH_3, CH_3, $CH{=}CH_2$, $C{\equiv}CH$, **etc.). Ainsi l'éthyl-1 naphtalène est obtenu en remplaçant l'hydrogène en position** 1 (α) **du naphtalène par le radical éthyl** CH_2CH_3— **(pour la numérotation des carbones, voir formules des arènes). On a donné aussi l'exemple de trois isomères du méthylbenzène selon la position des substituants** CH_3.*

CH_2CH_3
éthyl – 1 naphtalène
(= α – méthylnaphtalène)

H H / H H
dihydro – 9, 10 anthracène
(les doubles liaisons partant des carbones 9 et 10 ont été rompues; le carbure 9, qui portait CH dans l'anthracène, porte maintenant CH_2; de même pour le carbone 10)

CH_3 CH_3
orthodiméthylbenzène
(diméthyl – 1,2 benzène = orthoxylène)

CH_3 CH_3
métadiméthylbenzène
(diméthyl – 1,3 benzène = métaxylène)

CH_3 CH_3
paradiméthylbenzène
(diméthyl – 1,4 benzène = paraxylène)

CH_2CH_3
éthylbenzène

$CH{=}CH_2$
vinylbenzène
(= éthénylbenzène)

$C{\equiv}CH$
éthynylbenzène
(nom courant : phénylacétylène)

Propriétés.

● *Propriétés physiques.*

Les températures de fusion (t_F), d'ébullition (t_E), la chaleur de combustion ou la densité des principaux hydrocarbures aromatiques sont indiquées sur le tableau ci-après.

Nom	t_F en °C	t_E en °C	Densité
Benzène	5,5	80	0,879
Toluène	— 95	111	0,866
Éthylbenzène	— 94	136	0,867
Isopropyl-benzène (= cumène)	— 96	152	0,862
t-Butylbenzène	— 58	168	0,866
Orthoxylène	— 25	144	0,897
Métaxylène	— 47	139	0,881
Paraxylène	13	138	0,854
Triméthyl-1,3,5 benzène (= mésithylène)	— 50	165	0,863
Naphtalène	80	218	
Anthracène	216	340	
Phénanthrène	101	340	

Hydrocarbures aromatiques (= arènes).

● *Propriétés chimiques.*

— *La combustion* des arènes donne, comme pour tous les hydrocarbures, du gaz carbonique et de l'eau. Exemple avec le benzène :

$$C_6H_6 + 15/2\ O_2 \rightarrow 6\ CO_2 + 3\ H_2O\ .$$

— Les *réactions d'addition* sont, en principe, possibles, puisqu'il y a des doubles liaisons. Mais elles sont moins faciles à obtenir qu'à partir des hydrocarbures acycliques (alcènes, diènes, triènes), elles n'intéressent que l'hydrogène, le chlore et le brome. Les arènes polycycliques réagissent mieux que le benzène, observation en accord avec les calculs de la mécanique quantique sur la perte d'énergie de stabilisation au cours d'une réaction (cette perte est moins grande pour les corps polycycliques, qui auront donc tendance à être plus réactifs que le benzène). L'effet des réactions d'addition est de *saturer* le composé

CHCl, ClHC, CHCl, ClHC, CHCl, CHCl — ou — CH_2, H_2C, CH_2, H_2C, CH_2, CH_2

C_6H_6 → $C_6H_6Cl_6$ (hexachlorure de benzène) ou C_6H_{12} (cyclohexane)

Saturation du benzène par addition de chlore ou d'hydrogène.

Lorsque le noyau benzénique est saturé (C_6H_{12}) on l'écrit avec un *s* à l'intérieur pour éviter toute confusion :

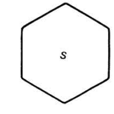
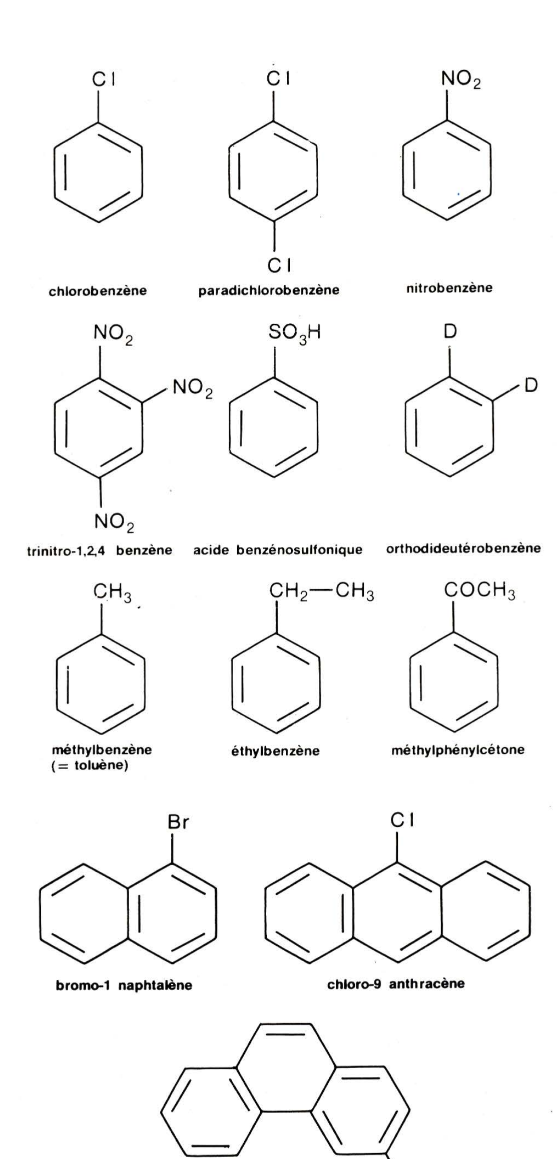


Figure conventionnelle du cyclohexane.

— *Réactions de substitution.* Ce sont les principales réactions présentées par les arènes, un ou plusieurs atomes d'hydrogène du cycle pouvant être remplacés par les substituants suivants :

1) un halogène, Br ou Cl en général (*halogénation*) ;
2) —NO_2 (*nitration*) ;
3) —SO_3H (*sulfonation*) ;
4) un alcoyle (*alcoylation*) ;
5) un radical acyle : —CO—CH_3 (*acylation*) ;
6) un atome d'hydrogène lourd ou deutérium, D (*deutération*).

On trouvera ci-après quelques exemples de réactions de substitution avec le benzène et des arènes polycycliques.



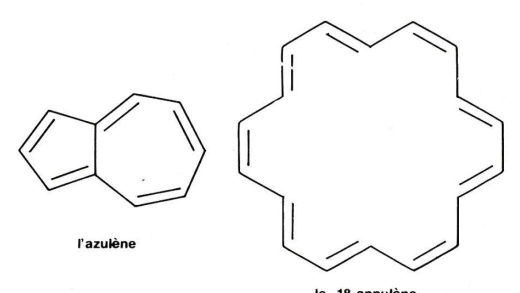
Exemples de substitutions sur le noyau benzénique et sur des arènes à plusieurs cycles.

Remarque concernant les réactions de substitution : chaque type de réaction a ses particularités, et il serait faux de croire qu'on peut, indifféremment, recueillir tel ou tel produit. Ainsi l'halogénation du naphtalène se fait, de préférence, sur le carbone n° 1 (à 99 %) ; seule une molécule sur 100 porte son halogène en position 2. Dans d'autres cas, la répartition des isomères est plus équitable ; la sulfonation du phénanthrène, par exemple, se fait en position 1, 2, 3 ou 9 selon les proportions suivantes :

— en position 1 : 8 % ;
— en position 2 : 18 % ;
— en position 3 : 18 % ;
— en position 9 : 13 % ;

● *Arènes non benzéniques.* Ce sont des composés aromatiques qui ne comportent pas le noyau hexagonal benzénique. Citons parmi eux l'*azolène* (de couleur bleue comme l'indique son nom), comportant un cycle à 5 carbones et un cycle à 7 carbones, et les *annulènes* (à 1, 2, ... *n* cycles).

Deux arènes non benzéniques.



Les principaux dérivés aromatiques.

Les dérivés halogénés ont déjà été rencontrés à propos des réactions de substitution. Ce sont généralement des liquides incolores, huileux, à l'odeur caractéristique, et de densité supérieure à celle de l'eau (de l'ordre de 1,5) : fluorobenzène, bromobenzène, chlorobenzène, iodobenzène, etc.

Dérivés azotés.

Ils peuvent se répartir en trois catégories.

● *Les dérivés nitrés,* obtenus par nitration comme on l'a vu précédemment, avec fixation d'un ou de plusieurs groupements —NO_2 sur le cycle, se préparent en mélangeant l'acide nitrique fumant HNO_3 à l'acide sulfurique H_2SO_4. Leur importance tient à leur comportement vis-à-vis des corps réducteurs ; ils donnent alors des *amines,* le groupement —NO_2 étant remplacé, après réduction, par le groupement —NH_2. Ces amines sont appelées *arylamines,* car elles comportent un radical aromatique. Les arylamines se retrouvent dans de nombreux médicaments et produits industriels divers (colorants, savonnerie, etc.). Ainsi le nitrobenzène $C_6H_5NO_2$ donne, par réduction, une amine bien connue sous le nom d'*aniline,* $C_6H_5NH_2$:

NH_2

Formule développée de l'aniline.

● *Les amines aromatiques sont,* comme leur nom l'indique, des composés cycliques portant la fonction amine —NH_2 ; l'exemple le plus simple est celui de l'aniline, de formule $C_6H_5NH_2$.

● *Les diazoïques combinent* un noyau benzénique à deux atomes d'azote groupés saturés d'une part par l'aryle, d'autre part par un hydroxyle (hydrate de diazoïque) ou un anion d'acide minéral (sel de diazoïque). Ainsi C_6H_5—N=N—OH ou C_6H_5—N=N—Cl. Les diazoïques sont à l'origine de nombreuses synthèses organiques.

Dérivés oxygénés : phénols et quinones.

● *Les phénols sont caractérisés* par le groupement —OH (hydroxyle) fixé sur un radical aryle. Le groupement peut être unique (monophénols) ou multiple (diphénols, triphénols, etc.), seul ou associé à d'autres groupements. Voici les formules de deux phénols extraits du goudron de houille : le phénol ordinaire, C_6H_5OH, et le *p*-crésol, qui porte en position *para* (c'est-à-dire sur les carbones n[os] 1 et 4) un groupement méthyle —CH_3 et la fonction phénol —OH. Voir à l'*Annexe,* p. 181, les formules des principaux phénols.

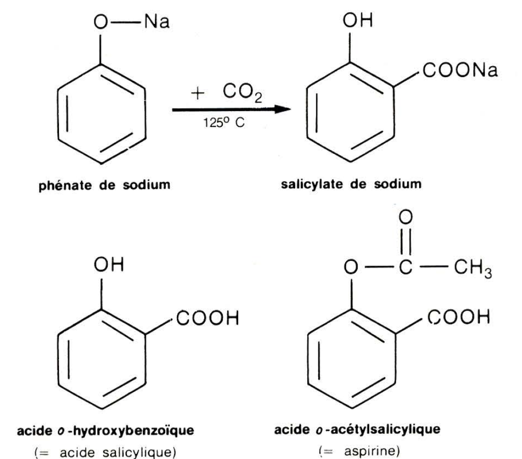
OH OH

phénol *p*-crésol CH_3

Formules du phénol et du p*-crésol.*

Les propriétés chimiques des phénols rappellent celles des alcools (ils donnent, comme les alcools, des dérivés métalliques, des éthers, des esters). Mais chaque phénol présente aussi des propriétés liées à la structure du noyau aromatique.

— Parmi les réactions intéressant le noyau aromatique, retenons la préparation de l'*acide salicylique* par la *réaction de Kolbe* : on chauffe du phénate de sodium C_6H_5ONa à 125 °C, en présence de dioxyde de carbone, CO_2, et on obtient un sel de sodium C_6H_4OH—COONa, sel dont l'acide est C_6H_4OH—COOH. Le nom officiel de cet acide est facile à construire : le radical est *benz* (benzène), la terminaison est *-oïque* (pour les acides carboxyliques : voir ci-dessus p. 150), et la présence d'un hydroxyle impose le préfixe *hydroxy*; c'est donc l'*acide hydroxybenzoïque.* Comme —OH et —COOH sont en position *ortho* (1 et 2), on précise : *acide orthohydroxybenzoïque.* Le nom commun de cet acide est plus connu : *acide salicylique*; le sel de sodium est le *salicylate de sodium.* Cet acide a des propriétés antiseptiques bien connues ; c'est le médicament spécifique des rhumatismes. Il présente toutefois un inconvénient : il est très caustique ; aussi a-t-on cherché à introduire dans la molécule des groupements atténuant cette causticité. C'est ainsi qu'on peut substituer à l'hydrogène de l'hydroxyle le radical CH_3—CO— (radical *acétyl* obtenu à partir de l'acétal-déhyde CH_3CHO). On parvient ainsi à l'*acide acétylsalicylique,* qui n'est autre que l'*aspirine* (découverte par le chimiste Gerhardt, en 1853 ; industrialisée en 1898 par Hoffmann).



L'acide salicylique et l'aspirine.

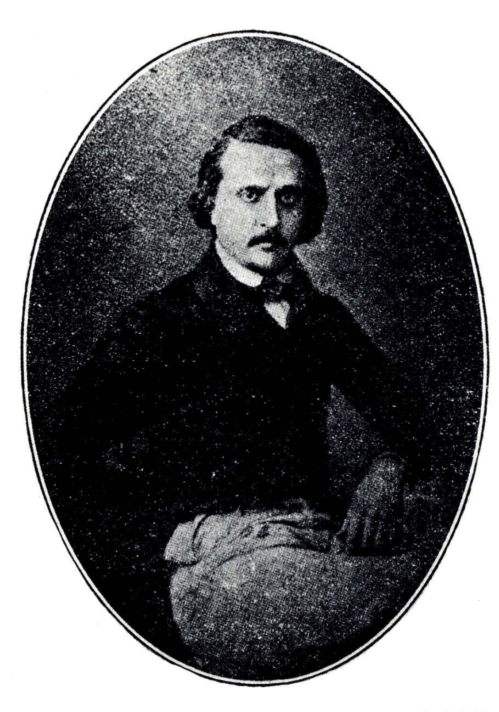
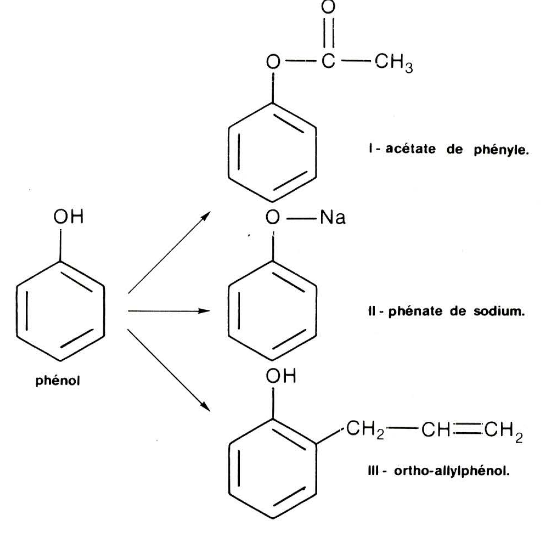


Photo © Assistance Publique. T.

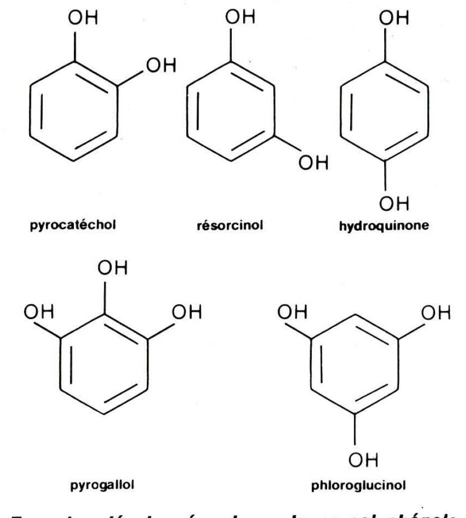
Charles Frédéric Gerhardt, chimiste français (1816-1856). Au cours de ses recherches sur les anhydrides d'acides, il découvrit en 1853 l'aspirine. Docteur de l'Université de Paris en 1841, il enseigna la chimie à Montpellier puis à Strasbourg, sa ville natale. On lui doit la définition des séries homologues en chimie organique (1843) et d'importantes contributions à l'établissement de la théorie atomique (il a été le traducteur, en français), de Berzelius.

— On peut aussi obtenir des réactions de substitution. Voici quelques dérivés du phénol ordinaire (le noyau benzénique oxygéné est alors un radical *phényle*).



Quelques dérivés du phénol C_6H_5OH.
I — Estérification : l'action d'un acide carboxylique ou d'un anhydride de cet acide donne un ester (ici : l'acétate de phényle).
II — L'hydrogène du groupement —OH dans les phénols est plus « acide » que celui des alcools ; les composés obtenus (phénates de métal) sont donc plus stables que les alcoolates. Ici : phénate de sodium C_6H_5ONa.
III — L'alcoylation (= fixation d'un radical alcoyle) peut se faire soit sur l'oxygène de l'hydroxyle, soit sur un carbone du cycle. Dans le premier cas on obtient un éther (oxyde de phényle et de l'alcoyle fixé), dans le second cas un alcoylphénol (avec les isomères ortho, méta, para).

● *Les diphénols et les triphénols* les plus importants sont : le *pyrocatéchol* (extrait du cachou, de la résine de certains végétaux, du goudron de Hêtre) qui a des propriétés antiseptiques : le *résorcinol* (propriétés antiseptiques, peu caustique) ; l'*hydroquinone* (réducteur énergique, dont on se sert en photographie ; existe à l'état naturel dans les fruits de l'Arbousier) ; le *pyrogallol* (réducteur énergique, toxique) ; le *phloroglucinol* (dans les résines naturelles).



Formules développées de quelques polyphénols.

● *Les quinones portent deux fonctions* cétone=O sur un noyau aromatique. Ce sont donc, en toute rigueur, des *dicétones cycliques* conjuguées à ces noyaux. Leur propriété la plus importante est leur réduction en diphénols.

Les quinones.

O + 2 H ⇄ OH

p-quinone hydroquinone

Dérivés à chaînes latérales.

Les chaînes en question sont des substituants monovalents, conférant au dérivé des fonctions déjà étudiées :

$-CH_2OH$ (alcool), $-COOH$ (acide), $-CHO$ (aldéhyde), CH_2COCH_3 (cétone).

Voici quelques représentants importants.

— $C_6H_5CH_2OH$ est l'*alcool benzylique* : on le trouve dans des résines (baume du Pérou) et essences de certaines fleurs (Oranger, Jasmin).

— $C_6H_5-CH_2-CH_2OH$ est l'*alcool phényléthylique* (essence de rose) ;

— C_6H_5-COOH est l'*acide benzoïque* (isolé, dès le XVII[e] siècle, à partir de la résine de benjoin). Il a des dérivés importants et ses propriétés pharmacodynamiques sont bien établies (antiseptique, facile à éliminer sous forme d'acide hippurique, sédatif, anesthésiant). Ainsi la *cocaïne* (qui se trouve à l'état naturel dans les feuilles de Coca) n'est anesthésiante que sous la forme d'un *ester benzoïque de cocaïne* :

ester benzoïque — cocaïne

— $C_6H_5-CH_2-COOH$ est l'*acide phénylacétique* ;

— $C_6H_5-C(=CH_2)-COOH$ est l'*acide atropique*, dérivé de l'atropine.

— Nous avons déjà rencontré un acide-phénol important : l'acide salicylique, à l'origine de la préparation de l'*aspirine*.

— Les *acides aminobenzoïques* (deux groupements fonctionnels) peuvent porter leurs groupements $-NH_2$ et $-COOH$ en position *ortho*, *méta* ou *para*. L'*acide paraaminobenzoïque* (PAB) a pour formule

$$C_6H_4(COOH)(NH_2) ;$$

un dérivé du PAB est la *novocaïne* :

$$C_6H_4(NH_2)-COO-CH_2-CH_2-N(C_2H_5)_2.$$

— Voici enfin les formules développées de quelques composés cycliques à chaîne latérale dont le rôle biochimique, pharmaceutique ou industriel est important.

● *Adrénaline.* Substance sécrétée par les glandes cortico-surrénales.

● *Anthranylate de méthyle.* Substance donnant son goût et son parfum au raisin.

● *Benzédrine.* Stimulant du système nerveux central.

● *Benzocaïne.* Anesthésique local.

● *DDT.* Insecticide.

● *Mescaline.* Substance euphorisante et hallucinogène.

● *Phénobarbital.* Sédatif.

● *Pipéronal.* Substance servant d'ingrédient dans l'industrie de la parfumerie.

● *Vanilline.* Substance existant à l'état naturel dans la gousse du Vanillier, et que l'on prépare industriellement par oxydation de l'eugénol.

eugénol — vanilline

Dérivés des composés polycycliques.

Les plus importants de ces dérivés relèvent de la *Biochimie*. Signalons ici les dérivés du naphtalène, qui servent dans l'industrie (colorants, explosifs) ; les pigments végétaux contiennent le noyau anthracène. Enfin, parmi les dérivés du phénanthrène, on doit citer les *stéroïdes* (cholestérol, acides biliaires, certaines hormones).

Les composés hétérocycliques.

Définition et nomenclature.

● *Définition :* composés cycliques dans lesquels un ou plusieurs atomes du cycle sont remplacés par des éléments autres (en grec *heteros* = « autre ») que le carbone. Ces éléments sont appelés *hétéroatomes* ; ce peut être (par ordre d'importance) : l'azote, l'oxygène, le soufre, le phosphore, le bore, l'étain, le silicium, etc.

● *Nomenclature :* La richesse et la diversité des hétérocycles sont considérables. Nous ne pourrons, dans cet ouvrage, que nous limiter aux plus usuels d'entre eux. La plupart du temps, les composés hétérocycliques ont un nom vulgaire très employé (pyrrole, pyridine, etc.) ; il existe cependant des règles de nomenclature qu'il faut connaître.

1 - Le nom du composé commence par :

az(a) — si l'hétéroatome est l'azote N ;
ox(a) — si l'hétéroatome est l'oxygène O ;
thi(a) — si l'hétéroatome est le soufre S.

S'il y a deux hétéroatomes, on ajoute le préfixe *di-* (*diaza*, etc.) ; etc.

2 - La taille du cycle (nombre de sommets du polygone de la formule) est indiquée par les infixes : *– ir –*, *– et –*, *– ol –*, *– in –*, *– ep –*, *– oc –*, *– on –*, *– ec –* correspondant respectivement à 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 et 10 chaînons.

3 - La terminaison, qui fait suite à cet infixe, caractérise le degré de saturation de l'hétérocycle et la présence ou l'absence d'azote, conformément au tableau suivant.

Taille du cycle	Cycles azotés		Cycles non azotés	
	non saturés	**saturés**	**non saturés**	**saturés**
3	- irine	- iridine	- irène	- iranne
4	- ète	- étidine	- ète	- étanne
5	- ole	- olidine	- ole	- olanne
6	- ine	Le nom du composé non saturé précédé de *perhydro-*	- in	- anne
7	- épine		- épinne	- épanne
8	- ocine		- ocinne	- ocanne
9	- onine		- oninne	- onanne
10	- écine		- écinne	- écanne

Nomenclature des composés hétérocycliques.

4 - Le numérotage part de l'hétéroatome (en position 1) et va dans le sens des autres hétéroatomes (s'il y en a) ou des substituants ; quand il y a plusieurs hétéroatomes, l'oxygène l'emporte sur le soufre qui l'emporte sur l'azote. La position 1 est généralement en bas de la formule. Exemples :

noyau pyrrole (= azole) — noyau thiazole

5 - Pour écrire les formules développées des corps hétérorcycliques, on ne mentionne ni les carbones, ni les hydrogènes ; par contre, on écrit le symbole de l'hétéroatome (O, S ou N) ; si l'azote porte un hydrogène (c'est-à-dire s'il ne participe pas à une double liaison) on écrit cet hydrogène (l'oxygène et le soufre, bivalents, ne peuvent être hydrogénés).

Les principaux hétérocycles et leurs dérivés.

Le nombre des composés hétérocycliques que l'on rencontre en biologie est considérable ; leur structure

complexe a été élucidée par les biochimistes et les biologistes après des recherches longues et laborieuses. L'étude systématique de leurs propriétés sortirait du cadre de cet ouvrage, et nous nous contenterons, ici, de les classer et de les décrire sommairement.

guanine — adénine — thymine — cytosine

Quatre hétérocycles importants : les bases qui entrent dans la composition de l'ADN (acide désoxyribonucléique), substrat chimique de l'hérédité.

Les alcaloïdes.

● *Définition.* On nomme *alcaloïdes* des composés généralement hétérocycliques comportant un ou plusieurs atomes d'azote basiques. Il sont produits naturellement par les végétaux, et ce sont eux qui confèrent aux plantes leurs propriétés médicinales. Pendant longtemps, on a utilisé ces plantes sans connaître la nature des substances responsables de leur activité physiologique. On sait maintenant isoler ces composés, on a élucidé leur structure et on peut les produire par synthèse. Nous classerons les alcaloïdes d'après les noyaux hétérocycliques dont ils dérivent.

● *Alcaloïdes dérivés de l'isoquinoléine.* L'isoquinoléine est une base de formule brute $C_{10}H_7N$. Les alcaloïdes les plus importants de ce groupe se trouvent dans l'*opium*, latex épais qu'on extrait des capsules d'un Pavot, *Papaver somniferum* ou de la racine d'*Hydrastis canadensis.* On a identifié une vingtaine d'alcaloïdes dans l'opium, dont la *papavérine,* la *codéine* et la *morphine.* L'*hydrastine* et la *berbérine* (extraite de *Berberis*) ne possèdent pas les mêmes propriétés pharmacodynamiques que les trois alcaloïdes que nous venons de citer.

● *Alcaloïdes dérivés de l'indole* (C_8H_7N).

— La *gramine* (des feuilles d'Orge) et la *tryptamine* (de l'Acacia) ont une structure analogue à celle du tryptophane.

— La *sérotonine* joue un rôle important, semble-t-il, dans la physiologie cérébrale. Elle est présente à un taux anormal dans le cerveau des schizophrènes.

— L'Ergot du Seigle est un Champignon parasite du Seigle, qui élabore au moins six alcaloïdes, dérivés de l'*acide lysergique.* Le LSD (diéthylamide de l'acide lysergique) a une action perturbatrice (mal connue) sur le taux de sérotonine du cerveau.

— Parmi les alcaloïdes de la famille de la yohimbine, on citera la *réserpine,* utilisée dans le traitement de l'hypertension et comme tranquillisant.

— La *strychnine* et la *brucine* se trouvent dans les semences des Strychnées (en particulier la Noix vomique, *Nux vomica*). La strychnine est un poison tétanisant, on l'emploie à faible dose comme excitant du système nerveux. La *curarine* est le principe actif du curare.

● *Autres alcaloïdes.*

— De la pyrrolidine dérive l'*hygrine,* qui accompagne la cocaïne dans les feuilles de Coca. Au même groupe appartient l'*ésérine,* extraite de la Fève de Calabar ; cet alcaloïde empêche la destruction enzymatique de l'acétylcholine libérée par les terminaisons nerveuses.

— Le noyau imidazole se retrouve dans la *pilocarpine* (feuilles de Jaborandi), dont l'action ressemble à celle de l'ésérine.

— La *caféine* (thé, café) et la *théobromine* (cacao) sont des dérivés de la purine.

● *Alcaloïdes dérivés de la pyridine.*

— La *conine* (ou *cicutine*) existe dans la Ciguë ; sa toxicité (c'est un poison mortel) est connue depuis la haute antiquité (c'est avec une liqueur de ciguë qu'on exécutait parfois, à Athènes, les condamnés à mort ; Socrate a été la victime la plus illustre de la conine). On sait en faire la synthèse depuis 1886.

— La *nicotine* est présente dans les feuilles de Tabac (jusqu'à 8 % du poids de la feuille). Son oxydation donne l'*acide nicotinique.* C'est un produit hautement toxique.

— La *pipérine* se trouve dans le Poivrier.

● *Alcaloïdes dérivés du tropane.* Le tropane est un hétérocycle artificiel : les alcaloïdes qui en dérivent existent dans les Solanées et la feuille de Coca.

— L'*atropine* (Belladone, Jusquiame, Datura) est un poison violent ; à petite dose, elle dilate la pupille, diminue les sécrétions. Elle a aussi des propriétés antispasmodiques.

— La *cocaïne* (feuille de Coca) a déjà été citée ci-dessus.

● *Alcaloïdes dérivés de la quinoléine.* La quinoléine ($C_{10}H_7N$) comporte deux cycles hexagonaux accolés, avec un atome d'azote. Son noyau apparaît dans les alcaloïdes du Quinquina (on en connaît plus de vingt).

— La *cinchonine* et la *cinchonidine* ont pour formule brute $C_{19}H_{22}N_2O$.

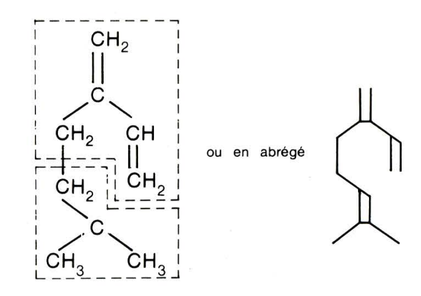
— La *quinine* a des propriétés thérapeutiques bien connues (antipaludéennes) ; elle a été isolée en 1820 par Pierre Pelletier (1788-1842) et Joseph Caventou (1795-1877). Depuis 1936, on sait produire des antipaludéens de synthèse.

Les terpènes et les terpénoïdes.

L'essence de térébenthine (en allemand : *Terpentinöl*) renferme des huiles essentielles aux odeurs agréables caractéristiques ; d'autres plantes aromatiques contiennent aussi ces huiles, qui renferment des hydrocarbures auxquels on a donné le nom de *terpènes.* On en trouve notamment dans les essences de Rose, de Lavande, de Girofle, de Citronelle, d'Eucalyptus, de Menthe poivrée, de Camphre, de bois de Santal, de Thérébinthe, etc. Tous ces corps peuvent être considérés comme dérivant de l'*isoprène* :

$$CH_2=C(CH_3)-CH=CH_2$$

dont la formule brute est C_5H_8. Les terpènes sont fractionnables en unités C_5H_8. Ainsi le *myrcène* (Laurier, Verveine) a pour formule brute $C_{10}H_{16}$, il est composé de deux isoprènes.

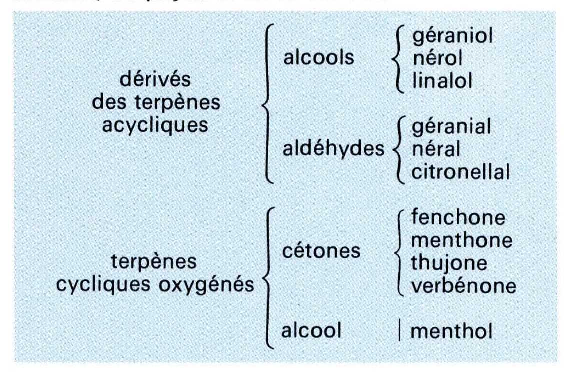


Le myrcène : on a entouré les deux unités isoprènes d'un tireté.

Les terpènes proprement dits, ou *monoterpènes* sont des composés en C_{10} ; on a ensuite les *sesquiterpènes* (en C_{15}), les *diterpènes* (en C_{20}) les triterpènes, etc. L'ensemble de ces corps forme le groupe des *terpénoïdes.*

Terpénoïdes oxygénés.

Les dérivés de la série acyclique sont des alcools et des aldéhydes. Les alcools se retrouvent dans les essences de rose, de géranium, et sont utilisés en parfumerie ; les aldéhydes ont une odeur plus forte (qui rappelle celle du citron). Les terpènes monocycliques et bicycliques oxygénés sont souvent utilisés en médecine (camphre). Enfin, à partir de diterpènes, on connaît deux alcools importants : le *phytol* (qui dérive de la chlorophylle) et la vitamine A. Voici une répartition de ces substances et les formules du géraniol, du menthol, du phytol et de la vitamine A.



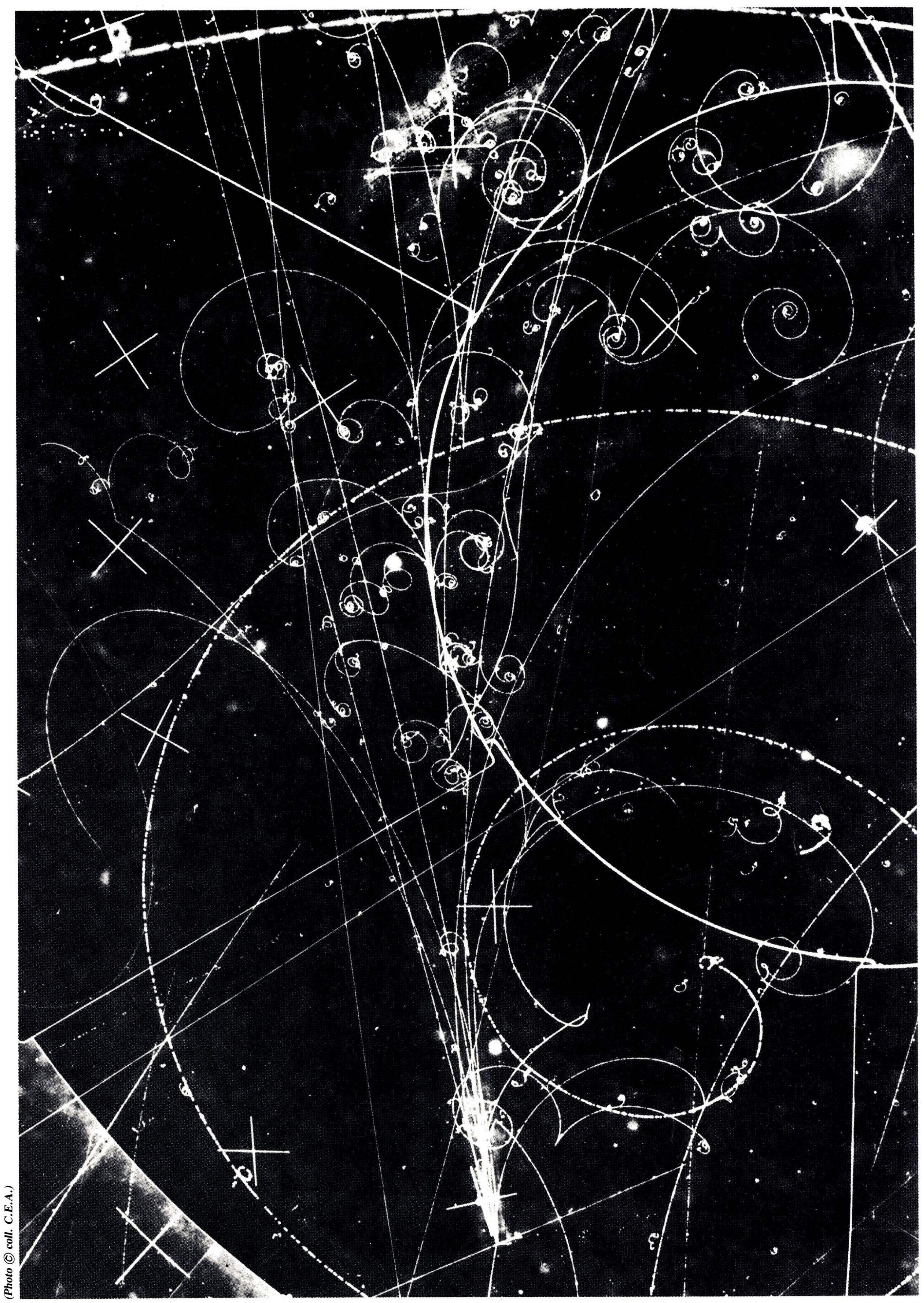
dérivés des terpènes acycliques	alcools	géraniol nérol linalol
	aldéhydes	géranial néral citronellal
terpènes cycliques oxygénés	cétones	fenchone menthone thujone verbénone
	alcool	menthol

Hydrocarbures terpéniques.

Ces corps ne contiennent que du carbone et de l'hydrogène ; ils sont présentés par ordre alphabétique dans le tableau ci-dessous.

Les hydrocarbures terpéniques.

Nom	Formule brute	Structure	Origine naturelle
Camphène	$C_{10}H_{16}$	Monoterpène bicyclique	Essences de citronnelle, de gingembre, etc.
Caoutchouc	$(C_5H_8)_n$	Polyterpène acyclique (*cis*)	Latex de l'*Hevea.*
β-Carotène	$C_{40}H_{56}$	Tétraterpène bicyclique	Pigments d'origine végétale.
γ-Carotène	$C_{40}H_{56}$	Tétraterpène monocyclique	Pigments d'origine végétale.
Caryophyllène	$C_{15}H_{24}$	Sesquiterpène bicyclique	Essence de girofle.
Cédrène	$C_{15}H_{24}$	Sesquiterpène tricyclique	Essence de cèdre.
α-Farnésène	$C_{15}H_{24}$	Sesquiterpène acyclique	Essence de citronnelle.
Guttapercha	$(C_5H_8)_n$	Polyterpène acyclique (*trans*)	Latex de l'*Hevea.*
Limonène	$C_{10}H_{16}$	Monoterpène monocyclique	Végétale, essences d'orange, de citron, etc.
Lycopène	$C_{40}H_{56}$	Tétraterpène acyclique	Pigment végétal (tomate, etc.).
Myrcène	$C_{10}H_{16}$	Monoterpène acyclique	Essences de laurier, de verveine.
α-Pinène	$C_{10}H_{16}$	Monoterpène bicyclique	Constituant principal de l'essence de térébenthine.
β-Sélinène	$C_{15}H_{24}$	Sesquiterpène bicyclique	Essence de céleri.
Vétivazulène	$C_{15}H_{18}$	Sesquiterpène bicyclique	Essence de vétiver.
Zingibérène	$C_{15}H_{24}$	Sesquiterpène monocyclique	Essence de gingembre.



(Photo © coll. C.E.A.)

Interaction de neutrino dans la grande chambre à bulles européenne remplie d'hydrogène et de néon liquides sous pression. Dès son entrée dans la chambre (en bas de l'image) le neutrino entre en interaction avec des noyaux d'hydrogène ; les électrons libérés acquièrent une énergie cinétique qui se transforme en chaleur : il se produit, dans la chambre, une série de points chauds où l'hydrogène liquide se transforme en bulles d'hydrogène gazeux. Le phénomène s'étend de proche en proche, et les trajectoires des particules peuvent être matérialisées... L'existence du néon permet, en outre, de matérialiser la présence des protons et d'identifier les électrons spiralant.

ANNEXE - INDEX

ANNEXE "PHYSIQUE - CHIMIE"

SYSTÈME SI ET CONSTANTES FONDAMENTALES

Nous résumons ici l'essentiel du système SI.

Unités de base.

Grandeur	Unité	Symbole
Longueur	mètre	m
Masse	kilogramme	kg
Temps	seconde	s
Intensité de courant électrique	ampère	A
Température thermodynamique	kelvin	K
Quantité de matière	mole	mol
Intensité lumineuse	candela	cd

Unités supplémentaires.

Grandeur	Unité	Symbole
Angle plan	radian	rad
Angle solide	stéradian	sr

Unités dérivées usuelles.

Grandeur	Nom de l'unité	Symbole
Espace et temps		
Aire, superficie	mètre carré	m^2
Volume	mètre cube	m^3
Vitesse angulaire	radian par seconde	rad/s
Vitesse	mètre par seconde	m/s
Accélération	mètre par seconde carrée	m/s^2
Fréquence	hertz	Hz
Fréquence de rotation	seconde à la puissance moins un	s^{-1}
Mécanique		
Masse volumique	kilogramme par mètre cube	kg/m^3
Débit-masse	kilogramme par seconde	kg/s
Débit-volume	mètre cube par seconde	m^3/s
Quantité de mouvement	kilogramme-mètre par seconde	kg.m/s
Moment cinétique	kilogramme-mètre carré par seconde	$kg.m^2/s$
Moment d'inertie	kilogramme-mètre carré	$kg.m^2$
Force	newton	N
Moment d'une force	newton-mètre	N.m
Pression, contrainte	pascal	Pa
Viscosité dynamique	pascal-seconde	Pa.s
Viscosité cinématique	mètre carré par seconde	m^2/s
Tension superficielle	newton par mètre	N/m
Énergie, travail, quantité de chaleur	joule	J
Puissance, flux énergétique	watt	W
Thermodynamique		
Coefficient de dilatation linéique	kelvin à la puissance moins un	K^{-1}
Conductivité thermique	watt par mètre-kelvin	W/(m.K)
Capacité thermique massique	joule par kilogramme-kelvin	J/(kg.K)
Entropie	joule par kelvin	J/K
Énergie interne, enthalpie, énergie libre, enthalpie libre	joule	J
Optique		
Flux lumineux	lumen	lm
Luminance (lumineuse)	candela par mètre carré	cd/m^2
Exitance (lumineuse)	lumen par mètre carré	lm/m^2
Éclairement	lux	lx
Exposition lumineuse	lux-seconde	lx.s
Efficacité lumineuse	lumen par watt	lm/W
Électricité - magnétisme		
Charge électrique, quantité d'électricité	coulomb	C
Champ électrique	volt par mètre	V/m
Potentiel électrique, différence de potentiel, tension, force électromotrice	volt	V
Capacité	farad	F
Champ magnétique	ampère par mètre	A/m
Induction magnétique	tesla	T
Flux d'induction magnétique	weber	Wb
Inductance, perméance	henry	H
Réluctance	henry à la puissance moins un	H^{-1}
Résistance, impédance, réactance	ohm	Ω
Conductance, admittance, susceptance	siemens	S
Résistivité	ohm-mètre	Ω.m
Conductivité	siemens par mètre	S/m
Chimie physique et physique moléculaire		
Masse molaire	kilogramme par mole	kg/mol
Volume molaire	mètre cube par mole	m^3/mol
Concentration	kilogramme par mètre cube	kg/m^3
Concentration molaire	mole par mètre cube	mol/m^3
Molarité	mole par kilogramme	mol/kg

Constantes physiques fondamentales.

Nous donnons ici les valeurs proposées par le CODATA (*Commitee on Data for Science and Technology*), en décembre 1973, exprimées en unités SI d'après la norme AFNOR X 02-012 de mars 1977, avec indication des incertitudes absolues selon la notation ($x \pm \Delta x$).

Nom	Symbole	Valeur	
Perméabilité du vide	μ_0	$4\,\pi \times 10^{-7}$ H/m $= 12{,}566\,370\,614\,4 \times 10^{-7}$ H/m	
Vitesse de la lumière dans le vide	c	299 792 458 m/s	$\pm$ 1,2 m/s.
Permittivité du vide	ε_0	$8{,}854\,187\,82 \times 10^{-12}$ F/m	$\pm 7 \times 10^{-20}$ F/m
Constante de structure fine	α	0,007 297 350 6	$\pm 60 \times 10^{-10}$
	α^{-1}	137,036 04	$\pm 11 \times 10^{-5}$
Charge élémentaire	e	$1{,}602\,189\,2 \times 10^{-19}$ C	$\pm 46 \times 10^{-26}$ C
Constante de Planck	h	$6{,}626\,176 \times 10^{-34}$ J.s	$\pm 36 \times 10^{-40}$ J.s
	$\hbar$	$1{,}054\,588\,7 \times 10^{-34}$ J.s	$\pm 57 \times 10^{-41}$ J.s
Constante d'Avogadro	N_A	$6{,}022\,045 \times 10^{23}$ mol^{-1}	$\pm 31 \times 10^{17}$ mol^{-1}
Unité de masse atomique	u	$1{,}660\,565\,5 \times 10^{-27}$ kg	$\pm 86 \times 10$
Masse au repos de l'électron	m_e	$0{,}910\,953\,4 \times 10^{-30}$ kg $= 5{,}485\,802\,6 \times 10^{-4}$ u	$\pm 47 \times 10^{-37}$ kg $\pm 21 \times 10^{-11}$ u
Masse au repos du muon	m_μ	$1{,}883\,566 \times 10^{-28}$ kg $= 0{,}113\,429\,20$ u	$\pm 11 \times 10^{-34}$ kg $\pm 26 \times 10^{-8}$ u
Masse au repos du proton	m_p	$1{,}672\,648\,5 \times 10^{-27}$ kg $= 1{,}007\,276\,470$ u	$\pm 86 \times 10^{-34}$ kg $\pm 11 \times 10^{-9}$ u
Masse au repos du neutron	m_n	$1{,}674\,954\,3 \times 10^{-27}$ kg $= 1{,}008\,665\,012$ u	$\pm 86 \times 10^{-34}$ kg $\pm 37 \times 10^{-9}$ u
Rapport de la masse du proton à celle de l'électron	m_p/m_e	1 836,151 52	$\pm 70 \times 10^{-5}$
Rapport de la masse du muon à celle de l'électron	m_μ/m_e	206,768 65	$\pm 47 \times 10^{-5}$
Charge massique de l'électron	e/m_e	$1{,}758\,804\,7 \times 10^{11}$ C/kg	$\pm 49 \times 10^{4}$
Constante de Faraday	F	$9{,}648\,456 \times 10^{4}$ C/mol	$\pm 27 \times 10^{-2}$ C/mol
Quantum de flux magnétique	$\Phi_0 = h/2\,e$	$2{,}067\,850\,6 \times 10^{-15}$ Wb	$\pm 54 \times 10^{-22}$ Wb
	h/e	$4{,}135\,701 \times 10^{-15}$ Wb	$\pm 11 \times 10^{-21}$ Wb
Relation fréquence-tension dans l'effet Josephson	$2\,e/h$	$483{,}593\,9 \times 10^{12}$ Hz/V	$\pm 13 \times 10^{8}$ Hz/V

Nom	Symbole	Valeur	
Quantum de circulation	$h/2\,m_e$	$3{,}636\,945\,5 \times 10^{-4}$ m²/s	$\pm\ 60 \times 10^{-11}$ m²/s
	h/m_e	$7{,}273\,891 \times 10^{-4}$ m²/s	$\pm\ 12 \times 10^{-10}$ m²/s
Constante de Rydberg	R_∞	$1{,}097\,373\,177 \times 10^{7}$ m^{-1}	$\pm\ 83 \times 10^{-2}$ m^{-1}
Rayon de Bohr	a_0	$0{,}529\,177\,06 \times 10^{-10}$ m	$\pm\ 44 \times 10^{-18}$ m
Longueur d'onde de Compton pour l'électron	λ_C	$2{,}426\,308\,9 \times 10^{-12}$ m	$\pm\ 40 \times 10^{-19}$ m
Rayon de l'électron	r_e	$2{,}817\,938\,0 \times 10^{-15}$ m	$\pm\ 70 \times 10^{-22}$ m
Facteur g pour l'électron	$g_e/2$	1,001 159 656 7	$\pm\ 35 \times 10^{-10}$
Facteur g pour le muon	$g_\mu/2$	1,001 166 16	$\pm\ 31 \times 10^{-8}$
Rapport du moment du protron au magnéton nucléaire	μ_p/μ_N	2,792 845 6	$\pm\ 11 \times 10^{-7}$
Magnéton de Bohr	μ_B	$9{,}274\,078 \times 10^{-24}$ A.m²	$\pm\ 36 \times 10^{-30}$ A.m²
Magnéton nucléaire	μ_N	$5{,}050\,824 \times 10^{-27}$ A.m²	$\pm\ 20 \times 10^{-33}$ A.m²
Moment magnétique de l'électron	μ_e	$9{,}284\,832 \times 10^{-24}$ A.m²	$\pm\ 36 \times 10^{-30}$ A.m²
Moment magnétique du proton	μ_p	$1{,}410\,617\,1 \times 10^{-26}$ A.m²	$\pm\ 55 \times 10^{-33}$ A.m²
Rapport du moment magnétique du proton au magnéton de Bohr	μ_p/μ_B	$1{,}521\,032\,209 \times 10^{-3}$	$\pm\ 16 \times 10^{-12}$
Rapport du moment magnétique de l'électron à celui du proton	μ_e/μ_p	658,210 688 0	$\pm\ 66 \times 10^{-7}$

Nom	Symbole	Valeur	
Rapport du moment magnétique du muon à celui du proton	μ_μ/μ_p	3,183 340 2	$\pm\ 72 \times 10^{-7}$
Moment magnétique du muon	μ_μ	$4{,}490\,474 \times 10^{-26}$ A.m²	$\pm\ 18 \times 10^{-32}$ A.m²
Coefficient gyromagnétique du proton	γ_p	$2{,}675\,198\,7 \times 10^{8}$ A.m²/J.s	$\pm\ 75 \times 10$ A.m²/J.s
Coefficient gyromagnétique du proton (dans l'eau, non corrigé)	γ'_p	$2{,}675\,130\,1 \times 10^{8}$ A.m²/J.s	$\pm\ 75 \times 10$ A.m²/J.s
Rapport du moment du proton au magnéton nucléaire (non corrigé)	μ'_p/μ_N	2,792 774 0	$\pm\ 11 \times 10^{-7}$
Longueur d'onde de Compton du proton	$\lambda_{C,p}$	$1{,}321\,409\,9 \times 10^{-15}$ m	$\pm\ 22 \times 10^{-22}$ m
Constante molaire des gaz	R	8,314 41 J/(mol.K)	$\pm\ 26 \times 10^{-5}$ J/(mol.K)
Volume molaire normal (gaz parfait)	V_m	0,022 413 83 m³/mol	$\pm\ 70 \times 10^{-8}$ m³/mol
Constante de Boltzmann	k	$1{,}380\,662 \times 10^{-23}$ J/K	$\pm\ 44 \times 10^{-29}$ J/K
Constante de Stéfan-Boltzmann	σ	$5{,}670\,32 \times 10^{-8}$ W/(m².K⁴)	$\pm\ 71 \times 10^{-13}$ W/(m².K⁴)
Première constante de la loi du rayonnement	$c_1 = 2\,\pi hc^2$	$3{,}741\,832 \times 10^{-16}$ W.m²	$\pm\ 20 \times 10^{-22}$ W.m²
Deuxième constante de la loi du rayonnement	$c_2 = hc/k$	0,014 387 86 m.K	$\pm\ 45 \times 10^{-8}$ m.K
Constante de gravitation	G	$6{,}672\,0 \times 10^{-11}$ m³/kg.s²	$\pm\ 41 \times 10^{-15}$ m³/kg.s²

CINÉMATIQUE.

Le vecteur vitesse.

Définition.

Soit $\boldsymbol{r}(t)$ le vecteur position d'un point M mobile dans l'espace, c'est une fonction vectorielle de la variable temps t. Appelons $\Delta \boldsymbol{r}$ le vecteur $\boldsymbol{r}(t_2) - \boldsymbol{r}(t_1)$, différence entre les vecteurs positions aux temps t_1 et t_2, et Δt l'intervalle de temps $t_2 - t_1$. On appelle *vecteur vitesse* du mouvement du point M le vecteur :

$$\boldsymbol{v} = \frac{d\boldsymbol{r}}{dt} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta t}. \qquad (1)$$

Le vecteur vitesse est la dérivée par rapport au temps du vecteur position $\boldsymbol{r}(t)$; il est porté par la tangente à la trajectoire en M, et orienté dans le sens du mouvement.

Composantes.

Appelons $x(t)$, $y(t)$ et $z(t)$ les composantes scalaires du vecteur position $\boldsymbol{r}(t)$. Les composantes du vecteur vitesse selon les axes Ox, Oy et Oz du trièdre de référence sont :

$$\begin{cases} v_x = \dfrac{dx}{dt} = x'(t) \,; \\ v_y = \dfrac{dy}{dt} = y'(t) \,; \\ v_z = \dfrac{dz}{dt} = z'(t) \,. \end{cases} \qquad (2)$$

Si l'on convient, une fois pour toutes, que la variable est le temps t, on écrira :

$$v_x = x' \,; \quad v_y = y' \,; \quad v_z = z' \,. \qquad (3)$$

Module.

Le module v du vecteur vitesse $\boldsymbol{v}$ est :

$$v = \sqrt{x'^2 + y'^2 + z'^2}\,. \qquad (4)$$

Le vecteur accélération.

Définition.

Soit $\boldsymbol{r}(t)$ le vecteur position d'un point matériel M dont les coordonnées (x, y, z) sont des fonctions de la variable temps t, et soit $\boldsymbol{v}(t)$ le vecteur vitesse du mouvement du point M. Appelons $\boldsymbol{v}_1$ et $\boldsymbol{v}_2$ l'expression du vecteur vitesse aux temps t_1 et t_2 ; posons :

$$\Delta \boldsymbol{v} = \boldsymbol{v}_2 - \boldsymbol{v}_1 \,; \quad \Delta t = t_2 - t_1 \,. \qquad (1)$$

On appelle *vecteur accélération* $\boldsymbol{\gamma}$ du mouvement du point M la dérivée vectorielle de la fonction $\boldsymbol{v}(t)$, soit :

$$\boldsymbol{\gamma} = \frac{d\boldsymbol{v}}{dt} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \boldsymbol{v}}{\Delta t}. \qquad (2)$$

Puisque $\boldsymbol{v} = d\boldsymbol{r}/dt$, on a aussi :

$$\boldsymbol{\gamma} = \frac{d\boldsymbol{v}}{dt} = \frac{d^2\boldsymbol{v}}{dt^2}. \qquad (3)$$

Composantes et module.

Les projections du vecteur $\boldsymbol{\gamma}$ sur les axes du trièdre de référence fournissent ses composantes $\boldsymbol{\gamma}_x$, $\boldsymbol{\gamma}_y$, $\boldsymbol{\gamma}_z$ selon les axes, dont les grandeurs scalaires sont :

$$\gamma_x = \frac{d^2x}{dt^2} = x''(t) \,; \quad \gamma_y = \frac{d^2y}{dt^2} = y''(t) \,; \quad \gamma_z = \frac{d^2z}{dt^2} = z''(t) \,. \qquad (4)$$

Avec les conventions précédentes on écrira aussi :

$$\gamma_x = x'' \,; \quad \gamma_y = y'' \,; \quad \gamma_z = z'' \,. \qquad (5)$$

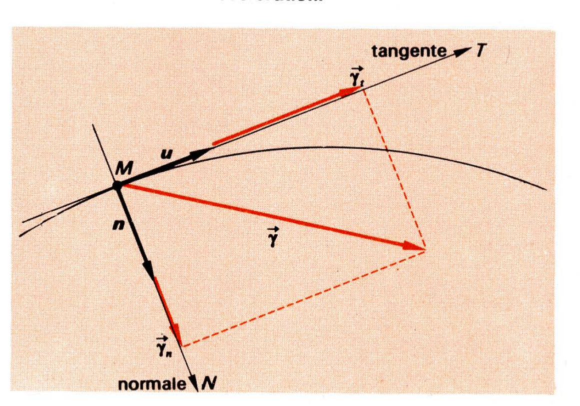
Le module du vecteur $\boldsymbol{\gamma}$ a alors pour expression :

$$\gamma = \sqrt{x''^2 + y''^2 + z''^2}\,. \qquad (6)$$

Composantes tangentielle et normale.

Soit la courbe C sur laquelle se meut le point matériel M, les projections du vecteur accélération $\boldsymbol{\gamma}$ sur la tangente MT et la normale MN à la courbe en M fournissent la *composante tangentielle* $\boldsymbol{\gamma}_t$ et la *composante normale* $\boldsymbol{\gamma}_n$ du vecteur accélération, de modules respectifs γ_t et γ_n. Appelons $\boldsymbol{u}$ et $\boldsymbol{n}$ les vecteurs unitaires respectifs des droites MT et MN, et soit R le rayon de courbure de la trajectoire au point M (voir en *Mathématiques*, la définition du rayon de courbure en un point

Composantes tangentielle et normale du vecteur accélération.



d'une courbe ; dans le cas d'une trajectoire circulaire, R est constant et égal au rayon du cercle). En appelant $s(t)$ l'abscisse curviligne du point M sur la trajectoire exprimée en fonction du temps, on peut démontrer simplement les formules suivantes relatives à la vitesse $\boldsymbol{v}$ et à l'accélération $\boldsymbol{\gamma}$ du mouvement :

$$\boldsymbol{v} = \frac{ds}{dt}\boldsymbol{u} ; \qquad (1)$$

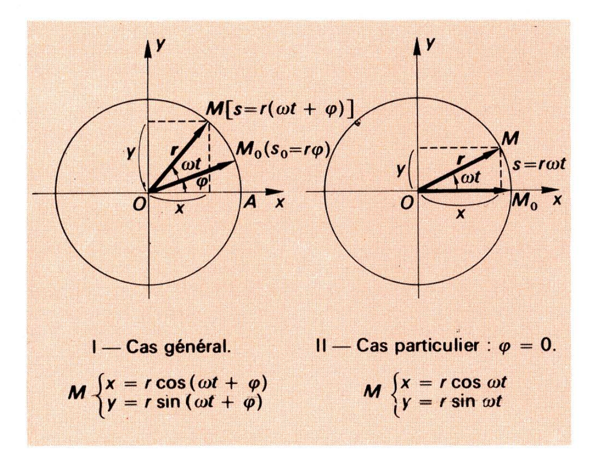
$$\boldsymbol{\gamma} = \frac{d^2s}{dt^2}\boldsymbol{u} + \frac{1}{R}\left(\frac{ds}{dt}\right)^2 \boldsymbol{n} \quad \begin{cases} \boldsymbol{\gamma}_t = \dfrac{dv}{dt}\boldsymbol{u} ; \\ \boldsymbol{\gamma}_n = \dfrac{v^2}{R}\boldsymbol{n} . \end{cases} \qquad (2)$$

Le mouvement circulaire.

Phase du mouvement.

Soit un point matériel M, mobile sur un cercle de centre O et de rayon r ; traçons les axes rectangulaires Ox et Oy, dont les vecteurs unitaires sont respectivement $\boldsymbol{i}$ et $\boldsymbol{j}$. Le point A, où l'axe Ox coupe le cercle, est pris comme origine des abscisses curvilignes relatives aux différentes positions du point M. Au temps $t = 0$, le point M se trouve en M_0, d'abscisse curviligne s_0. L'angle des vecteurs $\boldsymbol{OA}$ et $\boldsymbol{OM}$, désigné par la lettre φ, est appelé *phase* du mouvement. La longueur s_0 de l'arc AM_0 sur le cercle est égale au produit de sa mesure en radians φ par le rayon r du cercle :

$$s_0 = r\varphi . \qquad (1)$$



Mouvement circulaire
Les composantes (x, y) du vecteur position $\vec{r}$ sont les projections de ce vecteur sur les axes. Dans le cas général, au temps $t = 0$, on a $\varphi \neq 0$.

Vitesse angulaire.

L'angle ω balayé par le rayon vecteur pendant l'unité de temps est la vitesse angulaire du mouvement. Nous la supposerons ici constante. L'angle θ dont tourne le point matériel M est une fonction linéaire du temps : $\theta(t) = \omega t + \varphi$.

Les composantes du vecteur position $\boldsymbol{r}$ sont obtenues en projetant ce vecteur sur les axes ; il vient :

$$\begin{cases} x = r\cos(\omega t + \varphi) ; \\ y = r\sin(\omega t + \varphi) . \end{cases} \qquad (2)$$

D'où

$$\boldsymbol{r}(t) = x\boldsymbol{i} + y\boldsymbol{j} = r[\boldsymbol{i}\cos(\omega t + \varphi) + \boldsymbol{j}\sin(\omega t + \varphi)] .$$

Si, au temps $t = 0$, le mobile se trouve en A, alors $\varphi = 0$ et les équations précédentes se simplifient :

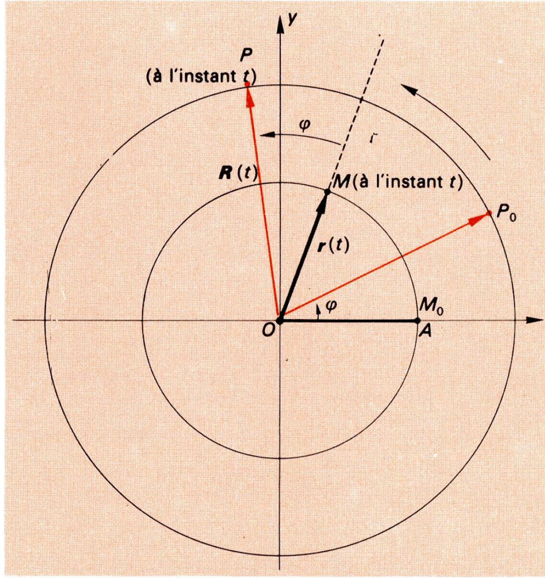
$$\begin{cases} x = r\cos\omega t ; \\ y = r\sin\omega t ; \\ \boldsymbol{r}(t) = r(\boldsymbol{i}\cos\omega t + \boldsymbol{j}\sin\omega t) . \end{cases} \qquad (3)$$

Rappelons enfin la relation entre la vitesse angulaire ω, la fréquence f et la période T du mouvement :

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T} . \qquad (4)$$

Différence de phase entre deux mouvements.

Soit deux points matériels, M et P, possédant la même vitesse angulaire ω ; au temps $t = 0$, nous supposerons le point M à l'origine A des abscisses curvilignes et nous appellerons φ la phase du mouvement du point P ; l'angle φ compris entre les vecteurs $\boldsymbol{r} = \boldsymbol{OM}$ et $\boldsymbol{R} = \boldsymbol{OP}$ reste constant au cours du mouvement : nous dirons qu'il existe entre ces deux mouvements une *différence de phase* égale à φ. On peut préciser le signe de φ selon que P est en *avance de phase* ou en *retard de phase* sur M.



Le mouvement de M sert de référence, OM étant l'origine des phases. Le mouvement de P est en avance de phase sur celui de M. A un instant quelconque les vecteurs $\vec{r}(t)$ et $\vec{R}(t)$ forment un angle φ constant.

Certaines valeurs de φ sont remarquables et correspondent à des positions remarquables des vecteurs $\boldsymbol{r}(t)$ et $\boldsymbol{R}(t)$. Le tableau ci-dessous les passe en revue.

Valeur de φ en radians	Position respective des vecteurs r(t) et R(t)	Qualification du mouvement
$\varphi = 0$	Colinéaires et orientés dans le même sens.	En phase.
$\varphi = \frac{\pi}{2}$	Les deux vecteurs sont portés par des droites perpendiculaires ; dans la rotation autour de O, le vecteur $\boldsymbol{R}(t)$ est en avance de $\pi/2$ sur le vecteur $\boldsymbol{r}(t)$.	Le mouvement de P est en quadrature avance sur celui de M
$\varphi = \pi$	Colinéaires, mais orientés en sens contraires.	En opposition de phase.
$\varphi = \frac{3\pi}{2}$ ou $\varphi = -\frac{\pi}{2}$	Les deux vecteurs sont portés par des droites perpendiculaires ; le vecteur $\boldsymbol{R}(t)$ est en avance de $\frac{3\pi}{2}$ sur le vecteur $\boldsymbol{r}(t)$, ce qui revient à dire que $\boldsymbol{R}(t)$ est en retard de $\pi/2$ sur $\boldsymbol{r}(t)$.	Le mouvement de P est en quadrature retard sur celui de M.
$\varphi = 2\pi$	Colinéaires et orientés dans le même sens.	En phase.

Vecteur vitesse.

Le vecteur vitesse est la dérivée vectorielle $d\boldsymbol{r}/dt$ du vecteur position par rapport au temps (voir p. 9). Ses composantes sont les dérivées x' et y' du vecteur position ; d'où, en dérivant les équations (2) :

$$\begin{cases} v_x = x'(t) = \dfrac{dx}{dt} = -\omega r\sin(\omega t + \varphi) ; \\ v_y = y'(t) = \dfrac{dy}{dt} = \omega r\cos(\omega t + \varphi) . \end{cases} \qquad (5)$$

Si $\varphi = 0$, ces formules se simplifient :

$$\begin{cases} v_x = -\omega r\sin\omega t ; \\ v_y = \omega r\cos\omega t . \end{cases} \qquad (6)$$

On tire de (5) ou de (6) le module du vecteur vitesse $\boldsymbol{v}$:

$$|\boldsymbol{v}|^2 = v^2 = x'^2 + y'^2 = \omega^2 r^2 (\sin^2\omega t + \cos^2\omega t) \qquad (7)$$

et, comme $\sin^2\omega t + \cos^2\omega t = 1$,

$$v = \omega r . \qquad (8)$$

Vecteur accélération.

Le vecteur accélération $\boldsymbol{\gamma}$ est la dérivée vectorielle $d\boldsymbol{v}/dt$ du vecteur vitesse par rapport au temps. En dérivant les équations (5), on obtient ses composantes scalaires γ_x et γ_y :

$$\begin{cases} \gamma_x = x''(t) = \dfrac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 r\cos(\omega t + \varphi) ; \\ \gamma_y = y''(t) = \dfrac{d^2y}{dt^2} = -\omega^2 r\sin(\omega t + \varphi) . \end{cases} \qquad (9)$$

Si $\varphi = 0$, on a plus simplement :

$$\begin{cases} \gamma_x = -\omega^2 r\cos\omega t ; \\ \gamma_y = -\omega^2 r\sin\omega t . \end{cases} \qquad (10)$$

Le module de γ est donné alors par :

$$\gamma^2 = x''^2 + y''^2 = \omega^4 r^2 . \qquad (11)$$

D'où la valeur absolue de γ (en remarquant que $\omega = v/r$) :

$$\gamma = \omega^2 r = \frac{v^2}{r} . \qquad (12)$$

L'accélération du mouvement circulaire est centripète.

Nous l'avons affirmé dans le texte (voir p. 10), nous allons maintenant le démontrer. Pour cela orientons le vecteur position $\boldsymbol{OM}$ à l'aide du vecteur unitaire $\hat{\boldsymbol{r}}$ (lire « $\boldsymbol{r}$ chapeau », notation fréquente chez les auteurs anglo-saxons), d'origine O et dirigé du centre vers la périphérie. Le module de $\boldsymbol{OM}$ étant r, on a $\boldsymbol{r} = \boldsymbol{OM} = r\hat{\boldsymbol{r}}$. Pour la commodité des calculs, nous supposerons que la phase φ est nulle. On a alors, d'après (3) :

$$\hat{\boldsymbol{r}} = \boldsymbol{i}\cos\omega t + \boldsymbol{j}\sin\omega t . \qquad (13)$$

Le vecteur vitesse est :

$$\boldsymbol{v} = \frac{d\boldsymbol{r}}{dt} = r(-\boldsymbol{i}\omega\sin\omega t + \boldsymbol{j}\omega\cos\omega t) , \qquad (14)$$

et le vecteur accélération :

$$\boldsymbol{\gamma} = \frac{d\boldsymbol{v}}{dt} = -\omega^2 r(\boldsymbol{i}\cos\omega t + \boldsymbol{j}\sin\omega t) . \qquad (15)$$

La quantité entre parenthèses n'est autre que $\hat{\boldsymbol{r}}$, donc :

$$\boldsymbol{\gamma} = -\omega^2 r\hat{\boldsymbol{r}} = -\omega^2\boldsymbol{r} , \qquad (16)$$

expression qui montre que le vecteur $\boldsymbol{\gamma}$ est colinéaire au vecteur $\boldsymbol{r}$ et de sens opposé à celui-ci, donc *centripète*.

Le mouvement rectiligne sinusoïdal.

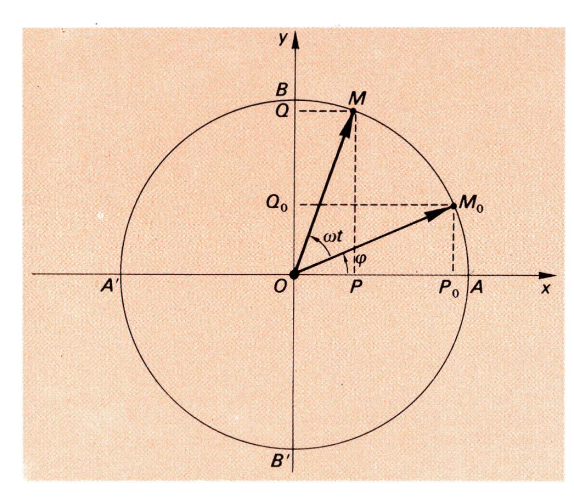
Projection d'un mouvement circulaire sur ses axes.

Soit un point matériel M, parcourant le cercle de centre O et de rayon a avec la vitesse angulaire constante ω. Soit M_0 sa position au temps $t = 0$ et M sa position à un instant quelconque t. Le vecteur $\boldsymbol{OM}$ fait un angle $(\omega t + \varphi)$ avec l'axe des x et un angle $\alpha = [(\pi/2) - (\omega t + \varphi)]$ avec l'axe des y, de sorte que $\cos\alpha = \sin(\omega t + \varphi)$.

Projetons le vecteur $\boldsymbol{OM}$ en $\overline{OP}$ et $\overline{OQ}$ sur les axes Ox et Oy ; le point M_0 se projette en P_0 et Q_0 sur ces deux axes. Quand le point matériel M décrit le cercle (O, a) à la vitesse angulaire ω, le point P est animé d'un mouvement de va-et-vient sur le segment $A'A$ et le point Q d'un mouvement de va-et-vient sur le segment $B'B$. Les coordonnées $x = \overline{OP}$ et $y = \overline{OQ}$ du point M sont :

$$\begin{cases} x = a\cos(\omega t + \varphi) ; \\ y = a\sin(\omega t + \varphi) . \end{cases} \qquad (1)$$

En d'autres termes le mouvement de P sur $A'A$ et celui du point Q sur $B'B$ sont des mouvements rectilignes sinusoïdaux (x et y sont des fonctions sinusoïdales du temps t).



Le mouvement rectiligne sinusoïdal est la projection d'un mouvement circulaire de même pulsation ω.

Étude algébrique.

Soit le mouvement d'un point matériel défini par l'équation :

$$x = a \sin (\omega t + \varphi) . \qquad (2)$$

1 — *Au temps* $t = 0$, la position M_0 du mobile est définie par :

$$x_0 = a \sin \varphi . \qquad (3)$$

2 — *Au temps* t quelconque, on peut écrire l'équation (2) sous la forme :

$$x = a \sin (2 \pi f t + \varphi) = a \sin \left(2 \pi \frac{t}{T} + \varphi\right) . \qquad (4)$$

3 — *Le vecteur vitesse* $\boldsymbol{v}$ est porté par la droite $A'A$, et orienté dans le sens du mouvement (il change donc de sens en A lorsque le mobile repart vers A', et en A' lorsqu'il repart vers A). Son module a pour valeur :

$$v = \frac{dx}{dt} = a\omega \cos (\omega t + \varphi) . \qquad (5)$$

4 — *Le vecteur accélération* $\boldsymbol{\gamma}$ est aussi porté par la trajectoire ; il a pour module :

$$\gamma = \frac{d^2x}{dt^2} = - a\omega^2 \sin (\omega t + \varphi) = - \omega^2 x . \qquad (6)$$

5 — *Vecteur vitesse et vecteur accélération* se déduisent par projection sur l'axe Ox (ou Oy) des vecteurs homologues du mouvement circulaire associé. En particulier, le vecteur accélération est *centripète* (ce qu'indique le signe « − » dans l'équation $\gamma = - \omega^2 x$).

Expression vectorielle des mouvements d'un solide.

Mouvement de rotation.

Soit M un point du solide (S), à la distance r de l'axe de rotation $z'\ z$. Le vecteur position $\boldsymbol{OM} = \boldsymbol{r}$ est une fonction du temps et le point M décrit un cercle centré sur l'axe $z'\ z$, dans un plan parallèle au plan xOy.

Soit (C) la trajectoire circulaire du point M. Considérons le vecteur axial $\vec{\omega}$, de module ω (vitesse angulaire du mouvement de rotation) et orienté sur l'axe $z'z$ par la convention du tire-bouchon (du trièdre direct). Le vecteur vitesse $\boldsymbol{v}$ du point M est le produit vectoriel :

$$\boldsymbol{v} = \vec{\omega} \times \boldsymbol{r} . \qquad (1)$$

Comme les vecteurs $\vec{\omega}$ et $\boldsymbol{r}$ sont perpendiculaires, on a, en valeur absolue, $v = \omega r$.

Le vecteur accélération $\boldsymbol{\gamma} = d\boldsymbol{v}/dt$ du point M se calcule en dérivant l'équation (1) par rapport à t ; il vient :

$$\boldsymbol{\gamma} = \frac{d\boldsymbol{v}}{dt} = - \omega^2 \boldsymbol{r} + \frac{d\vec{\omega}}{dt} \times \boldsymbol{r} \qquad (2)$$

On reconnaît dans $- \omega^2 \boldsymbol{r}$ et dans $d\vec{\omega} \times \boldsymbol{r}$ les composantes normale $\boldsymbol{\gamma}_n$ et tangentielle $\boldsymbol{\gamma}_t$ du vecteur $\boldsymbol{\gamma}$. Dans le cas particulier où $\omega = C^{te}$ (mouvement circulaire dit uniforme), $d\vec{\omega}/dt$ est nul, et il vient :

$$\boldsymbol{\gamma} = \boldsymbol{\gamma}_n = - \omega^2 \boldsymbol{r} . \qquad (3)$$

Autrement dit, l'accélération est centripète (orientée comme $-\boldsymbol{r}$) et de module $\omega^2 r$.

Mouvement hélicoïdal.

Le mouvement combine une rotation de vitesse angulaire ω autour de l'axe $z'\ z$ et un glissement de vitesse $\boldsymbol{v}_g$ le long de cet axe. Associons à la rotation le vecteur $\vec{\omega}$ défini comme précédemment ; la vitesse linéaire de rotation du point M de vecteur position $\boldsymbol{r}$ est :

$$\boldsymbol{v}_r = \vec{\omega} \times \boldsymbol{r} . \qquad (4)$$

Le vecteur vitesse du mouvement de M est donc :

$$\boldsymbol{v} = \boldsymbol{v}_r + \boldsymbol{v}_g = \vec{\omega} \times \boldsymbol{r} + \boldsymbol{v}_g . \qquad (5)$$

Quant au vecteur accélération $\boldsymbol{\gamma} = d\boldsymbol{v}/dt$, il vaut :

$$\boldsymbol{\gamma} = - \omega^2 \boldsymbol{r} + \frac{d\vec{\omega}}{dt} \times \boldsymbol{r} + \frac{d\boldsymbol{v}_g}{dt} . \qquad (6)$$

Dans le cas d'un mouvement hélicoïdal « uniforme », $\vec{\omega} = C^{te}$ et $\boldsymbol{v}_0 = C^{te}$; l'équation (6) devient :

$$\boldsymbol{\gamma} = - \omega^2 \boldsymbol{r} . \qquad (7)$$

Mouvement quelconque.

Les projections orthogonales des vecteurs vitesse aux différents points d'un axe lié au solide sont égales à chaque instant. De cette propriété résulte qu'à chaque instant donné le *champ des vitesses* d'un solide est le *champ des moments* d'un torseur appelé *torseur des vitesses* qui a pour éléments de réduction en O : le pseudo-vecteur $\vec{\omega}$ comme résultante et le vecteur vitesse $\boldsymbol{v}$ comme moment (on rappelle qu'un *torseur* est un ensemble de n vecteurs glissants auquel on associe en tout point O sa résultante générale et son moment résultant par rapport à O).

Supposons que O soit l'origine d'un trièdre de référence lié au solide (*repère propre* du solide) et M un point quelconque du solide ; $\boldsymbol{v}$ et $\boldsymbol{v}_M$ sont les vecteurs vitesse des deux points O et M. On a la relation fondamentale :

$$\boldsymbol{v}_M = \boldsymbol{v} + \vec{\omega} \times \boldsymbol{r} . \qquad (8)$$

Le pseudo-vecteur $\vec{\omega}$ est appelé *vecteur rotation instantanée* du solide ou *vecteur rotation* du solide ; il est porté par un axe Δ appelé *axe instantané de rotation et de glissement.*

Changement de système de référence.

Dans tout ce qui suit nous appelons (x, y, z) les coordonnées d'un point dans un système S et (x', y', z') les coordonnées du même point dans un autre système S'. S et S' sont des trièdres trirectangles.

Translation et rotation des axes.

1 — *Translation.* Le référentiel $O'\ x'\ y'\ z'$ se déduit du référentiel $Oxyz$ par une translation de vecteur $\boldsymbol{OO}'$; les axes $O'\ x'$, $O'\ y'$ et $O'\ z'$ sont parallèles aux anciens axes et ont les mêmes vecteurs unitaires. Si (a, b, c) sont les coordonnées de O' dans le système $Oxyz$, les formules de transformation s'écrivent :

$$\begin{cases} x = x' + a \quad \Rightarrow \quad x' = x - a ; \\ y = y' + b \quad \Rightarrow \quad y' = y - b ; \\ z = z' + c \quad \Rightarrow \quad z' = z - c ; \end{cases} \qquad (1)$$

2 — *Rotation.* Supposons que la rotation se fasse autour de l'axe Oz, selon l'angle θ. On démontre en géométrie les formules de transformation suivantes :

$$\begin{cases} x = x' \cos \theta - y' \sin \theta ; \\ y = x' \sin \theta + y' \cos \theta ; \\ z = z' \end{cases} \qquad (2)$$

Ou encore :

$$\begin{cases} x' = x \cos \theta + y \sin \theta ; \\ y' = - x \sin \theta + y \cos \theta ; \\ z' = z . \end{cases} \qquad (3)$$

Composition des vitesses.

Soit un point matériel M dont les coordonnées sont (x, y, z, t) dans le système S, et soit $\boldsymbol{v}$ le vecteur vitesse de M dans ce système. Soit $\boldsymbol{V}$ le vecteur vitesse d'un second système S' animé d'un mouvement de translation uniforme par rapport au premier et $\boldsymbol{v}'$ le vecteur vitesse du point M par rapport à S'. Nous posons $\boldsymbol{OM} = \boldsymbol{r}$ et $\boldsymbol{O'M} = \boldsymbol{r}'$. On a, en appelant ($x'$, y', z', t') les coordonnées spatio-temporelles de M dans S' :

$$\boldsymbol{v} = \frac{d\boldsymbol{r}}{dt}$$

$$\boldsymbol{V} = \frac{d\boldsymbol{OO}'}{dt} ; \qquad (4)$$

$$\boldsymbol{v}' = \frac{d\boldsymbol{r}'}{dt'} .$$

L'hypothèse galiléenne $t = t'$ (invariance de la durée) entraîne $dt = dt'$; donc :

$$\boldsymbol{v}' = \frac{d\boldsymbol{r}'}{dt} . \qquad (5)$$

L'hypothèse galiléenne $l = l'$ (l'espace est euclidien) entraîne la relation vectorielle.

$$\boldsymbol{OM} = \boldsymbol{OO}' + \boldsymbol{O'M} \qquad (6)$$

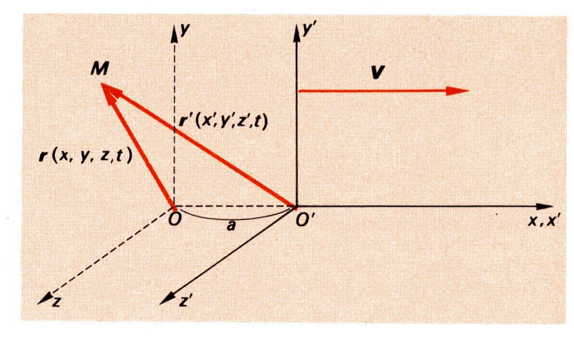
d'où, en dérivant par rapport à t :

$$\frac{d\boldsymbol{r}}{dt} = \frac{d\boldsymbol{OO}'}{dt} + \frac{d\boldsymbol{r}'}{dt} , \qquad (7)$$

soit

$$\boldsymbol{v} = \boldsymbol{v}' + \boldsymbol{V} \qquad (8)$$

C'est le *théorème de la composition des vitesses.*



Transformation galiléenne.

En dérivant les deux membres de (7) par rapport à dt, il vient :

$$\frac{d^2\boldsymbol{r}}{dt^2} = \frac{d^2\boldsymbol{r}'}{dt^2} , \qquad (9)$$

puisque $d\boldsymbol{OO}'/dt = \boldsymbol{V} = C^{te}$; l'équation (9) s'écrit aussi :

$$\boldsymbol{\gamma} = \boldsymbol{\gamma}' \qquad (10)$$

(loi de l'invariance de l'accélération), et l'on en tire :

$$m\gamma = m\gamma' , \qquad (11)$$

ce qui exprime que le référentiel S est un référentiel d'inertie (conservation de la 2[e] loi de Newton).

Accélération de Coriolis.

Supposons maintenant que le système S' soit animé d'un mouvement circulaire de vitesse angulaire ω autour de l'axe Oz ; ce n'est plus un référentiel d'inertie puisqu'il possède une accélération due au mouvement de rotation. L'angle θ dont tourne S' autour de Oz est alors $\theta = \omega t$, et les formules (2) du § a) deviennent :

$$\begin{cases} x = x' \cos \omega t - y' \sin \omega t ; \\ y = x' \sin \omega t + y' \cos \omega t ; \\ z = z' ; \\ t = t' . \end{cases} \qquad (12)$$

Si le point matériel M est animé, dans S, d'un mouvement de vitesse $\boldsymbol{v}$ et d'accélération $\boldsymbol{\gamma}$, il sera animé dans S' d'un mouvement de vitesse $\boldsymbol{v}'$ et d'accélération $\boldsymbol{\gamma}'$. En dérivant les deux membres des trois premières équations (12) par rapport à t, on obtient les composantes $\boldsymbol{v}_x$, $\boldsymbol{v}_y$ et $\boldsymbol{v}_z$ de $\boldsymbol{v}$ en fonction des composantes $\boldsymbol{v}'_{x'}$, $\boldsymbol{v}'_{y'}$ et $\boldsymbol{v}'_{z'}$ de $\boldsymbol{v}'$; une deuxième dérivation donnera les composantes $\boldsymbol{\gamma}_x$, $\boldsymbol{\gamma}_y$ et $\boldsymbol{\gamma}_z$ du vecteur accélération γ dans S en fonction des composantes $\boldsymbol{\gamma}'_{x'}$, $\boldsymbol{\gamma}'_{y'}$ et $\boldsymbol{\gamma}'_{z'}$ du vecteur accélération $\boldsymbol{\gamma}'$ dans S'. Ces calculs donnent :

$$\begin{cases} v_x = v'_{x'} \cos \omega t - \omega x' \sin \omega t - v'_{y'} \sin \omega t - \omega y' \cos \omega t ; \\ v_y = v'_{x'} \sin \omega t + \omega x' \cos \omega t + v'_{y'} \cos \omega t - \omega y' \sin \omega t ; \\ v_z = v'_{z'} . \end{cases} \qquad (13)$$

$$\begin{cases} \gamma_x = \gamma'_{x'} \cos \omega t - 2\ \omega v'_{x'} \sin \omega t - \omega^2 x' \cos \omega t \\ \qquad - \gamma'_{y'} \sin \omega t - 2\ \omega v'_{y'} \cos \omega t + \omega^2 y' \sin \omega t ; \\ \gamma_y = \gamma'_{x'} \sin \omega t + 2\ \omega v'_{x'} \cos \omega t - \omega^2 x' \sin \omega t \\ \qquad + \gamma'_{y'} \cos \omega t - 2\ \omega v'_{y'} \sin \omega t - \omega^2 y' \cos \omega t ; \\ \gamma_z = \gamma'_{z'} . \end{cases} \qquad (14)$$

Oublions un instant la lourdeur des calculs, et retenons un résultat capital : $\boldsymbol{\gamma}$ n'est pas égal à $\boldsymbol{\gamma}'$, autrement dit l'accélération n'est pas invariante dans le passage de S à S'.

Les équations (14) peuvent aussi être traduites vectoriellement, en introduisant le vecteur axial $\vec{\omega}$ de module ω et dirigé comme le vecteur $\boldsymbol{k}$ de l'axe Oz. Si $\boldsymbol{r}'$ et $\boldsymbol{v}'$ sont respectivement le vecteur position et le vecteur vitesse du point M dans le système S', on démontre que :

$$\boldsymbol{\gamma} = \boldsymbol{\gamma}' + 2\,\vec{\omega} \times \boldsymbol{v}' + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} + \boldsymbol{r}') \qquad (15)$$

(le signe « × » est celui du *produit vectoriel* : voir p. 6).

En langage « clair », l'équation vectorielle (15) signifie :

accélération de M dans S =

= accélération de M dans S' tournant + accélération complémentaire + accélération centripète (16)

L'accélération centripète, de module $\omega^2 r'$, est due à la rotation du trièdre S' autour de Oz ; l'accélération complémentaire est aussi appelée *accélération de Coriolis*, en hommage au mathématicien Coriolis qui l'a étudiée en début du XIX[e] siècle.

Pour résumer autrement ce qui précède, on peut aussi dire ceci : lorsqu'un point matériel *M* est mobile par rapport à un système de référence *S'* lui-même animé d'un mouvement de rotation caractérisé par le vecteur $\vec{\omega}$ par rapport à un système *S* inertiel (au repos relatif), il est soumis :

1° à l'accélération de son mouvement relatif à *S'*, et que nous nommons plus généralement $\boldsymbol{\gamma}_r$ (l'indice « *r* » pour « relatif ») ;

2° à l'accélération centripède $\boldsymbol{\gamma}_e$ (« *e* » pour « entraînement »), due au fait qu'il est entraîné dans la rotation de *S'* par rapport à *S* ;

3° à une accélération complémentaire $\boldsymbol{\gamma}_c$ qui est l'accélération de Coriolis (... et à laquelle, *a priori*, on ne s'attendait pas). De sorte que l'accélération « absolue » $\boldsymbol{\gamma}_a$ (ou $\boldsymbol{\gamma}$) par rapport au système *S* est la résultante de ces trois accélérations, soit :

$$\boldsymbol{\gamma}_a = \boldsymbol{\gamma}_r + \boldsymbol{\gamma}_e + \boldsymbol{\gamma}_c . \qquad (17)$$

L'accélération de Coriolis, qui vaut $2\,\vec{\omega} \times \mathbf{v}'$ intervient toutes les fois que le référentiel est animé d'un mouvement de rotation (référentiel non inertiel) ; elle a des effets particulièrement importants.

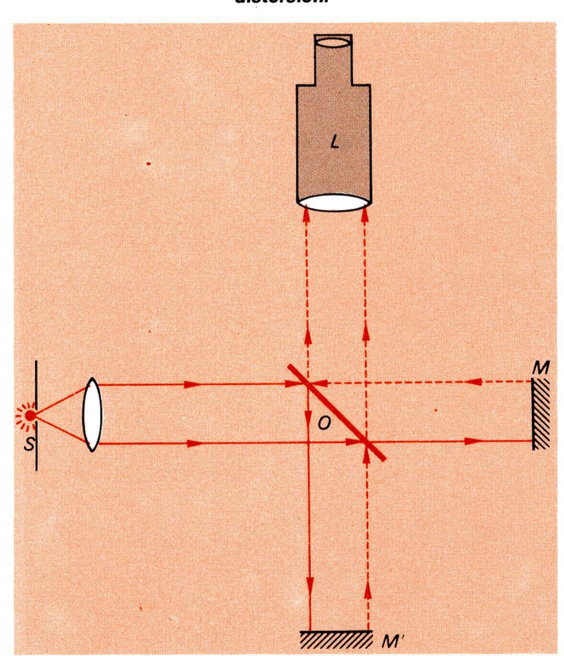
L'expérience de Michelson-Morley.

Cette expérience, ou plutôt ces expériences, car elles ont été plusieurs fois reconduites dans les vingt dernières années du XIX[e] siècle, a pour but de mettre en évidence et de déterminer la vitesse *v* de la Terre dans l'éther supposé immobile par la mesure d'un déplacement de franges d'interférence. Le résultat en a été négatif : non seulement le déplacement Δ prévu par le calcul n'a jamais été constaté, mais encore aucun autre déplacement n'a pu être observé, même avec des techniques de très haute précision. La conclusion a été tirée par Einstein : la vitesse de la lumière dans le vide, *c*, est constante, quelle que soit la vitesse *v* constante du référentiel dans lequel on la mesure.

L'appareil.

Il est composé d'une source de lumière *S*, qui envoie une lumière très pure ($\lambda = 0{,}55\ \mu$m dans l'expérience originale, c'est la lumière jaune du sodium incandescent) vers un miroir semi-transparent *O*. Une partie de la lumière traverse *O* et atteint un miroir *M* ; une autre partie se réfléchit en *O* et tombe sur le miroir *M'*, placé dans une direction perpendiculaire par rapport à *M*. Après avoir atteint les miroirs *M* et *M'*, les rayons se réfléchissent sur ces miroirs et retournent vers le miroir semi-transparent *O* qui les renvoie vers la lunette d'observation *L* où ils interfèrent. Le principe de l'expérience consiste à observer les franges d'interférence, à mesurer leur déplacement lorsqu'on fait tourner l'appareil de 90° et à déduire de ce déplacement la vitesse *v* de la Terre dans l'éther, la relation entre *v* et le déplacement des franges étant établie à partir du théorème de la composition des vitesses de Galilée.

L'interféromètre de Michelson et Morley : la lumière issue de S traverse partiellement O, se réfléchit en M, retourne vers O et se réfléchit en L, accomplissant le trajet SOMOL ; une autre partie de la lumière issue de S se réfléchit en O, tombe sur M' où elle se réfléchit et retourne vers O qu'elle traverse sans réflexion pour tomber sur la lunette L, accomplissant le trajet SOM'OL. Les faisceaux qui arrivent sur la lunette L interfèrent, et on observe les franges d'interférence. La lentille placée devant la source permet d'obtenir un faisceau lumineux cylindrique. On a tracé en traits pleins les rayons issus de S, et en tiretés les rayons réfléchis sur M et M'. Dans l'expérience de 1887, ce dispositif était monté sur une pierre très lourde flottant sur du mercure, afin de pouvoir faire tourner l'appareil sans produire de distorsion.



Calcul du déplacement des franges.

Nous allons faire ce calcul en admettant : 1° l'existence de l'éther immobile ; 2° la validité du théorème de composition des vitesses de Galilée. Soit *l* la longueur du bras *OM* de l'interféromètre, *v* la vitesse de la Terre dans l'éther et *c* la vitesse de la lumière dans le vide.

1 — *Calcul du temps T que met la lumière pour accomplir l'aller et retour OMO.*

La vitesse est $c - v$ à l'aller, $c + v$ au retour (d'après le théorème de Galilée), d'où un temps $l/(c - v)$ à l'aller et $l/(c + v)$ au retour, soit :

$$T = \frac{l}{c - v} + \frac{l}{c + v} = \frac{2\,cl}{c^2 - v^2}, \qquad (1)$$

résultat qui s'écrit, en divisant par c^2 les deux termes de la fraction et en posant $\beta = v/c$:

$$T = \frac{2\,l/c}{1 - \beta^2} \qquad (2)$$

(si la Terre était immobile dans l'éther, on aurait $T = 2\,l/c$).

2 — *Chemin parcouru par la lumière pendant le temps T.*

La *vitesse moyenne* de la lumière lors de l'aller et retour *OMO* est :

$$c' = \frac{(c - v) + (c + v)}{2} = c . \qquad (3)$$

Le chemin *d* parcouru pendant le temps *T* est donc :

$$d = cT = \frac{2\,l}{1 - \beta^2} . \qquad (4)$$

(Si la Terre était immobile dans l'éther, on aurait trouvé $d = c \times 2\,l/c = 2\,l$, soit le double de la longueur du bras *OM*, ce qui est aisé à comprendre.)

3 — *Chemin parcouru par la lumière dans le bras OM'*, de longueur *l* égale à celle de *OM*.

L'interféromètre, solidaire du mouvement de la Terre, se déplace en même temps qu'elle, de sorte que la lumière issue de *O* atteint le miroir *M'* alors qu'il est dans une position *M''* atteinte après un temps *t'* (voir figure ci-après). La lumière réfléchie en *M''* atteint le point *O* alors qu'il se trouve dans la position *O''*. Le chemin parcouru par la lumière dans le bras *OM'* est donc, en réalité, *OM'' O''* ; le trajet à l'aller (*OM''*) est égal au trajet au retour (*M'' O''*) et les deux trajets s'accomplissent à la même vitesse *c*, puisque la vitesse d'entraînement de la Terre *v* n'intervient pas ici, donc dans le même temps *t'*. On a donc, pour l'aller et retour dans le bras *OM'*, $T' = 2\,t'$ et le chemin parcouru par la lumière vaut

$$d' = cT' = 2\,ct' . \qquad (5)$$

Pour calculer *d'*, notons que :

— pendant le temps *t'* l'interféromètre se déplace de :

$$OO' = vt' ; \qquad (6)$$

— le chemin parcouru par la lumière à l'aller est :

$$OM'' = ct' ; \qquad (7)$$

— le théorème de Pythagore appliqué au triangle *OM' M''* donne :

$$\overline{OM''}^2 = \overline{OM'}^2 + \overline{M'M''}^2 , \qquad (8)$$

soit :

$$c^2\,t'^2 = l^2 + v^2\,t'^2 , \qquad (9)$$

d'où, en divisant par c^2 les deux membres et en posant $\beta = v/c$:

$$t'^2 = \beta^2\,t'^2 + \frac{l^2}{c^2}, \qquad (10)$$

équation d'où l'on tire :

$$t'^2 = \frac{l^2/c^2}{1 - \beta^2} \qquad (11)$$

d'où l'on tire *t'*, et par conséquent, d'après (5) :

$$d' = 2\,ct' = \frac{2\,l}{\sqrt{1 - \beta^2}} . \qquad (12)$$

4 — *Calcul de la différence de marche $\delta = d - d'$.*

Les grandeurs *d* et *d'* sont données par les équations (4) et (12), nous appliquerons les formules d'approximation bien connues :

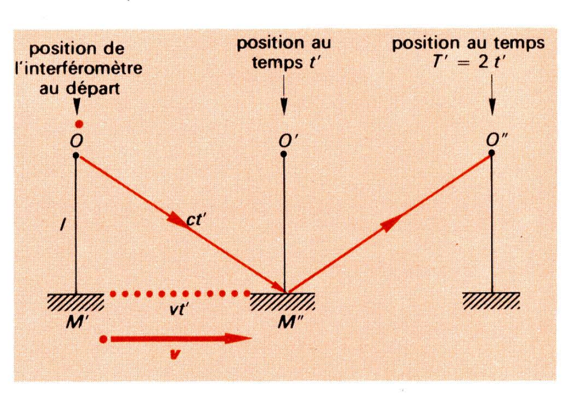
$$\frac{1}{1 + \varepsilon} \simeq 1 - \varepsilon ; \quad \frac{1}{\sqrt{1 + \varepsilon}} \simeq 1 - \frac{\varepsilon}{2}, \qquad (13)$$

en posant $\varepsilon = -\beta^2$. Il vient alors :

$$d \simeq 2\,l(1 + \beta^2) \quad \text{et} \quad d' \simeq 2\,l\left(1 + \frac{\beta^2}{2}\right), \qquad (14)$$

d'où

$$\delta = d - d' = l\beta^2 . \qquad (15)$$



Au début de l'expérience, l'interféromètre est en OM'. La Terre se déplaçant dans l'éther à la vitesse v, la position de l'interféromètre varie en conséquence : le miroir est en M'' après un temps t', tel que M' M'' = vt', de sorte que la lumière partie de O parvient en M'' et non en M'. De même la lumière réfléchie sur M'' atteint O'' après un temps t'. Le temps total de l'aller et retour OM' O est T' = 2 t'.

5 — Calcul de l'interfrange Δ après rotation de l'appareil de 90°. Après cette rotation, le bras *OM'* joue le rôle du bras *OM* dans la première expérience, et réciproquement pour *OM*. Il y a encore une différence de marche $\delta = l\beta^2$, mais dans le sens opposé au calcul précédent. Il en résulte un déplacement des franges d'interférence :

$$\Delta = 2\,\delta = 2\,l\beta^2 . \qquad (16)$$

Remarque.

L'expérience de 1887 fut faite avec de la lumière jaune, de longueur d'onde $\lambda = 0{,}55\ \mu$m ; un système astucieux de réflexion a permis d'opérer avec un bras de longueur $l = 11$ m, soit $l = 2 \times 10^7\,\lambda$. Le déplacement des franges prévu devait être égal à :

$$\Delta = 2\,l\beta^2 = 0{,}4\,\lambda . \qquad (17)$$

L'appareil employé était suffisamment précis pour apprécier un déplacement de 0,05 frange (donc, *a fortiori*, de 0,4 frange) : malgré tous leurs efforts, les physiciens américains ont toujours trouvé :

$$\Delta = 0 , \qquad (18)$$

résultat en contradiction avec la prévision (17). Conclusion : la prévision (17) est fausse, ce qui implique que les hypothèses de base (existence de l'éther immobile et transformation galiléenne) sont fausses.

La transformation de Lorentz.

Nous considérons un point *M* de coordonnées (x, y, z) dans un système *S* au repos relatif et de coordonnées (x', y', z') dans un système *S'* animé d'un mouvement de translation rectiligne de vitesse $\mathbf{V}$, dans la direction de *Ox*. Au temps $t = 0$ nous supposons que *O* et *O'* sont confondus. La transformation de Lorentz permet de passer de *S* à *S'* en supposant que la vitesse *c* de la lumière issue de l'origine *O* n'est pas affectée par la vitesse de *S'*.

Principe de calcul.

Le signal lumineux parcourt le chemin *OM* en un temps *t* mesuré dans *S* et en un temps *t'* mesuré dans *S'* (pour Galilée $t = t'$), à la vitesse *c*. Dans *S*, on a donc :

$$x^2 + y^2 + z^2 = c^2\,t^2 ; \qquad (1)$$

et dans *S'* :

$$x'^2 + y'^2 + z'^2 = c^2\,t'^2 \qquad (2)$$

(avec l'hypothèse galiléenne, l'équation (2) aurait pris la forme : $x'^2 + y'^2 + z'^2 = c'^2\,t^2$, c'est-à-dire que l'on aurait eu $t = t'$ et $c \neq c'$).

La comparaison entre (1) et (2) montre que $t \neq t'$, donc que les formules de transformation galiléenne,

$$\begin{cases} x' = x - Vt ; \\ y' = y ; \\ z' = z ; \\ t' = t ; \end{cases} \qquad (3)$$

doivent s'écrire en fait :

$$\begin{cases} x' = x - Vt ; \\ y' = y ; \\ z' = z ; \\ t' = t + (?) . \end{cases} \qquad (4)$$

L'astuce de Lorentz a été de poser :

$$(?) = kx , \qquad (5)$$

ce qui donne la transformation :

$$\begin{cases} x' = x - Vt \\ y' = y; \\ z' = z; \\ t' = t + kx. \end{cases} \quad (6)$$

Nous allons chercher : 1° quelle valeur donner à k ; 2° si la transformation (6) est suffisante.

Développement du calcul.

— Écrivons l'équation (2), en remplaçant $(x'\ y',\ z',\ t')$ par leurs valeurs données par (6) ; il vient :

$$(x - Vt)^2 + y^2 + z^2 = c^2(t + kx)^2\,, \quad (7)$$

soit, après développement :

$$x^2(1 - c^2 k^2) - 2(V + kc^2)\,tx + y^2 + z^2 = t^2(c^2 - V^2)\,. \quad (8)$$

Éliminons les termes du premier degré en x en posant :

$$V + kc^2 = 0\,, \quad (9)$$

d'où

$$k = -\frac{V}{c^2}; \quad (10)$$

il vient :

$$x^2\left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right) + y^2 + z^2 = t^2(c^2 - V^2)\,, \quad (11)$$

soit, en posant $\beta = V/c$;

$$x^2(1 - \beta^2) + y^2 + z^2 = c^2 t^2 (1 - \beta^2)\,. \quad (12)$$

— Ce résultat n'est pas satisfaisant car, après la substitution (6), nous aurions dû trouver $x^2 + y^2 + z^2 = c^2 t^2$, c'est-à-dire l'équation (1). Pour retomber sur l'équation (1), il faut poser :

$$\begin{cases} x' = \dfrac{x - Vt}{\sqrt{1 - \beta^2}} & \text{et non } x' = x - Vt\,; \\ t' = \dfrac{t - \dfrac{V}{c^2}x}{\sqrt{1 - \beta^2}} & \text{et non } t' = t - \dfrac{V}{c^2}x\,. \end{cases} \quad (13)$$

D'où la fameuse transformation de Lorentz qui s'écrit aussi, en posant

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}\,: \quad (14)$$

$$\begin{cases} x' = \gamma(x - \beta ct'); \\ y' = y; \\ z' = z; \\ t' = \gamma\left(t - \dfrac{\beta x}{c}\right); \end{cases} \quad (15)$$

et la transformation inverse :

$$\begin{cases} x = \gamma(x' + \beta ct') \\ y = y' \\ z = z' \\ t = \gamma\left(t' + \dfrac{\beta x'}{c}\right) \end{cases} \quad (16)$$

Cinématique relativiste.

Dans tout ce qui suit, nous appelons (x, y, z, t) les coordonnées spatio-temporelles d'un événement repéré dans le référentiel d'inertie S, et (x', y', z', t') les coordonnées du même événement dans le référentiel d'inertie S', animé d'un mouvement de translation uniforme de vitesse $\mathbf{V}$ par rapport à S le long de l'axe Ox. On posera aussi : $\beta = V/c$ et $\gamma = 1/\sqrt{1 - \beta^2}$. Les formules de Lorentz sont données aux équations (13), (15) et (16) du paragraphe **H,** *b*, précédent.

Composition des vitesses.

Soit $\mathbf{V}$ la vitesse du référentiel S' par rapport à un autre référentiel S, les deux référentiels étant inertiels ; soit $\mathbf{v}'$ la vitesse uniforme d'une particule matérielle dans S'. Nous allons chercher la vitesse $\mathbf{v}$ de la particule par rapport au système S.

Appelons $(\mathbf{v}'_x, \mathbf{v}'_y, \mathbf{v}'_z)$ les composantes de $\mathbf{v}'$ dans S' et $(\mathbf{v}_x, \mathbf{v}_y, \mathbf{v}_z)$ les composantes de la vitesse dans S. Nous savons que

$$v'_x = \frac{dx'}{dt'}, \quad v_x = \frac{dx}{dt}, \quad \text{etc.}$$

Pour déterminer (v_x, v_y, v_z), il suffit de dériver les deux membres des formules (16) du paragraphe **H,** *b*, par rapport à la variable t ; par exemple, puisque, d'après (16) :

$$x = \gamma(x' + \beta ct')\,, \quad (1)$$

on aura :

$$v_x = \frac{dx}{dt} = \frac{dx' + \beta c\,dt'}{dt' + \beta\,dx'/c}, \quad (2)$$

soit, en divisant le numérateur et le dénominateur de cette fraction par dt' et en tenant compte de la relation $dx'/dt' = v_x'$ et de ce que $\beta c = V$:

$$v_x = \frac{v'_x + V}{1 + \dfrac{v'_x V}{c^2}}. \quad (3)$$

On trouverait de même :

$$v_y = \frac{v'_y\sqrt{1 - \beta^2}}{1 + \dfrac{v'_x V}{c^2}} \quad \text{et} \quad v_z = \frac{v'_z\sqrt{1 - \beta^2}}{1 + \dfrac{v'_x V}{c^2}}. \quad (4)$$

La transformation inverse, à partir des équations (16), donnerait :

$$\begin{cases} v'_x = \dfrac{v_x - V}{1 - \dfrac{v_x V}{c^2}}; \\ v'_y = \dfrac{v_y\sqrt{1 - \beta^2}}{1 - \dfrac{v_x V}{c^2}}; \\ v'_z = \dfrac{v_z\sqrt{1 - \beta^2}}{1 - \dfrac{v_x V}{c^2}}. \end{cases} \quad (5)$$

Espace-temps de Minkowski.

1 — *Définitions.*

— S'il se produit au temps t, en un point $A\ (x, y, z)$ un événement donné, le quadrivecteur (x_1, x_2, x_3, x_4) est appelé *point-événement* correspondant ; il a pour composantes :

$$\begin{cases} x_1 = x; \\ x_2 = y; \\ x_3 = z; \\ x_4 = ict \quad (i^2 = -1)\,. \end{cases} \quad (6)$$

— L'ensemble des quadrivecteurs est un espace vectoriel sur le corps des complexes, appelé *espace-temps.*

— L'ensemble des quadrivecteurs définissant les positions successives d'un mobile dans l'espace-temps est une *ligne d'univers.*

— Soit un point M de coordonnées euclidiennes (x, y, z) ; sa *distance dans l'espace-temps* au point-événement origine O de composantes $(0, 0, 0, 0)$ est

$$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 = x^2 + y^2 + z^2 - c^2 t^2\,. \quad (7)$$

— Étant donné deux points-événements A et B, en appelant l la longueur du vecteur euclidien $\mathbf{OA}$, on définit le scalaire :

$$s^2 = c^2 t^2 - l^2\,, \quad (8)$$

appelé *intervalle dans l'espace-temps* entre les points-événements A et B, t désignant le temps qui sépare l'apparition des deux événements en A et B.

2 — *Intervalles dans l'espace-temps.*

— Si $s^2 > 0$, c'est-à-dire si $ct > l$, le chemin parcouru par la lumière pendant le temps t est plus grand que la distance l qui sépare A de B, il en est de même dans tous les référentiels d'inertie. A et B forment un *couple dans le temps*, l'intervalle (AB) est dit du *genre temps* et la succession de deux événements est toujours : A *puis* B. Il peut y avoir une relation causale entre A et B (A peut être la cause de B, mais B ne peut pas être la cause de A).

— Si $s^2 < 0$, c'est-à-dire si $ct < l$, A et B forment un *couple dans l'espace*, l'intervalle (AB) est dit du *genre espace.* L'ordre de succession de deux événements dépend du système de référence.

— Si $s^2 = 0$, $ct = l$; l'intervalle (AB) est dit du *genre lumière.*

3 — *La transformation de Lorentz dans l'espace-temps.*

Soit le quadrivecteur $(x_j, j = \{1, 2, 3, 4\})$ définissant le point-événement M dans l'espace-temps dans un référentiel S ; le passage à un référentiel S' animé d'une vitesse de translation constante V par rapport à S est donné par la transformation de Lorentz (voir ci-dessus, paragraphe **H**) :

$$\begin{cases} x'_1 = \dfrac{x_1 - Vx_4}{\sqrt{1 - \beta^2}}; \\ x'_2 = x_2; \\ x'_3 = x_3; \\ x'_4 = \dfrac{x_4 - \dfrac{V}{c^2}x_1}{\sqrt{1 - \beta^2}}. \end{cases} \quad (9)$$

On démontre aisément (il suffit de calculer...) que les formules (9) sont équivalentes aux formules définissant une rotation θ dans l'espace-temps.

4 — *Remarques complémentaires sur les quadrivecteurs.*

— Soit $\mathbf{a}$ un quadrivecteur : nous écrivons ses composantes sous la forme :

$$a_j \quad (j = 1, 2\ \ 3, 4)\,. \quad (10)$$

— L'égalité $\mathbf{a} = \mathbf{b}$ se traduit par

$$a_j = b_j \quad (j = 1, 2, 3, 4)\,. \quad (11)$$

— La somme $\mathbf{a} + \mathbf{b}$ est un quadrivecteur $\mathbf{c}$ tel que :

$$c_j = a_j + b_j \quad (j = 1, 2, 3, 4)\,. \quad (12)$$

— Le produit scalaire $\mathbf{a}.\mathbf{b}$ de deux quadrivecteurs est le scalaire :

$$\mathbf{a}.\mathbf{b} = \sum_{j=1}^{4} a_j b_j = a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3 + a_4 b_4\,. \quad (13)$$

en particulier :

$$\mathbf{a}.\mathbf{a} = \mathbf{a}^2 = a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + a_4^2\,. \quad (14)$$

— La multiplication par un scalaire k donne un quadrivecteur $k\mathbf{a}$, de composantes ka_j $(j = 1, 2, 3, 4)$.

— La dérivée d'un quadrivecteur $\mathbf{a}$ par rapport au scalaire τ est un quadrivecteur d /dτ de composantes :

$$\frac{da_j}{d\tau} \quad (j = 1, 2, 3, 4)\,. \quad (15)$$

Concepts fondamentaux de la physique.

Centre d'inertie.

Considérons n points $A_1, A_2, \ldots, A_n$, de masses respectives $m_1, m_2, \ldots, m_n$, et une origine O dans l'espace. Le centre de masse G de ce système de points est parfaitement défini par le vecteur $\mathbf{OG}$ donné par l'équation vectorielle suivante :

$$\mathbf{OG} = \frac{m_1\,\mathbf{OA}_1 + m_2\,\mathbf{OA}_2 + \cdots + m_n\,\mathbf{OA}_n}{m_1 + m_2 + \cdots + m_n}. \quad (1)$$

— Si les points $A_1, A_2, \ldots, A_n$ sont alignés sur un axe, l'équation (1) correspond à l'équation algébrique :

$$x_G = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + \cdots + m_n x_n}{m_1 + m_2 + \cdots + m_n}, \quad (2)$$

qui donne l'abscisse du centre de gravité du système de masse $M = m_1 + m_2 + \cdots + m_n$.

Les coordonnées (x_G, y_G, z_G) du point G s'obtiennent en projetant l'équation vectorielle (1) sur les axes du référentiel ; dans ce cas, en appelant (x_i, y_i, z_i) les coordonnées d'un point quelconque A_i, et en posant $M = m_1 + m_2 + \cdots + m_n$, on aura :

$$\begin{cases} x_G = \dfrac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + \cdots + m_n x_n}{M}; \\ y_G = \dfrac{m_1 y_1 + m_2 y_2 + \cdots + m_n y_n}{M}; \\ z_G = \dfrac{m_1 z_1 + m_2 z_2 + \cdots + m_n z_n}{M}. \end{cases} \quad (3)$$

Remarque : le vecteur $\mathbf{OG}$ défini par l'équation (1) est appelé, en géométrie, le *barycentre* du système des points $A_1, A_2, \ldots, A_n$, affectés des coefficients $m_1, m_2, \ldots, m_n$.

Moments d'inertie.

Cas d'un système discontinu.

1 — *Soit un système composé* de n particules matérielles de masse m_i $(i = 1, 2, \ldots, n)$; appelons r_i $(i = 1, 2, \ldots, n)$ la distance de chaque particule à un axe de rotation Δ. Le moment d'inertie du système par rapport à Δ est :

$$J_\Delta = \sum m_i r_i^2 \quad (i = 1, 2, \ldots, n)\,. \quad (1)$$

2 — Soit $Oxyz$ un *trièdre de référence orthonormé.* Appelons (x, y, z) les coordonnées d'une particule matérielle de masse m_i, dont le vecteur position est $\mathbf{r}_i$. La vitesse de cette particule autour de l'origine est :

$$\mathbf{v}_i = \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}_i \quad (2)$$

(le signe « × » est celui du produit vectoriel ; $\boldsymbol{\omega}$ est un vecteur axial de module ω = vitesse angulaire de la particule, et orienté selon la convention du tire-bouchon). Posons :

$$\begin{cases} J_{xx} = \displaystyle\sum_{i=1}^{n} m_i(r_i^2 - x_i^2)\,; \\ J_{xy} = \displaystyle\sum_{i=1}^{n} m_i x_i y_i\,; \\ J_{xz} = \displaystyle\sum_{i=1}^{n} m_i x_i z_i\,. \end{cases} \quad (3)$$

Les coefficients $J_{xx}, \ldots$, sont les moments d'inertie du système par rapport à l'axe Ox. On définit de même les moments d'inertie J_{yx}, J_{yy}, J_{yz} par rapport à Oy et J_{zx}, J_{zy}, J_{zz} par rapport à Oz ; on démontre que :

$$J_{xx} + J_{yy} + J_{zz} = 2\sum_{i=1}^{n} m_i r_i^2\,. \quad (4)$$

3 — *On peut aussi écrire la matrice :*

$$J = \begin{Vmatrix} J_{xx} & J_{xy} & J_{xz} \\ J_{yx} & J_{yy} & J_{yz} \\ J_{zx} & J_{zy} & J_{zz} \end{Vmatrix}.$$

C'est une matrice carrée d'ordre 3 ; un terme diagonal est donné par une équation de la forme :

$$J_{xx} = \sum_{i=1}^{n} m_i(r_i^2 - x_i^2)\,. \qquad (5)$$

La quantité $r_i^2 - x_i^2$ n'est autre que le carré de la distance d_x de la particule à l'axe Ox ; donc :

$$J_{xx} = \sum_{i=1}^{n} m_i\, d_x^2\,. \qquad (6)$$

Cas d'un système continu.

Appelons $\rho(\boldsymbol{r})$ la fonction (vectorielle) qui donne la masse volumique d'un solide en un point A de vecteur position $\boldsymbol{r}$, et soit dV l'élément de volume de ce solide. On a :

$$dm = \rho(\boldsymbol{r})\, dV\,. \qquad (7)$$

La composante J_{xx} du moment d'inertie du solide, définie par l'équation (5), est alors égale à :

$$J_{xx} = \int_0^V \rho(\boldsymbol{r})\,(r^2 - x^2)\, dV\,. \qquad (8)$$

De même pour les autres termes de la matrice J.
On notera que :

$$\int_0^V = \rho(\boldsymbol{r})\, dV = \int_0^M dm = M\,. \qquad (9)$$

Exemples.

1 — *Cas d'une sphère homogène* de centre O, de rayon R et de masse M, tournant autour d'un axe diamétral.

— Les termes non diagonaux de la matrice J sont nuls.

En effet, soit par exemple :

$$J_{xy} = -\int_0^V \rho xy\, dV\,. \qquad (10)$$

(ρ : masse volumique de la sphère). Par raison de symétrie sphérique, à chaque valeur de $\langle xy \rangle$ correspond une valeur opposée $\langle -xy \rangle$; donc $J_{xy} = 0$.

— Toujours par raison de symétrie, on a :

$$J_{xx} = J_{yy} = J_{zz} = J\,, \qquad (11)$$

d'où finalement la matrice :

$$J = \begin{Vmatrix} J & 0 & 0 \\ 0 & J & 0 \\ 0 & 0 & J \end{Vmatrix}. \qquad (12)$$

— Si la sphère est creuse, appelons σ la masse par unité de surface. On a alors $M = 4\pi r^2 \sigma$ et, d'après l'équation (4) :

$$J_{xx} + J_{yy} + J_{zz} = 3J = 2Mr^2\,; \qquad (13)$$

d'où :

$$J = \frac{8\pi}{3}\sigma r^4\,. \qquad (14)$$

2 — *Soit maintenant une sphère pleine et homogène.* Décomposons-la par la pensée en une infinité de sphères creuses, dont la surface (la « peau » sphérique) a une épaisseur infiniment petite dr et une densité massique $\sigma = \rho\, dr$. Le moment d'inertie J de la sphère est l'intégrale définie $J = \int_0^R dJ$ des moments d'inertie particuliers dJ de chaque sphère creuse. Comme, d'après (14), on a :

$$dJ = \frac{8\pi}{3}\rho r^4\, dr\,, \qquad (15)$$

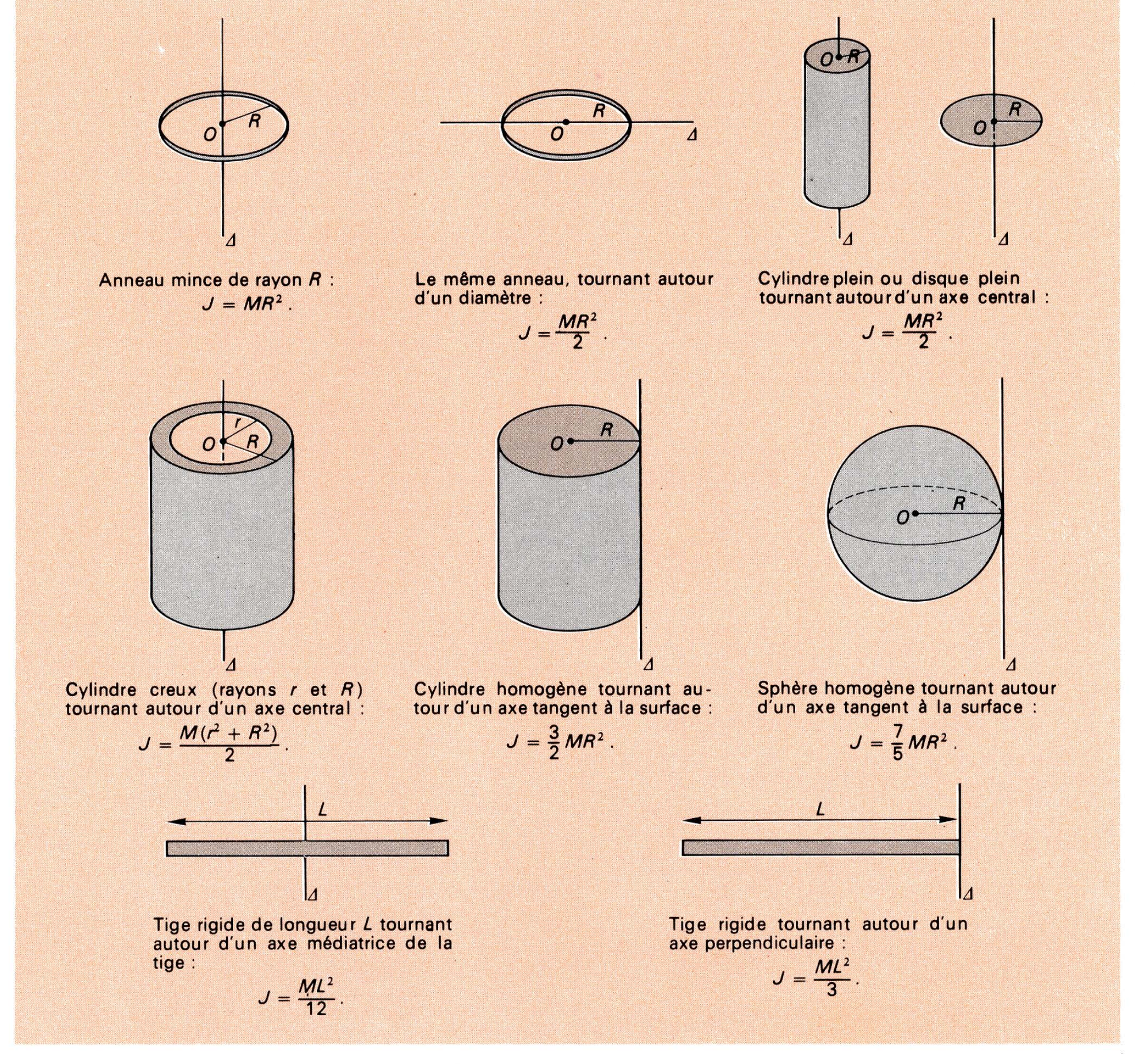
J est donné par :

$$J = \int_0^R \frac{8\pi}{3}\rho r^4\, dr = \frac{2}{5}MR^2\,. \qquad (16)$$

3 — *Moments d'inertie de quelques solides simples.*

Les figures ci-dessous décrivent quelques systèmes simples en rotation autour d'un axe et les moments d'inertie correspondants.

Moment d'inertie de quelques systèmes solides simples de masse M.



Anneau mince de rayon R : $J = MR^2$.

Le même anneau, tournant autour d'un diamètre : $J = \dfrac{MR^2}{2}$.

Cylindre plein ou disque plein tournant autour d'un axe central : $J = \dfrac{MR^2}{2}$.

Cylindre creux (rayons r et R) tournant autour d'un axe central : $J = \dfrac{M(r^2 + R^2)}{2}$.

Cylindre homogène tournant autour d'un axe tangent à la surface : $J = \dfrac{3}{2}MR^2$.

Sphère homogène tournant autour d'un axe tangent à la surface : $J = \dfrac{7}{5}MR^2$.

Tige rigide de longueur L tournant autour d'un axe médiatrice de la tige : $J = \dfrac{ML^2}{12}$.

Tige rigide tournant autour d'un axe perpendiculaire : $J = \dfrac{ML^2}{3}$.

Grandeurs dynamiques fondamentales.

Quantité de mouvement.

1 — *Mécanique classique.*

La projection du vecteur $\boldsymbol{p} = m\boldsymbol{v}$ sur les axes donne, en appelant (x, y, z) les coordonnées du point matériel considéré :

$$p_x = m\frac{dx}{dt}\,;\quad p_y = m\frac{dy}{dt}\,;\quad p_z = m\frac{dz}{dt}\,. \qquad (1)$$

2 — *Mécanique relativiste.*

Le temps propre τ de la particule varie avec sa vitesse v, conformément à la loi de dilatation du temps :

$$\tau = t\sqrt{1 - \beta^2} \qquad (2)$$

t étant le temps mesuré dans un référentiel au repos relatif ; d'autre part la masse varie avec $v(m(v) = m/\sqrt{1-\beta^2})$, et il faut l'écrire sous la forme $m(v)$. On a alors :

$$p_x = m(v)\frac{dx}{d\tau}\,;\quad p_y = m(v)\frac{dy}{d\tau}\,;\quad p_z = m(v)\frac{dz}{d\tau}\,. \qquad (3)$$

Moment cinétique.

1 — *Définition.*

D'une manière générale, le moment d'un vecteur $\boldsymbol{AB}$ par rapport à un point O est le vecteur $\boldsymbol{OG}$ défini par le produit vectoriel :

$$\boldsymbol{OG} = \boldsymbol{OA} \times \boldsymbol{AB}\,. \qquad (4)$$

Le moment est invariant pour tout glissement de $\boldsymbol{AB}$ sur son support et dépend du point O choisi ; en particulier, si $\boldsymbol{O'G'}$ désigne le moment de $\boldsymbol{AB}$ par rapport à O' :

$$\boldsymbol{O'G'} - \boldsymbol{OG} = \boldsymbol{O'O} \times \boldsymbol{OB'} \qquad (5)$$

Le moment cinétique d'une particule par rapport au point O est le moment du vecteur quantité de mouvement $\boldsymbol{p}$ par rapport à ce point, soit :

$$\boldsymbol{b} = \boldsymbol{r} \times m\boldsymbol{v} \qquad (6)$$

(formule valable même pour $\beta \neq 0$, car, dans ce cas, $m\boldsymbol{v}$ est la quantité de mouvement relativiste).

2 — *Unités.*

— La définition (6) donne les dimensions d'un moment cinétique :

$$M \times LT^{-1} \times L = ML^2T^{-1}\,. \qquad (7)$$

D'où la mesure du module de $\boldsymbol{b}$ en kg.m²/s dans le système SI.

— L'énergie a pour dimensions ML^2T^{-2} (MLT^{-2} : dimension d'une force ; L : longueur ; énergie = force × déplacement). En comparant avec (7), on voit donc que :

$$ML^2T^{-1} = ML^2T^{-2} \times T\,, \qquad (8)$$

donc un moment cinétique peut aussi se mesurer en énergie × temps (J.s dans le système SI).

— Les dimensions de la constante de Planck h sont précisément ML^2T^{-1} (dans le système SI, h est évalué en J.s) ; en physique quantique, on mesure donc les moments cinétiques en unités de $\hbar$ ($\hbar = h/2\pi$). Ainsi les moments cinétiques dits *de spin* (voir p. 94) de l'électron s'expriment par des nombres très simples : 0, 1/2, ou 1.

3 — *Composantes.*

— Soit (x, y, z) les coordonnées de la particule A ; les composantes du produit vectoriel $\boldsymbol{r} \times m\boldsymbol{v}$ sont :

$$\begin{cases} b_x = m(yv_z - zv_y)\,; \\ b_y = m(zv_x - xv_z)\,; \\ b_z = m(xv_y - yv_x)\,. \end{cases} \qquad (9)$$

— Dans le cas d'un système de particules A_i, $\boldsymbol{B} = \sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{b}_i$; on montre que, en appelant G le centre d'inertie du système et $\boldsymbol{P}$ la quantité de mouvement totale ($\boldsymbol{P} = \sum \boldsymbol{p}_i$) ;

$$\boldsymbol{B} = \boldsymbol{B}_G + \boldsymbol{OG} \times \boldsymbol{P}\,; \qquad (10)$$

avec $\boldsymbol{B}$: moment cinétique par rapport à O, $\boldsymbol{B}_G$: moment cinétique par rapport à G (moment cinétique intrinsèque du système).

4 — *Calcul du moment cinétique $\boldsymbol{B}$ d'un système.*

Soit $\boldsymbol{\omega}$ le vecteur axial de module ω, vitesse angulaire d'un système de particules A_i autour d'un axe passant par l'origine O du référentiel. Compte tenu de ce que $\boldsymbol{v}_i = \boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{r}_i$, on a :

$$\boldsymbol{B} = \sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{r}_i \times m_i\,\boldsymbol{v}_i = \sum_{i=1}^{n} m_i\,\boldsymbol{r}_i \times (\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{r}_i)\,. \qquad (11)$$

Comme $\boldsymbol{r}_i \times (\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{r}_i) = \boldsymbol{\omega} r_i^2 - \boldsymbol{r}_i(\boldsymbol{r}_i.\boldsymbol{\omega})$, on peut écrire (11) sous la forme :

$$\boldsymbol{B} = \sum_{i=1}^{n} m_i[\boldsymbol{\omega} r_i^2 - \boldsymbol{r}_i(\boldsymbol{r}_i\,.\,\boldsymbol{\omega})]\,. \qquad (12)$$

D'où, en projetant sur l'axe Ox, la composante B_x :

$$B_x = \sum_{i=1}^{n} m_i[\omega_x r_i^2 - x_i\underbrace{(x_i\,\omega_x + y_i\,\omega_y + z_i\,\omega_z)}_{\text{expression du produit scalaire}}]\,. \qquad (13)$$

On montre, en développant (13) et en utilisant les moments d'inertie J_{xx}, J_{xy}, J_{xz}, etc., définis au paragraphe **B**, *a*, que :

$$\begin{cases} B_x = J_{xx}\,\omega_x + J_{xy}\,\omega_y + J_{xz}\,\omega_z\,; \\ B_y = J_{yx}\,\omega_x + J_{yy}\,\omega_y + J_{yz}\,\omega_z\,; \\ B_z = J_{zx}\,\omega_x + J_{zy}\,\omega_y + J_{zz}\,\omega_z\,. \end{cases} \qquad (14)$$

5 — *Remarques.*
Lorsque les vecteurs $\boldsymbol{B}$ et $\boldsymbol{\omega}$ sont colinéaires (cas d'un cerceau ou d'une sphère tournant autour d'un de ses diamètres), le calcul du moment cinétique est simplifié, car on a alors :

$$\boldsymbol{B} = J\boldsymbol{\omega}\,. \qquad (15)$$

Lorsque **B** et $\boldsymbol{\omega}$ ne sont pas colinéaires, les choses deviennent plus « compliquées ». Ainsi, en mécanique céleste, les corps étudiés (Soleil, planètes, satellites) sont assimilables à des sphères tournant autour d'un de leur diamètre. Lorsqu'il n'en est plus ainsi (cas de la Terre dont l'axe de rotation décrit un cône, comme l'axe d'une toupie), $\boldsymbol{B}$ et $\boldsymbol{\omega}$ ne sont pas colinéaires et on est conduit à étudier des phénomènes de *précession*.

Énergie mécanique.

Nous allons considérer ici une particule matérielle A de masse m, dans le vide, et parfaitement isolée. Nous appellerons $\boldsymbol{r}$ le vecteur position $\boldsymbol{OA}$ de cette particule et $\Delta\boldsymbol{r}$ toute variation de ce vecteur, correspondant à un déplacement de la particule ; nous admettrons ainsi que la particule se déplace d'une façon continue, c'est-à-dire qu'il existe un déplacement élémentaire infiniment petit $\mathrm{d}\boldsymbol{r}$.
Soit $\boldsymbol{F}$ une force appliquée à la particule et qui ne dépend que de la position $\boldsymbol{r}$ de celle-ci ; nous poserons :

$$\boldsymbol{F} = f(\boldsymbol{r})\,. \qquad (1)$$

Travail de la force $\boldsymbol{F}$.

Quand la particule se déplace du point A au point B, sous l'action de la force $\boldsymbol{F}$, le travail élémentaire $\mathrm{d}W$ effectué par $\boldsymbol{F}$ pour un déplacement $\mathrm{d}\boldsymbol{r}$ est, par définition, le produit scalaire :

$$\mathrm{d}W = f(\boldsymbol{r})\,.\,\mathrm{d}\boldsymbol{r}\,. \qquad (2)$$

Le travail de la force $\boldsymbol{F}$ entre les points A et B de la trajectoire de la particule est alors l'intégrale :

$$W_A^B = \int_A^B f(\boldsymbol{r})\,.\,\mathrm{d}\boldsymbol{r}\,. \qquad (3)$$

C'est l'intégrale curviligne de la fonction $f(\mathbf{r})$, définie de A à B. Attention : le point des équations (2) et (3) est le symbole du produit scalaire.
Dans le cas particulier où la force est constante et de module F et où elle déplace son point d'application d'une distance d sur une ligne droite, la formule classique $W = Fd$ est une solution particulière de (3).

Énergie cinétique.

Étant donné qu'on a, par définition :

$$\boldsymbol{F} = f(\boldsymbol{r}) = m\boldsymbol{\gamma}\,, \quad \boldsymbol{\gamma} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}\,, \quad \boldsymbol{v} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}\,, \qquad (4)$$

l'équation (3) s'écrit aussi :

$$W_A^B = m\int_A^B \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{r} = m\int_A^B \boldsymbol{v}\,\mathrm{d}\boldsymbol{v} \qquad (5)$$

puisque $\mathrm{d}\boldsymbol{r} = \boldsymbol{v}\,\mathrm{d}t$ d'après (4). On a, en appliquant les règles élémentaires du calcul différentiel :

$$\int \boldsymbol{v}\,\mathrm{d}\boldsymbol{v} = \frac{\boldsymbol{v}^2}{2}\,. \qquad (6)$$

Donc, tous calculs faits :

$$m\int \boldsymbol{v}\,\mathrm{d}\boldsymbol{v} = \frac{1}{2}m\boldsymbol{v}^2 = \frac{1}{2}mv^2\,. \qquad (7)$$

Et, le travail W_A^B a pour valeur :

$$W_A^B = \frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_A^2 = \Delta K\,. \qquad (8)$$

Le travail W_A^B fourni à une particule libre par une force appliquée quelconque est égal à la variation d'énergie cinétique $\Delta K = K_B - K_A$ de la particule.

Énergie potentielle.

1 — *Définition.*
On appelle différence d'énergie potentielle ΔU d'une particule aux points A et B le travail fourni à cette particule pour la déplacer de A à B, ce qui s'écrit :

$$\Delta U = W_A^B = \int_A^B \boldsymbol{F}.\mathrm{d}\boldsymbol{r}\,. \qquad (9)$$

Pour mesurer ΔU, on peut soit calculer directement W_A^B, soit mesurer la variation $\Delta K = K_B - K_A$ d'énergie cinétique.
On pose aussi :

$$\Delta(U) = U(B) - U(A) \qquad (10)$$

et, avec la *convention* $U(\infty) = 0$, l'équation (9) s'écrit :

$$U(\boldsymbol{r}) - U(\infty) = W_\infty^r = \int_\infty^r \boldsymbol{F}.\mathrm{d}\boldsymbol{r}\,. \qquad (11)$$

Soit, puisque $U(\infty) = 0$:

$$U(\boldsymbol{r}) = \int_\infty^r \boldsymbol{F}.\mathrm{d}\boldsymbol{r}\,. \qquad (12)$$

2 — *L'énergie potentielle U possède la propriété fondamentale suivante* :

$$-\int F\,\mathrm{d}x = U\,, \qquad (13)$$

soit :

$$F = -\frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}x}\,. \qquad (14)$$

Conservation de l'énergie mécanique.

Dans tous les cas, on aura :

$$K_B + U_B = K_A + U_A = \mathrm{C^{te}}\,. \qquad (15)$$

La fonction $E = K + U$ est la fonction énergie mécanique de la particule : c'est une fonction invariante.

STATIQUE DU SOLIDE.

Dans ce qui suit, nous considérons que le solide est un système de particules matérielles A_i ($i = 1, 2, ..., n$) ; on lui applique des forces $\boldsymbol{F}_i$, qui constituent un torseur (ou *dyname*) $\mathcal{F}$, et de composantes (X_i, Y_i, Z_i). Toutes les sommes sont faites de $i = 1$ à $i = n$.
1 — La *résultante générale* $\mathfrak{R} = \sum \boldsymbol{F}_i$ a pour composantes :

$$X = \sum X_i\,; \quad Y = \sum Y_i\,; \quad Z = \sum Z_i\,. \qquad (1)$$

2 — Le *moment résultant* par rapport à un point O_1 est le vecteur $\vec{\mu}$ tel que :

$$\vec{\boldsymbol{\mu}} = \vec{\mathcal{M}}_{O_1}(\mathcal{F}) = \sum \boldsymbol{O}_1\,\boldsymbol{A}_i \times \boldsymbol{F}_i\,. \qquad (2)$$

Appelons (x_i, y_i, z_i) les coordonnées de A, (α, β, γ) celles de O_1 et (L_i, M_i, N_i) les composantes de $\boldsymbol{O}_1\boldsymbol{A}_i \times \boldsymbol{F}_i$; alors les composantes (L, M, N) du vecteur axial $\vec{\mu}$ sont :

$$L = \sum L_i\,; \quad M = \sum M_i\,; \quad N = \sum N_i\,, \qquad (3)$$

avec :

$$\begin{cases} L_i = (y_i - \beta)\,Z_i - (z_i - \gamma)\,Y_i\,; \\ M_i = (z_i - \gamma)\,X_i - (x_i - \alpha)\,Z_i\,; \\ N_i = (x_i - \alpha)\,Y_i - (y_i - \beta)\,X_i\,. \end{cases} \qquad (4)$$

3 — *On définit aussi* :
— le *pas réduit* h du torseur $\mathcal{F}$, scalaire donné par :

$$h = \frac{\mathfrak{R}\,.\,\vec{\boldsymbol{\mu}}}{|\,\mathfrak{R}\,|^2}\,; \qquad (5)$$

— l'*auto-moment* $\mathcal{A}$ du torseur $\mathcal{F}$, scalaire donné par :

$$\mathcal{A} = \mathfrak{R}\,.\,\vec{\boldsymbol{\mu}}\,. \qquad (6)$$

4 — *Un torseur tel* que $\mathfrak{R} = 0$ est un *couple* ; son moment est alors désigné par le symbole $\vec{\mathfrak{C}}$.

DYNAMIQUE CLASSIQUE ET DYNAMIQUE RELATIVISTE.

Lois fondamentales de la dynamique.

La deuxième loi de Newton, $\boldsymbol{F} = m\boldsymbol{\gamma}$, se traduit par un système d'équations différentielles du deuxième ordre.
1 — *Composantes du vecteur* $\boldsymbol{F}$.
— Le vecteur force est la dérivée vectorielle $\boldsymbol{F} = \mathrm{d}\boldsymbol{p}/\mathrm{d}t$ (voir pp. 16-17. On a :

$$\gamma_x = \frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}\,; \quad \gamma_y = \frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}t^2}\,; \quad \gamma_z = \frac{\mathrm{d}^2z}{\mathrm{d}t^2}\,; \qquad (1)$$

d'où :

$$F_x = m\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}\,; \quad F_y = m\frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}t^2}\,; \quad F_z = \frac{\mathrm{d}^2z}{\mathrm{d}t^2}\,. \qquad (2)$$

— Supposons que $\boldsymbol{F}$ soit associée à un point $M(x, y, z)$ mobile sur une courbe C ; prenons comme repère le trièdre d'origine M et dont les axes sont la tangente en M à la courbe, la normale principale en ce point et la binormale perpendiculaire au plan osculateur. Le vecteur $\boldsymbol{\gamma}$ est situé dans le plan osculateur et admet pour composantes tengentielle, normale et binormale :

$$\gamma_t = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\,; \quad \gamma_n = \frac{v^2}{R}\,; \quad \gamma_b = 0\,; \qquad (3)$$

d'où, pour $\boldsymbol{F}$:

$$F_t = m\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\,; \quad F_n = \frac{mv^2}{R}\,; \quad F_b = 0\,. \qquad (4)$$

Conservation de la quantité de mouvement.

Appelons :
— $\boldsymbol{V}_e$: la vitesse uniforme d'un référentiel galiléen ;
— $\boldsymbol{v}_1$ et $\boldsymbol{v}_2$: les vitesses de deux masses ponctuelles m_1 et m_2 avant collision ;
— $\boldsymbol{w}_1$ et $\boldsymbol{w}_2$: les vitesses des deux masses après collision ;
— K_1 et K_2 : l'énergie cinétique des deux masses avant collision ;
— K_1' et K_2' : l'énergie cinétique des deux masses après collision.
La loi de conservation de l'énergie mécanique s'écrit :

$$K_1 + K_2 = K_1' + K_2' + \Delta E \qquad (1)$$

($\Delta E = 0$ si le choc est élastique). Nous allons écrire que l'équation (1) est encore vraie quand m_1 et m_2 sont entraînées dans le mouvement du référentiel à la vitesse $\boldsymbol{V}_e$. Dans ce cas, les vitesses $\boldsymbol{v}_1$, $\boldsymbol{v}_2$, $\boldsymbol{w}_1$, $\boldsymbol{w}_2$ deviennent respectivement $\boldsymbol{v}_1'$, $\boldsymbol{v}_2'$, $\boldsymbol{w}_1'$, $\boldsymbol{w}_2'$, et la loi de composition des vitesses donne :

$$\begin{cases} \boldsymbol{v}_1' = \boldsymbol{v}_1 - \boldsymbol{V}_e\,; \\ \boldsymbol{v}_2' = \boldsymbol{v}_2 - \boldsymbol{V}_e\,. \end{cases} \quad \begin{cases} \boldsymbol{w}_1' = \boldsymbol{w}_1 - \boldsymbol{V}_e\,, \\ \boldsymbol{w}_2' = \boldsymbol{w}_2 - \boldsymbol{V}_e\,. \end{cases} \qquad (2)$$

La loi (1) s'écrit, dans le repère au repos relatif :

$$\frac{1}{2}m_1\,v_1^2 + \frac{1}{2}m_2\,v_2^2 = \frac{1}{2}m_1\,w_1^2 + \frac{1}{2}m_2\,w_2^2 + \Delta E \qquad (3)$$

et, dans le repère animé d'une vitesse $\boldsymbol{V}_e$:

$$\frac{1}{2}m_1\,v_1'^2 + \frac{1}{2}m_2\,v_2'^2 = \frac{1}{2}m_1\,w_1'^2 + \frac{1}{2}m_2\,w_2'^2 + \Delta E\,. \qquad (4)$$

La quantité ΔE est invariante dans les deux référentiels ; en remplaçant les vitesses $\boldsymbol{v}_1'$, $\boldsymbol{v}_2'$, $\boldsymbol{w}_1'$, $\boldsymbol{w}_2'$ par leurs valeurs (2), on constate que les équations ne sont compatibles que si :

$$m_1\,\boldsymbol{v}_1 + m_2\,\boldsymbol{v}_2 = m_1\,\boldsymbol{w}_1 + m_2\,\boldsymbol{w}_2\,. \qquad (5)$$

Cette relation exprime la loi de conservation de la quantité de mouvement.

Champs de forces.

1 — *Définition.*
Soit k un scalaire, M un point de l'espace, $\mathbf{A}(M)$ le vecteur champ en A ; l'action en M liée au champ $\mathbf{A}$ a pour valeur :

$$\boldsymbol{F} = k\mathbf{A}(M) \qquad (1)$$

Les composantes de $\boldsymbol{F}$ sont, en appelant A_x, A_y, A_z les composantes du vecteur champ ;

$$F_x = kA_x\,; \quad F_y = kA_y\,; \quad F_z = kA_z\,. \qquad (2)$$

2 — *Lignes de forces d'un champ.*
Ce sont les courbes solutions du système d'équations différentielles :

$$\begin{cases} \dfrac{\mathrm{d}x}{A_x} = \dfrac{\mathrm{d}y}{A_y}\,; \\ \dfrac{\mathrm{d}y}{A_y} = \dfrac{\mathrm{d}z}{A_z}\,. \end{cases} \qquad (3)$$

3 — *Circulation du vecteur champ entre deux points* M_1 *et* M_2.
C'est l'intégrale curviligne :

$$\mathfrak{C}_{M_2}^{M_1} = \int_{M_2}^{M_1} \mathbf{A}(M)\,.\,\mathrm{d}\boldsymbol{s}\,, \qquad (4)$$

$\mathrm{d}\boldsymbol{s}$ étant le déplacement du point M sur une courbe C ; si la courbe est fermée, cette intégrale s'écrit :

$$\mathfrak{C} = \oint \mathbf{A}(M)\,.\,\mathrm{d}\boldsymbol{s}\,. \qquad (5)$$

Cette intégrale représente le travail de la force $\mathbf{A}(M)$ quand elle se déplace de M_1 en M_2.
4 — *Potentiels.*
— Lorsque la circulation du vecteur champ entre deux points M_1 et M_2 ne dépend que des extrémités M_1 et M_2 (et non pas de la nature du parcours), on dit que ce champ dérive d'un potentiel scalaire et on démontre que :

$$\mathbf{A}(M) = \overrightarrow{\mathrm{grad}}\,U(M) \qquad (6)$$

(voir la définition du vecteur gradient d'une fonction p. 175).
On démontre que la différence de potentiel entre deux points M_1 et M_2 est égale à la circulation $\mathfrak{C}_{M_2}^{M_1}$ du vecteur champ entre ces deux points changée de signe.

— Le travail W d'une force $\mathbf{F}(M)$ se déplaçant dans un champ dérivant d'un potentiel est tel que :

$$\mathbf{F}(M) = -\overrightarrow{\operatorname{grad} W}. \qquad (7)$$

— Le *flux* $d\Phi$ d'un vecteur champ $\mathbf{A}(M)$ à travers un élément de surface dS, muni d'un vecteur unitaire $\mathbf{k}$ le long de la normale à la surface au point M, est le produit scalaire :

$$d\Phi = \mathbf{A}(M) \,.\, d\mathbf{S} = A(M) \cos \alpha \, dS. \qquad (8)$$

L'intégrale double $\iint d\Phi = \Phi$ est le flux de $\mathbf{A}(M)$ à travers la surface S. Si ce flux traversant une surface fermée quelconque est nul, il est dit *conservatif*.

— Une condition nécessaire et suffisante pour que le flux du champ $\mathbf{A}(M)$ à travers une surface soit conservatif est :

$$\operatorname{div} \mathbf{A}(M) = 0 \qquad (9)$$

(voir la définition de la *divergence* d'un vecteur p. 175).

Les lois de la chute des corps.

Déduction des lois de Galilée.

Soit M la masse de la Terre supposée concentrée en son centre O, r la distance au centre O d'une masse ponctuelle A de masse m ; on oriente la droite OA de O vers A par le vecteur unitaire $\hat{\mathbf{r}}$. La loi de la gravitation universelle s'écrit, en appelant $1/\nu$ la constante de gravitation :

$$\mathbf{P} = -\frac{1}{\nu}\frac{mM}{r^2}\hat{\mathbf{r}}. \qquad (1)$$

La force $\mathbf{P}$ (pesanteur terrestre de la masse m) entraîne pour la masse m le vecteur accélération $\mathbf{g}$, qui est le vecteur champ de pesanteur au point A :

$$\mathbf{g} = -\frac{1}{\nu}\frac{M}{r^2}\hat{\mathbf{r}}. \qquad (2)$$

Le mouvement de la masse m est uniformément accéléré et d'accélération $\mathbf{g}$ en un lieu donné (d'où les lois de Galilée).

Traduction analytique des lois de Galilée.

Soit (x, y, z) les coordonnées de la masse ponctuelle A, nous supposerons $y = 0$, c'est-à-dire que nous étudierons le mouvement de A dans le plan xOz vertical. Posons par ailleurs :
1° $\mathbf{v}_0$ = vecteur vitesse initiale de la masse m dans le plan xOz ;
2° α = angle de $\mathbf{v}_0$ avec l'axe Ox. L'axe Oz est orienté vers le haut, le champ de pesanteur est alors $-\mathbf{g}$.

En projetant la relation fondamentale $\mathbf{P} = -m\mathbf{g}$ sur les axes, on obtient :

$$\begin{cases} P_x = 0 = -m\dfrac{d^2x}{dt^2}; \\ P_z = P = -m\dfrac{d^2z}{dt^2}. \end{cases} \qquad (3)$$

(Le poids P du point matériel A est la composante verticale de la force $\mathbf{P}$).

D'autre part, $P_x = 0$ signifie que $d^2x/dt^2 = 0$, donc que la dérivée première $v_x = dx/dt$ est une constante :

$$v_x = \frac{dx}{dt} = C^{te} = v_0 \cos \alpha. \qquad (4)$$

L'équation $P_z = P = -m\, d^2z/dt^2$ conduit à $d^2z/dt^2 = g$, d'où :

$$v_z = -gt + v_0 \sin \alpha \qquad (5)$$

(pour $t = 0$, v_z est la composante de $\mathbf{v}_0$ selon Oz). D'où l'équation de la trajectoire :

$$z = -\frac{gx^2}{2\, v_0^2 \cos^2 \alpha} + x \operatorname{tg} \alpha. \qquad (6)$$

(Le point A, tombant en chute libre à partir d'une vitesse initiale $\mathbf{v}_0$ décrit une parabole d'axe parallèle à Oz.) Si la vitesse est initialement orientée selon Oz, les résultats précédents deviennent :

$$\begin{cases} v_x = 0\,; \\ v_z = -gt + v_0\,; \\ z = -\dfrac{1}{2}gt^2 + v_0\, t. \end{cases} \qquad (7)$$

Variation de *g*.

En appelant g_0 et g_h les valeurs de g en un lieu de latitude λ aux altitudes 0 (niveau de la mer) et h, g_λ la valeur de g_0 en un lieu de latitude λ, on a :

$$\begin{cases} (g_0 - g_h) \text{ milligals} = 0{,}196\ h \text{ mètres}\,; \\ g_\lambda = g_{équateur}(1 + 0{,}005\,288\,4 \sin^2 \lambda - 0{,}000\,005\,9 \sin^2 2\,\lambda). \end{cases} \qquad (8)$$

(1 gal = 1 cm/s² ; 1 milligal = 10^{-3} gal).

L'oscillateur harmonique.

Rappelons qu'on qualifie de « linéaire » tout système physique (mécanique, électrique, particulaire par exemple) qui peut être décrit à l'aide d'équations différentielles du second ordre à coefficients constants, de la forme :

$$ay'' + by' + cy = 0. \qquad (1)$$

Les systèmes réels ne sont pas rigoureusement linéaires et il faut parfois tenir compte, dans les formules, de termes non linéaires. Toutefois, on peut négliger les termes lorsque les variations du système se font autour d'un état d'équilibre connu.

1 — *Définition de l'oscillateur harmonique.*
C'est un système théorique, dont la position est définie par un paramètre x, fonction du temps t, donnée par l'équation différentielle linéaire à coefficients constants :

$$x'' + \omega^2 x = 0. \qquad (2)$$

Le coefficient constant ω est appelé *pulsation* du système ; on peut l'exprimer aussi sous la forme :

$$\omega = 2\,\pi f \quad \text{ou} \quad \omega = \frac{2\,\pi}{T}, \qquad (3)$$

f désignant la *fréquence* et T la *période* du système considéré.
La fonction x peut être un vecteur ou une grandeur scalaire (mesure d'une longueur ou d'un angle par exemple). Théoriquement, la résolution de l'équation (2) va nous conduire à déterminer une fonction périodique $x(t)$, c'est-à-dire que la grandeur x reprend les mêmes valeurs à intervalles réguliers. En fait, les systèmes réels perdent de l'énergie (frottements, etc.) et leurs oscillations (mécaniques, électriques, etc.) *s'amortissent*. L'étude de l'amortissement est faite ci-après (paragraphe 7).

2 — *Mouvement d'un oscillateur harmonique.*
En appliquant les règles classiques de résolution des équations différentielles, on montre aisément que la solution générale de l'équation (2) est de la forme :

$$x(t) = a \cos (\omega t - \varphi). \qquad (4)$$

Autrement dit, le mouvement de l'oscillateur harmonique est un mouvement sinusoïdal, d'élongation x, d'amplitude a, de fréquence $f = \omega/2\,\pi$ et de phase φ. La constante φ détermine les conditions à l'origine des temps ; pour $t = 0$, on a en effet :

$$x_0 = a \cos \varphi \quad \text{et} \quad v_0 = -a\omega \sin \varphi \qquad (5)$$

(x_0 et v_0 désignant respectivement la position et la vitesse initiales du mobile). De (5) on tire aussi la valeur des constantes a et φ :

$$a^2 = x_0^2 + \frac{v_0^2}{\omega^2}\,; \quad \operatorname{tg} \varphi = -\frac{v_0}{\omega x_0}. \qquad (6)$$

La vitesse du mouvement est :

$$v(t) = \frac{dx}{dt} = a\omega \cos\left(\omega t - \varphi + \frac{\pi}{2}\right). \qquad (7)$$

L'accélération a pour valeur :

$$\gamma = \frac{d^2x}{dt^2} = -\,\omega^2 x. \qquad (8)$$

3 — *Force de rappel.*
Soit un point matériel de masse m soumis à une force de rappel $F = -kx$, qui tend à le ramener à sa position d'équilibre le long de l'axe Ox, quand on l'écarte de sa position initiale. Sous l'action de cette force, le mobile acquiert l'accélération $\gamma = x''(t) = F/m$, et l'on peut écrire la 2ᵉ loi de Newton

$$-\,kx = mx''. \qquad (9)$$

On remarque que (9) est identique à (2) si l'on pose :

$$\omega^2 = \frac{k}{m}. \qquad (10)$$

Le système est donc un oscillateur harmonique. On peut le réaliser expérimentalement en fixant une masse m à l'extrémité d'un ressort, et en l'assujettissant à se déplacer entre deux glissières. La fréquence des oscillations de la masse m est :

$$f = \frac{\omega}{2\,\pi} = \frac{1}{2\,\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}. \qquad (11)$$

4 — *Énergie.*
Pour maintenir le système précédent en équilibre, il faut lui appliquer la force $F' = -F = kx$, x désignant l'élongation du mobile. Le travail élémentaire, pour un déplacement dx, est $dW = F'\,dx$ et l'énergie potentielle du système vaut :

$$U(x) = \int_0^x F'\,dx = \int_0^x kx\,dx = \frac{kx^2}{2}. \qquad (12)$$

L'énergie cinétique est $K = (1/2)\,mv^2$. En supposant que $v_0 = 0$ et $\varphi = 0$, on a alors $x = a \cos \omega t$ et $v = -a\omega \sin \omega t$; d'où la fonction énergie du système oscillant :

$$E = U(x) + K = \frac{1}{2}ka^2(\cos^2 \omega t + \sin^2 \omega t) = \frac{1}{2}ka^2 = C^{te} \qquad (13)$$

(ce qui vérifie au passage le théorème de l'énergie cinétique).

5 — *Oscillateur harmonique de rotation.*
La position du système est définie par un angle θ; nous appelons J le moment d'inertie par rapport à l'axe de rotation, et l'équation s'écrit sous la forme :

$$\theta'' + \omega^2 \theta = 0. \qquad (14)$$

Le mouvement est produit par le couple de rappel $C = -k\theta$, qui tend à ramener le système à sa position d'équilibre. On posera :

$$\omega^2 = \frac{k}{J}. \qquad (15)$$

Ici aussi $\theta(t)$ est une fonction sinusoïdale des temps, comme à l'équation (4). L'énergie potentielle est :

$$U(\theta) = \frac{1}{2}k\theta^2 \qquad (16)$$

et l'énergie cinétique :

$$K = \frac{1}{2}J\theta'^2. \qquad (17)$$

6 — *Cas du pendule.*
Dans ce cas, en appelant a la distance du centre de gravité du pendule à l'axe de rotation, on a :

$$C = -\,mga \sin \theta. \qquad (18)$$

Si θ est petit, $\sin \theta \approx \theta$ et :

$$C \approx -\,mga\theta. \qquad (19)$$

Il s'agit alors d'un oscillateur harmonique, comme au paragraphe 5 ci-dessus ($k = mga$). Le mouvement est périodique (sinusoïdal), de période :

$$T = \frac{2\,\pi}{\omega} = 2\,\pi\sqrt{\frac{J}{mga}}. \qquad (20)$$

7 — *Amortissement.*
Il est dû, en mécanique, à une perte d'énergie par frottements. Il se traduit par une diminution progressive de l'amplitude, avec dégagement de chaleur.

— Dans le cas d'oscillations rectilignes (exemple : ressort), la force de rappel est $F = -kx$, et la force de frottement est $F' = -k'x'$ (elle est proportionnelle à la vitesse du système). La 2ᵉ loi de Newton s'écrit :

$$F + F' = m\gamma = mx'', \qquad (21)$$

d'où l'équation linéaire du second ordre :

$$mx'' + k'x' + kx = 0. \qquad (22)$$

Dans le cas d'oscillations par rotation autour d'un axe (fléau d'une balance), l'angle θ d'écart par rapport à la position d'équilibre est donné par l'équation différentielle :

$$J\theta'' + k'\theta' + k\theta = 0 \qquad (23)$$

($C = -k\theta$ est le couple de rappel ; $C' = -k'\theta'$ le couple de frottement).

— Les équations (22) et (23) sont les équations d'un mouvement oscillatoire amorti. Selon les valeurs du coefficient k', elles admettent comme solution générale soit l'équation d'un mouvement oscillatoire exponentiellement amorti, soit celle d'un mouvement apériodique.

Dynamique relativiste.

Force d'univers.

En appelant $\mathbf{v}_a$ et $\boldsymbol{\gamma}_a$ les quadrivecteurs vitesse absolue et accélération absolue de la particule de masse au repos m, la loi de la dynamique s'écrit :

$$\mathbf{F}_a = \frac{d\mathbf{p}}{d\tau}\,; \qquad (1)$$

$\mathbf{p}$ est le quadrivecteur $m\mathbf{v}_a$, τ le temps propre de la particule, $\mathbf{F}_a$ est la *force d'univers*, de composantes (X, Y, Z, T) orthogonale au quadrivecteur $\mathbf{r}$ définissant la situation de la particule dans l'espace-temps. En appelant (p_x, p_y, p_z, p_t) les composantes du vecteur $\mathbf{p}$, on a :

$$X = \frac{dp_x}{d\tau}, \quad Y = \frac{dp_y}{d\tau}, \quad Z = \frac{dp_z}{d\tau}, \quad T = \frac{dp_t}{d\tau}. \qquad (2)$$

Dans le cas d'une particule se déplaçant parallèlement à l'axe Ox ($Y = Z = 0$), la loi (1) se réduit à :

$$\begin{cases} X = \dfrac{dp_x}{d\tau}; \\ T = \dfrac{dp_t}{d\tau}. \end{cases} \qquad (3)$$

Or, puisque $\mathbf{p} = m\mathbf{v}_a$, on a :

$$p_x = m\frac{dx}{d\tau}; \quad p_t = m\frac{dt}{d\tau}, \qquad (4)$$

d'où le système :

$$\begin{cases} X = m\dfrac{d^2x}{d\tau^2}; \\ T = m\dfrac{d^2t}{d\tau^2}. \end{cases} \qquad (5)$$

Énergie relativiste.

Posons $\beta = v/c$ et $\gamma = 1/\sqrt{1-\beta^2}$; nous allons introduire une fonction E que nous nommerons *énergie relativiste totale* d'une particule de masse au repos m et de vitesse v.

$$p = \frac{mv}{\sqrt{1-\beta^2}} = mc\beta\gamma. \qquad (6)$$

— Par ailleurs, on constate facilement que $\gamma^2 - \beta^2\gamma^2 = 1$; on peut donc écrire :

$$m^2 c^4 = m^2 c^4 (\gamma^2 - \beta^2 \gamma^2) ; \qquad (7)$$

d'où, d'après (6) :

$$m^2 c^4 = m^2 c^4 \gamma^2 - p^2 c^2 . \qquad (8)$$

Considérons la quantité $mc^2 \gamma = mc^2/\sqrt{1-\beta^2}$, dont le carré est $m\ c^4 \gamma^2$; quand $\beta \to 1$, on peut écrire :

$$mc^2 \gamma \simeq mc^2 \left(1 + \frac{1}{2}\beta^2 + \cdots\right) = mc^2 + \frac{1}{2} mv^2 + \cdots \qquad (9)$$

La quantité (1/2) mv^2 est l'énergie cinétique de la particule dans le domaine non relativiste ; la fonction $E = mc^2 \gamma$ est une grandeur énergétique, que nous appelons *énergie relativiste totale* :

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1-\beta^2}} . \qquad (10)$$

— Retournons à l'équation (8). Le produit mc^4 est constant ($m = C^{te}$; $c = C^{te}$) ; le membre de droite s'écrit, d'après (10), $E^2 - \beta^2 E^2$, donc :

$$E^2 - \beta^2 E^2 = m^2 c^4 = C^{te} . \qquad (11)$$

2 — *Travail et énergie relativistes.*

— Le travail d'une force $\boldsymbol{F}$ par unité de temps, soit dW/dt, est le produit scalaire $\boldsymbol{F}.\boldsymbol{v}$, soit, puisque $\boldsymbol{F} = d\boldsymbol{p}/dt$:

$$\frac{dW}{dt} = \frac{d\boldsymbol{p}}{dt} \cdot \boldsymbol{v} , \qquad (12)$$

avec $\boldsymbol{p} = m\boldsymbol{v}/\sqrt{1-\beta^2}$. L'équation (12) donne, après calcul :

$$\frac{dW}{dt} = \frac{d}{dt} \frac{mc^2}{\sqrt{1-\beta^2}} \qquad (13)$$

et, en intégrant :

$$W = \frac{mc^2}{\sqrt{1-\beta^2}} + W_0 . \qquad (14)$$

Si on prend $W = 0$ pour $v = 0$, W_0 est l'énergie cinétique K de la particule, et l'on a :

$$0 = \frac{mc^2}{\sqrt{1-\beta^2}} + W_0 , \qquad (15)$$

d'où $W_0 = - mc^2$ et, à la vitesse v :

$$K = \frac{mc^2}{\sqrt{1-\beta^2}} - mc^2 . \qquad (16)$$

— Par analogie avec la mécanique non relativiste, on peut écrire (16) sous la forme :

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1-\beta^2}} = mc^2 + K . \qquad (17)$$

E est la fonction énergie relativiste totale associée à la particule, elle est égale à l'énergie cinétique relativiste K de cette particule augmentée du facteur mc^2, qui est donc l'énergie associée à la masse au repos.

DENSITÉS.

Densités de composés inorganiques solides et liquides.

Substance	Température en degrés Celsius	Densité
Alun Al et K	20	1,757
— Cr et K	0	1,828
Ammoniac liquide (1)	5	0,630
Argent (chlorure)		5,561
— (nitrate)	19	4,352
Eau oxygénée H_2O_2	0	1,458
Glace	0	0,917
Nitrique (acide) HNO_3	14	1,542
Plomb (nitrate)	24	4,53
Potassium (chlorure)	16	1,99
— (nitrate)	16	2,109
Sodium (chlorure)		2,17
— (nitrate)	15	2,265
— (hyposulfite)		1,736
Sulfureux (anhydride)	0	1,434
Sulfurique (acide) H_2SO_4	18,6	1,835
Zinc (oxyde) cristallisé		5,78

(1) Liquide, en présence de sa vapeur saturante.

Densité de l'eau et son inverse par rapport à l'eau à la température 4 °C.

t	Densité D	1/D	t	Densité D	1/D
De 0 °C à 40 °C			De 40 °C à 100 °C		
0 °C	0,999 867 9	1,000 132 2	40 °C	0,992 25	1,007 82
1	0,999 926 7	1,000 073 4	45	0,990 24	1,009 85
2	0,999 967 9	1,000 032 0	50	0,988 07	1,012 07
3	0,999 992 2	1,000 007 8	55	0,985 73	1,014 48
4	1,000 000 0	1,000 000 0	60	0,983 24	1,017 05
5	0,999 991 9	1,000 008 1	65	0,980 59	1,019 79
10	0,999 727 7	1,000 272 4	70	0,977 81	1,022 70
20	0,998 232 3	1,001 770 8	75	0,974 89	1,025 76
30	0,995 675 6	1,004 343 2	80	0,971 83	1,028 99
40	0,992 245 5	1,007 815 2	85	0,968 63	1,032 37
			90	0,965 34	1,035 90
			95	0,961 92	1,039 59
			100	0,958 38	1,043 43

Densité à 20 °C de liquides organiques.

Substance	Densité	Substance	Densité
Acétate d'isoamyle	0,875	Formiate de méthyle	0,975
— d'éthyle	0,899	Furfurol	1,159
— de méthyle	0,933	Glycérine	1,260
Acétone	0,791	Glycol	1,115
Acide acétique	1,049	Hexane *n*	0,660
— formique	1,220	Iodure d'éthyle	1,933
Acroléine	0,841	— de méthyle	2,279
Alcool amylique *n*	0,817	— de méthylène	3,325
— éthylique	0,789	Isopentane	0,621
— méthylique	0,792	Nicotine	1,009
— propylique	0,804	Nitrobenzène	1,207
— isopropylique	0,786	Paraldéhyde	0,994
Aniline	1,022	Pentane *n*	0,631
Anisol	0,994	Phosgène	1,392
Benzène	0,878	Pipéridine	0,860
Benzoate d'éthyle	1,047	Pyridine	0,982
— de méthyle	1,094	Pyrrol	0,948
Bromoforme	2,890	Quinoléine	1,093
Bromure d'éthyle	1,430	Sulfure de carbone	1,261
— d'éthylène	2,182	Tétrachlorure de carbone	1,595
Chloral	1,512	Toluène	0,866
Chlorobenzène	1,107	Huile de coton	0,93
Chloroforme	1,489	— de colza	0,91
Chlorure de benzyle	1,103	— de lin crue	0,93
Éther éthylique	0,714	— d'olives	0,92
Formiate d'éthyle	0,906	— de ricin	0,97

Densité à 20 °C de solides organiques.

Substance	Densité	Substance	Densité
Acétamide	1,159	Glucose α	1,544
Acide benzoïque	1,266	Hydroquinone	1,332
— citrique	1,542	Menthol	0,890
— lactique	1,249	Morphine	1,317
— picrique	1,763	Phénol	1,071
— salicylique	1,443	Pyrogallol	1,453
— stéarique	0,847	Résorcine	1,285
— urique	1,893	Saccharose	1,588
Anthracène	1,199	Urée	1,335
Caféine	1,23		

HYDRODYNAMIQUE

Viscosité des liquides.

Voici quelques données relatives au coefficient η pour quelques liquides courants. On emploie la terminologie suivante (η mesuré en poiseuilles) :

$0{,}01 \leqslant \eta < 1$: état *sirupeux* ;
$1 \leqslant \eta < 100$: état *très visqueux* ;
$100 \leqslant \eta < 100\ 000$: état *pâteux* ;
$\eta > 100\ 000$: état d'apparence solide.

On notera l'influence de la température sur les coefficients de viscosité (d'où la nécessité de préciser la température à laquelle on se place pour évaluer η) : l'eau à 0 °C est plus de six fois plus visqueuse que l'eau bouillante par exemple.

On rappelle que la viscosité dynamique d'un fluide se mesure en poiseuilles : le poiseuille est la viscosité d'un fluide dans lequel le mouvement rectiligne et uniforme, dans son plan, d'une surface plane, solide, indéfinie, donne lieu à une force retardatrice de 1 newton par mètre carré de la surface en contact avec le fluide en écoulement relatif devenu permanent, lorsque le gradient de la vitesse du fluide, à la surface du solide et par mètre d'écartement à ladite surface, est de 1 mètre par seconde.

Liquides	Température en °C	Coefficient de viscosité en poiseuilles
Eau	0	0,001 79
	10	0,001 31
	20	0,001 01
	30	0,000 80
	40	0,000 65
	50	0,000 55
	60	0,000 47
	70	0,000 41
	80	0,000 36
	90	0,000 32
	100	0,000 28
Acide acétique	20	0,001 3
Acide sulfurique	20	0,025 4

Liquides	Température en °C	Coefficient de viscosité en poiseuilles
Alcool éthylique	20	0,001 2
Benzène	20	0,000 65
Éther	20	0,000 23
Glycérine	20	0,8
Huile de ricin	20	1
Mercure	20	0,001 55
Pentane	20	0,000 23
Toluène	20	0,000 58
Huiles pour moteurs :		
— fluides	50	0,045 à 0,053
— demi-fluides	50	0,070 à 0,078
— demi-épaisses	50	0,09 à 0,11
— épaisses	50	0,11 et plus

Compléments analytiques.

1 — *Équations des lignes de courant.*
Ce sont des courbes constamment tangentes au vecteur vitesse **v**, de composantes scalaires v_x, v_y et v_z et d'équations :

$$\frac{dx}{v_x} = \frac{dy}{v_y} = \frac{dz}{v_z} . \qquad (1)$$

2 — *Écoulement laminaire.*
Soit un tube cylindrique de longueur l et de rayon r ; p_1 et p_2 la pression en deux sections du tube, d la distance d'une particule du fluide à l'axe du cylindre. Sa vitesse est :

$$v = \frac{1}{4\eta} \frac{p_1 - p_2}{l} (r^2 - d^2) , \qquad (2)$$

d'où le débit-masse :

$$q_m = \frac{\varpi r}{8\eta} \frac{(p_1 - p_2)}{l} r^4 . \qquad (3)$$

3 — *Vecteur tourbillon.*
Le mouvement d'une particule est défini par le vecteur vitesse **v** (translation) et par un mouvement de rotation de vitesse angulaire ω, définissant le vecteur axial $\boldsymbol{\omega}$ de composantes (ζ, η, ξ), appelé *vecteur tourbillon* :

$$\begin{cases} \zeta = \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{\partial v_z}{\partial y} - \dfrac{\partial v_y}{\partial z}\right) ; \\ \eta = \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{\partial v_x}{\partial z} - \dfrac{\partial v_z}{\partial x}\right) ; \\ \xi = \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{\partial v_y}{\partial x} - \dfrac{\partial v_x}{\partial y}\right) \end{cases} \qquad (4)$$

4 — *Écoulement à potentiel de vitesse.*
Si la vitesse dérive d'un potentiel $\varphi(x, y, z, t)$, on a :

$$v_x = \frac{\partial \varphi}{\partial x} ; \quad v_y = \frac{\partial \varphi}{\partial y} ; \quad v_z = \frac{\partial \varphi}{\partial z} \qquad (5)$$

et :

$$\zeta = \eta = \xi = 0 \qquad (6)$$

(écoulement dit *irrotationnel*).

ÉCHELLE CELSIUS.

Elle utilise, outre les points fixes 0 et 100 (point triple et point d'ébullition de l'eau), les quatre points fixes suivants, sous pression atmosphérique normale :

Point d'ébullition de l'oxygène	− 182,970 °C
Point d'ébullition du soufre	444,600 °C
Point de solidification de l'argent	960,8 °C
Point de solidification de l'or	1 063,0 °C

Les températures sont définies par des procédés d'interpolation selon les moyens suivants :

— Entre 0 °C et le point de solidification de l'antimoine (630,5 °C) la température est définie par une résistance étalon R_t en platine selon la relation :

$$R_t = R_0(1 + A\theta + B\theta^2) , \qquad (1)$$

R_0, A et B étant déterminées au point de fusion de la glace et aux points d'ébullition de l'eau et du soufre.

— Entre le point d'ébullition de l'oxygène et 0 °C, par la relation :

$$R_t = R_0[1 + A\theta + B\theta^2 + C\theta^3(\theta - 100)] \qquad (2)$$

C étant déterminé par application de la formule au point d'ébullition de l'oxygène.

— Entre le point de solidification de l'antimoine et le point de solidification de l'or, par la relation :

$$E = a + b\theta + c\theta^2 , \qquad (3)$$

E étant la f.é.m. d'un thermocouple-étalon dont une soudure reste constamment à 0 °C et dont l'autre est portée à la température θ. Les constantes a, b et c sont déterminées par application de la formule aux points de solidification de l'antimoine, de l'argent et de l'or.

CHALEURS MASSIQUES, COEFFICIENTS DE DILATATION, THÉORIE CINÉTIQUE DES GAZ ET INTERACTION THERMODYNAMIQUE EN GÉNÉRAL.

Chaleurs massiques.

1 — *Chaleur massique des gaz à pression constante d'une atmosphère.*

Gaz	Température en °C	$\gamma = \frac{c_p}{c_v}$
Air atmosphérique	0	1,404
Hélium	18	1,659
Argon	15	1,65
Hydrogène	16	1,407
Oxygène	20	1,399
Azote	20	1,400
Chlore	16	1,35
Oxyde de carbone	18	1,39
Acide chlorhydrique	20	1,41
Ammoniac	15	1,31
Protoxyde d'azote	15	1,30
Bioxyde d'azote	15	1,40
Anhydride carbonique	20	1,30
Vapeur d'eau	103	1,37

2 — *Rapport des chaleurs massiques des gaz.*

Gaz	Température en °C	Chaleur massique c_p
Air atmosphérique	0-100	0,237
Hélium	18	1,251
Argon	15	0,126 9
Hydrogène	16	3,408
Oxygène	13-207	0,217
Azote	0-200	0,244
Chlore	13-202	0,124
Brome	19-388	0,055 3
Oxyde de carbone	18	0,250 5
Bioxyde d'azote	13-172	0,231
Acide chlorhydrique	22-214	0,187
— bromhydrique	11-100	0,082
Anhydride carbonique	20	0,202
Vapeur d'eau	100	0,462
—	200	0,467

3 — *Chaleur massique de corps simples solides et liquides.*

Corps	Température en °C	Chaleur massique
Aluminium	0-100	0,212 2
Antimoine	20-100	0,050 2
Argent	15-100	0,055 8
Arsenic amorphe	21-65	0,075 8
— cristallisé	21-68	0,083 0
Azote liquide	− 208,5	0,469
Béryllium	0-100	0,424 6
Bismuth	18-100	0,030 0
Bore amorphe	0-100	0,306 6
— cristallisé	0-100	0,251 8
Brome liquide	0-31	0,107 1
Cadmium	18-100	0,549
Calcium	0-100	0,149
Carbone (diamant)	11	0,112
— (graphite)	20-1 040	0,310
Cérium	0-100	0,044 8
Césium	0-26	0,048 2
Chrome	0-100	0,120 8
Cobalt	0-100	0,104 1
Cuivre	18-100	0,092 8
Étain blanc	0-20	0,053 8
— gris	0-20	0,049 6
Fer	18-100	0,109 6
Gallium	12-119	0,802
Germanium	0-100	0,073 7
Hydrogène liquide	− 256	0,191
Indium	0-100	0,056 9
Iode	2-47	0,052 4
Iridium	0-100	0,032 3
Lanthane	0-100	0,044 8
Lithium	0-100	1,092
Magnésium	18-100	0,246 9
Manganèse	20-100	0,121 1
Mercure solide	− 242	0,019 4
— liquide	0-20	0,033 25
Molybdène	20-100	0,064 7
Nickel	18-100	0,108 6
Or	0-100	0,031 6
Osmium	19-98	0,031 1
Oxygène liquide	− 200	0,394
Palladium	0-100	0,059 2
Phosphore blanc	9	0,177 2
Platine	0-100	0,032 0
Plomb	20-100	0,030 9
Potassium	22-56	0,192 1
Rhodium	10-97	0,058 0
Rubidium	0	0,080 2
Ruthénium	0-100	0,061 1
Sélénium cristallisé	22-62	0,084
— amorphe	21-57	0,113
Silicium cristallisé	24	0,171 2
— amorphe	27	0,179 6
Sodium	0-20	0,297 0
Soufre orthorhombique	0-95	0,175 1
— clinorhombique	0-52	0,180 9
— fondu	233-264	0,324
Strontium	− 253-− 196	0,055
Tantale	14-100	0,033
Tellure	15-200	0,048 7
Thallium	20-100	0,032 6
Thorium	0-100	0,027 6
Titane	0-100	0,112 5
Tungstène	15-423	0,037 5
Uranium	11-98	0,061 9
Vanadium	0-100	0,115 3
Zinc	0-100	0,093 8
Zirconium	0-100	0,066 0

4 — *Chaleur massique de substances diverses.*

Substance	Température en °C	Chaleur massique
Acide sulfurique	20	0,345
Alcool éthylique	20	0,593
Benzène	21-71	0,436 0
Chloroforme	15-35	0,234
Éther éthylique	0	0,529
Glycérine	20	0,579
Toluène	18-58	0,423
Éther de pétrole	0	0,419
Basalte, lave (Etna)	20-100	0,20
Ébonite	20-100	0,339
Granit	20-100	0,19
Grès (moyenne)	20-100	0,20
Liège (moyenne)	10-30	0,485
Marbre blanc (moyenne)	20-100	0,210
Paraffine	− 190	0,16
—	0	0,67
Porcelaine	15-950	0,258
Quartz	17-100	0,188 7
Verre dur français	10-30	0,187
Cristal	10-100	0,17
Verre Pyrex	20-135	0,201

5 — *Chaleur massique de l'eau (exprimée en joules par gramme).*

Température en °C	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	4,217 4	4,213 8	4,210 4	4,207 4	4,204 5	4,201 9	4,199 6	4,197 4	4,195 4	4,193 6
10	4,191 9	4,190 4	4,189 0	4,187 7	4,186 6	4,185 5	4,184 6	4,183 7	4,182 9	4,182 2
20	4,181 6	4,181 0	4,180 5	4,180 1	4,179 7	4,179 3	4,179 0	4,178 7	4,178 5	4,178 3
30	4,178 2	4,178 1	4,178 0	4,178 0	4,177 9	4,177 9	4,178 0	4,178 0	4,178 1	4,178 2
40	4,178 3	4,178 4	4,178 6	4,178 8	4,178 9	4,179 2	4,179 4	4,179 6	4,179 9	4,180 1
50	4,180 4	4,180 7	4,181 1	4,181 4	4,181 7	4,182 1	4,182 5	4,182 9	4,183 3	4,183 7
60	4,184 1	4,184 6	4,185 0	4,185 5	4,186 0	4,186 5	4,187 1	4,187 6	4,188 2	4,188 7
70	4,189 3	4,189 9	4,190 5	4,191 2	4,191 8	4,192 5	4,193 2	4,193 9	4,194 6	4,195 4
80	4,196 1	4,196 9	4,197 7	4,198 5	4,199 4	4,200 2	4,201 1	4,202 0	4,202 9	4,203 9
90	4,204 8	4,205 8	4,206 8	4,207 8	4,208 9	4,210 0	4,211 1	4,212 2	4,213 3	4,214 5
100	4,215 6									

6 — *Chaleur massique de corps simples aux basses températures.*

Température en °K	Chaleur massique atomique								
	Aluminium	Argent	Calcium	Cuivre	Fer	Magnésium	Plomb	Sodium	Soufre
10			0,18						0,31
20	0,07	0,40	0,50	0,10		0,12	2,6	0,60	0,71
30	0,26	1,0	0,96	0,40	0,14	0,44	4,0	1,3	1,1
40	0,52	1,9	1,7	0,81	0,52	0,86	4,8	2,2	1,4
50	0,93	2,7	2,4	1,4	1,0	1,5	5,2	3,2	1,8
100	3,1	4,8	4,9	3,9	3,1	4,0	5,8	5,3	3,2
150	4,4	5,5	5,7	5,0	4,5	5,1	6,0	5,9	4,1
200	5,1	5,8	6,0	5,4	5,2	5,6	6,1	6,3	4,7
250	5,5	6,0	6,1	5,7	5,7	5,8	6,2	6,5	5,1
300	5,9	6,1	6,2	5,9	6,0	6,0	6,3	6,8	5,6

Coefficients de dilatation des solides et des liquides.

La longueur l d'un solide, le volume V d'un liquide sont fonction de la température du corps. A la température Celsius θ, on a :

— pour un solide :

$$l = l_0(1 + \alpha\theta + \beta\theta^2)\,; \qquad (1)$$

— pour un liquide :

$$V = V_0(1 + a\theta + b\theta^2 + c\theta^3 + d\theta^4)\,; \qquad (2)$$

l_0 et V_0 étant la longueur et le volume pour $\theta = 0$ °C.

Pour un cristal, la dilatation d'une dimension linéaire se fait selon les différents axes de dilatation ; nous avons indiqué dans le tableau qui suit la valeur des coefficients pour le premier axe de dilatation seulement (une direction quelconque pour les cristaux du système cubique, la direction de l'axe principal de symétrie, selon la bissectrice de l'angle aigu formé par les axes optiques pour les cristaux transparents orthorhombiques, selon la normale au plan de symétrie pour les cristaux clinorhombiques).

1 — *Dilatation de corps cristallisés.*

Substance	$\alpha_1 \times 10^6$	$\beta_1 \times 10^9$
Diamant	0,60	7,2
Quartz	7,14	8,2
Magnétite	7,30	14,4
Blende	6,19	6,4
Galène	19,92	2,7
Pyrite cubique	8,42	8,9
— magnétique	– 1,11	43,2
Dolomie	19,13	18,4
Spath d'Islande	25,57	8,0
— fluor	17,96	14,4
Sel gemme	38,59	22,4
Chlorure de potassium	35,97	25,7
Sel ammoniac	50,65	148,7
Bromure de potassium	38,10	48,9
Iodure de potassium	35,95	83,8
Chlorure d'argent	28,05	61,1
Iodure d'argent	– 2,26	– 21,3
Tourmaline	7,77	16,0
Émeraude (Béryl)	– 1,34	4,2
	$\alpha_1 \times 10^6$	$\beta_1 \times 10^6$
Feldspath	– 2,54	6,4
Gypse	37,89	46,8
Topaze	5,19	9,2

2 — *Dilatation des solides.*

Solide	Température en °C		$\alpha \times 10^6$	$\beta \times 10^9$
	de	à		
Aluminium	0	600	22,38	10,3
Antimoine	10	90	11,29	2,9
Argent	0	750	18,27	4,8
Béryllium			12,3	8
Bismuth	10	90	12,35	13,85
Cadmium	170	200	29,1	17,9
Calcium	0	21	25	
Césium	0	26	97	
Chrome	0	500	8,11	3,23
Cobalt	6	120	12,08	6,4
Cuivre	25	300	16,7	3,3
Étain	10	90	20,9	17,5
Fer	0	500	11,70	5,25
Gallium	0	30	18	
Indium	0	90	24,7	212
Iridium	0	80	6,36	3,2
Lithium	0	178	51,2	31
Magnésium	– 100	100	24,9	15
Manganèse	0	300	21,61	12,1
Molybdène	0	400	5,1	1,3
Nickel	– 100	300	12,5	6,0
Or	9	95	13,6	11,2
Osmium	10	90	5,70	10,9
Palladium	0	1 000	11,67	2,19
Platine	0	1 000	8,87	1,3
Plomb	14	94	27,26	7,4
Potassium	0	57	75	600
Rhodium	– 100	100	8,1	4,7
Rubidium	0	38	90	
Ruthénium	10	90	8,5	14,0
Sodium	0	90	64	87
Tantale	0	400	6,46	0,9
Tellure	temp. ambiante		17,6	
Thallium	10	90	25,65	57,0
Thorium	0	100	11,7	
Tungstène	– 150	500	4,28	0,58
Zinc	0	300	35,4	10
Ébonite	15	35	80	
Graphite	0	600	3,2	
Quartz fondu	0	1 000	0,50	
Soufre	30	96	79	
Verre dur français	0	100	7,3	4,4
— à glaces	20	120	8,7	
— blanc pour flacons	-20	120	9,5	
— Pyrex	0	400	3,23	1,04

3 — *Dilatation des liquides.*

Liquide	Température		$a \times 10^6$	$b \times 10^9$	$c \times 10^{11}$
	de	à			
Acétone	0	54	1 324	3 809	– 880
Acide acétique	16	107	1 063	– 126	1 088
Alcool éthylique	0	80	1 041,4	783,6	1 716,8
Alcool méthylique	– 38	70	1 186	1 565	911
Benzène	11	81	1 176	1 278	806
Éther ordinaire	– 15	38	1 513	2 359	4 005
Glycérine			485,3	490	
Mercure (1)	0	350	181,440 1	7,016	2,862 5
Nitrobenzène	14	164	826,3	522	138
Pentane	0	33	1 464,6	3 093	1 608
Toluène	0	100	1 028	1 779	
NaCl (2)	0	29	364	124	41
Sucre (3)	0	35	253,6	2 247	
Huile d'olive	0	106	798	– 773	827
Huile de paraffine	0	16	764		
Pétrole (4)	24	120	899,4	1 396	
Pétrole (éther de)	– 190	0	1 460	1 600	

(1) D'après Beattie and al., 1941 ; on a en outre : $d \times 10^{13} = 0{,}261\,7$. (2) Solution aqueuse de 20,6 g de sel dans 100 g de solution. (3) Solution aqueuse de 43 g de sucre dans 100 g de solution. (4) Densité 0,846 7.

Théorie cinétique des gaz.

La distribution canonique.

Il importe de bien la comprendre, car elle commande toute la théorie cinétique des gaz ; c'est une fonction qui donne la probabilité Pr (i) pour qu'un système soit dans l'état E_i d'énergie. On démontre que :

$$\mathrm{Pr}\,(i) = C\,\mathrm{e}^{-\beta E_i}\,; \qquad (1)$$

dans cette relation, C est une constante et le facteur exponentiel est appelé *facteur de Boltzmann* (avec $\beta = 1/kT$, k étant la constante de Boltzmann).

Pour déterminer C, on écrit que la probabilité pour que le système occupe un quelconque de ses états est la somme de toutes les valeurs de Pr (i) (théorème des probabilités simples), soit :

$$\sum \mathrm{Pr}\,(i) = 1\,. \qquad (2)$$

On peut donc écrire :

$$\sum_i C\,\mathrm{e}^{-\beta E_i} = 1\,, \qquad (3)$$

d'où :

$$C \sum_i \mathrm{e}^{-\beta E_i} = 1 \qquad (4)$$

et

$$C = \frac{1}{\sum_i \mathrm{e}^{-\beta E_i}}\,; \qquad (5)$$

ce qui permet d'écrire (1) sous la forme :

$$\mathrm{Pr}\,(i) = \frac{\mathrm{e}^{-\beta E_i}}{\sum_i \mathrm{e}^{-\beta E_i}}\,. \qquad (6)$$

Un paramètre quelconque y du système prend la valeur y_i dans l'état i ; sa probabilité est Pr (i), c'est-à-dire la distribution canonique, et la valeur moyenne de y est :

$$\bar{y} = \sum_i y_i\,\mathrm{Pr}\,(i)\,, \qquad (7)$$

équation dans laquelle Pr (i) a la forme donnée par (6).

Énergie moyenne d'un gaz parfait.

Soit ε_i l'énergie d'une molécule dans l'état i ; la probabilité pour que cette valeur soit réalisée est Pr (i) et l'énergie moyenne $\bar{\varepsilon}$ d'une molécule a pour valeur, conformément à (8) :

$$\bar{\varepsilon} = \sum_i \varepsilon_i\,\mathrm{Pr}\,(i)\,. \qquad (8)$$

Comme Pr (i) a la forme (6) ci-dessus, il vient :

$$\bar{\varepsilon} = \frac{\sum_i \varepsilon_i\,\mathrm{e}^{-\beta\varepsilon_i}}{\sum_i \mathrm{e}^{-\beta\varepsilon_i}}\,, \qquad (9)$$

les sommes portant sur tous les états possibles i de la molécule.

Pour calculer (9), on utilise la propriété de la fonction exponentielle d'être égale à ses dérivées successives ; en posant $u = -\beta\varepsilon_i$, la dérivée par rapport à β de e^u est $u'\,\mathrm{e}^u$, soit $-\varepsilon_i\mathrm{e}^{-\beta\varepsilon_i}$. On peut donc écrire :

$$\sum_i \varepsilon_i\,\mathrm{e}^{-\beta\varepsilon_i} = -\sum \frac{\partial}{\partial\beta}(\mathrm{e}^{-\beta\varepsilon_i}) = -\frac{\partial}{\partial\beta}\left(\sum_i \mathrm{e}^{-\beta\varepsilon_i}\right) \qquad (10)$$

(on dérive par rapport à β ; on utilise la notation ∂ pour préciser qu'il s'agit d'une dérivée partielle, les autres paramètres étant considérés comme constants).

Posons :

$$Z = \sum_i \mathrm{e}^{-\beta\varepsilon_i}\,, \qquad (11)$$

et la relation (9) devient, en tenant compte de (10) :

$$\bar{\varepsilon} = -\frac{1}{Z}\frac{\partial Z}{\partial\beta}\,, \qquad (12)$$

soit :

$$\bar{\varepsilon} = -\frac{\partial \ln Z}{\partial\beta}\,, \qquad (13)$$

La somme $Z = \sum_i \mathrm{e}^{-\beta\varepsilon_i}$ porte sur tous les états de la molécule, c'est la *fonction de partition* de la molécule. Pour un gaz monoatomique placé dans une enceinte parallélépipédique de dimensions a, b, c selon les trois axes Ox, Oy et Oz, l'énergie ε_i est donnée par la relation (6) p. 44 :

$$\varepsilon_i = \frac{h^2}{8\,m}\left(\frac{n_x^2}{a^2} + \frac{n_y^2}{b^2} + \frac{n_z^2}{c^2}\right), \qquad (14)$$

m étant la masse de la molécule, $\{n_x, n_y, n_z\}$ un système de nombres quantiques et h la constante de Planck. La somme Z est alors une triple somme sur toutes les valeurs possibles de $\{n_x, n_y, n_z\}$, c'est-à-dire sur tous les entiers (chaque nombre quantique peut prendre n'importe quelle valeur entière). On montre alors que Z est le produit $Z_x\,Z_y\,Z_z$ des trois sommes :

$$\left\{\begin{aligned} Z_x &= \sum_{n_x=1}^{\infty} \exp\left[-\frac{\beta h^2}{8\,ma^2}n_x^2\right]; \\ Z_y &= \sum_{n_y=1}^{\infty} \exp\left[-\frac{\beta h^2}{8\,mb^2}n_y^2\right]; \\ Z_z &= \sum_{n_z=1}^{\infty} \exp\left[-\frac{\beta h^2}{8\,mc^2}n_z^2\right]. \end{aligned}\right. \qquad (15)$$

Les sommes Z_x, Z_y, Z_z s'obtiennent en considérant les exponentielles comme des fonctions continues de n_x, n_y et n_z et en intégrant ces fonctions. Le calcul — que nous ne ferons pas ici — conduit à poser :

$$\mu = \frac{\sqrt{2\pi m}}{h} \qquad (16)$$

(m = masse de la molécule), et on trouve :

$$Z_x = \frac{\mu a}{\sqrt{\beta}}; \quad Z_y = \frac{\mu b}{\sqrt{\beta}}; \quad Z_z = \frac{\mu c}{\sqrt{\beta}}. \qquad (17)$$

Ce qui donne, en remarquant que abc est le volume V du système :

$$Z = Z \; Z_y Z_z = \frac{\mu^3 V}{\sqrt{\beta^3}}. \qquad (18)$$

En prenant les logarithmes des deux membres, on a :

$$\ln Z = \ln V - \frac{3}{2}\ln\beta + 3\ln\mu. \qquad (19)$$

Pour calculer $\bar{\varepsilon}$, on se sert alors de (14) :

$$\bar{\varepsilon} = -\frac{\partial \ln Z}{\partial \beta} = -\left(-\frac{3}{2}\frac{1}{\beta}\right) = \frac{3}{2}\frac{1}{\beta} \qquad (20)$$

(les dérivées de V et de μ par rapport à β sont nulles). Comme $\beta = 1/kT$, l'équation (20) s'écrit encore :

$$\bar{\varepsilon} = \frac{3}{2}kT. \qquad (21)$$

Pour N molécules, l'énergie moyenne vaut donc :

$$\bar{E} = \sum \bar{\varepsilon} = \frac{3}{2}NkT. \qquad (22)$$

L'interaction thermodynamique en général.

Soit E_i l'énergie associée à un état i du système et x le paramètre qui varie ; E_i est une fonction de x, dont le taux de variation :

$$\bar{X}_i = \frac{d\bar{E}_i}{dx} \qquad (1)$$

est appelé *force généralisée liée au paramètre x* (si x est une longueur, X_i est le quotient d'une énergie par un déplacement).

Conditions d'équilibre.

Supposons que le paramètre qui varie est le volume V du système ($x = V$). Si V s'accroît de dV, le système reçoit le travail $dW = -\bar{p}\,dV$, donc :

$$-\bar{p} = \frac{dW}{dV}. \qquad (2)$$

En comparant avec (1), on a donc $\bar{X} = -\bar{p}$. On montre d'autre part que la fonction Ω, qui donne le nombre d'états accessibles du système, et qui est fonction de E et des paramètres qui varient, doit vérifier l'équation :

$$\frac{\partial \ln \Omega}{\partial x} = -\beta \bar{X}. \qquad (3)$$

En introduisant la fonction entropie $S = k \ln \Omega$ et en tenant compte de $\bar{X} = -\bar{p}$, l'équation (3) devient, avec $dx = dV$:

$$\frac{\partial S}{\partial V} = \frac{\bar{p}}{T}. \qquad (4)$$

Considérons le système $B = A + A'$, de volume V^* et d'énergie interne E^*. Le nombre total de ses états accessibles Ω^* est le produit $\Omega \times \Omega'$ des nombres d'états accessibles de A et de A', d'où :

$$\ln \Omega^* = \ln \Omega + \ln \Omega', \qquad (5)$$

c'est-à-dire :

$$S^* = S + S', \qquad (6)$$

puisque $S = k \ln \Omega$. A l'équilibre, $\bar{E}$ et V sont tels que Ω^* soit maximal, donc :

$$d \ln \Omega^* = d \ln \Omega + d \ln \Omega' = 0. \qquad (7)$$

On peut montrer que :

$$d \ln \Omega = \beta \, d\bar{E} + \beta \bar{p} \, dV \qquad (8)$$

et que :

$$d \ln \Omega' = -\beta' d\bar{E} - \beta' \bar{p}' dV; \qquad (9)$$

d'où la condition d'équilibre :

$$(\beta - \beta') d\bar{E} + (\beta \bar{p} - \beta' \bar{p}') dV = 0. \qquad (10)$$

Comme cette condition doit être vraie quelle que soit E et quel que soit V, elle implique :

$$\begin{cases} \beta = \beta'; \\ \bar{p} = \bar{p}'. \end{cases} \qquad (11)$$

Relation fondamentale de la thermodynamique.

Soit $\bar{E}$ l'énergie d'un systeme dont le paramètre $\bar{x}$ varie. Alors le nombre total d'états accessibles est la fonction $\Omega(\bar{E}, \bar{x})$ des deux variables $\bar{E}$ et $\bar{x}$. Une variation $(d\bar{E}, d\bar{x})$ entraîne la variation infinitésimale :

$$d \ln \Omega = \frac{\partial \ln \Omega}{\partial \bar{E}} d\bar{E} + \frac{\partial \ln \Omega}{\partial \bar{x}} d\bar{x}. \qquad (12)$$

En se servant de (3), l'équation (8) devient :

$$d \ln \Omega = \beta \, d\bar{E} - \beta \bar{X} d\bar{x}. \qquad (13)$$

Or $\bar{X} d\bar{x}$ est le travail dW reçu par le système, donc :

$$d \ln \Omega = \beta(d\bar{E} - dW) \qquad (14)$$

et, comme $d\bar{E} = dQ + dW$:

$$d \ln \Omega = \beta \, dQ. \qquad (15)$$

Par définition, $S = k \ln \Omega$; donc $dS = k\, d(\ln \Omega)$; en tenant compte de $\beta = 1/kT$, (15) donne donc :

$$dS = \frac{dQ}{T}. \qquad (16)$$

PHÉNOMÈNES PÉRIODIQUES.

Modulation d'amplitude et battements.

Modulation.

Soit deux oscillations harmoniques :

$$\psi_1 = B \cos \omega_1 t; \quad \psi_2 = B \cos \omega_2 t \qquad (1)$$

de même amplitude et de phase nulle pour simplifier les calculs. Leur superposition donne l'oscillation résultante :

$$\Psi = \psi_1 + \psi_2 = B(\cos \omega_1 t + \cos \omega_2 t). \qquad (2)$$

Posons :

$$\omega = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} \quad \text{(fréquence moyenne)} \qquad (3)$$

et

$$\omega_a = \frac{|\omega_1 - \omega_2|}{2} \quad \text{(fréquence de modulation)}. \qquad (4)$$

Il vient, à partir de (2) et en utilisant la formule bien connue transformant cos p + cos q en un produit :

$$\Psi = 2B \cos \omega_a t \cos \omega t, \qquad (5)$$

soit, en posant : $A = 2B \cos \omega_a t$:

$$\Psi = A \cos \omega t. \qquad (6)$$

L'amplitude A est modulée, et la fréquence de modulation vaut $f_a = \omega_a/2\pi$.

Battements.

La fréquence de modulation A élevée au carré donne :

$$A^2 = 4B^2 \cos^2 \omega_a t. \qquad (7)$$

D'autre part, on montre en trigonométrie que :

$$\cos^2 \theta = \frac{1 + \cos 2\theta}{2}. \qquad (8)$$

Donc, en portant dans (7) :

$$A^2 = 2B^2(1 + \cos 2\omega_a t), \qquad (9)$$

soit :

$$A^2 = 2B^2 + 2B^2 \cos 2\omega_a t. \qquad (10)$$

Posons :

$$2\omega_a = \omega_b; \qquad (11)$$

l'équation (10) donne :

$$A^2 = 2B^2 + 2B^2 \cos \omega_b t. \qquad (12)$$

Autrement dit, le carré de l'amplitude de modulation oscille autour de sa valeur moyenne $2B^2$ avec la fréquence $f_b = \omega_b/2\pi = 2f_a$, double de la fréquence de modulation : c'est la *fréquence de battement*. La détection des battements, c'est-à-dire des variations de A^2, exige un *détecteur quadratique*.

Ondes stationnaires.

Les notations sont celles de la p. 54.

Corde vibrante.

Appelons z le déplacement du point M d'abscisse $\overline{OM} = x$; on a : $z = \Psi(t)$. Pour déterminer la fonction Ψ, il faut écrire les conditions du mouvement, en tenant compte des facteurs T_0 et α_0 ; on montre qu'on parvient à l'équation différentielle du second ordre $z_t'' = (T_0/\alpha_0) z_x''$, qui s'écrit, en utilisant la notation différentielle :

$$\frac{\partial^2 \Psi(x,t)}{\partial t^2} = \frac{T_0}{\alpha_0} \frac{\partial^2 \Psi(x,t)}{\partial x^2}. \qquad (1)$$

L'équation (1) est célèbre : elle est appelée *équation d'onde classique* ; elle admet comme solution la fonction $z = A(x)\cos(\omega t + \varphi)$. Autrement dit, le point M oscille avec la fréquence $f = \omega/2\pi$, et son amplitude $A(x)$ est modulée et de la forme $A(x) = a \sin 2\pi x/\lambda$, a étant une caractéristique du système. L'abscisse des nœuds est donnée par $A(x) = 0$, d'où l'on tire $x = n\lambda/2$; celle des ventres est donnée par $\sin 2\pi x/\lambda = \pm 1$, d'où l'on tire $x = (2n+1)\lambda/4$.

Analyse de Fourier.

En appelant A_i, ω_i et φ_i l'amplitude, la pulsation et la phase des modes du mouvement ($i = 1, 2, 3$ ...), la fonction $z = \Psi(x, t)$ est de la forme :

$$\Psi(x,t) = A_1 \sin k_1 x \cos(\omega_1 t + \varphi_1) + A_2 \sin k_2 x \cos(\omega_2 t + \varphi_2) + \cdots, \qquad (2)$$

où les quantités k_i sont choisies de sorte que $\Psi(0, t) = \Psi(L, t) = 0$ (un nœud à chaque extrémité) et permettent de définir les longueurs d'onde $\lambda_i = 2\pi/k_i$. Les amplitudes A_i et les phases φ_i dépendent des conditions de l'expérience.

Si la corde est fixée à ses deux extrémités, on peut annuler toutes les phases et écrire l'équation (2) au temps $t = 0$ sous la forme :

$$t(x) = A_1 \sin k_1 x + A_2 \sin k_2 x + \cdots = \sum_{i=1}^{\infty} A_i \sin k_i x. \qquad (3)$$

Cette équation est appelée une *série de Fourier* ou un *développement de Fourier* et on démontre qu'en général une fonction périodique $F(x)$ d'une variable réelle peut se développer selon une série de Fourier :

$$F(x) = B_0 + \sum_{m=1}^{\infty} A_m \sin m k_1 x + \sum_{m=1}^{\infty} B_m \cos m k_1 x, \qquad (4)$$

avec :

$$k_1 = \frac{2\pi}{\lambda_1} \qquad (5)$$

et :

$$\begin{cases} B_0 = \dfrac{1}{\lambda_1} \displaystyle\int_{x_1}^{x_1+\lambda_1} F(x)\,dx; \\ A_m = \dfrac{2}{\lambda_1} \displaystyle\int_{x_1}^{x_1+\lambda_1} F(x) \sin m k_1 x \, dx; \\ B_m = \dfrac{2}{\lambda_1} \displaystyle\int_{x_1}^{x_1+\lambda_1} F(x) \cos m k_1 x \, dx. \end{cases} \qquad (6)$$

Relation de dispersion.

La loi de dispersion donnée p. 56 concerne une corde élastique, homogène, avec un nombre de degrés de liberté tendant vers l'infini : elle exprime que la pulsation ω est une fonction du nombre d'onde angulaire k ; on peut donc l'écrire $\omega(k)$. La fonction $\omega(k)$ peut prendre d'autres aspects que celui d'une corde homogène ; ainsi pour une corde de piano, bien différente quant à sa structure d'une corde de violon ou de guitare, on a :

$$[\omega(k)]^2 \approx \frac{T_0}{\mu_0} k^2 + \alpha k^4, \qquad (7)$$

α étant un coefficient caractéristique de la corde (il mesure sa *rigidité*).

La relation de dispersion $\omega(k)$ est valable aussi pour des ondes progressives se propageant dans un milieu déterminé. Par exemple des ondes électromagnétiques se propageant dans un plasma (gaz dont toutes les particules sont électrisées) présentent une dispersion :

$$\omega^2(k) = \omega_p^2 + c^2 k^2, \qquad (8)$$

ω_p^2 désignant la *fréquence d'oscillation de plasma* qui est égale à :

$$\omega_p^2 = \frac{Ne^2}{\varepsilon_0 m_e}, \qquad (9)$$

où N est la densité d'électrons par mètre cube, e la charge élémentaire, m_e la masse de l'électron et ε_0 la permittivité du vide ($\varepsilon_0 \approx 8{,}854 \times 10^{-12}$ SI).

Polarisation.

Polarisation des ondes transversales.

— Remarque : l'étude mathématique des états de polarisation exige qu'on utilise une représentation vectorielle des ondes. Nous appellerons $\boldsymbol{\Psi}(x, t)$ la fonction d'onde vectorielle dont le module est $\Psi(x, t)$ et nous supposerons que les ondes transversales étudiées se propagent selon l'axe Ox. Puisque les questions de direction sont ici capitales, nous nous rapporterons à un trièdre orthonormé $Oxyz$, et nous noterons les vecteurs unitaires des trois axes Ox, Oy et Oz respectivement $\hat{\mathbf{x}}$, $\hat{\mathbf{y}}$ et $\hat{\mathbf{z}}$. Cette notation, usuelle dans les traités et manuels anglo-saxons, a l'avantage ici de laisser libre les symboles i, j et k et d'éviter de confondre un vecteur unitaire noté $\mathbf{k}$ avec le nombre d'onde angulaire $k = \omega/v$ ou avec le vecteur de propagation $\mathbf{k}$.

— Soit M un point d'abscisse x sur l'axe Ox ; à l'instant t son état vibratoire est défini par le vecteur $\boldsymbol{\Psi}(x, t)$ qui se décompose selon les trois axes en :

$$\boldsymbol{\Psi}(x,t) = \psi_x \hat{\mathbf{x}} + \psi_y \hat{\mathbf{y}} + \psi_z \hat{\mathbf{z}}, \qquad (1)$$

ψ_x, ψ_y et ψ_z étant les composantes scalaires du vecteur $\boldsymbol{\Psi}$ et, par conséquent, des fonctions de x et de t. Si les ondes sont transversales, la direction de $\boldsymbol{\Psi}$ est perpendiculaire à Ox, donc $\psi_x = 0$ et l'onde transversale s'écrit :

$$\boldsymbol{\Psi}(x,t) = \psi_y(x,t)\,\hat{\mathbf{y}} + \psi_z(x,t)\,\hat{\mathbf{z}}. \qquad (2)$$

Dans le cas d'une vibration mécanique se propageant le long d'un ressort à boudin, $\Psi(x, t)$ est le déplacement du point M à l'instant t ; $\partial\Psi/\partial t$ est la vitesse du déplacement transversal du

point M et $-T_0\,\partial\Psi/\partial t$ est la force transversale exercée en réaction sur le ressort (plus précisément, si l'onde se propage de gauche à droite, c'est la force de réaction exercée *sur la partie gauche* du ressort par la partie située à droite de M).

Dans le cas d'une onde électromagnétique, $\Psi(x, t)$ est le champ électrique transversal, qu'on note habituellement $\boldsymbol{E}(x, t)$, à partir duquel on peut calculer l'induction magnétique $\boldsymbol{B}(x, t)$. Les deux vecteurs $\boldsymbol{E}$ et $\boldsymbol{B}$ sont, on le sait, perpendiculaires, et ils constituent les composantes de l'onde électromagnétique qui se propage le long de l'axe Ox. Intéressons-nous aux variations de $\boldsymbol{E}(x, t)$, à partir desquelles tout se détermine. On peut le décomposer en deux champs opposés, $\boldsymbol{E}^+(x, t)$ et $\boldsymbol{E}^-(x, t)$, responsables respectivement des ondes se propageant dans le sens des x positifs et des ondes se propageant dans le sens des x négatifs.

Polarisation rectiligne d'ondes transversales.

Les oscillations correspondant à une polarisation selon Oy ou Oz ont la forme :

$$\begin{cases} \boldsymbol{\psi}(t) = \hat{\boldsymbol{y}} A_1 \cos \omega t\,; \\ \boldsymbol{\psi}(t) = \hat{\boldsymbol{z}} A_2 \cos \omega t\,; \end{cases} \qquad (3)$$

pour une valeur donnée de x.

Une oscillation du point M selon une direction quelconque Ou perpendiculaire à Ox, de vecteur unitaire $\hat{\boldsymbol{u}}$ est toujours la somme (vectorielle) de deux ondes polarisées selon Oy et Oz (puisque $\hat{\boldsymbol{u}} = \hat{\boldsymbol{y}} + \hat{\boldsymbol{z}}$), donc de la forme :

$$\boldsymbol{\Psi}(t) = (\hat{\boldsymbol{y}} A_1 + \hat{\boldsymbol{z}} A_2) \cos \omega t\,. \qquad (4)$$

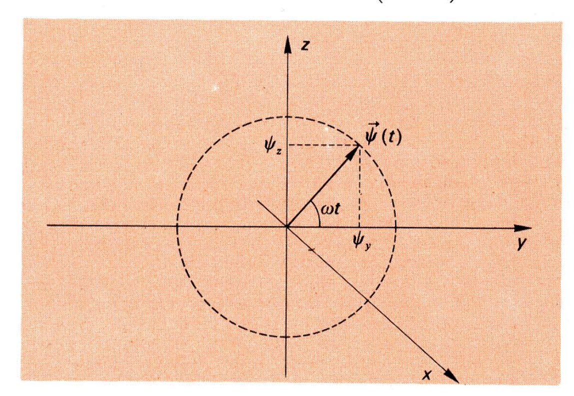
L'amplitude A de l'onde ainsi polarisée a pour valeur :

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2}\,. \qquad (5)$$

Polarisation circulaire.

Si le déplacement d'une onde transversale décrit un cercle, l'onde est dite polarisée circulairement. Le vecteur position $\boldsymbol{\Psi}(t)$ en un point M décrit un cercle de rayon A (amplitude) et l'équation de l'onde polarisée s'écrit :

$$\boldsymbol{\Psi}(t) = \hat{\boldsymbol{y}} A \cos \omega t + \hat{\boldsymbol{z}} A \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right). \qquad (6)$$



L'onde progresse le long de l'axe Ox ; le vecteur $\vec{\psi}(t)$ caractérisant l'état ou le déplacement du point M décrit un cercle de rayon A.

Polarisation elliptique.

Dans le cas le plus général, en un point M d'abscisse x, l'état de polarisation d'une oscillation est décrit par le vecteur :

$$\boldsymbol{\psi}(t) = \hat{\boldsymbol{y}} A_1 \cos(\omega t + \varphi_1) + \hat{\boldsymbol{z}} A_2 \cos(\omega t + \varphi_2)\,. \qquad (7)$$

— Si $\varphi_2 = \varphi_1$ ou $\varphi_2 = \varphi_1 \pm \pi$, la polarisation est rectiligne.

— Si $\varphi_2 = \varphi_1 - \pi/2$ et $A_1 = A_2$, la polarisation est circulaire et l'onde se dirige dans le sens des x positifs.

— Si $\varphi_2 = \pi_1 + \pi/2$ et $A_1 = A_2$, la polarisation est circulaire et l'onde se propage dans le sens des x négatifs.

— Si φ_1 et φ_2 sont quelconques et $A_1 \neq A_2$, le vecteur $\boldsymbol{\Psi}$ décrit une ellipse : la polarisation est dite elliptique.

Interférences.

Appelons S_1 et S_2 les sources cohérentes, distantes de a et un point M à la distance L du plan des deux sources ($L > L_0 = \lambda/a^2$: nous sommes dans le champ à grande distance), posons $S_1M = r_1$ et $S_2M = r_2$. Puisque $L > L_0$, nous pouvons traiter S_1M et S_2M comme deux droites parallèles. Le calcul ci-après est évidemment valable, quelle que soit la nature de l'onde étudiée (rides sur l'eau, son, onde électromagnétique visible ou invisible, etc.).

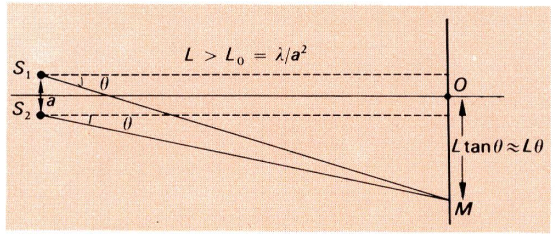
Dans ces conditions ($L > L_0$) et avec les notations de la figure, $r_1 - r_2 \approx a \sin\theta$. Il y a un ventre de vibration en M si, n étant un entier positif :

$$a \sin\theta = 0\,,\quad \pm\lambda\,,\quad \pm 2\lambda\,, ..., \pm n\lambda \qquad (1)$$

et un nœud de vibration si :

$$a \sin\theta = \pm\frac{\lambda}{2}\,,\quad \pm 3\frac{\lambda}{2}\,, ..., \pm(2n+1)\frac{\lambda}{2}\,. \qquad (2)$$

L'onde $\Psi(t) = A \cos \omega t$ parcourt le chemin r_1 dans le temps $t_1 = r_1/v$, v étant sa vitesse de phase, et le chemin r_2 dans le temps r_2/v. Au point M se superposent donc les deux ondes :



Interférences : état vibratoire du point M.

$$\begin{cases} \psi_1(t) = A \cos \omega(t - t_1)\,; \\ \psi_2(t) = A \cos \omega(t - t_2)\,. \end{cases} \qquad (3)$$

Soit, en remarquant que $\omega = 2\pi/T$ et que $\lambda = vT$:

$$\begin{cases} \psi_1(t) = A \cos 2\pi\left(\dfrac{t}{T} - \dfrac{r_1}{\lambda}\right); \\ \psi_2(t) = A \cos 2\pi\left(\dfrac{t}{T} - \dfrac{r_2}{\lambda}\right). \end{cases} \qquad (4)$$

L'état ondulatoire de M est donc :

$$\Psi(t) = \psi_1(t) + \psi_2(t)\,, \qquad (5)$$

soit, en utilisant la formule trigonométrique :

$$\cos p + \cos q = 2 \cos\frac{p-q}{2} \cos\frac{p+q}{2} \qquad (6)$$

et, en portant (4) dans (5) :

$$\Psi(t) = A \cos 2\pi\frac{r_2 - r_1}{2\lambda} \cos 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{r_1 + r_2}{2\lambda}\right). \qquad (7)$$

L'amplitude de cette oscillation est maximale pour :

$$\cos 2\pi\frac{r_2 - r_1}{2\lambda} = 1\,, \qquad (8)$$

c'est-à-dire pour :

$$|r_2 - r_1| = n\lambda \quad (n : \text{entier positif})\,. \qquad (9)$$

Elle est nulle pour :

$$|r_2 - r_1| = (2n+1)\frac{\lambda}{2}\,. \qquad (10)$$

Dans le premier cas, on a un ventre de vibration ; dans l'autre, un nœud.

COMPLÉMENTS SUR L'OPTIQUE GÉOMÉTRIQUE.

Indices de réfraction de quelques substances.

1 — *Gaz ou vapeurs (pour la raie D du sodium à 0 °C et à la pression atmosphérique normale).*

Air	1,000 292 6
Azote atmosphérique	1,000 297 6
Argon	1,000 283 7
Hélium	1,000 035 0
Oxygène	1,000 272
Hydrogène	1,000 139 0
Oxyde de carbone	1,000 334 2
Anhydride carbonique	1,000 450 2
Eau	1,000 257
Chlore	1,000 769
Brome	1,001 125
Acide chlorhydrique	1,000 45
Ammoniac	1,000 377
Sulfure de carbone	1,001 476
Méthane	1,000 443 8
Éthylène	1,000 657 1
Acétylène	1,000 565 1
Benzène	1,001 705
Chlorure de méthyle	1,000 866
Chloroforme	1,001 456
Tétrachlorure de carbone	1,001 768
Alcool éthylique	1,000 881
Éther éthylique	1,001 535
Aldéhyde éthylique	1,000 806

2 — *Verres (pour la raie D du sodium).*

Crown ordinaire	1,517 86
Crown H.D.	1,522 96
Baryum crown, lourd	1,615 49
Flint très léger	1,523 21
Flint dense (série 0)	1,616 50
Flint extra-dense	1,786 23
Glace de Saint-Gobain	1,527 55

3 — *Liquides (à 20° C).*

Acétone	1,359
Acide acétique	1,372
Alcool éthylique	1,361
Benzène	1,501
Chloroforme	1,446
Eau	1,333 0
Éther	1,352
Glycérine	1,474
Pétrole ordinaire	1,448
— (essence)	1,390
— (éther)	1,37 à 1,39
Phénol	1,550
Sulfure de carbone	1,629

4 — *Substances isotropes et œil humain (pour la raie D du sodium).*

Agate	1,540
Alun (aluminium et potassium)	1,456 02
Blende	2,369 5
Bromure d'argent fondu	2,253
Chlorure d'argent	2,061
Diamant	2,417 3
Nitrate de plomb	1,782 0
Opale	1,45
Phosphore	2,144 2
Œil — cristallin — entier	1,384
Œil — cristallin — enveloppe ext.	1,377
Œil — cristallin — enveloppe moyenne	1,379
Œil — cristallin — enveloppe centrale	1,399
Œil — humeur aqueuse	1,337
Œil — humeur vitrée	1,339

Systèmes centrés.

1 — *Définitions.*

— Un système centré est composé d'une suite de dioptres centrés sur un même axe et séparés par des faces planes ou sphériques. Nous supposerons que l'approximation de Gauss est réalisée, c'est-à-dire que les rayons lumineux sont voisins de l'axe principal et qu'ils frappent les surfaces successives des dioptres sous de faibles incidences. Dans ces conditions, l'image d'un point lumineux est elle-même un point lumineux (stigmatisme). Appelons n l'indice du milieu à l'entrée du système centré et n' l'indice du milieu à la sortie (en général, on a $n = n'$). Un objet $\overline{AB}$ donne des images successives $\overline{A_1B_1}$, $\overline{A_2B_2}$, etc., après passage à travers chaque dioptre, chaque image servant d'objet pour le dioptre suivant. La dernière image $\overline{A'B'}$ est l'image de l'objet donnée par le système centré.

— Les rayons parallèles à l'axe principal convergent en un point F' de l'axe principal après avoir frappé le système centré. Ce point est le *foyer image* du système. Si le système est convergent, le point F' est réel et situé de l'autre côté du système par rapport à l'objet. Si le système est divergent, le point F' est virtuel (il faut prolonger les rayons lumineux pour le construire), et situé du même côté du dioptre que l'objet. Si les foyers sont rejetés à l'infini, le système est dit *afocal*.

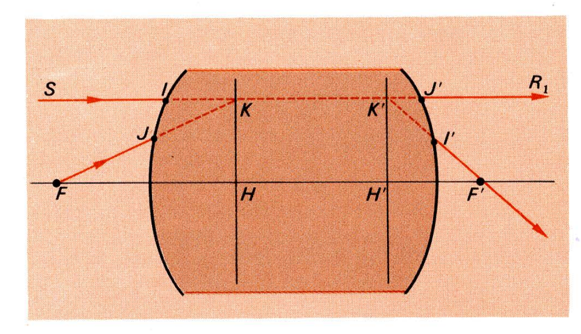
— On appelle *foyer objet* d'un système centré un point F de l'axe principal tel que les rayons issus de ce point se transforment en rayons parallèles à l'axe principal après avoir traversé le système. Il est *réel* pour un système convergent et *virtuel* pour un système divergent.

— Les *plans focaux* d'un système centré sont les deux plans perpendiculaires à l'axe principal, et passant par les foyers F et F'.

2 — *Plans principaux.*

On appelle *plans principaux* d'un système centré deux plans conjugués, tels que tout point de l'un ait son image dans l'autre et réciproquement, le grandissement linéaire $\overline{HK}/\overline{H'K'}$ pour un couple des points (H, K) et $(H'K')$ dans ces deux plans étant égal à $+1$. Les distances $\overline{HF}$ et $\overline{H'F'}$ sont appelées *distances focales* du système ; elles peuvent être *positives* ou *négatives* selon les cas (le sens positif choisi étant celui de la lumière incidente). On montre que :

$$\frac{f}{f'} = \frac{n}{n'}\,. \qquad (1)$$



Détermination des plans principaux d'un système centré.
Le rayon incident SI sort du système I' F' ; le rayon FJ sort selon J' R' parallèle à l'axe principal. On a HK = H' K', traces des plans principaux cherchés.

3 — *Vergence d'un système.*
On appelle vergence d'un système centré le nombre C défini par :

$$C = \frac{n'}{f'} = -\frac{n}{f}. \qquad (2)$$

Si f et f' sont exprimés en mètres, C est exprimé en *dioptries* (symbole : δ).

4 — *Image d'un objet.*
On construit l'image d'un objet $\overline{AB}$ perpendiculaire en A à l'axe principal en étudiant le trajet de deux rayons issus de B, qui, après passage à travers le système centré, se coupent en B'. La perpendiculaire $\overline{A'B'}$ à l'axe principal est l'image cherchée.

Si l'objet est dans le plan focal objet, l'image est à l'infini et son diamètre apparent α' a pour valeur :

$$\alpha' = \frac{AB}{f'}. \qquad (3)$$

Si l'objet est à l'infini, et de diamètre apparent α, son image est dans le plan focal image et de grandeur :

$$A'B' = \alpha f. \qquad (4)$$

5 — *Formules des systèmes centrés.*
— Origine aux points principaux H et H' : en posant $\overline{HA} = p$, $\overline{H'A'} = p'$, et en appelant γ le grandissement linéaire $\overline{A'B'}/\overline{AB}$, on a :

$$\left\{\begin{aligned} &\frac{f}{p} + \frac{f'}{p'} = 1\,; \\ &\frac{n'}{p'} - \frac{n}{p} = \frac{n'}{f'} = C\,; \\ &\gamma = -\frac{fp'}{pf'}. \end{aligned}\right. \qquad (5)$$

— Origine aux foyers : on pose $\overline{FA} = x$ et $\overline{F'A'} = x'$; on a :

$$\left\{\begin{aligned} &xx' = ff'\,; \\ &\gamma = -\frac{f}{x} = -\frac{x'}{f'}. \end{aligned}\right. \qquad (6)$$

— Si $n = n'$, $f = f'$, et on retrouve les formules des lentilles minces, données p. 70.

CHAMPS ET POTENTIELS ÉLECTRIQUES.

Champs électriques.

1 — *Un exemple simple.*
Soit une charge Q ponctuelle au centre d'une sphère de rayon r et de surface $A = 4\,\pi r^2$.
En chaque point M de la surface, le champ a pour valeur :

$$E = \frac{1}{4\,\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2}, \qquad (1)$$

et sa direction est normale à la surface sphérique et dirigée vers l'extérieur. Appelons da un élément de la surface A et d$\boldsymbol{a}$ le vecteur qui le représente : le flux à travers da a pour valeur :

$$\mathrm{d}\Psi = \boldsymbol{E}.\mathrm{d}\boldsymbol{a} = \frac{1}{4\,\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2}\,\mathrm{d}a \qquad (2)$$

($\boldsymbol{E}$ et d$\boldsymbol{a}$ ont même orientation, donc $\cos\theta = 1$.)
Le flux à travers toute la surface A est l'intégrale

$$\Psi = \int \mathrm{d}\Psi = \frac{1}{4\,\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2}\int \mathrm{d}a, \qquad (3)$$

l'intégrale étant prise sur toute la surface. Comme $\int \mathrm{d}a = A = 4\,\pi r^2$, on a finalement :

$$\Psi = \frac{Q}{\varepsilon_0}. \qquad (4)$$

Le flux est indépendant de la taille de la sphère. D'autre part l'équation (3) donne aussi $\Psi = EA$, donc :

$$\Psi = EA = \frac{Q}{\varepsilon_0}. \qquad (5)$$

2 — *Le théorème de Gauss.*
L'équation (5) est valable pour toute surface fermée A ; ce résultat général constitue le *théorème de Gauss* qui peut s'énoncer ainsi : en appelant ρ la charge volumique d'un élément de volume dV de l'espace à l'intérieur d'une surface fermée $A = \int \mathrm{d}a$, le flux des vecteurs champ a pour valeur :

$$\Psi = \int \boldsymbol{E}.\mathrm{d}\boldsymbol{a} = \frac{1}{\varepsilon_0}\int \rho\,\mathrm{d}V. \qquad (6)$$

3 — *Calcul de champs électriques.*
● *Champ produit par une source Q en un point d'une surface sphérique.*
Soit r la distance de la source à un point M de la surface ; le flux a pour valeur $\Psi = 4\,\pi r^2 E = Q/\varepsilon_0$, donc :

$$E = \frac{1}{4\,\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2} \qquad (7)$$

(on retrouve la loi de Coulomb).
● *Champ d'une sphère de rayon R.*
Soit ρ la charge volumique de la sphère considérée, en un point M à la distance $r > R$ du centre de la sphère (c'est-à-dire extérieure à la sphère).
Le flux à travers la surface sphérique $A = 4\,\pi r^2$ sur laquelle se trouve le point M a pour valeur $\Psi = EA$ si on le calcule à partir de la définition de la notion de flux et $\Psi = (1/\varepsilon_0)\int \rho\,\mathrm{d}V$ si on le calcule à partir du théorème de Gauss. On a par ailleurs $\int \rho\,\mathrm{d}V = \rho \int \mathrm{d}V = \rho V$, V étant le volume de la sphère de rayon R. D'où :

$$4\,\pi r^2 E = \frac{1}{\varepsilon_0}\frac{4}{3}\pi R^3\rho, \qquad (8)$$

et :

$$E = \frac{1}{\varepsilon_0}\frac{R^3\rho}{3}\frac{1}{r^2}. \qquad (9)$$

En un point M, à la distance $r < R$ du centre de la sphère, le volume V chargé est une sphère de rayon r, donc (8) s'écrit :

$$4\,\pi r^2 E = \frac{1}{\varepsilon_0}\frac{4}{3}\pi r^3\rho, \qquad (10)$$

d'où :

$$E = \frac{\rho}{3\,\varepsilon_0}r. \qquad (11)$$

● *Champ d'un fil chargé.*
Soit L la longueur du fil, Q sa charge et $\lambda = Q/L$ sa charge linéique. Le champ $\boldsymbol{E}$ en un point M à la distance r du fil, c'est-à-dire sur une surface cylindrique de rayon r et dont l'axe serait le fil de longueur L est tel que :

$$EA = \frac{1}{\varepsilon_0}\int \rho\,\mathrm{d}V, \qquad (12)$$

avec $A = 2\,\pi rL$ et $\rho\,\mathrm{d}V = \lambda\,\mathrm{d}L$, donc :

$$E = \frac{\lambda}{2\,\pi\varepsilon_0 r}. \qquad (13)$$

Compléments d'analyse vectorielle.

Dans tout ce qui suit, nous nous rapportons à un référentiel orthonormé $Oxyz$, de vecteurs unitaires ($\boldsymbol{u}$, $\boldsymbol{v}$, $\boldsymbol{w}$).

1 — *Champ de vecteurs.*
Lorsqu'à tous les points $M(x, y, z)$ d'une région de l'espace on peut associer un vecteur $\boldsymbol{F}$, de composantes (X, Y, Z), les vecteurs $\boldsymbol{F}$ forment un *champ de vecteurs*. Exemples : le champ gravitationnel de la Terre, le champ électrique autour d'un système de charges électriques stationnaires, le champ magnétique (= induction magnétique) autour d'un aimant. Les composantes (X, Y, Z) sont fonction des trois variables (x, y, z). Lorsque, en chaque point, le vecteur champ est constant, le champ est dit uniforme. Le vecteur $\boldsymbol{F}$ est une *fonction vectorielle* des variables x, y, et z ; on peut l'écrire $\boldsymbol{F}(x, y, z)$ ou $\boldsymbol{F}(M)$, M étant le point de coordonnées (x, y, z).

2 — *Circulation du vecteur champ.*
Considérons un arc $M_1 M_2$ sur une courbe orientée C, dont l'arc élémentaire orienté est le vecteur d$\boldsymbol{s}$. On appelle *circulation du vecteur champ entre M_1 et M_2 le long de C* l'intégrale :

$$\int_{M_1}^{M_2} \boldsymbol{F}.\mathrm{d}\boldsymbol{s}. \qquad (1)$$

(Si $\boldsymbol{F}$ est une force, le produit scalaire $\boldsymbol{F}.\mathrm{d}\boldsymbol{s}$ est le travail de cette force quand elle parcourt le segment de longueur ds et la circulation du vecteur $\boldsymbol{F}$ est le travail de la force $\boldsymbol{F}$ quand elle se déplace de M_1 en M_2.) La circulation du vecteur $\boldsymbol{F}$ le long d'une courbe fermée s'écrit $\oint \boldsymbol{F}.\mathrm{d}\boldsymbol{s}$.

3 — *Notion de flux.*
Soit une surface A (plane ou gauche) ; nous pouvons la découper en éléments de surface infiniment petits da. Pour orienter la surface, associons à chaque surface élémentaire da un vecteur d$\boldsymbol{a}$, normal à la surface considérée. Si cette surface est dans un champ de vecteurs $\boldsymbol{F}$, on appelle flux à travers l'élément da le produit scalaire $\boldsymbol{F}.\mathrm{d}\boldsymbol{a}$, et flux Φ à travers la surface A l'intégrale :

$$\Phi = \int_{\substack{\text{sur toute} \\ \text{la surface}}} \boldsymbol{F}.\mathrm{d}\boldsymbol{a} \qquad (2)$$

(la notion de flux est particulièrement intéressante en électricité ; pour éviter les confusions, on désigne par Ψ le flux du vecteur champ électrique $\boldsymbol{E}$ et par Φ le flux du vecteur induction magnétique $\boldsymbol{B}$).

4 — *Vecteur gradient d'une fonction scalaire.*
Soit une fonction scalaire $f(x, y, z)$; il est intéressant de représenter par un vecteur son *taux de variation* ou *gradient* au voisinage d'un point $M(x, y, z)$. Ce vecteur est appelé *vecteur gradient* de la fonction f ; on le représente par $\overrightarrow{\mathrm{grad}}\,f$ ou par ∇f (le symbole « ∇ » est appelé *nabla*) ; il a pour composantes scalaires les dérivées partielles $\partial f/\partial x$, $\partial f/\partial y$ et $\partial f/\partial z$ de la fonction ; donc :

$$\nabla f = \frac{\partial f}{\partial x}\boldsymbol{u} + \frac{\partial f}{\partial y}\boldsymbol{v} + \frac{\partial f}{\partial z}\boldsymbol{w}. \qquad (3)$$

5 — *Divergence d'une fonction vectorielle.*
Par définition, la divergence du vecteur $\boldsymbol{F}$, de composantes (X, Y, Z) est la grandeur scalaire :

$$\mathrm{div}\,\boldsymbol{F} = \frac{\partial X}{\partial x} + \frac{\partial Y}{\partial y} + \frac{\partial Z}{\partial z}. \qquad (4)$$

Pour comprendre sa signification physique, considérons un point M de coordonnées (x, y, z) et un volume infiniment petit V autour de ce point, limité par une surface A : la grandeur div $\boldsymbol{F}$ n'est autre que le flux du vecteur $\boldsymbol{F}$ par unité de volume sortant de V, dans la limite d'un V infinitésimal.

6 — *Rotationnel d'une fonction vectorielle.*
Considérons une courbe fermée C, plane ou gauche (nous la choisirons plane pour la commodité de la figure), dans un champ $\boldsymbol{F}$. Appelons Γ la circulation du vecteur $\boldsymbol{F}$ le long de cette courbe ; d'après (1) on a :

$$\Gamma = \oint \boldsymbol{F}.\mathrm{d}\boldsymbol{s}. \qquad (5)$$

Le vecteur d$\boldsymbol{s}$ est un vecteur infiniment petit, tangent à la courbe au point M d'application du vecteur $\boldsymbol{F}$; $\boldsymbol{F}.\mathrm{d}\boldsymbol{s}$ est le produit scalaire des deux vecteurs, il vaut $F\,\mathrm{d}s\cos\theta$. Pour que l'orientation du vecteur d$\boldsymbol{s}$ soit définie, il faut choisir un sens de parcours (arbitraire) sur la courbe C : pour cela, nous avons orienté arbitrairement la normale au plan de la courbe, et choisi comme sens positif de rotation celui d'un tire-bouchon progressant selon le sens de la normale (voir figure).
Divisons la courbe C en deux boucles, C_1 et C_2 ; la circulation du vecteur $\boldsymbol{F}$ vaut Γ_1 pour la première boucle et Γ_2 pour la seconde. Il est aisé de montrer que $\Gamma_1 + \Gamma_2 = \Gamma$ (en effet, le chemin parcouru sur la frontière commune MN est orienté différemment pour les deux boucles, puisque nous respectons la convention du tire-bouchon).
Divisons maintenant l'aire limitée par la courbe C en un grand nombre de petites boucles de surface a_i, chacune représentée par le vecteur $\boldsymbol{a}_i$ orienté comme la normale à chaque boucle et de module égal à a_i. La circulation le long d'une boucle de surface a_i est Γ_i, et il est aisé de généraliser le résultat précédent et d'écrire :

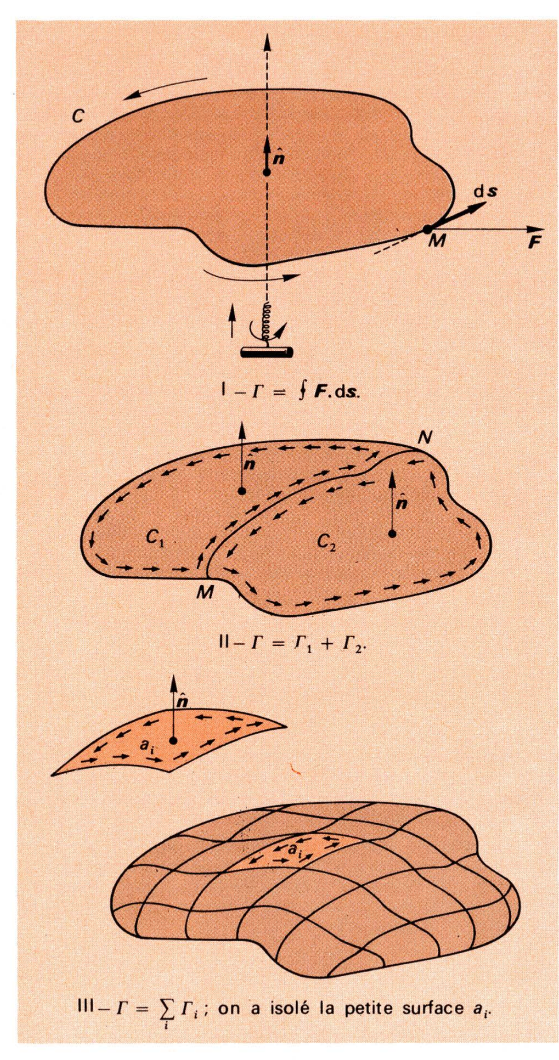
$$\Gamma = \sum_i \Gamma_i. \qquad (6)$$

Le rapport $\dfrac{\text{circulation de } \boldsymbol{F}}{\text{aire de la boucle}}$ présente un intérêt physique dans bien des cas (par exemple si $\boldsymbol{F}$ est une vitesse et si la surface considérée est une nappe d'eau dont les gouttes sont entraînées dans un mouvement tourbillonnaire). On définit alors le vecteur appelé *rotationnel de* $\boldsymbol{F}$ et noté $\overrightarrow{\mathrm{rot}}\,\boldsymbol{F}$ comme un vecteur ayant les caractéristiques suivantes :
— son origine est le point M, quelconque, appartenant à la surface limitée par la courbe C, autour duquel on considère une surface a_i dont la grandeur tend vers zéro ;
— son module est la limite du rapport Γ_i/a_i quand a_i tend vers zéro ;
— son sens est tel que :

$$\overrightarrow{\mathrm{rot}}\,\boldsymbol{F}.\hat{\boldsymbol{n}} = \lim_{a_i \to 0}\frac{\Gamma_i}{a_i}, \qquad (7)$$

$\hat{\boldsymbol{n}}$ étant le vecteur unitaire de la normale à la surface a_i, orientée selon la convention du tire-bouchon (l'équation précédente permet de calculer les composantes de $\overrightarrow{\mathrm{rot}}\,\boldsymbol{F}$, donc de déterminer son sens).
On démontre ainsi que les composantes de $\overrightarrow{\mathrm{rot}}\,\boldsymbol{F}$ sont :

$$\left\{\begin{aligned} &\frac{\partial Z}{\partial y} - \frac{\partial Y}{\partial z} \quad \text{selon } Ox\,; \\ &\frac{\partial X}{\partial z} - \frac{\partial Z}{\partial x} \quad \text{selon } Oy\,; \\ &\frac{\partial Y}{\partial x} - \frac{\partial X}{\partial y} \quad \text{selon } Oz. \end{aligned}\right. \qquad (8)$$



I — Orientation de la courbe C selon la convention du tire-bouchon, la circulation du vecteur $\vec{F}$ le long de C est l'intégrale prise sur cette courbe des produits scalaires $\vec{F}.d\vec{s}$.
II — La courbe C est divisée en deux boucles, C_1 et C_2, pour lesquelles la circulation vaut Γ_1 et Γ_2 ; on a $\Gamma_1 + \Gamma_2 = \Gamma$. Les boucles sont orientées selon la convention du tire-bouchon.
III — Division de l'aire limitée par C en petites aires a_i, orientées par la normale $\hat{n}$ à chaque aire a_i. La circulation sur la boucle a_i est Γ_i et l'on a $\Gamma = \sum_i \Gamma_i$.

7 — *Notion d'opérateur.*

— Un opérateur est un symbole indiquant quelles opérations il faut appliquer à une fonction f pour obtenir une nouvelle fonction Ψ. Appelons A un opérateur, on écrira :

$$\Psi = Af. \quad (9)$$

Par exemple, supposons que f soit fonction d'une seule variable réelle x, ce qui nous permet de l'écrire $f(x)$. L'opérateur :

$$A = \frac{d}{dx} \quad (10)$$

appliqué à la fonction $f(x)$ signifie qu'il faut calculer df/dx, à savoir la dérivée $f'(x)$ de la fonction. On écrira donc :

$$\Psi = Af = \left[\frac{d}{dx}\right] f = \frac{df}{dx} = f'(x). \quad (11)$$

— Les définitions qui précèdent, relatives au vecteur gradient d'une fonction $\boldsymbol{F}$ ou à la divergence d'un vecteur $\boldsymbol{F}$ ou au rotationnel d'un vecteur $\boldsymbol{F}$ peuvent se traduire en termes d'opérateurs.

1° — Le vecteur gradient ∇f d'une fonction f utilise l'opérateur *nabla* de composantes scalaires :

$$\nabla = \frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z}; \quad (12)$$

cela signifie que le vecteur ∇f a pour composantes :

$$\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}, \frac{\partial f}{\partial z}.$$

2° — La divergence du vecteur gradient ∇f de la fonction f, qu'on appelle souvent « div $\overrightarrow{\text{grad}}$ f » s'obtient d'après la formule (4) du n° 5 ci-dessus, en tenant compte du fait que :

$$X = \frac{\partial f}{\partial x}; \quad Y = \frac{\partial f}{\partial y}; \quad Z = \frac{\partial f}{\partial z}. \quad (13)$$

Donc :

$$\text{div}(\nabla f) = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2} \quad (14)$$

(la dérivée partielle de $\partial f/\partial x$ est la dérivée partielle seconde de f ; etc.). Nous pouvons donc introduire un nouvel opérateur, appelé *laplacien* dont l'expression en coordonnées cartésiennes est :

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}. \quad (15)$$

Cet opérateur est noté $\nabla.\nabla$, comme le « produit » de deux *nabla*, ou encore ∇^2. Toutefois, la notation officielle recommandée est Δ_2 (ou simplement Δ quand aucune confusion n'est à craindre).

3° — La divergence du vecteur $\boldsymbol{F}$ est parfois notée à l'aide de l'opérateur « $\nabla.$ » (un nabla suivi d'un point gras). Appliqué aux composantes cartésiennes X, Y, Z du vecteur $\boldsymbol{F}$, il signifie :

$$\nabla. = \frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z}. \quad (16)$$

4° — Le rotationnel du vecteur $\boldsymbol{F}$, que nous avons noté $\overrightarrow{\text{rot}}\,\boldsymbol{F}$ (avec une flèche courbe pour préciser qu'il s'agit d'un vecteur axial) est représenté par l'opérateur $\nabla\times$ ($\times$ est ici le signe du produit vectoriel autrefois noté « $\wedge$ »). En appelant $\boldsymbol{u}$, $\boldsymbol{v}$ et $\boldsymbol{w}$ les vecteurs unitaires des trois axes on a donc :

$$\nabla\times\boldsymbol{F} = \left[\frac{\partial Z}{\partial y} - \frac{\partial Y}{\partial z}\right]\boldsymbol{u} + \left[\frac{\partial X}{\partial z} - \frac{\partial Z}{\partial x}\right]\boldsymbol{v} + \left[\frac{\partial Y}{\partial x} - \frac{\partial X}{\partial y}\right]\boldsymbol{w}. \quad (17)$$

8 — *Théorèmes fondamentaux.*

— *Formule d'Ostrogradski.* Cette formule a été démontrée par le mathématicien russe Ostrogradski en 1834. Soit un volume V délimité par une surface S ; appelons $d\boldsymbol{a}$ le vecteur représentant un élément de surface orienté, dv un élément de volume, et $\boldsymbol{F}$ un champ de vecteurs. On a :

$$\int_s \boldsymbol{F}.d\boldsymbol{a} = \int_v \text{div}\,\boldsymbol{F}\,dv. \quad (18)$$

— *Théorème de Stokes.* On démontre la relation suivante, établie par Thomson en 1849 et appelée théorème de Stokes :

$$\oint \boldsymbol{F}.d\boldsymbol{s} = \int_s \overrightarrow{\text{rot}}\,\boldsymbol{F}.d\boldsymbol{a} \quad (19)$$

(Dans les deux cas : $\int_s$ est l'intégrale double sur toute la surface ; $\int_v$ est l'intégrale triple sur le volume v.)

9 — *Remarques historiques.*

La théorie mathématique des vecteurs a été établie par Hamilton (1853), en tant que partie de sa théorie des quaternions. Les formules vectorielles qui ont été données dans tout ce qui précède ont leur équivalent scalaire : ainsi $\oint \boldsymbol{F}.d\boldsymbol{s}$ s'écrit, scalairement, $\oint F\cos\theta\,ds$. Les notions de gradient, de divergence et de rotationnel ont été d'abord introduites sans considération de vecteurs, par Euler, Gauss, Ostrogradski, Thomson, Stokes. Gibbs a perfectionné l'analyse vectorielle, notamment dans son application à la physique, en 1881, et, alors que Maxwell a écrit les équations fondamentales de l'électromagnétisme sans faire usage des vecteurs, mais sous forme scalaire, il faut attendre Hertz (1890) pour voir apparaître les expressions vectorielles qui ont, sur les expressions scalaires, l'immense avantage de la simplicité.

Potentiels électriques.

Le champ dérive du potentiel.

La définition du potentiel en un point $M(x, y, z)$ donnée aux pp. 82-83 comme la circulation du vecteur champ $\boldsymbol{E}$ changée de signe entre un point origine des potentiels et le point M, soit :

$$V(x, y, z) = -\int \boldsymbol{E}.d\boldsymbol{s} \quad (1)$$

conduit à :

$$dV = -\boldsymbol{E}.d\boldsymbol{s} \quad (2)$$

D'autre part, la fonction $V(x, y, z)$ admet pour différentielle

$$dV = \frac{\partial V}{\partial x}dx + \frac{\partial V}{\partial y}dy + \frac{\partial V}{\partial z}dz \quad (3)$$

et l'on a :

$$d\boldsymbol{s} = \boldsymbol{u}\,dx + \boldsymbol{v}\,dy + \boldsymbol{w}\,dz. \quad (4)$$

La comparaison des équations (2) et (3) avec la formule (3) page précédente relative au gradient d'une fonction scalaire permet donc d'écrire :

$$\boldsymbol{E} = -\nabla V = -\overrightarrow{\text{grad}}\,V. \quad (5)$$

Évaluation de quelques potentiels.

● *Potentiel engendré par une charge isolée.* Soit Q la valeur de la charge et un point M à la distance r de cette charge, le travail pour amener la charge d'essai $Q_0 = +1$ à la distance r de la charge Q a pour valeur :

$$W = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r}, \quad (6)$$

d'où la valeur du potentiel de M :

$$V = -W = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r}. \quad (7)$$

● *Potentiel engendré par un fil chargé.* Soit λ la charge par unité de longueur du fil considéré et deux points M_1 et M_2, distants respectivement de r_1 et de r_2 par rapport au fil. Le travail nécessaire pour transporter une charge unité de M_1 à M_2 dans le champ $\boldsymbol{E}$ engendré par le fil a pour valeur :

$$V_2 - V_1 = -\int_{M_1}^{M_2} \boldsymbol{E}.d\boldsymbol{s} = -\int_{r_1}^{r_2} \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}dr, \quad (8)$$

puisque $E = \lambda/2\pi\varepsilon_0 r$ (voir ci-dessus § **A**, formule (13). L'équation (8) se résout immédiatement :

$$V_2 - V_1 = -\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\ln r_2 + \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\ln r_1. \quad (9)$$

Si le point M_1 est pris comme origine des potentiels, on aura donc, pour un point M quelconque à la distance r du fil :

$$V = -\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\ln r + C^{te}. \quad (10)$$

● *Deux relations fondamentales.*

Les concepts vectoriels introduits précédemment peuvent nous servir à exprimer des propriétés fondamentales du champ $\boldsymbol{E}$.

— *Application de la formule d'Ostrogradski.* D'après le théorème de Gauss (voir ci-dessus, paragraphe **A**, 2), on a :

$$\int \boldsymbol{E}.d\boldsymbol{a} = \frac{1}{\varepsilon_0}\int \rho\,dV. \quad (11)$$

En appliquant la formule (18) du § **B** au champ $\boldsymbol{E}$, il vient :

$$\int_s \boldsymbol{E}.d\boldsymbol{a} = \int_v \text{div}\,\boldsymbol{E}\,dv, \quad (12)$$

d'où, par comparaison avec (11) :

$$\boxed{\text{div}\,\boldsymbol{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}.} \quad (13)$$

La formule (13) exprime le théorème de Gauss — qui est lui-même équivalent à la loi de Coulomb — sous une forme différentielle. Nous verrons qu'elle traduit la 3ᵉ équation de Maxwell.

— *Application du théorème de Stokes.* Dans un champ électrostatique, la circulation du vecteur champ sur une courbe fermée est nulle, autrement dit :

$$\oint \boldsymbol{E}.d\boldsymbol{s} = 0, \quad (14)$$

quelle que soit la courbe considérée. Cela entraîne, d'après l'équation (19) du § **B** traduisant le théorème de Stokes :

$$\overrightarrow{\text{rot}}\,\boldsymbol{E} = 0, \quad (15)$$

quelle que soit la surface d'intégration.

Dans un champ électromagnétique, la formule (15) n'est plus vraie car les charges en mouvement engendrent une induction magnétique $\boldsymbol{B}$, et l'on a :

$$\boxed{\overrightarrow{\text{rot}}\,\boldsymbol{E} = -\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t},} \quad (16)$$

équation qui traduit la *loi de Faraday* (c'est-à-dire la première des quatre équations de Maxwell).

L'ÉQUATION DE KLEIN-GORDON.

Dans tout ce qui suit, nous appelons m la masse d'une particule, $\boldsymbol{r}$ le vecteur position qui lui correspond et $\boldsymbol{p}$ le vecteur quantité de mouvement. L'onde de de Broglie associée a pour longueur d'onde $\lambda = h/p$, et le vecteur propagation $\boldsymbol{k}$ de cette onde est lié au vecteur $\boldsymbol{p}$ par la relation $\boldsymbol{p} = \hbar\boldsymbol{k}$. L'énergie E de la particule est alors $E = \hbar\omega = hf$ (f = fréquence de l'onde de de Broglie). L'onde de de Broglie est désignée par Ψ_B et l'onde de Schrödinger par Ψ.

L'équation de Klein-Gordon est une équation différentielle dont les solutions sont les fonctions Ψ_B, définies par

$$\Psi_B = \exp(i\boldsymbol{r}.\boldsymbol{p} - i\omega t). \quad (1)$$

Le produit scalaire $\boldsymbol{r}.\boldsymbol{p}$ a pour valeur, en appelant (x, y, z) les coordonnées de la particule et (p_x, p_y, p_z) les composantes du vecteur $\boldsymbol{p}$:

$$\boldsymbol{r}.\boldsymbol{p} = xp_x + yp_y + zp_z. \quad (2)$$

1 — *Dérivons deux fois* Ψ_B par rapport à la variable t. Ψ_B est

de la forme e^u, u étant ici une fonction de t; sa dérivée première est de la forme

$$\frac{\partial \Psi_B}{\partial t} = u' \, e^u . \qquad (3)$$

Comme $u = i\mathbf{r}.\mathbf{p} - i\omega t$, on a $u' = -i\omega$, donc :

$$\frac{\partial \Psi_B}{\partial t} = -i\omega \exp(i\mathbf{r}.\mathbf{p} - i\omega t) . \qquad (4)$$

En dérivant une seconde fois, on obtient :

$$\frac{\partial^2 \Psi_B}{\partial t^2} = i^2 \omega^2 \exp(i\mathbf{r}.\mathbf{p} - i\omega t) , \qquad (5)$$

soit, puisque $i^2 = -1$:

$$\frac{\partial^2 \Psi_B}{\partial t^2} = -\omega^2 \Psi_B . \qquad (6)$$

2 — *Dérivons de même par rapport* à la variable x, en développant $\mathbf{r}.\mathbf{p}$:

$$\Psi_B = \exp[i(xp_x + yp_y + zp_z) - i\omega t], \qquad (7)$$

d'où :

$$\frac{\partial \Psi_B}{\partial x} = ip_x \Psi_B \qquad (8)$$

et

$$\frac{\partial^2 \Psi_B}{\partial x^2} = i^2 p_x^2 \Psi_B = -p_x^2 \Psi_B . \qquad (9)$$

On a de même :

$$\frac{\partial^2 \Psi_B}{\delta y^2} = -p_y^2 \Psi_B ; \quad \frac{\partial^2 \Psi_B}{\delta z^2} = -p_z^2 \Psi_B , \qquad (10)$$

d'où :

$$\nabla^2 \Psi_B = \frac{\partial^2 \Psi_B}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi_B}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Psi_B}{\partial z^2} = -(p_x^2 + p_y^2 + p_z^2) \Psi_B = -\mathbf{p}^2 \Psi_B . \qquad (11)$$

3 — *En combinant* (6) *et* (11), *il vient* :

$$\frac{\partial^2 \Psi_B}{\partial t^2} - \nabla^2 \Psi_B = (-\omega^2 + \mathbf{p}^2) \Psi_B . \qquad (12)$$

Dans un système d'unités tel que $\hbar = c = 1$, l'énergie relativiste $E = \hbar\omega$ telle que :

$$E^2 = m^2 c^4 + p^2 c^2 \qquad (13)$$

s'écrit

$$\omega^2 = m^2 + p^2 , \qquad (14)$$

donc

$$-\omega^2 + p^2 = -m^2 \qquad (15)$$

et l'équation (14) prend la forme suivante, connue comme l'équation de Klein-Gordon :

$$\frac{\partial^2 \Psi_B}{\partial t^2} - \nabla^2 \Psi_B = -m^2 \Psi_B . \qquad (16)$$

(Le *laplacien* ∇^2 d'une fonction est la somme des trois dérivées partielles secondes de cette fonction par rapport à ses trois variables.)

L'ÉQUATION DE SCHRÖDINGER.

Établissement de l'équation de la fonction d'onde.

● *La fonction d'onde de Schrödinger* s'écrit :

$$\Psi = \exp\left(\frac{i\mathbf{r}'.\mathbf{p}}{\hbar} - \frac{itp^2}{2m\hbar}\right) . \qquad (1)$$

Elle est liée à la fonction d'onde Ψ_B de de Broglie par la relation :

$$\Psi_B = \Psi \exp\left(-\frac{itmc^2}{\hbar}\right) . \qquad (2)$$

Un calcul analogue à celui du paragraphe précédent montrerait qu'elle satisfait à l'équation linéaire :

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \Psi . \qquad (3)$$

● *Dans le cas où l'énergie potentielle* de la particule considérée est nulle, son énergie totale $E = \hbar\omega$ se réduit à son énergie cinétique $K = p^2/2m$.

Prenons la dérivée $\partial\Psi/\partial t$ de la fonction Ψ par rapport à la variable t (en appliquant la formule $y = e^u$, $y' = u'e^u = u'y$). L'équation (1) nous montre que :

$$u = \frac{i\mathbf{r}.\mathbf{p}}{\hbar} - \frac{itp^2}{2m\hbar} , \qquad (4)$$

donc que :

$$u'(t) = -\frac{ip^2}{2m\hbar} = -\frac{iE}{\hbar} . \qquad (5)$$

En conséquence :

$$\frac{\partial \Psi}{\partial t} = -\frac{iE}{\hbar} \Psi , \qquad (6)$$

soit en multipliant les deux membres par $i\hbar$ et en notant que $i^2 = -1$:

$$\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = E\Psi . \qquad (7)$$

L'équation (3) permet donc d'écrire :

$$E\Psi = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \Psi . \qquad (8)$$

Cette équation doit être satisfaite par la fonction Ψ lorsque la particule se déplace dans une région de l'espace où son énergie potentielle est nulle.

● *Supposons maintenant* que la particule se déplace dans une région de l'espace où son énergie potentielle est égale à U_1 ; on a alors :

$$K = \frac{p^2}{2m} = E - U_1 \qquad (9)$$

et l'équation (8) devient :

$$(E - U_1) \Psi = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \Psi . \qquad (10)$$

Plus généralement, la fonction Ψ peut être définie par l'équation :

$$[E - V(\mathbf{r})] \Psi = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \Psi , \qquad (11)$$

dans laquelle $V(\mathbf{r})$ est une fonction potentiel.

Si nous combinons (3) et (8), il vient :

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \Psi + V(x) \Psi = i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} . \qquad (12)$$

C'est l'équation de Schrödinger dite *dépendante du temps*, alors que (8) est l'équation de Schrödinger *indépendante du temps*. L'équation (12) est générale, et s'applique à toutes les particules, l'équation (8) ne s'applique qu'aux particules dont l'énergie est E.

Applications.

● *Considérons une particule d'énergie cinétique* K se déplaçant parallèlement à l'axe des x dans l'espace. Dans ce cas, la fonction Ψ ne dépend que de la variable x, et les dérivées partielles secondes impliquées par ∇^2 se réduisent à la dérivée seconde de la fonction :

$$\Psi'' = \frac{d^2 \Psi}{dx^2} , \qquad (1)$$

de sorte que l'équation de Schrödinger indépendante du temps s'écrit, dans une région où le potentiel est $V(x)$:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 \Psi}{dx^2} = [E - V(x)] \Psi . \qquad (2)$$

● *Supposons qu'une particule dont l'énergie totale* est E se déplace parallèlement à l'axe des x et que le potentiel $V(x)$ soit nul pour $x < 0$; dans cette région $E = p^2/2m$ et l'équation (2) devient, en utilisant la notation Ψ'' pour la dérivée seconde de Ψ :

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \Psi'' = \frac{p^2}{2m} \Psi , \qquad (3)$$

soit :

$$\hbar^2 \Psi'' + p^2 \Psi = 0 , \qquad (4)$$

équation linéaire à coefficients constants qu'on résout par les formules classiques.

Pour $x = 0$, imaginons que le potentiel atteigne instantanément la valeur $V_0 > E$ et qu'il s'y maintienne. Au point $x = 0$, appelé *point limite*, l'énergie cinétique s'annule et l'énergie totale E est égale au potentiel. Selon la mécanique classique, la particule ne peut franchir le point $x = 0$, et la région située à droite de ce point lui est interdite : il y a une barrière de potentiel classiquement infranchissable.

Oublions la mécanique classique et considérons l'équation de Schrödinger pour $x > 0$; elle s'écrit :

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \Psi'' = (E - V_0) \Psi , \qquad (5)$$

équation linéaire à coefficients constants qu'on résout par les formules classiques et qui admet deux solutions linéairement indépendantes :

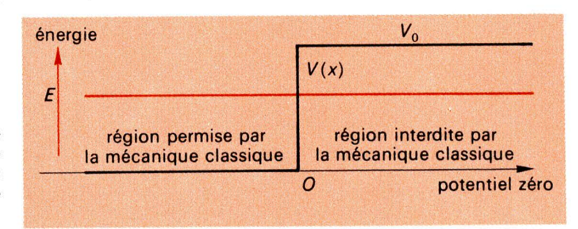
$$\Psi = e^{\pm qx} , \qquad (6)$$

avec :

$$q = \sqrt{\frac{2m(V_0 - E)}{\hbar^2}} . \qquad (7)$$

La solution $\Psi = e^{qx}$ est croissante ; il en est de même pour $\Psi^2 = e^{2qx}$. Cela signifie que la probabilité de potentiel augmente indéfiniment quand x croît : cette solution n'est pas acceptable physiquement, et il faut l'écarter. Reste donc la solution $\Psi = e^{-qx}$.

Sans continuer le calcul, on voit qu'il est possible de déterminer une fonction d'onde à droite de la barrière de potentiel. Cela signifie que la particule peut s'échapper et franchir la barrière V_0 que la mécanique classique lui interdisait.



La particule d'énergie E peut franchir la barrière de potentiel et s'échapper dans la région interdite.

● *Une autre application intéressante de l'équation* de Schrödinger est l'explication de l'*effet tunnel*. Supposons que le potentiel V_0 se maintienne de $x = 0$ à $x = a$, puis retombe à la valeur zéro. On peut démontrer, par un calcul laborieux que nous ne ferons pas ici, qu'il existe une solution de l'équation de Schrödinger pour $x > 0$, c'est-à-dire qu'il y a une probabilité finie pour qu'une particule puisse franchir l'épaisse barrière de potentiel entre $x = 0$ et $x = a$.

PHYSIQUE DES PARTICULES.

Particules	Symbole	Masse en MeV/c^2	Vie moyenne en s	Spin	Q	I	B	S	I_3	Produits de désintégration
Photon	γ	0	∞	1	0	0	0	0	—	—
Neutrino	ν	0	∞	1/2	0	+ 1	0	0	—	
Antineutrino	$\bar{\nu}$	0	∞	1/2	0	− 1	0	0		
Électron	e^-	0,511	∞	1/2	− 1	+ 1	0	0	—	
Positon	e^+			1/2	+ 1	− 1	0	0		
Muon −	μ^-	105,65	$2{,}2 \times 10^{-6}$	1/2	− 1	+ 1	0	0	—	$e^- + \nu + \nu$
Muon +	μ^+			1/2	+ 1	− 1	0	0		$e^+ + \nu + \nu$
Proton	p	938,25	∞	1/2	+ 1	0	+ 1	0	+ 1/2	
Antiproton	$\bar{p}$			1/2	− 1		− 1	0	− 1/2	
Neutron	n	939,55	1 010	1/2	0	0	+ 1	0	− 1/2	$p + e^- + \nu_e$
Antineutron	$\bar{n}$			1/2	0		− 1	0	− 1/2	non observée
Lambda zéro	Λ^0	1 115,4	$2{,}6 \times 10^{-10}$	1/2	0	0	+ 1	− 1	0	$p + \pi^-$
Antilambda	$\bar{\Lambda}$	1 115		1/2	0		− 1	− 1	0	$\bar{p} + \pi^+$

STRUCTURE ÉLECTRONIQUE DES ATOMES

Particules	Symbole	Masse en MeV/c^2	Vie moyenne en s	Spin	*Q*	*l*	*B*	*S*	I_3	Produits de désintégration
Sigma + Antisigma +	Σ^+ $\overline{\Sigma}^+$	1 189,3 1 189	8×10^{-11}	1/2 1/2	+ 1 − 1	} 0	+ 1 − 1	− 1 − 1	+ 1	$p + \pi^0$ $\overline{p} + \pi^0$
Sigma zéro Antisigma zéro	Σ^0 $\overline{\Sigma}^0$	1 193,2 1 193	$< 10^{-14}$	1/2 1/2	0 0	} 0	+ 1 − 1	− 1 − 1	0	$\Lambda + \gamma$ $\overline{\Lambda} + \gamma$
Sigma − Antisigma −	Σ^- $\overline{\Sigma}^-$	1 197,6 1 189	$1,6 \times 10^{-10}$	1/2 1/2	− 1 + 1	} 0	+ 1 − 1	− 1 − 1	− 1	$n + \pi^-$ $\overline{n} + \pi^+$
Xi zéro Antixi zéro	Ξ^0 $\overline{\Xi}^0$	} 1 315	$3,1 \times 10^{-10}$	1/2 1/2	0 0	} 0	+ 1 − 1	− 2 − 2	+ 1/2	$\Lambda + \pi^0$ $\overline{\Lambda} + \pi^0$
Xi − Antixi −	Ξ^- $\overline{\Xi}^-$	} 1 321	$1,7 \times 10^{-10}$	1/2 1/2	− 1 + 1	} 0	+ 1 − 1	− 2 − 2	− 1/2	$\Lambda + \pi^-$ $\overline{\Lambda} + \pi^+$
Oméga Antioméga	Ω $\overline{\Omega}$	} 1 680	$\sim 10^{-10}$	3/2 3/2	− 1 + 1	} 0	+ 1 − 1	− 3 − 3	0	$\Lambda + K^-$
Méson π^+ Méson π^- Méson neutre	π^+ π^- π^0	139,6 139,6 135	$2,6 \times 10^{-8}$ $2,6 \times 10^{-8}$ $1,8 \times 10^{-16}$	0 0 0	+ 1 − 1 0	0 0 0	0 0 0	0 0 0	+ 1 − 1 0	$\mu^+ + \nu_\mu$ $\mu^- + \nu_\mu$ $\gamma + \gamma$
Méson K° (ou Kaon K°)	K^0	497,8	{ $0,9 \times 10^{-10}$ 6×10^{-8}	0	0	0	0	+ 1	− 1/2	voir note (1)
Méson K^+ (ou Kaon K^+)	K^+	493,8	$1,2 \times 10^{-8}$	0	+ 1	0	0	+ 1	+ 1/2	voir note (2)
Méson K^- (ou Kaon K^-)	K^-	493,8	$1,2 \times 10^{-8}$	0	− 1	0	0	+ 1	− 1/2	voir note (3)

Le tableau ci-contre fournit des renseignements fondamentaux sur les principales particules observées ; nous n'avons pas mentionné les résonances ni les particules Psi. On notera que π^0 est à lui-même son antiparticule et que $\pi^+ = \pi^-$ et $\pi^- = \pi^+$.

Pour chaque particule, on a indiqué sa masse en équivalent énergétique MeV/c^2, sa vie moyenne en secondes, son spin, et les nombres quantiques qui la caractérisent, à savoir la charge *Q*, le nombre leptonique *l*, le nombre baryonique *B*, l'étrangeté *S* et la troisième composante du spin isotropique I_3. Dans la dernière colonne sont indiquées les désintégrations classiques : ainsi le neutron n donne, par désintégration, un proton p, un électron négatif e^- et un neutrino ν_e (pour la distinction entre ν_e et ν_μ, voir p. 118). Les kaons K^0, K^+ et K^- présentent les désintégrations suivantes :

$$K^0 \begin{cases} K^0_1 \begin{cases} \pi^+ + \pi^- ; \\ \pi^0 + \pi^0 . \end{cases} \\ K^0_2 \begin{cases} \pi^+ + \pi^- + \pi^0 ; \\ \pi^0 + \pi^0 + \pi^0 ; \\ \mu^+ + \pi^- + \nu_\mu ; \\ \mu^- + \pi^+ + \overline{\nu}_\mu ; \\ e^+ + \pi^- + \nu_e ; \\ e^- + \pi^+ + \overline{\nu}_e . \end{cases} \end{cases} \qquad (1)$$

$$K^+ \begin{cases} \mu^+ + \nu_\mu ; \\ \pi^+ + \pi^0 ; \\ \pi^+ + \pi^+ + \pi^- ; \\ \mu^+ + \pi^0 + \nu_\mu ; \\ e^+ + \pi^0 + \nu_e ; \\ \pi^+ + \pi^0 + \pi^0 . \end{cases} \qquad (2)$$

$$K^- \begin{cases} \mu' + \nu ; \\ \pi^- + \pi^0 ; \\ \mu^- + \pi^0 + \nu_\mu ; \\ e^- + \pi^0 + \nu_e ; \\ \pi^- + \pi^- + \pi^+ ; \\ \pi^- + \pi^0 + \pi^0 . \end{cases} \qquad (3)$$

RÉPARTITION DES ÉLECTRONS ENTRE LES DIFFÉRENTES COUCHES ÉLECTRONIQUES.

Couche		*K*	*L*		*M*			*N*				*O*				*P*			*Q*
Sous-couche		1 *s*	2 *s*	2 *p*	3 *s*	3 *p*	3 *d*	4 *s*	4 *p*	4 *d*	4 *f*	5 *s*	5 *p*	5 *d*	5 *f*	6 *s*	6 *p*	6 *d*	7 *s*
Z	Symbole																		
1	H	1																	
2	He	2																	
3	Li	2	1																
4	Be	2	2																
5	B	2	2	1															
6	C	2	2	2															
7	N	2	2	3															
8	O	2	2	4															
9	F	2	2	5															
10	Ne	2	2	6															
11	Na	2	2	6	1														
12	Mg	2	2	6	2														
13	Al	2	2	6	2	1													
14	Si	2	2	6	2	2													
15	P	2	2	6	2	3													
16	S	2	2	6	2	4													
17	Cl	2	2	6	2	5													
18	A	2	2	6	2	6													
19	K	2	2	6	2	6		1											
20	Ca	2	2	6	2	6		2											
21	Sc	2	2	6	2	6	1	2											
22	Ti	2	2	6	2	6	2	2											
23	V	2	2	6	2	6	3	2											
24	Cr	2	2	6	2	6	5	1											
25	Mn	2	2	6	2	6	5	2											
26	Fe	2	2	6	2	6	6	2											
27	Co	2	2	6	2	6	7	2											
28	Ni	2	2	6	2	6	8	2											
29	Cu	2	2	6	2	6	10	1											
30	Zn	2	2	6	2	6	10	2											
31	Ga	2	2	6	2	6	10	2	1										
32	Ge	2	2	6	2	6	10	2	2										
33	As	2	2	6	2	6	10	2	3										
34	Se	2	2	6	2	6	10	2	4										
35	Br	2	2	6	2	6	10	2	5										
36	Kr	2	2	6	2	6	10	2	6										
37	Rb	2	2	6	2	6	10	2	6			1							
38	Sr	2	2	6	2	6	10	2	6			2							
39	Y	2	2	6	2	6	10	2	6	1									
40	Zr	2	2	6	2	6	10	2	6	2		2							
41	Nb	2	2	6	2	6	10	2	6	4		1							
42	Mo	2	2	6	2	6	10	2	6	5		1							
43	Tc	2	2	6	2	6	10	2	6	5		2							
44	Ru	2	2	6	2	6	10	2	6	7		1							
45	Rh	2	2	6	2	6	10	2	6	8		1							
46	Pd	2	2	6	2	6	10	2	6	10									
47	Ag	2	2	6	2	6	10	2	6	10		1							
48	Cd	2	2	6	2	6	10	2	6	10		2							
49	In	2	2	6	2	6	10	2	6	10		2	1						
50	Sn	2	2	6	2	6	10	2	6	10		2	2						
51	Sb	2	2	6	2	6	10	2	6	10		2	3						
52	Te	2	2	6	2	6	10	2	6	10		2	4						
53	I	2	2	6	2	6	10	2	6	10		2	5						
54	Xe	2	2	6	2	6	10	2	6	10		2	6						
55	Cs	2	2	6	2	6	10	2	6	10		2	6			1			
56	Ba	2	2	6	2	6	10	2	6	10		2	6			2			
57	La	2	2	6	2	6	10	2	6	10		2	6	1		2			
58	Ce	2	2	6	2	6	10	2	6	10	2	2	6			2			
59	Pr	2	2	6	2	6	10	2	6	10	3	2	6			2			
60	Nd	2	2	6	2	6	10	2	6	10	4	2	6			2			
61	Pm	2	2	6	2	6	10	2	6	10	5	2	6			2			
62	Sm	2	2	6	2	6	10	2	6	10	6	2	6			2			
63	Eu	2	2	6	2	6	10	2	6	10	7	2	6			2			
64	Gd	2	2	6	2	6	10	2	6	10	7	2	6	1		2			
65	Tb	2	2	6	2	6	10	2	6	10	9	2	6			2			
66	Dy	2	2	6	2	6	10	2	6	10	10	2	6			2			
67	Ho	2	2	6	2	6	10	2	6	10	11	2	6			2			
68	Er	2	2	6	2	6	10	2	6	10	12	2	6			2			
69	Tm	2	2	6	2	6	10	2	6	10	13	2	6			2			
70	Yb	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6			2			
71	Lu	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	1		2			
72	Hf	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	2		2			
73	Ta	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	3		2			
74	W	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	4		2			
75	Re	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	5		2			
76	Os	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	6		2			
77	Ir	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	7		2			
78	Pt	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	9		1			
79	Au	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	10		1			
80	Hg	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	10		2			
81	Tl	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	10		2	1		
82	Pb	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	10		2	2		
83	Bi	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	10		2	3		
84	Po	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	10		2	4		
85	At	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	10		2	5		
86	Rn	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	10		2	6		
87	Fr	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	10		2	6		1
88	Ra	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	10		2	6		2
89	Ac	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	10		2	6	1	2
90	Th	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	10		2	6	2	2
91	Pa	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	10	2	2	6	1	2
92	U	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	10	3	2	6	1	2
93	Np	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	10	4	2	6	1	2
94	Pu	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	10	6	2	6		2
95	Am	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	10	7	2	6		2
96	Cm	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	10	7	2	6	1	2
97	Bk	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	10	8	2	6	1	2
98	Cf	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	10	10	2	6		2
99	Es	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	10	11	2	6		2
100	Fm	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	10	12	2	6		2
101	Mv	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	10	13	2	6		2
102	No	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	10	14	2	6		2
103	Lw	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	10	14	2	6	1	2

LES PRINCIPAUX COMPOSÉS ORGANIQUES NON CYCLIQUES.

Nous avons classé, dans le tableau ci-après, les principaux représentants non cycliques des différentes familles de la chimie organique. Voir p. 146 les caractéristiques chimiques générales de ces familles. Celles-ci sont présentées par ordre alphabétique.

Acide carbamique (Dérivés de l').

La formule de cet acide, qui n'a jamais été isolé, et dont on ne connaît naturellement que des sels et des esters est :

$$O{=}C\begin{matrix} NH_2 \\ OH \end{matrix}$$

Principaux dérivés : carbamate d'ammonium de formule :

$$O{=}C\begin{matrix} NH_2 \\ ONH_4 \end{matrix}$$

qui, en se déshydratant, donne *l'urée* (voir ci-dessous, *Urée et dérivés*) ; chlorure de carbamyle, de formule :

$$O{=}C{=}NH_2(Cl)\ ,$$

dit chlorure d'urée.

Acides carboxyliques.

La fonction acide, caractérisée par le groupement :

$$—COOH$$

peut exister dans une molécule autant de fois qu'il y a de carbones primaires, ou autant de fois qu'il y a d'extrémités de chaînes.

● *Monoacides saturés* (= acides gras).

— *L'acide formique*, de formule :

$$H—COOH$$

est le plus simple des acides organiques ; il dérive du méthane (d'où son nom systématique : *méthanoïque*). On le trouve à l'état libre dans la sueur, et dans certains éléments végétaux (aiguilles de Pin par exemple, ou poils d'Ortie). C'est un liquide incolore très soluble dans l'eau, plus fortement acide que les autres acides carboxyliques.

— *Acide acétique :*

$$CH_3—COOH\ .$$

Il dérive de l'éthane, c'est donc l'*éthanoïque* ; on l'obtient naturellement par la fermentation de l'alcool éthylique, celui-ci se transformant, par oxydation, en acide acétique (c'est l'acide du vinaigre). Les principaux dérivés de l'acide acétique sont des sels, des esters et des dérivés halogénés. Les acétates (CH_3COOK, CH_3COONa, etc.) ont de nombreux usages, notamment pour la préparation des différents corps organiques.

— *L'acide propionique* a pour formule :

$$CH_3—CH_2—COOH\ ;$$

c'est un liquide à odeur de chou aigre, qui se forme au cours de la fermentation des glucides et des protides.

— *L'acide butyrique* de formule :

$$CH_3—CH_2—CH_2—COOH$$

est un liquide huileux, qui se forme au cours de la fermentation de glucides ou de protides (par exemple aux dépens du glucose) sous l'influence du *Bacillus amylobacter.*

— *L'acide valérianique* a pour formule :

$$(CH_3)_2CH—CH_2—COOH\ ,$$

on le trouve naturellement dans la valériane ; c'est un sédatif.

— Les acides gras proprement dits ne sont pas étudiés ici.

● *Monoacides non saturés.* Ce sont des acides dont la molécule comprend des liaisons éthyléniques ou acétyléniques.

— Parmi les acides éthyléniques, citons : l'*acide acrylique* :

$$CH_2{=}CH—COOH\ ,$$

et *l'acide crotonique :*

$$CH_3—CH{=}CH—COOH\ ,$$

ainsi que les acides gras non saturés.

— Parmi les acides acétyléniques, qui servent dans la synthèse organique, on citera l'acide propiolique ou *propynoïque* de formule :

$$CH{\equiv}C—COOH\ .$$

● *Diacides saturés.* Ces acides dicarboxyliques ont une importance considérable en Biochimie. Nous les présentons par ordre de complexité.

— *L'acide oxalique* a pour formule :

$$COOH—COOH\ ;$$

on le trouve dans les Oseilles (genre *Oxalis*) à l'état de sels (oxalates). L'acide oxalique est un produit d'oxydation de nombreuses molécules organiques (glucides, protides).

— *L'acide malonique* a pour formule :

$$COOH—CH_2—COOH\ ;$$

on le trouve à l'état de sels (*malonates*) dans certains Végétaux (Betterave).

— *L'acide succinique* a pour formule :

$$COOH—CH_2—CH_2—COOH\ ;$$

c'est un produit intermédiaire du cycle de Krebs.

● *Diacides non saturés.* Les deux principaux acides de ce groupe sont l'*acide maléique* et l'*acide fumarique*, qui dérivent tous deux de la déshydratation d'un acide alcool, l'*acide malique* (voir ci-dessous). Les formules de ces deux acides sont les suivantes :

$$\begin{matrix} H—C—COOH \\ \| \\ H—C—COOH \end{matrix} \qquad \begin{matrix} H—C—COOH \\ \| \\ COOH—C—H \end{matrix}$$

acide maléique (*cis*) — acide fumarique (*trans*)

On constate que la formule brute des deux acides est la même : ils sont isomères, (isomérie *cis-trans*).

Acides alcools.

Ces corps, appelés aussi oxyacides, ont un grand intérêt biochimique. Un grand nombre d'entre eux sont en effet des produits intermédiaires dans le métabolisme des protides et des glucides. Ils interviennent soit dans le catabolisme, leur combustion permettant à l'organisme de couvrir ses besoins énergétiques, soit dans l'anabolisme, pour éviter des matériaux de réserves. Le tableau ci-après présente les principaux d'entre eux.

Monoacides		Polyacides	
Monoalcools	**Polyols**	**Monoalcools**	**Polyols**
acide	acide	acide	acide
glycolique ; lactique ; oxybutyrique ; ricinoléique ; hydroxylignosérique.	glycérique ; aldonique ;	tartronique ; alique.	tartrique ; saccharique (et homologues).

— *L'acide glycolique :*

$$CH_2OH—COOH$$

existe dans le Raisin vert.

— *L'acide lactique* dérive du propane. Il existe avec une fonction alcool primaire ou avec une fonction alcool secondaire (isomères) de formules respectives :

$$CH_2OH—CH_2—COOH \text{ et } CH_3—CHOH—COOH\ .$$

C'est surtout l'acide lactique à fonction alcool secondaire que l'on rencontre en Biochimie (notamment au cours de la fermentation du glucose sous l'action des Bactéries lactiques).

— *Les acides β-oxybutyriques* dérivent de l'acide butyrique ; exemple :

$$CH_3—CHOH—CH_2—COOH$$

— *L'acide glycérique* a pour formule :

$$CH_2OH—CHOH—COOH\ .$$

C'est un des produits de la dégradation biologique du glucose ; c'est aussi le plus simple des polyalcools monoacides (il porte une fonction alcool secondaire, une fonction alcool primaire et une fonction acide carboxylique).

— *L'acide tartronique* a pour formule :

$$COOH—CHOH—COOH\ .$$

C'est un produit d'oxydation du glycérol ou de l'acide malonique.

— *L'acide malique* existe à l'état naturel dans les baies de Sorbier. Il joue un rôle important dans les métabolismes biologiques. Sa formule est :

$$COOH—CHOH—CH_2—COOH\ .$$

— *L'acide citrique* a pour formule :

$$COOH—CH_2—C(OH)\ (COOH)—CH_2—COOH\ .$$

C'est un triacide monoalcool, qui existe dans les fruits comme l'Orange, le Citron, les Groseilles. Il joue un rôle capital dans le métabolisme des glucides.

— *L'acide tartrique* a pour formule :

$$COOH—CHOH—CHOH—COOH\ .$$

Il possède trois isomères optiques (l'acide tartrique inactif, l'acide tartrique droit et l'acide tartrique gauche) ; l'étude des acides tartriques, réalisée par Pasteur en 1848-1850, est à l'origine de la stéréochimie.

Alcools.

● *Le méthanol* ou alcool méthylique :

$$CH_3OH$$

dérive du méthane. C'est un liquide qui bout à 65 °C, soluble dans l'eau en toutes proportions et qui est le solvant de nombreux corps organiques. Il sert de matière première à la préparation du formol, son aldéhyde, de formule :

$$H—CHO\ .$$

● *L'alcool éthylique* :

$$CH_3—CH_2OH$$

dérive de l'éthane (c'est donc aussi l'*éthanol*) ; il s'agit de l'alcool ordinaire, qu'on trouve à l'état libre dans les boissons fermentées, où il provient de la dégradation du glucose (vin) ou de l'amidon (bière). Obtenu pour la première fois par synthèse en 1855, par Hermet et par Berthelot. C'est un liquide qui bout à 78,4 °C, miscible à l'eau en toutes proportions, solvant de nombreux corps organiques. Ses propriétés chimiques en font un corps très important : par déshydratation, il produit l'éthylène et l'oxyde d'éthyle ; par oxydation on obtient successivement l'aldéhyde acétique :

$$CH_3—CHO$$

et l'acide acétique :

$$CH_3—COOH\ .$$

● *Les diols* sont des corps possédant deux fonctions alcool. Le plus simple d'entre eux est le glycol de formule :

$$CH_2OH—CH_2OH\ .$$

● Parmi les *triols* (trois fonctions alcool) le plus important est le *glycérol* (= glycérine) de formule :

$$CH_2OH—CHOH—CH_2OH\ ,$$

qui se trouve à l'état d'ester d'acide gras dans les réserves lipidiques des Animaux et des Végétaux. Sa déshydratation par chauffage produit l'aldéhyde acrylique :

$$CH_2{=}CH—CHO\ ,$$

qui est responsable notamment de l'odeur de friture obtenue lorsqu'on fait chauffer d'une façon trop prolongée à ébullition des huiles et des graisses. Les produits d'oxydation du glycérol sont importants, en particulier l'aldéhyde glycérique :

$$CH_2OH—CHOH—CHO$$

à partir duquel on peut obtenir, par condensation, des glucides.

Aldéhydes.

● *L'aldéhyde formique*, de formule :

$$H—CHO$$

est un gaz à odeur piquante, lacrymogène ; autre nom : *formol* (utilisé pour la désinfection en raison de ses propriétés

bactéricides). En outre, l'aldéhyde formique joue un rôle considérable dans la synthèse chlorophyllienne des glucides.

● *L'aldéhyde éthylique* :

$$CH_3—CHO$$

ou *éthanal* est obtenu par l'oxydation de l'alcool éthylique. Il donne naissance à de nombreux polymères.

● Le *chloral* de formule :

$$CCl_3—CHO\ ,$$

liquide huileux à odeur caractéristique, sert de matière première à la préparation du chloroforme et se transforme, par oxydation par l'acide nitrique en acide trichloracétique, de formule :

$$CCl_3—COOH\ ,$$

agent de précipitation des protéines.

● Signalons encore *l'aldéhyde acrylique,* déjà cité à propos du glycérol (voir ci-dessus), et les polyaldéhydes dont le plus simple est le *glyoxal* de formule :

$$CHO—CHO$$

Amines.

● Les *monoamines* les plus répandues sont les méthylamines, qu'on trouve dans divers jus végétaux fermentés et dans les saumures des Poissons.

Les diamines sont fortement basiques. Les Bactéries, en particulier les Bactéries intestinales, en produisent certainement à partir de la décarboxylation de certains acides aminés. Ainsi la *putrescine* :

$$(CH_2—CH_2—NH_2)_2$$

dérive de l'ornithine, et la *cadavérine* :

$$NH_2—(CH_2)_5—NH_2$$

dérive de la lysine.

Cétones.

● *L'acétone* :

$$CH_3—CO—CH_3$$

est un liquide volatil, à odeur de Pomme reinette, miscible à l'eau, et dissolvant d'un grand nombre de substances organiques (en particulier des corps gras). Sa présence dans l'organisme animal est généralement le résultat d'un processus anormal (on le rencontre notamment chez les diabétiques, ou chez les acidosiques).

● *Les sulfones* sont des dérivés des cétones de formule :

$$R_2C(SO_2—R)_2\ ,$$

R étant un radical organique. Les plus importantes d'entre elles sont les *sulfonals,* doués de propriétés hypnotiques. Exemple, le sulfonal ordinaire de formule :

$$(CH_3)_2C(SO_2—C_2H_5)_2$$

● Nous citerons pour mémoire ici les *polycétones,* dans lesquelles la fonction cétone existe plusieurs fois sur la même chaîne carbonée. Seules les dicétones méritent d'ailleurs de retenir notre attention, en raison de leur importance dans la synthèse chimique.

Cyanures.

Ce sont des sels de l'acide cyanhydrique de formule :

$$CH{\equiv}N\ .$$

Dans les *cyanures simples,* l'hydrogène de l'acide cyanhydrique est remplacé par un métal ; dans les *cyanures complexes,* l'ion CN^- n'existe plus, et on a affaire à des *complexes chimiques parfaits.*

Esters d'acides carboxyliques.

● *Le formiate d'éthyle* de formule :

$$H—COO—C_2H_5$$

est obtenu par action directe de l'acide formique sur l'alcool éthylique.

● *L'acétate d'éthyle* de formule :

$$CH_3—COO—C_2H_5$$

est obtenu par combinaison de l'acide acétique et de l'alcool éthylique. On s'en sert comme dissolvant, ou encore comme matière première de certains dérivés organiques.

Éthers et thioéthers.

● *L'éther ordinaire* est l'oxyde d'éthyle de formule :

$$CH_3—CH_2—O—CH_2—CH_3\ .$$

C'est un liquide incolore, très volatil, d'odeur caractéristique, qui bout à 35,8 °C, et dont les vapeurs sont très inflammables.

● *Parmi les éthers des polyols* citons celui de l'éthylène-glycol de formule :

$$CH_2OH—CH_2OH\ ,$$

et ses homologues, employés comme solvants de laques cellulosiques. L'oxyde d'éthylène :

$$CH_2O—CH_2$$

est utilisé comme insecticide dans les industries alimentaires.

● *Les thioéthers* dérivent d'un thiol, comme un éther dérive de l'alcool. Ainsi le *sulfure d'éthyle* de formule :

$$C_2H_5—S—C_2H_5$$

dérive de l'éthyle mercaptan :

$$C_2H_5—SH\ .$$

Le sulfure d'éthyle est surtout important par son dérivé dichloré de formule :

$$S(CH_2—CH_2Cl)_2\ ,$$

dont le nom commun est ypérite (gaz de combat qui fut utilisé pendant la guerre de 1914-1918). L'ypérite perd sa capacité lorsqu'il est transformé en sulfone par oxydation.

L'urée et ses dérivés.

● *L'urée* a pour formule :

$$CO\begin{cases}NH_2\\NH_2\end{cases}$$

Chez les Mammifères, elle représente le principal déchet azoté du métabolisme des protides ; on la retrouve dans l'urine (15 à 20 g/l) et dans le sang (moins de 40 mg pour 100 ml de plasma sanguin chez l'Homme). C'est un solide blanc, bien cristallisé, soluble dans l'eau, donnant des *sels d'urée* avec les acides (oxalate, nitrate d'urée) et des sels doubles avec des sels minéraux.

● *Les alcoylurées ou uréines* sont les produits de substitution d'un ou de plusieurs atomes d'hydrogène de la molécule d'urée par un ou plusieurs alcoyles R. Exemple, la *méthylurie* :

$$CO\begin{cases}NH_2\\NH—CH_3\end{cases}$$

● *Les acylurées ou uréides* sont des alcamides, de la forme :

$$CO\begin{cases}NH_2\\NH—CO—R\end{cases}$$

(l'urée se condense avec le groupement acyle—CO—R et joue le rôle d'une amine). Les uréides les plus importants dérivent d'acides bibasiques ; on les répartit ainsi :

- uréides acycliques — exemples : acide hydantoïque, acide cellophanique.
- uréides cycliques
  - avec noyau imidazole : hydantoïne, allantoïne
  - avec noyau pyrimidine
    - oxypyrimidines : uracile, thymine, cytosine
    - acide barbiturique et dérivés
  - avec noyau purine
    - oxypurines : adénine, guanine, xanthine, acide urique, etc.
    - méthylpurines | caféine

Composés organo-minéraux.

● *Composés organofluorés.* Composés organiques dont la molécule comporte des atomes de fluor. Signalons en particulier, pour leur intérêt pratique, les alcanes fluorés.

— A partir du tétrachlorure de carbone CCl_4, on peut obtenir, par substitution d'un ou deux atomes de fluor à un ou deux atomes de chlore, les produits $CFCl_3$ et CF_2Cl_2, respectivement appelés fluorotrichlorométhane et difluorodichlorométhane. Ces deux produits portent le nom commercial de *Fréon* ; ils sont utilisés comme agents réfrigérants, notamment dans les réfrigérateurs et les appareils de conditionnement d'air, et aussi dans les bombes à aérosol, à crème à raser, etc. CF_2Cl_2 appelé aussi Fréon-12 est inodore et ininflammable, et non toxique.

— Les fluorocarbures sont des dérivés de substitution des hydrocarbures. C'est ainsi que les alcanes de formule C_nH_{2n+2} donnent des fluorocarbures à chaînes droites saturés de formule C_nF_{2n+2}. On peut aussi obtenir des fluorocarbures à partir d'alcènes, tels $CF_2{=}CF_2$ (comparer à celle de l'éthylène). La polymérisation de ce fluorocarbure donne un polymère appelé commercialement *Téflon,* substance solide, très inerte chimiquement, et stable jusqu'à 300° (on l'utilise pour l'isolement électrique).

● *Composés organo-magnésiens.* Ce sont des composés possédant des liaisons carbone-magnésium. Les plus importants sont les halogénures organo-magnésiens appelés encore *réactifs de Grignard* (Victor Grignard, prix Nobel en 1912 pour ses travaux sur les organo-magnésiens).

Les organo-magnésiens sont préparés, généralement, à partir d'un halogénure organique. Ainsi, avec l'iodure de méthyle, on obtient :

$$\underset{\text{iodure de méthyle}}{CH_3I} + Mg \rightarrow \underset{\text{en solution dans l'éther anhydre}}{CH_3MgI}$$

Les organo-magnésiens ont, comme la plupart des composés organo-métalliques, une réactivité élevée. Ils sont donc particulièrement intéressants du point de vue de la synthèse organique. Ils réagissent avec les acides (même très faibles), avec l'oxygène, le soufre, les halogènes ; ils présentent des réactions d'addition avec des corps présentant des liaisons carbonyles (aldéhydes, cétones, anhydrides, acides carboxyliques, etc.), et des réactions d'addition sur la double liaison carbone-carbone et sur la triple liaison carbone-azote.

● *Composés organo-métalliques.* Substances possédant des liaisons carbone-métal comme c'est le cas pour les composés organo-magnésiens, organo-sodiques, etc. Les propriétés physiques et chimiques des composés organo-métalliques varient énormément selon la nature du métal considéré. Ils ont en général une réactivité élevée, et leur rôle dans la synthèse organique est très important actuellement.

● *Composés organo-phosphorés.* Ces composés sont considérés comme des dérivés des hydrures, des oxyacides et des oxydes du phosphore. Composé de base : la phosphine, de formule H_3P, le phosphorane, de formule H_5P, l'*acide phosphoneux* PO_2H_3, l'acide phosphonique, PO_3H_3, l'acide phosphineux POH_3, l'acide phosphinique, PO_2H_3 et l'oxyde de phosphine POH_3.

● *Composés organo-siliciés.* Composés organiques du silicium.

● *Composés sulfurés.* Les composés sulfurés ou organo-sulfurés sont des composés organiques dans la molécule desquels entrent un ou plusieurs atomes de soufre. Pour nommer ces composés, on utilise le préfixe *thio* — lorsque le soufre est bivalent et joue, dans la molécule, le rôle que jouerait un atome d'oxygène dans un composé oxygéné ; on utilise le préfixe *thia* lorsque le soufre remplace le carbone dans un composé organique. Ainsi les *thiols* sont des dérivés de l'hydrogène sulfuré H_2S comme les alcools sont des dérivés de l'eau H_2O. On a de même des *thiocétones,* des *thioéthers,* des *thioesters.*

COMPLÉMENTS SUR LES COMPOSÉS CYCLIQUES.

Arylamines (= amines aromatiques).

Composés cycliques porteurs d'une fonction amine (exemple : l'aniline).

Les propriétés chimiques des arylamines sont, en de nombreux points, analogues à celles des amines aliphatiques (c'est-à-dire à radicaux non cycliques). En particulier, l'alcoylation se réalise normalement en faisant agir l'alcool benzoïque C_6H_5OH sur l'ammoniac NH_3, pour obtenir l'amine aromatique primaire correspondant au benzène et qui se nomme l'aniline :

$$C_6H_5OH + NH_3 \quad \underset{\text{aniline}}{C_6H_5NH_2} + H_2O\,.$$

Les réactions des amines aromatiques avec l'acide nitreux ne sont analogues à celles des amines aliphatiques que dans le cas des arylamines secondaires (on obtient des dérivés N — nitrosés). Avec des amines aromatiques primaires et tertiaires, les résultats sont différents.

Nous avons indiqué sur le tableau ci-dessous les propriétés physiques de quelques arylamines caractéristiques.

Principales arylamines.

Nom	Formule	t_F (1)	t_E (2)
Aniline	$C_6H_5NH_2$	− 6	184
N-méthyl-aniline	$C_6H_5NHCH_3$	− 57	196
N, N-diméthylaniline	$C_6H_5N(CH_3)_2$	2,5	193
p-toluidine	$CH_3—C_6H_4—NH_2$	42	200
m-nitro-aniline	$NO_2—C_6H_4—NH_2$	114	> 285
Benzidine	$NH_2—C_6H_4—C_6H_4—NH_2$	128	400
Diphénylamine	$(C_6H_5)_2NH$	54	302
Triphénylamine	$(C_6H_5)_3N$		

(1) Point de fusion en °C.
(2) Point d'ébullition en °C.

Formules des principaux phénols.

Nom	Formule	t_F	t_E
Phénol	C_6H_5OH	43	182
p-crésol	$CH_3—C_6H_4—OH$	34	203
p-nitrophénol	$NO_2—C_6H_4—OH$	114	
Acide picrique	$(NO_2)_3C_6H_2—OH$	123	
Pyrocatéchol	$C_6H_4(OH)_2$ (ortho)	105	240
Résorcinol	$C_6H_4(OH)_2$ (méta)	110	273
Hydroquinone	$OH—C_6H_4—OH$	170	285
p-aminophénol	$NH_2—C_6H_4—OH$	186	
Aldéhyde salicylique	$C_6H_4(OH)CHO$	7	197
Naphtol-1	$C_{10}H_7OH$	94	278

Prix Nobel de Physique et de Chimie

Année	Physique	Chimie
1901	W. C. Röntgen.	J. H. Van't Hoff.
1092	H. A. Lorentz, P. Zeeman.	E. Fischer.
1903	H. Becquerel, P. Curie, M. Curie.	S. A. Arrhenius.
1904	J. W. S. Rayleigh.	W. Ramsay.
1905	P. von Lenard.	A. von Baeyer.
1906	J. J. Thomson.	H. Moissan.
1907	A. A. Michelson.	E. Buchner.
1908	G. Lippamann.	E. Rutherford.
1909	G. Marconi, C. F. Bran.	W. Ostwald.
1910	J. D. Van der Waals.	O. Wallach.
1911	W. Wien.	M. Curie.
1912	G. Dalén.	V. Grignard, P. Sabatier.
1913	H. Kamerlingh-Onnes.	A. Werner.
1914	M. von Laue.	T. W. Richards.
1915	W. H. Bragg, W. L. Bragg.	R. M. Willstätter.
1916	Non attribué.	Non attribué.
1917	C. G. Barkla.	Non attribué.
1918	M. Planck.	F. Haber.
1919	J. Stark.	Non attribué.
1920	C. E. Guillaume.	W. Nernst.
1921	A. Einstein.	F. Soddy.
1922	N. Bohr.	F. W. Aston.
1923	R. A. Millikan.	F. Pregl.
1924	K. M. G. Siegbahn.	Non attribué.
1925	J. Franck, G. Hertz.	R. Zsigmondv.
1926	J. Perrin.	T. Svedberg.
1927	A. H. Compton, C. T. R. Wilson.	H. Wieland.
1928	O. W. Richardson.	A. Windaus.
1929	L. V. de Broglie.	A. Harden, H. K. A. S. von Euler-Chelpin.
1930	C. V. Raman.	H. Fischer.
1931	Non attribué.	C. Bosch, F. Bergius.
1932	W. Heisenberg.	I. Langmuir.
1933	E. Schrödinger, P. A. M. Dirac.	Non attribué.
1934	Non attribué.	H. C. Urey.
1935	J. Chadwick.	F. Joliot-Curie, I. Joliot-Curie.
1936	V. F. Hess, C. D. Anderson.	P. J. W. Debye.
1937	C. J. Davisson, G. P. Thomson.	W. N. Haworth, P. Karrer.
1938	E. Fermi.	R. Kuhn.
1939	E. O. Lawrence.	A. F. J. Butenandt, L. Ruzicka.
1940	Non attribué.	Non attribué.
1941	Non attribué.	Non attribué.
1942	Non attribué.	Non attribué.
1943	O. Stern.	G. Hevesy (de).
1944	I. I. Rabi.	O. Hahn.
1945	W. Pauli.	A. I. Virtanen.
1946	P. W. Bridgman.	J. B. Summer, J. H. Northrop, W. M. Stanley.
1947	E. V. Appleton.	R. Robinson.
1948	P. M. S. Blackett.	A. W. K. Tiselius.
1949	H. Yukawa.	W. F. Giauque.
1950	C. F. Powell.	O. Diels, K. Alder.
1951	J. D. Cockcroft, E. T. S. Walton.	E. M. McMillan, G. T. Seaborg.
1952	F. Bloch, E. M. Purcell.	A. J. P. Martin, R. L. M. Synge.
1953	F. Zernike.	H. Staudinger.
1954	M. Born, W. Bothe.	L. C. Pauling.
1955	W. E. Lamb, P. Kursch.	V. du Vigneaud.
1956	W. B. Shockley, J. Bardeen, W. H. Brattain.	C. N. Hinshelwood, N. N. Semënov.
1957	C. N. Yang, T. D. Lee.	A. R. Todd.
1958	P. A. Čerenkov, L. M. Frank, I. E. Tamm.	F. Sanger.
1959	E. Segrè, O. Chamberlain.	J. Heyrovský.
1960	D. A. Glaser.	W. F. Libby.
1961	R. Hofstadter, R. Mössbauer.	M. Calvin.
1962	L. D. Landau.	J. C. Kendrew, M. F. Perutz.
1963	M. Göppert ou Goeppert Mayer, E. P. Wigner, H. Jensen.	G. Natta, K. Ziegler.
1964	C. H. Townes, N. G. Bassov, A. M. Prokhorov.	D. M. C. Hodgkin.
1965	S. Tomonaga, J. Schwinger, R. Feyman.	R. Woodward.
1966	A. Kastler.	R. S. Mulliken.
1967	H. Bethe.	M. Eigen, R. G. W. Norrish, G. Porter.
1968	L. W. Alvarez.	L. Onsager.
1969	M. Gell-Mann.	D. H. Barton, O. Hassel.
1970	L. Néel, H. Alfvén.	L. F. Leloir.
1971	D. Gabor.	G. Herzberg.
1972	J. Bardeen, L. N. Cooper, J. R. Schrieffer.	C. Anfinsen, S. Moore, W. H. Stein.
1973	L. Esaki, I. Giaever, B. D. Josephson.	E. O. Fischer, G. Wikinson.
1974	A. Hewish, M. Ryle.	P. Flory.
1975	A. Bohr, B. Mottelson, J. Rainwater.	V. Preslog, J. W. Cornforth.
1976	B. Richter, S. Ting.	W. N. Lipscomb.
1977	J. H. Van Vleck, N. F. Mott, P. W. Anderson.	I. Prigogine.
1978	P. L. Kapiča, A. Penzias, R. Wilson.	P. Mitchell.
1979	S. L. Glashow, A. Salam, S. Weinberg.	H. C. Brown, G. Wittig.
1980	J. W. Cronin, V. I. Fitch.	P. Berg, W. Gilbert, F. Sanger.
1981	A. Schawlow, N. Bloembergen, K. Siegbahn.	K. Fukui, R. Hoffmann.
1982	K. G. Wilson.	A. Klug.
1983	Eiwler, Chandrasekhar.	H. Taube.
1984	C. Rubbia, S. Van Der Meer.	B. Merrifield.

index

A

B

C

D

E

F

G

H

I

J

K

L

M

N

O

P

Q

R

S

T

U

V

W

X

Y

Z

Achevé d'imprimer en Italie
sur les presses de GEA à Milan
le 16 juillet 1986
Dépôt légal : août 1986
Dépôt légal 1re édition : juin 1985